

SERVICES RURAUX
TERRITORIAUX

SERVICE DE L'AGRICULTURE

SECTION RECHERCHE

OFFICE DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
OUTRE-MER

LABORATOIRES DE
PÉDOLOGIE ET D'AGRONOMIE

B.BONZON
A.BOURGEOIS-DUCOURNEAU
B.DENIS

**ÉTUDE DE LA FERTILISATION
NITRO-PHOSPHO-POTASSIQUE DU MAÏS SUR
VERTISOL ET SUR SOL PEU ÉVOLUÉ D'APPORT
ET DE SES CONSÉQUENCES SUR L'ÉVOLUTION
DE LEURS CARACTÉRISTIQUES
PHYSIQUES ET CHIMIQUES**

I

INFORMATIONS GÉNÉRALES

2

**RELATIONS GÉNÉRALES ENTRE LES CARACTÉRISTIQUES ÉTUDIÉES
INTÉRÊT ET MODALITÉS DE LEUR MISE EN ÉVIDENCE ET
DE LEUR UTILISATION**

JUIN 81

REPUBLIQUE FRANCAISE

-

NOUVELLE-CALEDONIE
ET DEPENDANCES

-

SERVICES RURAUX TERRITORIAUX

-

SERVICE DE L'AGRICULTURE

-

SECTION RECHERCHE

OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ET TECHNIQUE OUTRE-MER

-

LABORATOIRES DE PEDOLOGIE* ET D'AGRONOMIE**

B. BONZON***

A. BOURGEOIS-DUCOURNEAU***

B. DENIS *

-

ETUDE DE LA FERTILISATION NITRO-PHOSPHO-POTASSIQUE DU MAÏS
SUR VERTISOL ET SUR SOL PEU EVOLUE D'APPORT ET DE SES
CONSEQUENCES SUR L' EVOLUTION DE LEURS CARACTERISTIQUES
PHYSIQUES ET CHIMIQUES

I

INFORMATIONS GÉNÉRALES

2

RELATIONS GÉNÉRALES ENTRE LES CARACTÉRISTIQUES ÉTUDIÉES
INTÉRÊT ET MODALITÉS DE LEUR MISE EN ÉVIDENCE ET DE
LEUR UTILISATION

-

JUIN 1981

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
INTRODUCTION	1
1 - NOTION D'AGROSYSTEME ET NOTIONS COMPLEMENTAIRES. DIAGRAMMES REPRESENTATIFS D'UN AGROSYSTEME	1
11 - Notion d'agrosystème médian	2
12 - Relations intra-état et inter-état	2
13 - Notion d'arrière-effet	3
14 - Diagrammes représentatifs	3
2 - INTERET DE L'ETUDE DES RELATIONS GENERALES ENTRE LES CARACTERISTIQUES D'UN AGROSYSTEME MEDIAN	4
3 - CONTRAINTES DE L'ETUDE DES RELATIONS GENERALES ENTRE LES CARACTERISTIQUES D'UN AGROSYSTEME MEDIAN : CARACTERE CONDITIONNEL DES LIAISONS	5
4 - ANALYSE DE COVARIANCE : HYPOTHESE DE BASE ; CONDITIONS ET MODALITES D'APPLICATION	7
41 - Cas d'une seule covariable	7
411 - Hypothèse de base du modèle linéaire d'analyse de covariance	7
412 - Conditions d'application de l'analyse de covariance	8
42 - Cas de deux ou trois covariables	9
CONCLUSIONS	10
DOCUMENTATION	11

ANNEXES

I - CORRELATIONS ENTRE DEUX VARIABLES X ET U A DIFFERENTS NIVEAUX DU MODELE LINEAIRE D'ANALYSE DE LA VARIANCE. NORMALITE DES DISTRIBUTIONS DES RESIDUS D'AJUSTEMENT. LINEARITE DES DROITES DE REGRESSION RESIDU- ELLES. COMPARAISON DE COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DE REGRESSION...	12
II - COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DE REGRESSION PARTIELS NECESSAIRES A L'ETUDE DES LIENS ENTRE TROIS ET QUATRE VARIABLES DONT LA PREMIERE PEUT ETRE CONSIDEREE COMME VARIABLE DEPENDANTE.....	20
III - TYPOLOGIE DES RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE TROIS ET QUATRE VARIABLES.	24

L'analyse des relations existant, ou susceptibles d'exister, entre les caractéristiques sol et/ou plantes observées ou mesurées dans le cadre d'une expérimentation au champ comme celle mise en place pour "l'étude de la fertilisation nitro-phosphopotanique du maïs sur vertisol et sur sol peu évolué d'apport et de ses conséquences sur l'évolution de leurs caractéristiques physiques et chimiques" est la deuxième étape de l'étude générale d'un agrosystème, la première consistant en la définition de la nature des éléments du système que l'on désire prendre en considération, puis des niveaux des paramètres caractéristiques de ces éléments.

La notion d'agrosystème ainsi qu'un certain nombre de notions complémentaires ont été élaborées en 1972-1973 par le Laboratoire d'Agronomie du Centre ORSTOM d'Adiopodoumé en Côte d'Ivoire afin d'orienter et d'organiser l'interprétation des données recueillies dans le cadre d'une étude multi-locale et pluriannuelle des interactions sol-plantes fourragères en milieu tropical humide.

Ces notions sont entrées depuis dans le langage de la Recherche mais leur contenu est encore assez mal connu des autres activités agronomiques.

Leur intérêt à l'égard de la présente étude étant pratiquement le même on en rappellera donc les définitions avant de préciser les conditions de leur application.

I - NOTION D'AGROSYSTEME ET NOTIONS COMPLEMENTAIRES. DIAGRAMMES REPRESENTATIFS D'UN AGROSYSTEME.

Un agrosystème est, pour mémoire, un système dont :

- 1/ les éléments au nombre de cinq sont les suivants : un sol et une plante cultivée donnés, un ensemble précis (un système) de techniques culturales, des conditions climatiques et des conditions de milieux biologiques moyennes définies ;
- 2/ les relations entre les éléments, celles existant entre le sol et la plante, le sol et les techniques culturales, etc...., le sol, la plante, etc... pouvant être eux-mêmes considérés naturellement comme des systèmes.

Un champ cultivé donné considéré du début des premiers travaux de préparation du terrain jusqu'à la récolte est l'image réelle de l'agrosystème dont les éléments et les relations entre les éléments sont ceux et celles du champ en question.

11 - Notion d'agrosystème médian.

Considérons alors un tel champ qui serait étudié par sondages (au sens statistique) en plusieurs points de sa surface, ou bien une expérimentation qui serait installée à son emplacement et dont chaque parcelle ferait l'objet d'observations.

Chacun des points du champ ou chacune des parcelles de l'expérimentation peut être considéré comme représentatif d'un agrosystème particulier. Chacun de ces agrosystèmes diffère des autres seulement par de microvariations concernant le sol, les conditions de milieu, etc..., et par la nature et/ou par les niveaux des facteurs contrôlés s'il s'agit d'une expérimentation.

Soient alors X, U, V, W, etc..., les caractéristiques sol et/ou plante (ou "techniques culturales", etc...) observées en chacun des points du champ ou sur chacune des parcelles de l'expérimentation. Par définition, on appelle agrosystème médian l'agrosystème dont :

- 1/ les éléments sont caractérisés par les valeurs moyennes \bar{x} , \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} , etc..., des paramètres X, U, V, W, etc... ;
- 2/ les relations entre les éléments, celles que l'on peut établir par corrélation entre les caractéristiques X, U, V, W, etc..., soit sur les valeurs individuelles de ces caractéristiques dans le cas du champ, soit sur les résidus d'ajustement du modèle linéaire d'analyse de la variance s'il s'agit de l'expérimentation (Cf. au sujet du calcul de ces résidus dans le cas de l'étude de la fertilisation du maïs, l'annexe III du document I-1).

12 - Relations intra-état et relations inter-état d'un agrosystème.

Si X et U sont recueillies au même instant, la relation que l'on établit entre elles est qualifiée de relation intra-état. Une relation intra-état n'est pas nécessairement orientée.* X peut évidemment être influencée par U, mais elle peut aussi jouer le rôle inverse ; X et U peuvent

* On dit qu'une relation entre deux variables X et U est orientée de U vers X si X peut être considérée comme variable dépendante de U.

