

## **Analyse statistique de l'écoulement d'un fleuve dans une plaine d'inondation: application aux cotes maximales du fleuve Niger dans la cuvette lacustre**

**J. P. LAMAGAT**

*Direction de l'Eau, Ministère de l'Environnement, 20, avenue de Ségur,  
F-75005 Paris, France*

**S. SAMBOU**

*Laboratoire d'Hydraulique et de Mécanique des Fluides, Département de Physique,  
Faculté des Sciences et Techniques, Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Sénégal*

**J. ALBERGEL**

*Orstom, BP 434, 1004 El Menzah, Tunis, Tunisie*

**Résumé** L'influence de la cuvette lacustre du fleuve Niger se traduit par un amortissement des crues très important induit par un faible accroissement de cote, la crue se perd dans l'immense plaine d'inondation constituée par la cuvette ou delta intérieur. L'ajustement statistique d'une seule loi ne peut suffire à traduire les multiples caractéristiques de l'écoulement, les hypothèses d'homogénéité des échantillons étudiés ne sont plus vérifiées, les régimes d'écoulement dans le lit mineur seul et dans le couple lit mineur/lit majeur étant différents. Une méthode utilisant deux lois, tronquées en fréquence, différentes, suivant le régime d'écoulement a été élaborée (Lamagat *et al.*, 1986; Lamagat & Molinier, 1983). Les résultats présentés montrent que la méthode élaborée permet de prendre en compte l'influence des paramètres hydrauliques du lit majeur sur l'écoulement.

### **Statistical analysis of a river flow in a flood plain: application to maximal levels of the Niger inland delta**

**Abstract** The influence of the river Niger inland basin translates a small increase in flood level into a very serious flood, with consequential flood losses in the immense flood plain constituted by the inland delta. The statistical adjustment of a single law cannot explain the multiple characteristics of the flow; hypotheses of sample homogeneity are no longer true, regimes of flow in the minor bed alone and in the coupled minor bed/major bed system being different. A method using two different laws, truncated in frequency and following the flow regime, has been developed (Lamagat *et al.*, 1986; Lamagat & Molinier, 1983). The results presented show that this method allows one to take into account the hydraulic parameter of the major bed influencing the flow.

## **INTRODUCTION**

La détermination des valeurs extrêmes de variables hydrologiques (pluies, débits, niveaux de marée, vitesse du vent, températures, ...) utilisées dans le dimensionnement

des réseaux d'assainissement, des stations d'épuration, des systèmes d'irrigation, des ouvrages d'art (ponts, barrages, digues, ...), la protection des centrales nucléaires, la gestion des ressources en eau, ..., se fait généralement à partir d'une analyse statistique.

Cette analyse se justifie par le fait que les phénomènes naturels qui concourent à la réalisation de ces variables hydrologiques font intervenir un grand nombre de facteurs qui ne sont pas tous indépendants. Il est alors très difficile de concevoir des formes mathématiques qui puissent les décrire de façon déterministe, et d'en déduire des modèles permettant la prédétermination des valeurs extrêmes. L'ajustement de lois statistiques sur des paramètres facilement quantifiables reste la méthode la plus opérationnelle pour appréhender le risque hydrologique (Roche, 1963).

Dans le présent article, l'intérêt se porte sur les hauteurs maximales de la cuvette du fleuve Niger où, du fait de la géomorphologie particulière, se côtoient plusieurs régimes d'écoulement différents. Une représentation graphique systématique des fonctions de répartition empirique sur un diagramme de Gauss a montré, pour certaines stations, un fort amortissement de la courbe « hauteur/fréquence » à partir d'un certain seuil. L'ajustement statistique à partir d'une loi unique ne parvient pas à reproduire cette particularité; une troncature de la loi en fréquence a permis de lever provisoirement le problème (Lamagat et al., 1986).

## CADRE PHYSIQUE

La cuvette du fleuve Niger comprise entre les latitudes 13°N (Koulikoro) et 17°N (Tossaye) et les longitudes 0°30' et 7°30'O constitue un immense delta intérieur dont la dynamique est très complexe. Elle se caractérise par un élargissement considérable du lit majeur. La zone lacustre est contrôlée à l'amont par la station de Kirango et à l'aval par celle de Koryoumé (Fig. 1). Elle s'étend sur une bande de 400 km de large, avec une pluviosité qui passe de 700 mm au sud à 150 mm au nord.

On distingue deux régimes climatiques:

- au sud, entre les isohyètes de 700 mm et 300 mm: régime sahélien; et
- au nord entre les isohyètes 300 mm et 100 mm: régime subdésertique.

Suivant l'abondance hydrologique de l'année 15-35 milliards de m<sup>3</sup> s'évalent irrégulièrement sur une vaste étendue de plus de 80 000 km<sup>2</sup>. Bras principaux, émissaires, chapelets de mares et grands lacs s'étendent à perte de vue (Lamagat et al., 1986).

La pente superficielle du Niger dans cette zone est extrêmement faible, 2 cm km<sup>-1</sup> entre Niafunké et Diré (231 km) et 1 cm km<sup>-1</sup> entre Diré et Tossaye. Elle favorise des dépôts latéraux de matériaux qui forment un cordon riverain ou bourrelet. Celui-ci limite les eaux vives. Dans l'ensemble, les vitesses superficielles sont relativement nulles ou imperceptibles, sauf dans les bras ou les cours d'eau principaux.