être également liées par l'intermédiaire d'une troisième variable V très fortement liée à X et à U. Le bon sens et l'expérience permettent d'orienter a priori la relation.

Si X et U sont recueillies à deux moments différents, la relation est qualifiée de relation inter-état. Une relation inter-état est nécessairement orientée à partir du moment où la caractéristique la plus récente, X par exemple, est susceptible d'évoluer en fonction du temps : X peut alors être considéré comme fonction de U. Si X, caractéristique la plus récente, est un invariant du système, X peut être évidemment facteur de U.

13 - Notion d'arrière-effet .

Lorsque X et U sont recueillies toujours sur le même champ ou sur le même essai, mais à l'occasion de deux cycles cultureux différents (successifs ou non), la relation inter-état que l'on peut établir entre elles exprimera pour partie, si elle est orientée, un des arrière-effets du cycle le plus ancien sur l'autre, chaque cycle pouvant être considéré comme constituant un agrosystème. La notion d'arrière-effet peut être, naturellement, étudiée comme un facteur contrôlé particulier si l'expérimentation est conçue pour le permettre.

14 - Diagrammes représentatifs d'un agrosystème .

La description d'un agrosystème est facilement quelque chose de laborieux ! Un ou plusieurs diagrammes, du type de celui figurant ci-contre, peuvent cependant résumer la situation avec suffisamment de précision et de clarté.

Chacune des caractéristiques sol et/ou plante étudiées est désignée par un sigle. Situées juste au-dessous de chaque sigle, figurent deux informations donnant :

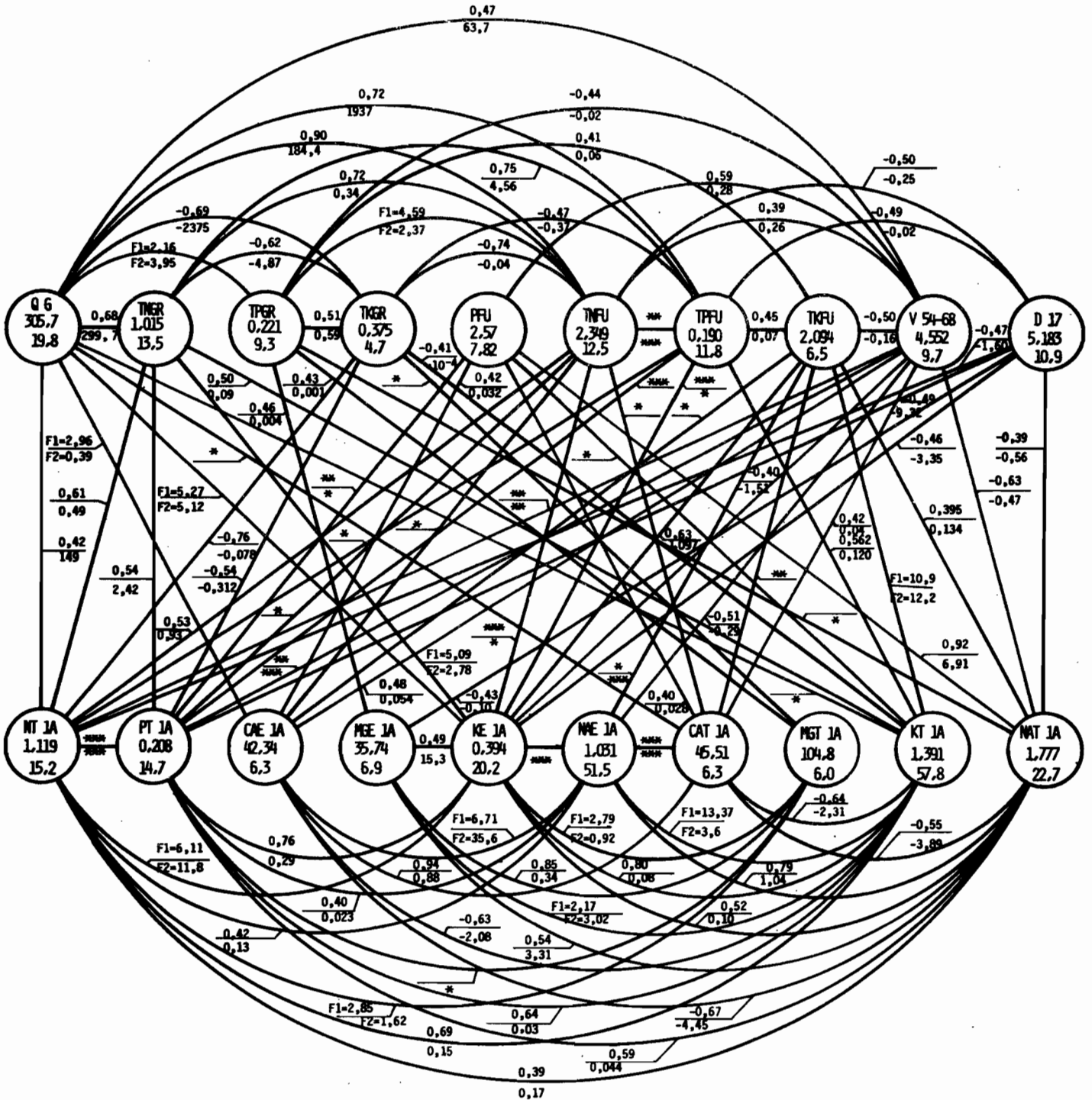
- la première, le niveau moyen de la caractéristique (moyenne générale),
- la seconde, l'étendue de sa variation (coefficient de variation %).

Sigles et informations associées sont inscrits à l'intérieur d'une pastille.

RELATIONS SOL-PLANTE AU NIVEAU DES ELEMENTS MINERAUX
DANS LE CAS D'UN MAIS CULTIVE SUR VERTISOL

RESULTATS OBTENUS EN 1980 SUR L'EXPERIMENTATION SRT/ORSTOM MISE EN PLACE A POUEMBOUT
POUR L'ETUDE DE LA FERTILISATION NITRO-PHOSPHO-POTASSIQUE DU MAIS SUR VERTISOL

(POUR LA SIGNIFICATION DES SIGLES, DES CHIFFRES ET LES UNITES DE MESURES, CF LE TABLEAU CI-CONTRE)



Seuils de signification des coefficients de corrélation r _{xu} et des tests F des rapports de corrélation η ² _{xu} et η ² _{ux}	5 %	1 %	1°/∞
r _{xu}	0,389	0,497	0,608
F η ²	2,71	4,10	6,46

Les astérisques remplacent les valeurs des F_{η²} lorsqu'ils sont significatifs et qu'il est impossible de les porter sur le diagramme.

SIGNIFICATIONS DES SIGLES DES CARACTERISTIQUES ET DES CHIFFRES CONTENUS
 A L'INTERIEUR DES PASTILLES DU DIAGRAMME REPRESENTATIF DES RELATIONS
 SOL-PLANTES DANS LE CAS D'UN MAIS CULTIVE SUR VERTISOL

Sigles	Significations	Unités
<u>PLANTE</u>		
QG	Rendement en grains secs	G/M ²
TNGR	Teneur en azote des grains	%
TPGR	Teneur en phosphore - D° -	- D° -
TKGR	Teneur en potassium - D° -	- D° -
PFU	Poids de la feuille de référence au 68 ^e jour	-
TNFU	Teneur en azote de la feuille de référence	%
TPFU	Teneur en phosphore - D° -	- D° -
TKFU	Teneur en potassium - D° -	- D° -
V 54-68	Vitesse de croissance entre le 54 ^e et le 68 ^e jour	CM/J
D 17	Densité de peuplement au 17 ^e jour	NBRE/M ²
<u>SOL</u>		
NT 1 A	Teneur en azote de l'horizon 0-20 cm	%
PT 1 A	- D° - phosphore total - D° -	- D° -
CAE 1 A	- D° - calcium échangeable - D° -	- D° -
MGE 1 A	- D° - magnésium échangeable - D° -	- D° -
KE 1 A	- D° - potassium échangeable - D° -	- D° -
NAE 1 A	- D° - sodium échangeable - D° -	- D° -
CAT 1 A	- D° - calcium total - D° -	- D° -
MGT 1 A	- D° - magnésium total - D° -	- D° -
KT 1 A	- D° - potassium total - D° -	- D° -
NAT 1 A	- D° - sodium total - D° -	- D° -

Les liens existant entre les caractéristiques prises deux à deux sont matérialisés, quand à eux, par des traits joignant les pastilles correspondantes. Les informations suivantes figurent au niveau de chaque trait :

- si la liaison est linéaire ;

- au-dessus du trait la valeur du coefficient de corrélation r_{xu} ,
- au-dessous du trait la valeur du coefficient de régression b_{xu} ,

- si la liaison n'est pas linéaire ;

- au-dessus du trait, la valeur du test F_1 du rapport de corrélation de X sur U,
- au-dessous du trait, la valeur du test F_2 du rapport de corrélation de U sur X.

Dans ce cas on peut aussi, lorsque la place fait défaut sur le diagramme, indiquer plus simplement par des astérisques les seuils de signification atteints par F_1 et F_2 : une astérisque pour F0.05, deux pour F0.01, trois pour F0.001. Ces seuils doivent figurer, comme ceux correspondant de r_{xu} , au bas du diagramme.

La variable X est celle de la pastille située à gauche ou au-dessus, la covariable U celle de la pastille située à droite ou au-dessous.

2 - INTERET DE L'ETUDE DES RELATIONS GENERALES ENTRE LES CARACTERISTIQUES D'UN AGROSYSTEME MEDIAN

L'étude des relations générales existant ou susceptibles d'exister entre les caractéristiques sol et/ou plantes étudiées dans le cadre d'un champ ou d'une expérimentation au champ, permet ainsi à la fois :

- de préciser la structure et la cohésion de l'agrosystème ;
- de le comparer à d'autres agrosystèmes ;
- de porter un jugement de valeur sur la cohérence des liens unissant les caractéristiques et par voie de conséquence sur celle de l'agrosystème médian tout entier ;
- de mettre en évidence, ou de suggérer, l'intervention de certains mécanismes (de la production végétale, de l'évolution du sol etc.) ;
- d'étudier des arrière-effets (cf. paragraphe 13) ;
- de préparer, dans le cas d'une expérimentation au champ, une analyse plus fine des effets des facteurs contrôlés.

La structure d'un agrosystème médian est caractérisée par la façon dont ses éléments sont liés les uns aux autres ; sa cohésion est exprimée par les forces de ces liaisons traduites évidemment par les seuils de signalisation atteints par les coefficients ou par les rapports de corrélation.

Ces deux notions - structure et cohésion - sont d'ordre qualitatif. Deux agrosystèmes médians définis à partir des mêmes caractéristiques peuvent, néanmoins, se comparer aisément. La comparaison peut porter sur le nombre, la nature, le sens et la force des liaisons communes et différentes et faire même l'objet de tests statistiques tels que les tests de comparaison de coefficients de corrélation ou de non-parallélisme des droites de régression, lorsque les liaisons sont linéaires.

La cohérence des liens entre les caractéristiques étudiées est leur caractère logique.

Ce jugement de valeur doit s'appuyer soit sur un raisonnement, soit sur des résultats antérieurs, (soit sur les deux). Il peut conduire à estimer qu'il y a sur le plan expérimental, dans un but de simplification des observations et/ou d'économie, redondance entre deux ou plusieurs caractéristiques lorsque ces caractéristiques apparaissent toujours étroitement liées les unes aux autres, de la même façon, et-lorsqu'il s'agit d'une expérimentation - lorsque les facteurs contrôlés agissent sur elles de la même façon.

Lorsque les liens entre X, U, V, etc..., sont orientés, leur mise en évidence confirme - ou révèle - l'existence de mécanismes en même temps qu'elle fournit des estimations des lois d'action de ces mécanismes (les droites ou les courbes de régression $x = f(u)$, par exemple : le rendement en grains fonction de la densité du peuplement à la levée ; la teneur en agrégats stables, fonction de la teneur en argile et de la teneur en certaines fractions de la matière organique, etc...).

La mise en évidence de tels liens peut avoir pour conséquence une reprise de l'analyse des effets des facteurs contrôlés après correction des variations de la variable dépendante des variations dues aux effets de la variable agissante : il s'agit de l'analyse de covariance dont les conditions et les modalités d'application seront examinées plus loin au paragraphe 4.

3 - CONTRAINTES DE L'ETUDE DES RELATIONS GENERALES ENTRE LES CARACTERISTIQUES D'UN AGROSISTEME MEDIAN : CARACTERE CONDITIONNEL DES LIAISONS.

La mise en évidence des liens existant ou susceptibles d'exister

entre les caractéristiques observées prises deux à deux d'un agrosystème médian repose, comme indiqué déjà aux paragraphes I.1 et I.4 sur la théorie de la corrélation.

Soient donc X et U deux caractéristiques venant d'être corrélées.

Si le coefficient de corrélation r_{xu} est significativement différent de zéro, deux vérifications doivent être faites concernant :

- I/ la normalité des distributions des valeurs de X et de U (cette première vérification est utile de toute façon pour toutes les autres démarches statistiques opérées sur X et sur U) ;
- 2/ la linéarité des régressions de X sur U et de U sur X (cette deuxième vérification est indispensable si l'on envisage a priori une analyse de covariance de X sur U selon la démarche proposée au paragraphe 4).

La normalité des distributions de X et de U peut être testée assez rapidement à l'aide du test de KOLMOGOROV et SMIRNOV (Cf. par exemple DANIELLI, T II, pp 70 et suivantes).

La linéarité des régressions de X sur U et de U sur X nécessite, en ce qui la concerne, le calcul préalable des rapports de corrélation de X sur U, r_{xu}^2 et de U sur X, r_{ux}^2 . Ceux-ci permettent par ailleurs de voir, lorsque r_{xu} n'est pas significativement différent de zéro, si un lien n'existe pas, néanmoins, non-linéaire, entre ces variables (Cf. par exemple, BOEUF et VESSEREAU T II, pp 484 et suivantes).

L'annexe 1 ci-après précise l'organisation et les formules de ces calculs, qui s'enchainent et se complètent, dans le cas de l'étude de la fertilisation nitro-phospho-potassique du maïs.

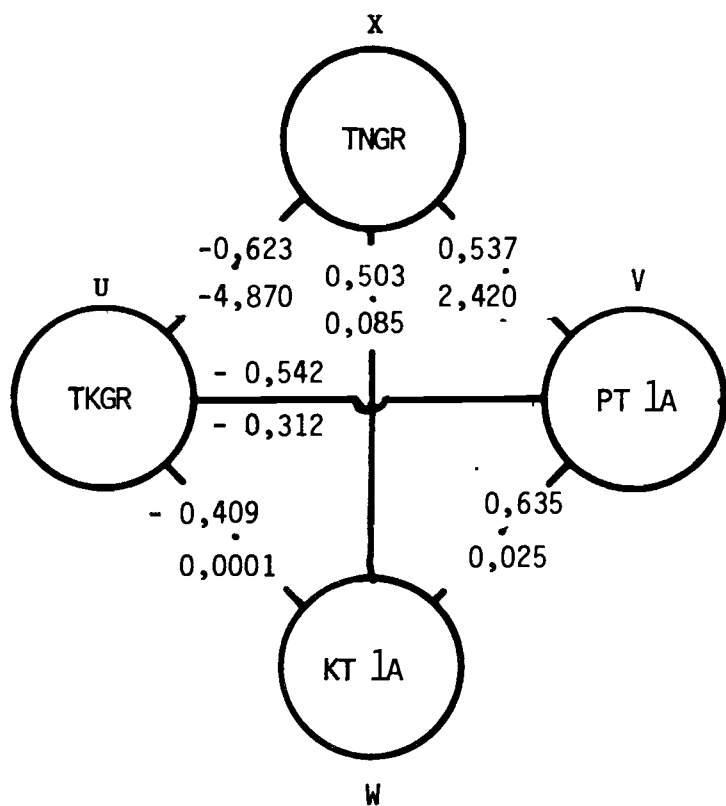
La force du lien établi entre X et U ne permet évidemment pas de statuer sur la relation de cause à effet existant entre ces variables : ceci est matière de logique et/ou d'expériences antérieures.