L'endigement naturel des bras principaux conjugué à la faiblesse de la pente et à la sédimentation dans le lit entraînent un exhaussement du lit de transit. Il en résulte une pente superficielle latérale entre le lit mineur et le lit majeur. Le fleuve se comporte alors comme un canal distributeur alimentant un lit majeur très étendu, comportant des plaines d'inondation, des lacs reliés par l'intermédiaire de bras, et d'émissaires qui en détournent d'importants volumes d'eau qui sont perdus pour l'écoulement.

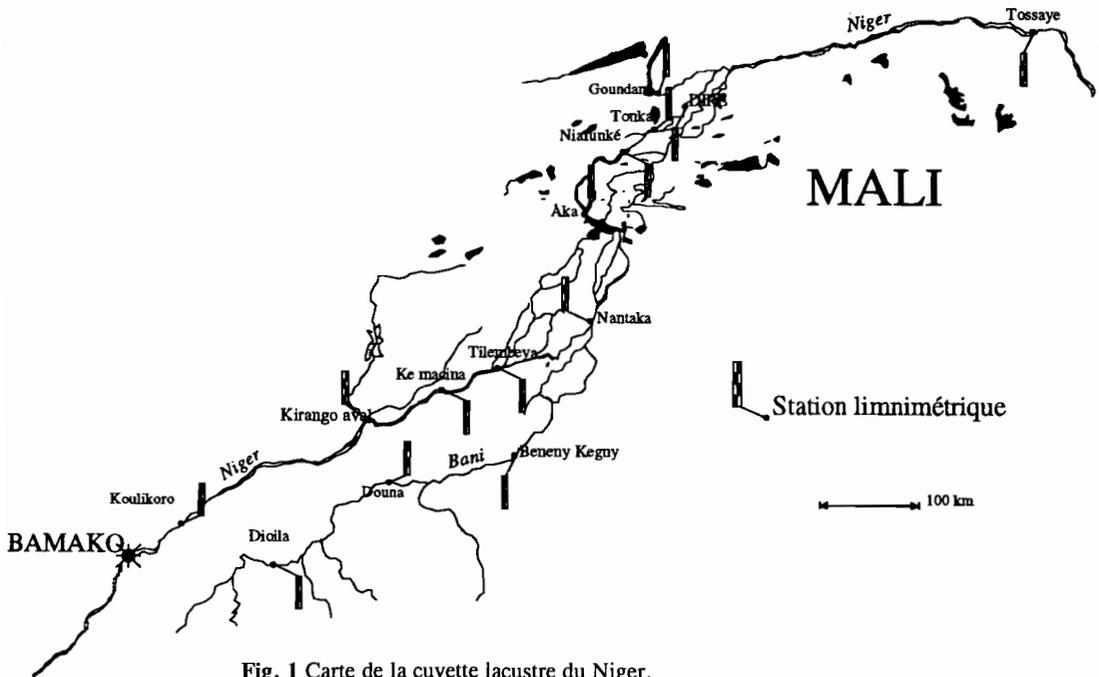


Fig. 1 Carte de la cuvette lacustre du Niger.

Tableau 1 Caractéristiques statistiques des séries des hauteurs maximales.

Stations	Moyenne (cm)	Ecart-type (cm)	Coefficient d'asymétrie	Période d'observation (ans)
Akka	546,7	49,7	-0,741	57
Diré	533,7	59,6	-0,922	69
Goundam	227,6	68,5	0,616	37
Kara	561,7	26,3	-1,848	73
Ké-Macina	664,3	44,5	-1,426	73
Kirango	624,7	68,2	-0,248	73
Kouakourou	719,6	29,6	-1,390	37
Koulikoro	641,5	71,6	0,172	73
Nantaka	651,6	40,3	-1,075	37
Niafunké	556,4	42,7	-0,704	57
Tilembeya	581,3	19,2	-2,275	73
Tindirma	573,8	41,2	-0,688	57
Tondifarma Amont	576,8	41,9	-0,684	57
Tondifarma Aval	583,7	45,6	-0,684	57
Tonka	531,6	44,3	-0,492	57
Tossaye	435,8	43,9	-1,956	78

## DONNEES DE L'ANALYSE

Nous avons choisi de travailler, dans un premier temps, sur les hauteurs maximales. La méthodologie pourra être étendue aux autres variables hydrologiques telles que les modules ou les débits maximaux.

L'objectif de cette analyse est de faire une étude statistique des hauteurs maximales afin d'en déterminer les fréquences rares. Les hauteurs d'eau dans la cuvette sont observées à 16 stations limnimétriques. Nous en avons choisi cinq pour illustrer notre méthode: Koulikoro (à l'amont de la cuvette), Ké-Macina (à l'entrée de la cuvette), Tilembeya à la défluence du Diakka, Diré, et Tossaye à l'aval de la cuvette. Les hauteurs maximales sur les périodes analysées proviennent de la banque de données hydrologique de l'Orstom.

Les données des observations journalières ont été critiquées et complétées. La hauteur maximale est la lecture journalière la plus élevée enregistrée pendant la crue. Le régime hydrologique de type tropical pur est, à toutes les stations, unimodal (Rodier, 1964). La crue commence en juillet et finit en décembre, le maximum est atteint dans la première ou la seconde décade de septembre à Koulikoro et deux mois plus tard, à Tossaye. Le Tableau 1 donne les paramètres statistiques obtenus sur les distributions expérimentales.