On peut imaginer, d'autre part, (Cf. déjà paragraphe 1.2), des situations où le lien entre X et U peut être dû aux liens respectifs de X et de U avec une troisième variable V. L'expérience montre que de telles situations sont fréquentes. Le nombre de variables liées entre elles deux à

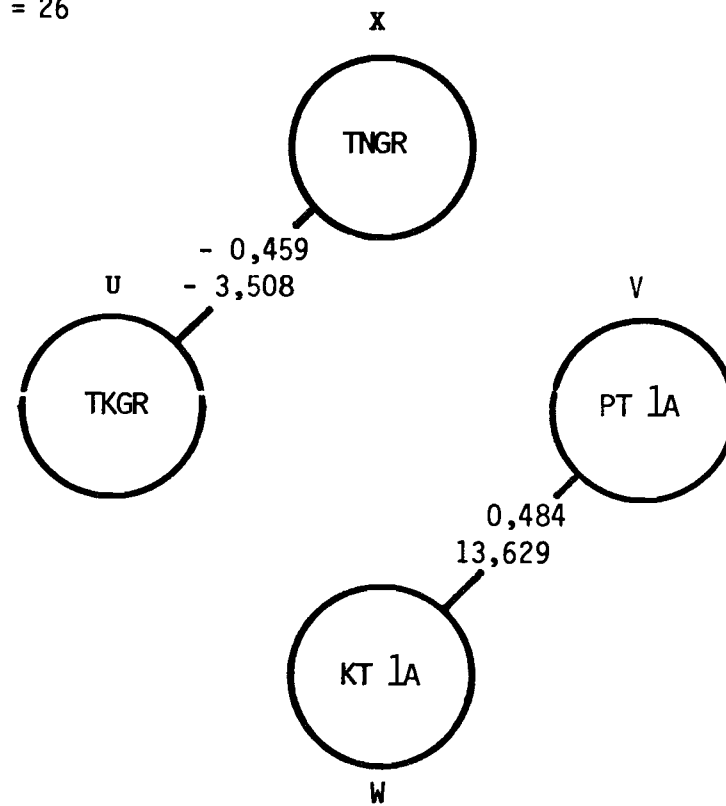
DIAGRAMMES SAGITAUX REPRÉSENTATIFS DES RÉSULTATS DES CORRÉLATIONS SIMPLES ET PARTIELLES ENTRE LES VARIABLES
 TNGR, TKGR, KT 1A, PT 1A

(cf. le tableau 1 pour la signification des sigles et les informations figurant sur le diagramme)

Nombre de couples : N = 26



Corrélations simples



Corrélations partielles

Seuils de signification de $r_{x,u}$	0,05	0,01	0,001
Valeurs limites de $r_{x,u}$	0,389	0,497	0,608

Seuils de signification de $r_{x,w}$	0,05	0,01	0,001
Valeurs limites de $r_{x,w}$	0,404	0,515	0,629

deux peut même être beaucoup plus élevé. Ces situations conduisent ainsi à étudier les corrélations partielles entre groupes de 3, de 4 variables ou d'avantage. L'annexe 2 donne les formules classiques des données devant être calculées dans le cas d'une étude des liens entre 3 et 4 variables.

Les difficultés d'interprétation des résultats de ces calculs de corrélations partielles, plus que celles liées aux calculs eux-mêmes, font qu'il est raisonnable pour l'instant de se limiter au maximum à l'étude des liens entre quatre variables.

Une typologie des différents cas de figure susceptibles d'être rencontrés au cours de ces investigations sur 3 ou 4 variables et de leurs conséquences pour d'éventuelles analyses de covariance est présentée à l'annexe 3.

Plusieurs situations ainsi recensées ne permettent pas pour l'instant de choisir un ensemble de coefficients de régression plutôt qu'un autre.

L'ensemble de ces contraintes, de ces limites et de ces difficultés illustrent bien le caractère conditionnel des résultats auxquels on peut ainsi aboutir : leur utilisation pour l'interprétation agronomique doit en tenir compte.

4 - ANALYSE DE COVARIANCE : HYPOTHESE DE BASE ; CONDITIONS ET MODALITES D'APPLICATION

Ce qui suit concerne uniquement les expérimentations au champ et donc, ici, les données recueillies sur le dispositif expérimental mis en place pour l'étude de la fertilisation nitro-phospho-potassique du maïs sur vertisol et sur sol peu évolué d'apport.

41 - Cas d'une seule covariable

411 - Hypothèse de base du modèle linéaire d'analyse de covariance

Soient X et U deux caractéristiques de l'agrosystème médian d'une expérimentation au champ liées significativement et de façon linéaire au niveau des résidus d'ajustement du modèle linéaire d'analyse de la variance, la variable U pouvant être considérée comme l'une des variables explicatives possible de X - que U soit ou non influençable par les facteurs contrôlés de l'expérimentation. Soit b_{xu} le coefficient de régression résiduelle de X sur U.

Le lien établi permet d'estimer une variation résiduelle de X corrigée de l'influence de U sur X, les résidus d'ajustement de X corrigés de l'influence de U étant donnés par l'équation :

$$e'_{ijkl} = e_{ijkl} - b_{xu} \cdot e_{ijkl}$$

équation dans laquelle e'_{ijkl} est le résidu d'ajustement corrigé de X, e_{ijkl}

et e_{ijkl} les résidus d'ajustement de X et de U.

Si l'on peut raisonnablement accepter l'hypothèse selon laquelle ce lien, établi en faisant abstraction de l'influence éventuelle des facteurs contrôlés sur X et sur U, est effectivement indépendant de l'action de ces facteurs, alors il est possible de corriger les effets des facteurs contrôlés sur X de la part de variation due, en réalité, à l'action de U sur X. L'action directe du facteur contrôlé T_A sur X peut être ainsi estimée par :

$$a'_{ix} = a_{ix} - b_{xu} \cdot a_{iu}$$

équation dans laquelle a'_{ix} est l'effet corrigé de T_A sur X en fonction des effets estimés de T_A sur X (a_{ix}), de T_A sur U (a_{iu}) et du coefficient de régression b_{xu} .

Apportées à chacun des termes du modèle linéaire d'analyse de la variance, ces corrections sont finalement opérées de la même façon si la variable soumise à l'analyse de la variance est la variable ajustée.

$$x'_{ijkl} = x_{ijkl} - b_{xu} \cdot (u_{ijkl} - \bar{u})$$

équation dans laquelle x_{ijkl} et u_{ijkl} sont les valeurs observées de X et U sur le traitement élémentaire (la parcelle) "ijkl" et \bar{u} la moyenne générale de U. Seul diffère pour mémoire (Cf. document I-1, annexe 3) le nombre de degrés de liberté attachés aux test F.

412 - Conditions d'application de l'analyse de covariance.

L'hypothèse de base de la stabilité du lien entre X et U indépendamment de l'action des facteurs contrôlés ne peut malheureusement pas être

vérifiées lorsque ces facteurs agissent sur l'une des deux variables ou à fortiori sur les deux.

Si l'on peut néanmoins l'accepter, l'analyse de covariance peut être utilisée pour juger des effets des facteurs contrôlés sur :

/CAS 1 / une caractéristique C entre deux dates t₁ et t₂.

U représente alors l'état de C à t₁, X l'état de C à t₂

/CAS 2 / une caractéristique X observée à t₂ mais dont l'état à t₂ peut

être dépendant de l'état d'une autre caractéristique U à t₁.

/CAS 3 / une caractéristique X observée à t₂ mais dont l'état à t₂

dépend de celui à t₁ également de U.

Comme l'indique schématiquement pour un seul facteur contrôlé le tableau ci-après, pour chacun des trois cas précédents quatre situations peuvent se présenter au départ avant correction des variations de X par les variations de U, et dix après au total.

42 - Cas de deux ou trois variables

Si deux ou trois variables U, V et W peuvent être considérées comme des covariables de X, d'après les résultats des études de corrélations simples et partielles (Cf. annexe 3) et en raison d'une logique orientant les relations de U, V et W vers X, et si d'autre part l'hypothèse de base exprimée plus haut peut être acceptée (indépendance et stabilité des liens entre X, U, V et W vis-à-vis des facteurs contrôlés) on peut corriger de la même façon les valeurs individuelles de X des effets sur elle de U, V et W par l'équation générale :

$$x'_{ijkl} = x_{ijkl} - b_{xu} \cdot (u_{ijkl} - \bar{u}) - b_{xv} \cdot (v_{ijkl} - \bar{v}) - b_{xw} \cdot (w_{ijkl} - \bar{w})$$

équation dans laquelle les coefficients de régression b_{xu}, b_{xv} et b_{xw} sont soit des coefficients de régression simple, soit des coefficients de régression partielle ou une combinaison des deux.