## METHODE D'ANALYSE

### Ajustement à une loi statistique (méthode classique)

L'approche classique utilisée dans l'analyse des fréquences consiste (Brunet-Moret, 1969; Ming-Ko Woo & Tarhule, 1994; Mutua, 1994) en partant d'une réalisation  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  d'un échantillon  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de taille  $N$ , obtenu à partir d'une variable aléatoire  $X$  par une suite indépendante de tirages successifs et au hasard:

- à supposer la densité de probabilité  $f(x, \theta)$  de la variable aléatoire  $X$  connue *a priori* par son expression mathématique;
- à utiliser la réalisation  $x$  du  $n$ -échantillon pour estimer les paramètres de la loi; et
- déterminer l'adéquation de l'ajustement à l'aide de tests statistiques.

La fonction de répartition empirique  $F_n(x, \theta)$  est déterminée à partir de la réalisation  $x$  de l'échantillon  $N$ , en calculant la probabilité au non dépassement de la variable aléatoire  $x$  par (Fourgeaud & Fuchs, 1972):

$$F_n(x) = P(X < x) = \frac{R_n(x)}{n}$$

où  $R_n(x)$  est le nombre de réalisations de l'événement  $E = P(X < x)$  en  $n$  tirages. En pratique on utilise des formules empiriques (Hazen, Cunane, Gringorten, Weibull dans Gouze, 1990). Dans cette analyse, nous avons choisi celle de Hazen:

$$F_n(x; \theta) = \frac{i - 0,5}{n}$$

où  $n$  est la taille de l'échantillon, et  $i$  le rang de l'observation dans une classification en ordre croissant,  $F_n(x, \theta)$  étant alors la probabilité au non-dépassement de la variable  $X$ .

**Tableau 2** Caractéristiques des distributions théoriques, avec  $f(x)$  densité de probabilité et  $F(x)$  fonction de répartition.

Gauss	$f(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} e^{-1/2[(x-\mu)/\sigma]^2}$	$\mu =$ moyenne $\sigma =$ écart-type
Gumbel	$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-x_0)}}$	$\alpha =$ paramètre d'échelle $x_0 =$ paramètre de position
Exponentielle généralisée	$F(x) = \frac{\lambda+1}{2} - \lambda e^{-[(x-x_0)/b]^{1/\delta}}$	$x_0 =$ paramètre de position $b =$ paramètre d'échelle $\delta =$ paramètre de forme $\lambda = \pm 1$ selon le signe de $b \cdot \delta$

Quatre distributions théoriques ont été utilisées: Gauss, Gumbel, Exponentielle généralisée sans troncature, exponentielle généralisée avec troncature. Le Tableau 2 résume les caractéristiques de ces lois.

Nous présentons brièvement l'estimation des paramètres de la distribution exponentielle généralisée par la méthode des moments (Brunet-Moret, 1974) importante pour la suite.

A partir de la réalisation de l'échantillon  $N$ , le coefficient d'asymétrie a été estimé par la relation (Kottogoda, 1980):

$$g_1 = \frac{N \sum_i x_i^3 - 3 \sum_i x_i^2 \sum_i x_i + 2(\sum_i x_i)^2}{N(N-1)(N-2)\sigma^3}$$

Le même terme calculé par la loi théorique est (Brunet-Moret, 1974):

$$g_1 = \frac{\Gamma(3\delta+1)^3 - 3\Gamma(2\delta+1)\Gamma(\delta+1) + 2[\Gamma(3\delta+1)]^2}{\{\Gamma(2\delta+1) - [\Gamma(\delta+1)]^2\}^{3/2}}$$

où  $\Gamma =$  fonction gamma d'Euler.

Le paramètre de forme  $\delta$  est calculé par approximations successives en égalant les expressions de  $g_1$  et  $g$  donnant le coefficient d'asymétrie estimé d'une part à partir de l'échantillon, et d'autre part à partir de la loi. On en déduit les paramètres de position  $x_0$  et d'échelle  $b$  par:

$$s = \frac{\hat{\sigma}}{[\Gamma(2\delta+1) - \Gamma(\delta+1)]^{1/2}}$$

$$x_0 = \bar{\mu} - \hat{\sigma} \Gamma(\delta+1)$$

où  $\hat{\sigma}$  est l'écart type et  $\bar{\mu}$  la moyenne,  $\hat{\sigma}$  et  $\bar{\mu}$  étant estimés à partir de l'échantillon. Le signe de  $b$  dépend de  $x_0$ , selon qu'il est borne supérieure ou borne inférieure.

### Séparation des types d'écoulement et ajustement de deux lois tronquées

Lorsque la courbe expérimentale hauteur/fréquence montre un fort amortissement à partir d'une certaine fréquence, on considère deux séries différentes de part et d'autre d'un seuil. Ce seuil est pris comme valeur de troncature pour deux lois de même

expression mathématique dont on cale les paramètres à partir de chaque échantillon. La loi exponentielle généralisée, qui s'adapte bien aux échantillons étudiés, a été choisie. Pour simplifier le problème, la fréquence de troncature  $F_0$  et la cote correspondante  $x_0$  sont supposées connues. Dans ce cas l'estimation des paramètres peut se faire par la méthode des moments (Brunet-Moret, 1974):

Si on pose:

$$R_1 = \sum_i (x_i - x_0) = s\Gamma(\delta + 1)$$

et

$$R_2 = \frac{\sum_i (x_i - x_0)^2}{\sum_i (x_i - x_0)} = s \frac{\Gamma(2\delta + 1)}{\Gamma(\delta + 1)}$$

On calcule  $\delta$  par approximations successives à partir de:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\Gamma(2\delta + 1)}{\Gamma(\delta + 1)}$$

et on en tire  $b$  (paramètre d'échelle) par:

$$s = \frac{R_1}{\Gamma(\delta + 1)}$$

L'échantillon est divisé en deux à partir de  $x_0$  seuil de troncature. Pour les observations inférieures à  $x_0$ ,  $x_0$  est une borne supérieure; dans ce cas  $b$  est négatif. Dans le cas contraire,  $x_0$  est une borne inférieure et  $b$  est positif.