*

TYPOLOGIE SIMPLIFIEE DES SITUATIONS POSSIBLES EN MATIERE D'ANALYSE DE COVARIANCE

(Cas d'une seule covariable)

EFFET DU FACTEUR CONTROLE T SUR X ET SUR U AU DEPART (résultats de l'analyse de variance)		SUR X APRES CORRECTION DES VARIATIONS DE X INDUITES PAR LES VARIATIONS DE U (résultats de l'analyse de covariance)		CONSEQUENCES POUR L'ORIENTATION DU RAISONNEMENT ET LA FORMULATION D'HYPOTHESES SUR L'EFFET DU FACTEUR CONTROLE T SUR X
1 T a un effet significatif sur X et sur U	L'effet de T sur X est	11- renforcé 12- affaibli 13- annulé		: T a un effet direct sur X et cet effet est antagoniste de celui de U : T a un effet direct sur X et cet effet est renforcé par celui de U : T n'a pas d'effet direct sur X : son action sur U peut seulement expliquer son action sur X testée par l'analyse de variance.
2 T a un effet significatif sur X seulement	L'effet de T sur X est	21- renforcé 22- affaibli 23- annulé		: T a un effet direct sur X et cet effet est antagoniste de celui des variations aléatoires de U : T a un effet direct sur X et cet effet est renforcé par celui des variations aléatoires de U : T n'a pas d'effet sur X : les effets de U sur X renforcent seulement les variations aléatoires de X imputées à T
3 T a un effet significatif sur U seulement	L'effet de T sur X	31- devient significatif 32- reste non significatif		: T a un effet direct sur X et cet effet est antagoniste de celui de U : T n'a aucun effet sur X
4 T n'a aucun effet significatif sur X et sur U	L'effet de T sur X	41- devient significatif 42- reste non significatif		: T a un effet direct sur X et cet effet est antagoniste de celui des variations aléatoires de U : T n'a aucun effet sur X

- * Pour mémoire :
- 1 - Le facteur contrôlé T peut agir sur les variables X et U
 - 2 - X peut être considérée comme variable dépendante de U, U comme facteur contrôlé a posteriori.
 - 3 - X et U sont liées significativement et de façon linéaire, abstraction faite de l'influence de T sur elles.

Pour deux ou trois variables, les trois cas généraux d'application de l'analyse de covariance définis pour une covariable (Cf. paragraphe 412) peuvent se combiner naturellement.

Il est quasi impossible, par contre, de donner une typologie des résultats de l'analyse de variance avant et après correction de X.

CONCLUSIONS

La mise en oeuvre des relations générales existant ou susceptibles d'exister entre les caractéristiques sol et/ou plante observées dans le cadre de "l'étude de la fertilisation nitro-phospho-potassique du maïs sur vertisol et sur sol peu évolué d'apport et de ses conséquences sur l'évolution de leurs caractéristiques physiques ou chimiques "n'offre aucune difficulté particulière : les expérimentation en blocs complets équilibrés permettent aisément de corrélérer entre elles les variables observées deux à deux au niveau des résidus d'ajustement du modèle linéaire d'analyse de la variance.

Une étude fine de ces relations est, par contre, plus délicate. Elle doit suivre tout d'abord une démarche analytique précise. Elle peut se heurter à des situations sans solution unique. Enfin, l'exploitation de ces résultats pour une interprétation par covariance des effets des facteurs contrôlés doit être prudente en raison à la fois du caractère conditionnel des liens établis entre la variable dépendante X et ses covariables U, V et W, et d'autre part de l'hypothèse de base sur laquelle reposent les estimations des valeurs ajustées (indépendance et stabilité des liens entre X et ses covariables).

Mais ces démarches analytiques sont indispensables si l'on veut comprendre, "expliquer", d'avantage, les évolutions respectives du sol et de la végétation au cours des cinq années de culture, ce que ne permettraient pas, en effet, à eux seuls, les résultats des effets des facteurs contrôlés et de leurs interactions.

La notion d'agrosystème et les notions dérivées, ou que l'on peut y rattacher, doivent permettre alors, au départ puis en cours d'analyse, d'orienter et d'organiser progressivement l'interprétation agronomique, sensu lato, des données recueillies.

DOCUMENTATION

- I - BOEUF F., VESSEREAU A., 1960. Recherche et expérimentation en agriculture. Tome II. Méthodes statistiques en biologie et en agronomie. Nouvelle Encyclopédie Agricole. Baillères et Fils Ed. PARIS, 539 p.
- 2 - DAGNELIE P., 1970 . Théorie et méthodes statistiques. Applications agronomiques. Tome II. DUCLOT J., SA, Ed.GEMBLoux 445 p.
- 3 - Services Ruraux Territoriaux - ORSTOM, 1970. Etude de la fertilisation nitro-phospho-potassique du maïs sur vertisol et sur sol peu évolué d'apport et de ses conséquences sur l'évolution de leurs caractéristiques physiques et chimiques. I. Informations Générales. 1. Cadre général de l'étude. Dispositifs expérimentaux. Modalités de présentation des résultats, ORSTOM - NOUMEA, 39 p.
- 4 - BONZON B., DEJARDIN J., FILLONNEAU C., GERI M., 1973. Programme multilocal d'étude des interactions sol-plantes fourragères en milieu tropical humide. Organisation Générale de l'analyse statistique des résultats, ORSTOM - Adiopodoumé, 14 p.

A N N E X E 1

CORRELATIONS ENTRE DEUX VARIABLES X ET U A DIFFERENTS
NIVEAUX DU MODELE LINEAIRE D'ANALYSE DE LA VARIANCE.

NORMALITE DES DISTRIBUTIONS DES RESIDUS D'AJUSTEMENT.
LINEARITE DES DROITES DE REGRESSION RESIDUELLE.

COMPARAISON DE COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DE REGRESSION.

A N N E X E 1

Cette annexe précise les calculs devant ou pouvant être effectués sur un certain nombre des termes du modèle linéaire d'analyse de la variance de l'étude de la fertilisation nitro-phospho-potassique du maïs dans une analyse des liens existant ou susceptibles d'exister entre deux variables X et U.

Elle complète les informations déjà fournies par l'annexe 3 du document I-1, pages 37 et 38.

I - CORRELATIONS POUVANT ETRE EFFECTUEES A DIFFERENTS NIVEAUX DU MODELE LINEAIRE D'ANALYSE DE LA VARIANCE.

Soient X et U deux variables à corrélérer.

Le modèle linéaire d'analyse de la variance décompose les valeurs individuelles x_{ijkl} et u_{ijkl} de X et U recueillies sur les 54 traitements élémentaires $ijkl$ (parcelles) de l'expérimentation de la façon suivante :

Valeurs individuelles	Moyennes	Effets principaux des facteurs contrôlés N, P et K			Effets bloc	Interactions de 1er ordre des facteurs contrôlés N,P,K			Interactions de 2è ordre	Résidus d'ajustement
x_{ijkl}	$= \bar{x}$	$+ a_i$	$+ b_j$	$+ c_k$	$+ d_l$	$+ (ab)_{ij}$	$+ (ac)_{ik}$	$+ (bc)_{jk}$	$+ (abc)_{ijk}$	$+ e_{ijkl}$
		x	x	x	x	x	x	x	x	x
u_{ijkl}	$= \bar{u}$	$+ a_i$	$+ b_j$	$+ c_k$	$+ d_l$	$+ (ab)_{ij}$	$+ (ac)_{ik}$	$+ (bc)_{jk}$	$+ (abc)_{ijk}$	$+ e_{ijkl}$
		u	u	u	u	u	u	u	u	u
d.d.l	1	2	2	2	1	4	4	4	8	26

Pour mémoire :

d.d.l pour degrés de liberté ; N pour Azote; P pour phosphore; K pour potassium .

Le lien existant ou susceptible d'exister entre X et U abstraction faite de l'influence des facteurs contrôlés doit être étudié, naturellement, au niveau des termes résiduels e_{ijkl} et e_{ijkl} . Comme il s'agit de valeurs centrées :

$$\sum_{ijkl} e_{ijkl}^x = \sum_{ijkl} e_{ijkl}^u = 0.$$

Le coefficient de corrélation

r_{xu} et les coefficients de régression de X sur U, b_{xu} , et de U sur X, b_{ux} , sont donnés par les formules suivantes :

$$1/ \quad r_{xu} = \frac{SPE_{XU}}{\sqrt{SCE_X \cdot SCE_U}} \quad \text{avec} \quad \eta(x,u) \text{ ddl}$$

$$2/ \quad b_{xu} = \frac{SPE_{XU}}{SCE_U}$$

$$3/ \quad b_{ux} = \frac{SPE_{XU}}{SCE_X}$$

avec

$$4/ \quad SPE_{XU} = \sum_{ijkl} e_{ijkl}^x \cdot e_{ijkl}^u$$

$$5/ \quad SCE_X = \sum_{ijkl} e_{ijkl}^2$$

$$6/ \quad SCE_U = \sum_{ijkl} e_{ijkl}^2$$

$$7/ \quad \eta_{(xu)} = (26-2) = 24 \text{ degrés de liberté.}$$

Du fait de la symétrie existant entre les résidus des blocs 1 et 2, ces calculs peuvent porter seulement sur les résidus de l'un des deux blocs.

Si les interactions de premier ordre et/ ou de second ordre des facteurs contrôlés ne sont pas significatives sur X et sur U, les nombres de degrés de liberté de ces interactions sont suffisants pour permettre d'autres estimations du lien existant ou susceptible d'exister entre X et U. Il suffira alors de remplacer les couples (e_{ijkl}^x, e_{ijkl}^u) par les couples

$$\left[\begin{matrix} (ab)ij \\ x \end{matrix} , \begin{matrix} (ab)ij \\ u \end{matrix} \right] \quad \left[\begin{matrix} (ac)ik \\ x \end{matrix} , \begin{matrix} (ac)ik \\ u \end{matrix} \right] \quad \left[\begin{matrix} (bc)jk \\ x \end{matrix} , \begin{matrix} (bc)jk \\ u \end{matrix} \right]$$

$$\left[\begin{matrix} (abc)ijk \\ x \end{matrix} , \begin{matrix} (abc)ijk \\ u \end{matrix} \right] \quad \text{dans les termes } SPE_{XU} \text{ } SCE_X \text{ et } SCE_U \text{ des formules } 1, 2 \text{ et } 3 \text{ ci-dessus.}$$

Les nombres de degrés de liberté des coefficients de corrélation ainsi estimés sont :

- pour une interaction de premier ordre : $\eta^2(x,u) = 4-2 = 2$
- pour une interaction de second ordre : $\eta^2(x,u) = 8-2 = 6$

L'application des tests de comparaison de coefficients de corrélation (Cf. BOEUF et VESSEREAU, T II, p 480 et suivantes) et de non-parallélisme des droites de régression (Cf. DAGNELIE, T II, p 281 et suivantes) permet alors de tester la stabilité du lien établi entre X et U.

Si les interactions sont significatives sur X et/ou sur U, ces calculs n'ont plus lieu d'être, évidemment : les estimations de r_{xu} , b_{xu} ou b_{ux} seraient biaisées en prenant en compte les variations induites par ces interactions.

2 - INVESTIGATIONS ET TESTS COMPLEMENTAIRES DEVANT ETRE EFFECTUES LORS DES CALCULS DE CORRELATIONS RESIDUELLES

D'une façon générale, deux vérifications doivent être faites à l'issue d'un calcul de coefficients de corrélation et de régression :

- la normalité des distributions des variables corrélées,
- la linéarité des régressions de X sur U et de U sur X.

21 - Normalité des distributions

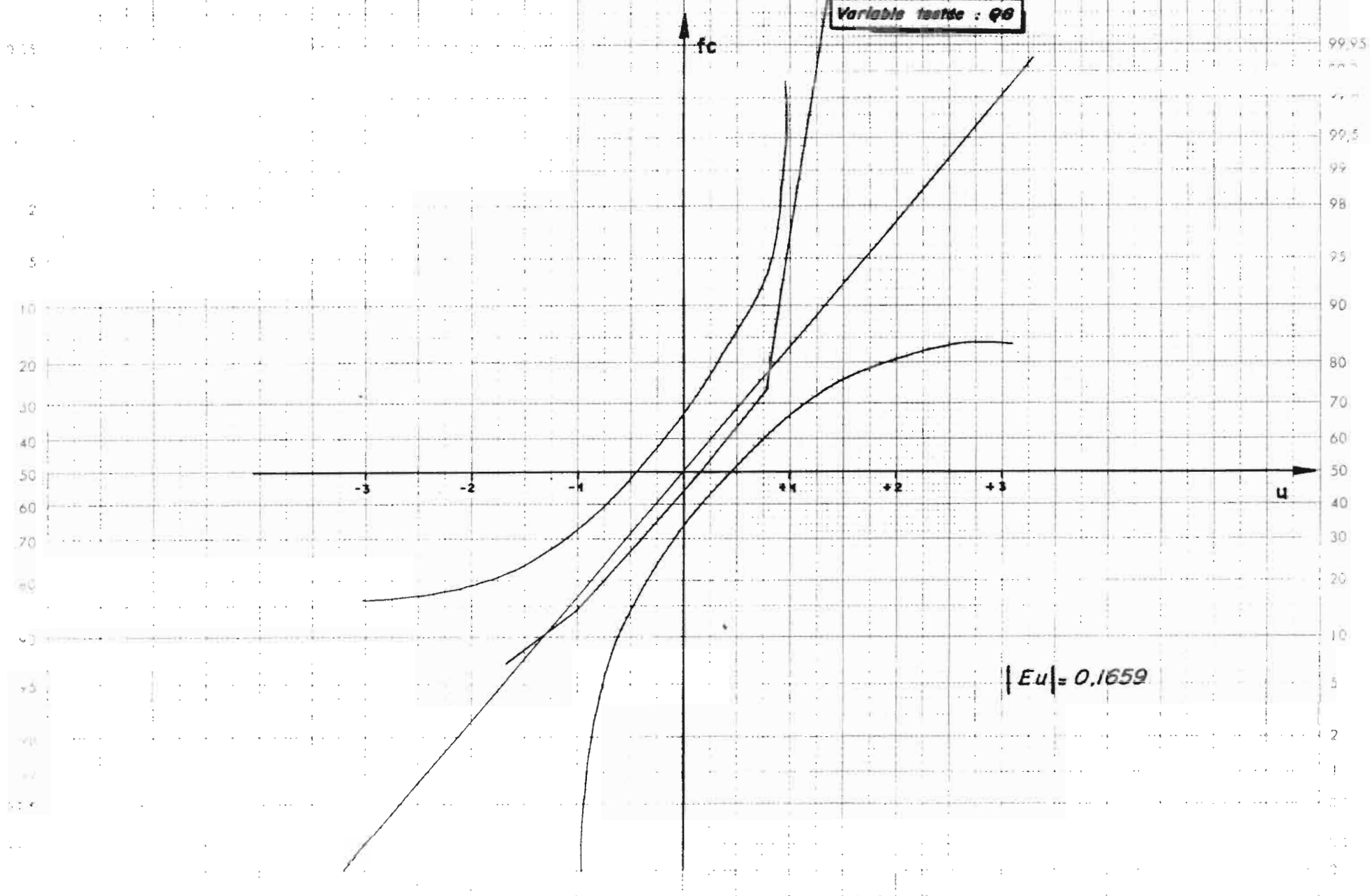
La normalité des distributions des deux variables corrélées peut être aisément vérifiée à l'aide du test de KOLMOGOROV et SMIRNOV (Cf. par exemple DAGNELIE, T II, p 70 et suivantes). Ce test nécessite au départ un classement des données de chacune des deux variables.

22 - Linéarité des régressions

La vérification de la linéarité des régressions de X sur U et de U sur X qui s'appuie sur le calcul des rapports de corrélation de X sur U, η^2_{xu} , et de U sur X, η^2_{ux} , nécessite également au départ un classement des données (Cf. par exemple BOEUF et VESSEREAU, T II, p 484 et suivantes).

23 - Organisation de ces tests dans le cas des corrélations résiduelles

Les deux vérifications précédentes peuvent donc être réalisées conjointement.