Dans tous les essais effectués le paramètre de forme  $\delta$  est positif. La fonction de répartition s'écrit suivant la position relative de  $x$  par rapport à  $x_0$ :

$$\begin{aligned} x > x_0 & \quad F(x) = F_0 + (1 - F_0) \{1 - e^{-(x-x_0)/s}\}^{1/\delta} \\ x < x_0 & \quad F(x) = e^{-(x-x_0)/s}^{1/\delta} \end{aligned}$$

La fonction inverse devient:

$$\begin{aligned} x > x_0 & \quad x = x_0 + s \left[ -\ln \left( \frac{1-F}{1-F_0} \right) \right] \\ x < x_0 & \quad x = x_0 + s [-\ln(F)] \end{aligned}$$

En toute rigueur  $x_0$  est fixé par les caractéristiques physiques du cours d'eau, cette borne correspond au début de l'influence des paramètres hydrauliques du lit majeur. Du fait de la modification perpétuelle du lit par suite de dépôts solides et d'érosion, cette valeur peut être variable.

Pour déterminer la borne qui sépare les écoulements,  $x_0$ , un critère de qualité minimisant la somme de carrés des écarts entre quantiles théoriques et observés ( $\sigma^2$ ) est utilisé. On donne successivement à  $x_0$  les valeurs de hauteurs maximales dans leur ordre de classement. Le graphe  $\sigma = f(H_{\max})$  obtenu admet un minimum qui est comme étant

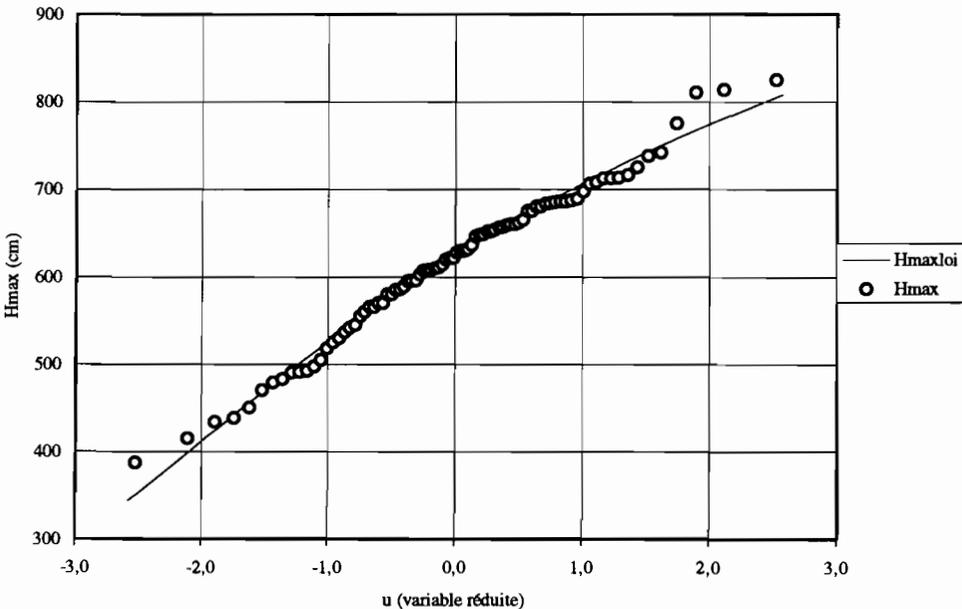
**Tableau 3** Paramètres d'ajustement de la loi exponentielle généralisée sans troncature.

Stations	$x_0$ (cm)	$b$ (cm)	$\delta$
Akka	16	552	0,0768
Kirango	329	322	0,2018
Koulikoro	445	220	0,3347
Tindirma	189	402	0,0885
Tondifarma Amont	192	403	0,0940
Tondifarma Aval	190	412	0,0894
Tonka	253	296	0,0135

la valeur optimale de  $x_0$ ; la fréquence correspondante  $f_0$  est donc choisie comme étant la fréquence de coupure. Les paramètres obtenus sont ainsi les paramètres optimaux. On retrouve dans Fang Xin Yu & Naghavi (1994) une démarche similaire, où les paramètres de la loi log Pearson III calculés par la méthode des moments sont ensuite optimisés par minimisation de la somme de deux critères.

## RESULTATS

Dans un premier temps, les distributions empiriques des 16 stations ont toutes été systématiquement représentées sur papier Gauss. L'examen des allures des courbes obtenues a mis en évidence deux types de stations:

**Fig. 2** Ajustement statistique des hauteurs maximales à la station de Koulikoro.

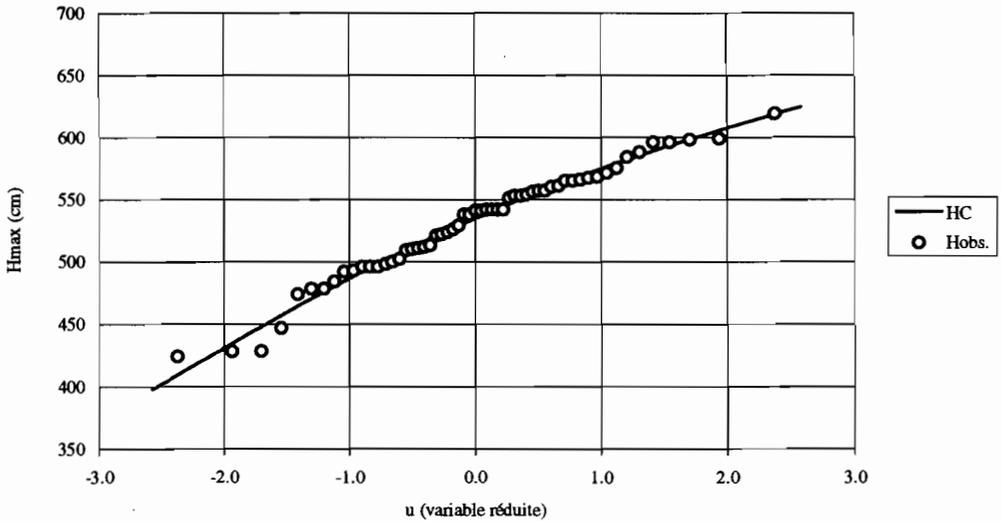


Fig. 3 Ajustement statistique des hauteurs maximales à la station de Tonka.

- absence d'amortissement: Kirango amont, Koulikoro, Niafunké, Tondifarma, Koulikoro, Mopti, Nantaka, Tonka, Akka;
- présence d'un amortissement plus ou moins important à partir d'une certaine côte: Ké-Macina, Tilembeya, Diré, Tossaye, Goundam, Akka.

Les stations du premier type se rencontrent soit à l'amont de la cuvette lacustre où les lits sont bien calibrés, soit à l'intérieur de celle-ci, quand le lit mineur est bien isolé du lit majeur par les bourrelets de berge. Pour ces stations, les échantillons peuvent être

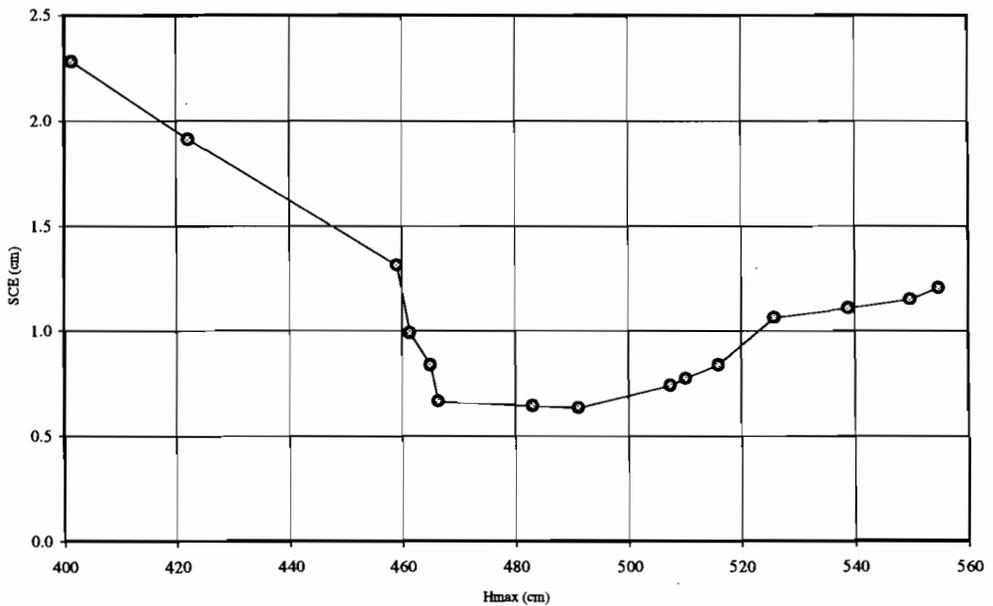


Fig. 4 Détermination du paramètre de position à la station de Diré.

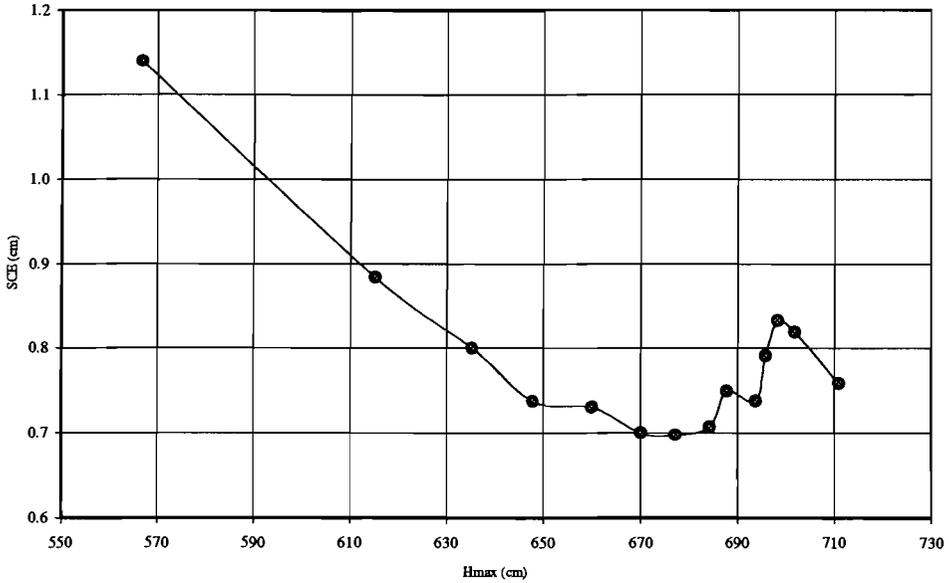


Fig. 5 Détermination du paramètre de position à la station de Ké-Macina.