Test de KOLMOGOROV et SMIRNOV (n=27 ; P=0,05)

Compte-tenu du fait que les calculs de corrélation en question ici portent sur des résidus d'ajustement dont les distributions sont déjà centrées sur \emptyset , les opérations peuvent être organisées de la façon suivante :

A - Vérification de la normalité de la distribution des résidus de U et de la linéarité de la régression $X = f(U)$.

I/ On classera les résidus d'ajustement de U en $k = 6$ classes. Plus précisément :

a) on cherchera d'abord les valeurs minimale et maximale des résidus de U, $e_{m,u}$ et $e_{M,u}$,

b) puis on déterminera l'étendue de la variation de U :

$$L = e_{M,u} - e_{m,u}$$

c) puis l'intervalle de classe :

$$i = \frac{L}{6}$$

d) les limites des 6 classes successives

$$e_{m,u}, e_{m,u} + i, e_{m,u} + 2i, \dots, e_{m,u} + 5i, e_{M,u}$$

e) les limites supérieures réduites l. s. r. c/u des 6 classes successives

$$\frac{e_{m,u} + i}{s_{e,u}}, \frac{e_{m,u} + 2i}{s_{e,u}}, \dots, \frac{e_{m,u} + 5i}{s_{e,u}}, \frac{e_{M,u}}{s_{e,u}}$$

($s_{e,u}$ étant l'écart-type résiduel de U)

f) les fréquences absolues de chaque classe, f. a. c/u, les valeurs à la limite supérieure d'une classe étant incluses dans la classe supérieure, exceptée $e_{M,u}$ affectée à la 6ème classe.

g) les fréquences relatives cumulées successives, f.r.c.c/u.

2/ On pourra alors porter sur une abaque de Kolmogorov et Smirnov, comme celle figurant ci-contre, les 6 couples (l.s.r.c/u, f.r.c.c/u).

Si tous les points ainsi obtenus se situent à l'intérieur des deux courbes, la distribution sera considérée comme "normale". Dans le cas contraire, le problème se posera, à partir de ce niveau, de transgénérer U pour rendre sa distribution normale.

3/ On déterminera ensuite, pour chaque classe de U, les moyennes liées, hors traitement, de U et de X. Pour la C^{ème} classe de U (c/u), ces moyennes sont :

$$\bar{u}_{c/u} = \bar{u} + \frac{\sum_{ijkl} e_{ijkl} \frac{c}{u}}{f.a. \frac{c}{u}}$$

$$\bar{x}_{c/u} = \bar{x} + \frac{\sum_{ijkl} e_{ijkl} x}{f.a. \frac{c}{u}}$$

les expressions $\sum_{ijkl} e_{ijkl} \frac{c}{u}$ et $\sum_{ijkl} e_{ijkl} x$ représentant les sommes des résidus e_{ijkl} et $e_{ijkl} x$ de la C^{ème} classe de U.

Les 6 couples $(\bar{x}_{c/u}, \bar{u}_{c/u})$ permettent d'observer pratiquement le caractère linéaire ou non de la liaison entre X et U.

4/ On calculera enfin :

- le rapport de corrélation de X sur U :

$$\eta^2_{xu} = \frac{c = 6 \quad \left[\frac{\sum_{ijkl} e_{ijkl} \frac{c}{u}}{f.a. \frac{c}{u}} \right]^2}{\sum_{ijkl} e^2_{ijkl} x}$$

- le F de signification de η^2_{xu}

$$F \eta^2_{xu} = \frac{N - k}{k - 1} \cdot \frac{\eta^2_{xu}}{1 - \eta^2_{xu}} \text{ à } k - 1 \text{ et } N - k \text{ degrés de liberté}$$

- le F de signification de la non-linéarité de la régression de X sur U

$$F_{nlx/u} = \frac{N - k}{k - 2} \cdot \frac{\eta^2_{xu} - r^2_{xu}}{1 - \eta^2_{xu}} \quad \text{à } k - 2 \text{ et } N - k \text{ degrés de liberté}$$

avec N = 26 et k = 6

Si r_{xu} n'est pas significativement différent de 0 ou si le rapport $F_{nlx/u}$ est significatif (non-linéarité de la régression de X sur U) le rapport de corrélation η^2_{xu} permet de mettre en évidence l'existence d'un lien non-linéaire entre X et U.

B - Vérification de la normalité de la distribution des résidus de X et de la linéarité de la régression $U = g(X)$.

Cette deuxième série d'opérations suivra le même itinéraire que la première après permutation des résidus de U et de X.

24 - Remarques

241 - Le nombre de classes utilisées est probablement trop élevé pour 27 données. La totalité des 54 résidus permettrait de prendre 7 classes, mais la symétrie des résidus des deux blocs due aux faits :

- 1/ qu'il n'y a que deux répétitions,
- 2/ que toutes les interactions (autres que celles faisant intervenir le facteur répétition et confondues dans les résidus) sont prises en considération,

conduirait parfois à des distributions bimodales. Ces distributions seraient de toutes façons parfaitement symétriques.

242 - Le test de linéarité des droites de régression par les rapports :

$$F_{nlx/u} = \frac{N - k}{k - 2} \cdot \frac{\eta^2_{xu} - r^2_{xu}}{1 - \eta^2_{xu}} \quad \text{à } k - 2 \text{ et } N - k \text{ degrés de liberté}$$

et

$$F_{nlu/x} = \frac{N - k}{K - 2} \cdot \frac{\eta^2_{ux} - r^2_{xu}}{1 - \eta^2_{ux}}$$

font appel au coefficient de corrélation calculé antérieurement, r_{xu} .

Du fait que les modalités de calcul de ces rapports et du coefficient de corrélation sont différentes, il peut arriver que η^2_{xu} ou η^2_{ux} soit plus faible que r^2_{xu} .

Ceci signifie seulement que la non-linéarité de la régression concernée n'est pas significative.

3 - COMPARAISONS DE COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DE COEFFICIENTS DE REGRESSION

Comparer l'intensité du lien et le parallélisme des relations (des droites de régression) entre deux variables X et U, observées à différentes époques, et, ou à différents niveaux (d'un profil par exemple) n'offre aucune difficulté particulière.

Les tests à utiliser sont ceux indiqués plus haut à l'avant-dernier alinéa du paragraphe 1.

A N N E X E I I

COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DE REGRESSION PARTIELLE
NECESSAIRES A L'ETUDE DES LIENS ENTRE TROIS ET QUATRE VARIABLES
DONT LA PREMIERE PEUT ETRE CONSIDEREE COMME VARIABLE DEPENDANTE.

ANNEXE II

L'étude complète des liens entre trois et surtout entre quatre variables nécessite le calcul d'un nombre important de coefficients et de rapports.

Lorsque l'une de ces variables peut être considérée comme dépendante des autres, X par exemple, le nombre de ces coefficients et rapports diminue sensiblement.

Leurs calculs peuvent s'effectuer de plusieurs façons. Les formules présentées ici, que l'on trouvera dans tout manuel de statistique, sont bien adaptées aux petites machines programmables pouvant stocker programmes et données sur cartes magnétiques (ces formules seraient naturellement d'apparence plus simple si on les exprimait à l'aide de déterminants).

Les données de départ sont les résultats des calculs de corrélations simples entre les variables prises deux à deux (coefficient de corrélation r_{xu} et coefficients de régression b_{xu} et b_{ux}).

Pour trois variables, X, U, V, il y a évidemment trois ensembles de coefficients :

$$\begin{array}{lll} r_{xu}, & b_{xu}, & b_{ux} \\ r_{xv}, & b_{xv}, & b_{vx} \\ r_{uv}, & b_{uv}, & b_{vu} \end{array}$$

et pour quatre variables, X, U, V et W, six ensembles de coefficients, les trois premiers étant ceux figurant ci-dessus, les trois autres les suivants :

$$\begin{array}{lll} r_{xw}, & b_{xw}, & b_{wx} \\ r_{uw}, & b_{uw}, & b_{wu} \\ r_{uv}, & b_{uv}, & b_{vu} \end{array}$$

Pour trois variables, les données à calculer sont les suivantes :

1 - le coefficient de corrélation partiel entre X et U à V constant :

$$r_{xu,v} = \frac{r_{xu} - r_{xv} \cdot r_{uv}}{\sqrt{(1 - r_{xv}^2)(1 - r_{uv}^2)}} = r_{1}$$

2 - la valeur du test t de STUDENT-FISCHER de r_1

$$t_1(r_{xu,v}) = \frac{r_1 \sqrt{\eta - 3}}{\sqrt{1 - r_1^2}} \text{ à } (\eta - 3) \text{ d.d.l.}$$

3 - le coefficient de régression partielle de X sur U à V constant :

$$b_{xu,v} = \frac{b_{xu} - b_{xv} \cdot b_{vu}}{1 - b_{uv} \cdot b_{vu}}$$

4 - les coefficients de corrélation et de régression partielle entre X et V à U constant, $r_{xv,u} = r_2$; $b_{xv,u}$ et le test t de r_2 , données dont les formules se déduisent aisément des formules 1, 2 et 3 ci-dessus par permutation des indices u et v.