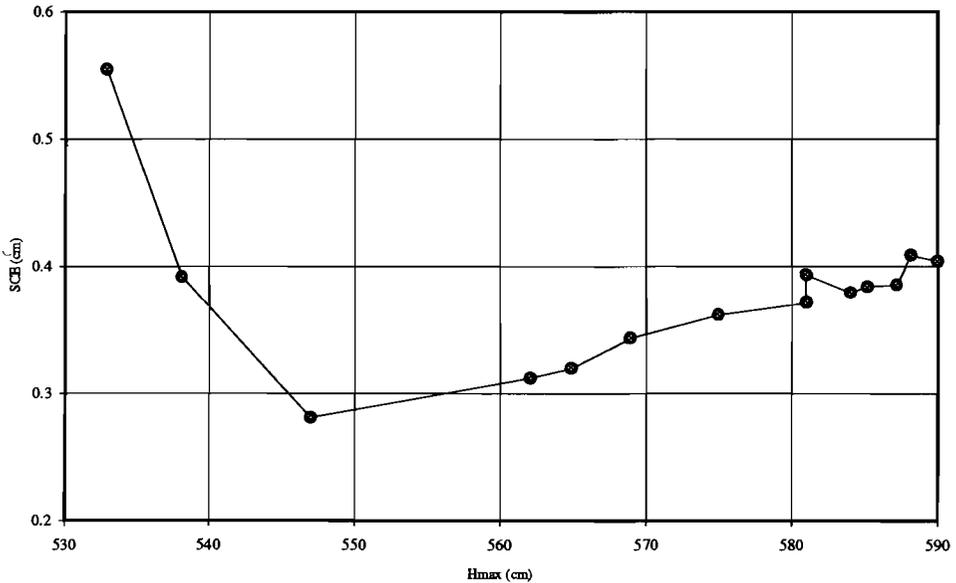


Fig. 6 Détermination du paramètre de position à la station de Tilembeya.

considérés comme homogènes et représentables par une seule distribution. Les comparaisons graphiques et les tests d'adéquation ont montré dans ce cas que la distribution exponentielle généralisée est celle qui représente le mieux les échantillons. Le Tableau 3 montre les paramètres de l'ajustement, les Figs 2 et 3 représentent, à titre d'exemple, les courbes hauteurs/fréquence obtenues pour les stations de Koulikoro et Tonka.

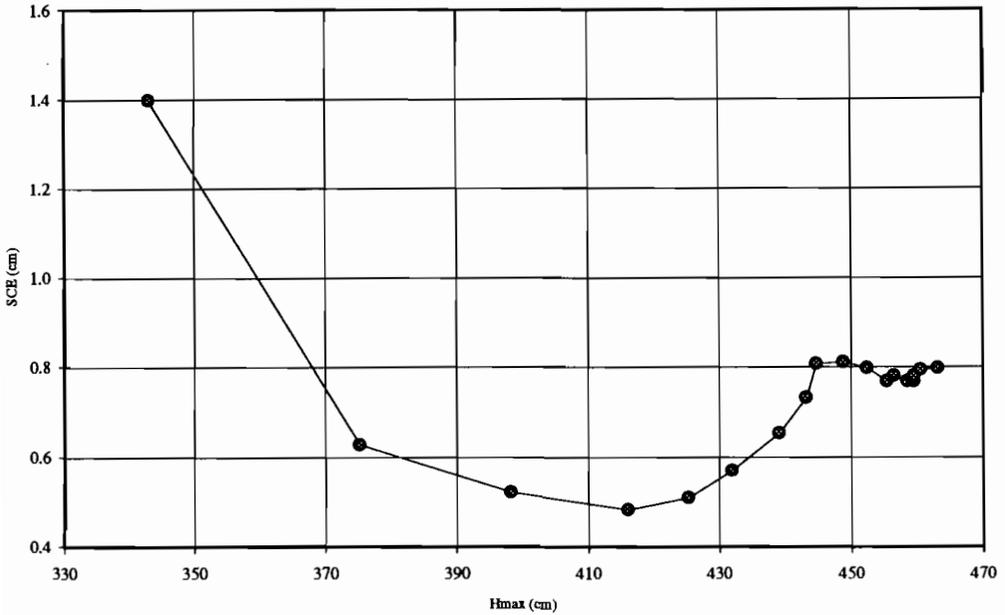


Fig. 7 Détermination du paramètre de position à la station de Tossaye.

Les stations du deuxième type se rencontrent soit dans les parties les plus basses de la zone lacustre, soit au niveau des confluences, soit à la sortie de la cuvette. Dans ce cas il est apparu impossible de réaliser un ajustement statistique unimodal. L'utilisation d'un ajustement statistique bimodal est apparu indispensable. La deuxième méthode a été mise en oeuvre. Les Figs 4-7 montrent, pour les stations de Diré, Tossaye, Ké Macina et Tilembeya, les graphes  $SCE = f(H_{\max})$  qui permettent de déterminer le seuil de troncature. L'examen des graphes  $SCE = f(H_{\max})$  met en évidence un minimum apparent qui permet de fixer le seuil de troncature  $x_0$  et de calculer les paramètres  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  de l'ajustement.

Le Tableau 4 récapitule les valeurs de la troncature et celles des paramètres des lois exponentielles généralisées ajustées à chaque échantillon. Les Figs 8-11 donnent une représentation graphique de ces ajustements. Dans le cas de Tossaye et de Tilembeya, l'ajustement de la loi avec borne inférieure permet de traduire remarquablement le fort amortissement observé au delà du seuil de troncature.

Tableau 4 Paramètres d'ajustement de la loi exponentielle généralisée avec troncature.

Stations	$b_1$ (cm)	$\delta_1$	$x_0$ (cm)	$b_2$ (cm)	$\delta_2$
Kara	14,87	0,409	563	-29,80	0,941
Ké-Macina	25,88	0,483	670	-48,62	0,878
Tilembeya	7,99	0,437	584	-21,15	1,039
Tossaye	33,77	0,441	425	-62,94	0,756

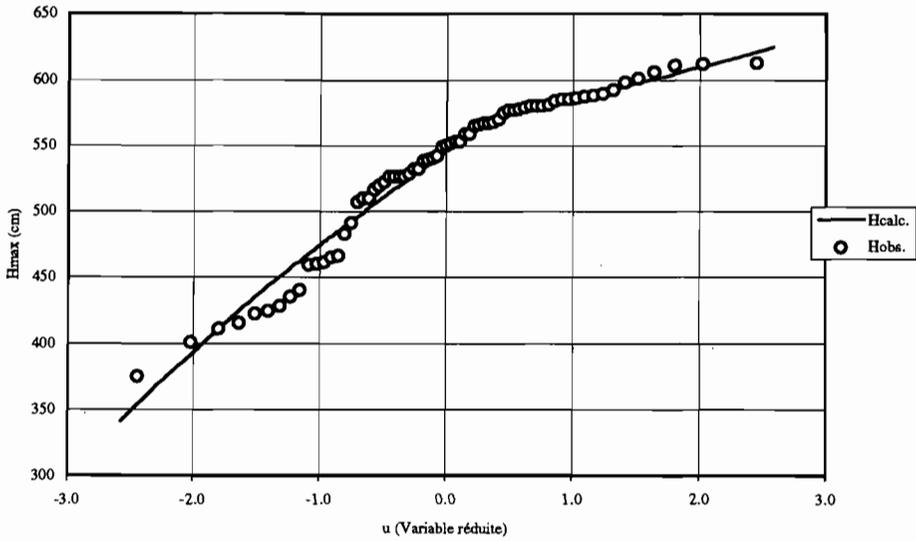


Fig. 8 Ajustement statistique des hauteurs maximales annuelles à la station de Diré.

## CONCLUSION

Les caractéristiques géomorphologiques du lit majeur jouent un rôle important dans l'analyse statistique des variables hydrologiques extrêmes des cours d'eau traversant des plaines d'inondation. Le laminage des crues observées dans la cuvette du Niger nécessite l'utilisation de lois statistiques distinctes décrivant la variation des hauteurs d'eau de part

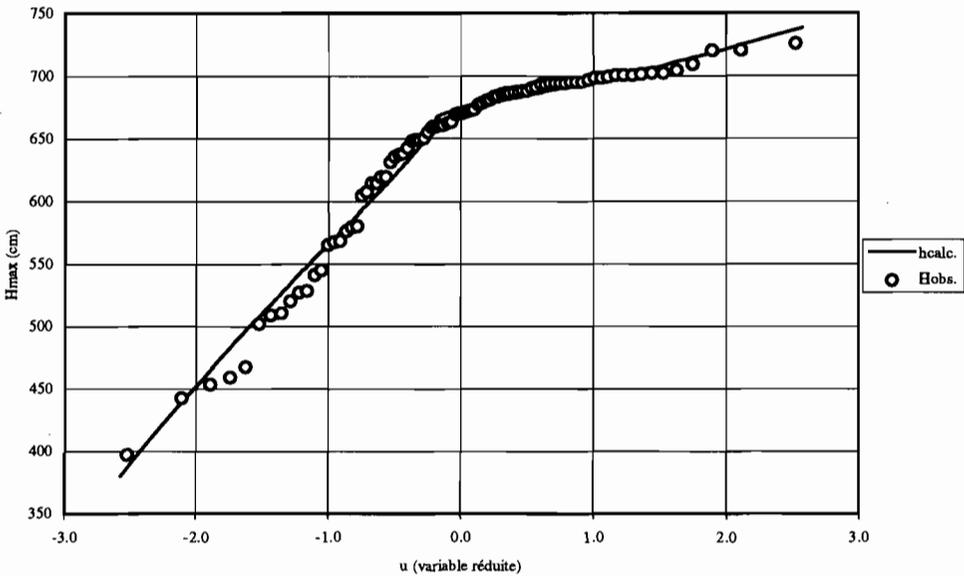


Fig. 9 Ajustement statistique des hauteurs maximales à la station de Ké-Macina.

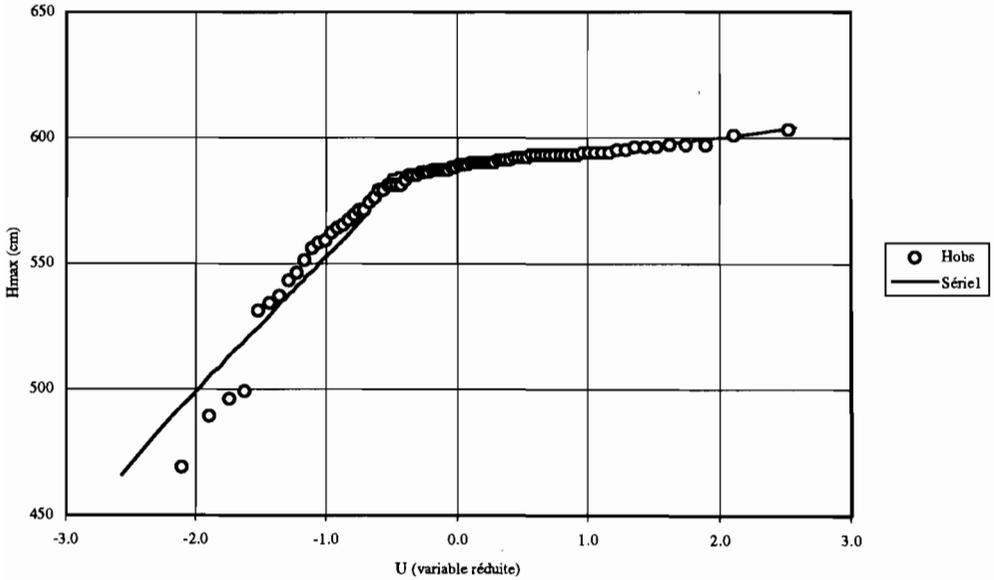


Fig. 10 Ajustement statistique des hauteurs maximales à la station de Tilembeya.

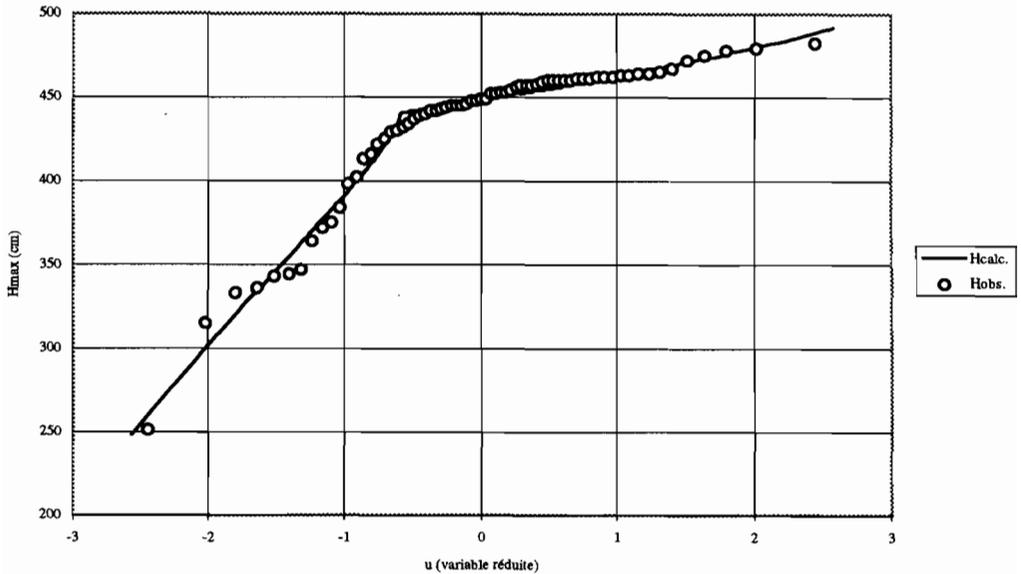


Fig. 11 Ajustement statistique des hauteurs maximales à la station de Tossaye.

et d'autre d'une valeur seuil (ou troncature)  $x_0$ . Cette valeur seuil correspond physiquement à un changement de valeur des paramètres hydrauliques régissant le transfert de la crue. L'utilisation de l'écart quadratique moyen pour déterminer le seuil optimal de troncature apparaît comme une méthode simple de calcul pour séparer les crues provoquant de fortes inondations, de celles qui restent limitées aux lits mineurs.

**REFERENCES**

- Brunet-Moret, Y. (1969) Etude de quelques lois statistiques appliquées en hydrologie. *Cah. Orstom, Sér. Hydrol.* **6**(3), 3-99.
- Brunet-Moret, Y. (1974) Distribution exponentielle généralisée. *Cah. Orstom, sér. Hydrol.* **11**(4), 245-336.
- Fang Xin Yu & Naghavi, B. (1994) Estimating parameters using optimizing techniques. *Hydrol. Sci. J.* **39**(4), 391-403.
- Fourgeaud, C. & Fuchs, A. (1972) *Statistique*. Dunod, Paris.
- Gouze, J. C. (1990) Etude statistique des précipitations sur la région toulousaine et l'Aveyron et application de processus de transformation pluie-débit à la prévision des crues sur l'Aveyron. Thèse Docteur-Ingénieur, INPT de Toulouse, France.
- Kottegoda, N. T. (1980) *Stochastic Water Resources Technology*. Macmillan.
- Lamagat, J. P., Brunet-Moret, Y., Chaperon, P. & Molinier, M. (1986) *Monographie hydrologique du fleuve Niger*. Orstom, Coll. Monogr. Hydrol. no. 8.
- Ming-Ko Woo & Tarhule, A. (1994) Streamflow droughts of northern Nigerian rivers. *Hydrol. Sci. J.* **39**(1), 19-34.
- Roche, M. (1963) *Hydrologie de Surface*. Orstom, Gauthier Villars, Paris.
- Rodier, J. (1964) *Régimes hydrologiques de l'Afrique Noire à l'Ouest du Congo*. Mém. Orstom no. 6. Orstom, Paris.