5 - le coefficient de déterminations multiples

$$R^2_{x,uv} = 1 - (1 - r^2_{xv})(1 - r^2_{xu,v})$$

6 - la valeur du test F de SNEDECOR de $R^2_{x,uv}$

$$F_{R^2} = \frac{R^2 (\eta - 3)}{2 - (1 - R^2)} \text{ à } 2 \text{ et } (\eta - 3) \text{ d.d.l.}$$

Pour quatre variables, les données à calculer sont les suivantes :

7 - Le coefficient de corrélation partielle entre X et U à V et W constants

$$r_{xu,vw} = \frac{r_{xu,w} - r_{xv,w} \cdot r_{uv,w}}{\sqrt{(1 - r^2_{xv,w})(1 - r^2_{uv,w})}} = r'_1$$

8 - le test t de r'_1

$$t'_1(r_{xu,vw}) = \frac{r'_1 \sqrt{\eta - 4}}{\sqrt{1 - r'^2_1}} \text{ à } (\eta - 4) \text{ d.d.l.}$$

9 - Le coefficient de régression partielle de X sur U à V et W constants :

$$b_{xu, vw} = b'1 = \frac{bxu. (1 - r^2_{vw}) - bxv. (b_{vu} - b_{vw}.b_{wu}) - b_{xw}.(b_{wu} - b_{wv}.b_{vu})}{1 - r^2_{uv} - r^2_{uw} - r^2_{vw} + 2 b_{vu} . b_{uw} . b_{wv}}$$

10 - Les coefficients de corrélation et de régression partielle entre X et V à W et U constants et entre X et W à U et V constants

$$r_{xv, wu} = r'2 \quad \text{et} \quad b_{xv, wu} = b'2$$

$$r_{xw, uv} = r'3 \quad \text{et} \quad b_{xw, uv} = b'3$$

et les tests t de r'2 et r'3, données dont les formules se déduisent aisément des formules 7, 8 et 9 ci-dessus par permutation des indices u, v et w.

11 - Le coefficient de déterminations multiples

$$R^2_{x, uvw} = 1 - \left[\begin{array}{c} A \\ - \\ B \end{array} \right]^2$$

avec

$$A = 1 - (b'1. b_{ux} + b'2 . b_{vx} + b'3 . b_{xw})$$

et

$$B = \left[1 - 2 (b'1. b_{ux} + b'2. b_{vx} + b'3. b_{xw}) + \frac{b_{ux}}{b_{xu}} (b'1^2 + 2. b'1b'2. b_{vu}) + \right.$$

$$\left. \frac{b_{vx}}{b_{xv}} (b'2^2 + 2 b'2 . b'3 . b_{wv}) + \frac{b_{wx}}{b_{xw}} (b'3^2 + 2 b'3 . b'1 . b_{uw}) \right]$$

12 - La valeur du test F de SNEDECOR de $R^2_{x, uvw}$

$$F R^2_{x, uvw} = \frac{R^2_{x, uvw} (\eta - 4)}{2 (1 - R^2_{x, uvw})} \quad \text{à } 2 \text{ et } (\eta - 4) \text{ d.d.l.}$$

A N N E X E I I I

T Y P O L O G I E D E S R E S U L T A T S
D E S C A L C U L S D E C O R R E L A T I O N S P A R T I E L L E S
E N T R E T R O I S E T Q U A T R E V A R I A B L E S

A N N E X E III

L'étude des liens conditionnels entre X, U et V, ou entre X,U,V et W (les variables U,V et W pouvant être considérées comme des covariables potentielles de X) se heurte fréquemment à des situations délicates, en particulier pour qui n'est pas habitué au maniement des corrélations partielles.

Les quatre séries de tableaux qui suivent présentent ainsi :

- le tableau 1, une typologie des situations possibles concernant les résultats des calculs de corrélations simples entre trois variables et de leurs conséquences pour l'étude des liens partiels (ou conditionnels) ainsi qu'une typologie des situations possibles concernant les résultats des calculs de corrélations partielles entre trois variables (liées 2 à 2 significativement au niveau général) et de leurs conséquences pour l'interprétation et l'analyse de covariance ;
- les tableaux 2, une typologie des situations possibles concernant les résultats des calculs de corrélations simples entre quatre variables, de leurs conséquences pour l'étude des liens partiels et, pour lescas simples, de leurs conséquences pour l'analyse de covariance.
- le tableau 3, une typologie des situations possibles concernant les résultats des calculs de corrélations partielles de deux groupes de trois variables liées 2 à 2 significativement et dont deux d'entre elles sont communes aux deux groupes. Au niveau des corrélations simples, cette situation est fréquente et se présente ainsi :



Au niveau des corrélations partielles, son analyse consiste en l'étude séparée des liens conditionnels entre X, U et V d'une part, X, W et V d'autre part, les covariables U et W jouant le même rôle à l'égard de X et V.

Cette analyse fait apparaître que toutes les situations où U et/ou W sont liées significativement à X, et où V est liée à X lorsque U est constant, et non liée à X lorsque W est constant (et vice et versa), font problème pour l'interprétation des liaisons et le choix des coefficients de régression. Pour ces situations la solution de prudence qui a été adoptée ici a été de prendre séparément les coefficients de régression de chacun des deux systèmes.

- le tableau 4, une typologie des situations possibles concernant les résultats des calculs de corrélations partielles entre quatre variables X,U,V et W, lorsque ces quatre variables sont toutes liées 2 à 2 significativement.

1 - TYPOLOGIE DES SITUATIONS POSSIBLES CONCERNANT LES RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS SIMPLES ET PARTIELLE ENTRE ROIS VARIABLES X, U ET V, U ET V POUVANT ETRE CONSIDEREES COMME DES COVARIABLES POTENTIELLES DE X.

(Les situations où les liens de V avec X et U correspondent aux situations des liens de U avec X et V décrites dans le tableau ci-dessous n'ont pas été envisagées, U et V jouant le même rôle à l'égard de X).

SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS SIMPLES ENTRE X, U ET V			SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X, U ET V		
CAS N°	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES *	CONSEQUENCE POUR L'ETUDE DES LIENS PARTIELS	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES	CONSEQUENCES POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL **	CONSEQUENCES POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION ** DE L'ANALYSE DE COVARIANCE
1	X U V	Aucun lien n'apparaît entre X, U et V : aucune corrélation partielle n'est à envisager	-	-	-
2	X / V U	Aucun lien n'apparaît entre X et V et entre U et V : aucune corrélation partielle n'est à envisager	-	-	bxu
3	X / V U —	Aucun lien n'apparaît entre X et V : aucune corrélation partielle n'est à envisager	-	-	bxu
4	X / V U \	Aucun lien n'apparaît entre U et V : aucune corrélation partielle n'est à envisager	-	-	bxu et bxv
5	X / V U —	Un calcul de corrélations partielles doit être envisagé	(1) X U V	Les liens entre X, U et V sont peut-être des artefacts. Mais ce cas se produit lorsque les 3 coefficients de corrélation sont équivalents.	En principe aucune covariance ne doit être envisagée.
			(2) X / V U	Ce cas se produit lorsque rxv et ruv sont équivalents, ou lorsque rxu est très fort par rapport à rxv et ruv.	bxu
			(3) X / V U —	V est lié à X probablement par l'intermédiaire de U.	bxu
			(4) X / V U \	U et V sont liés probablement par l'intermédiaire de X.	bxu et bxv
			(5) X / V U —	X, U et V sont interdépendants	bxu,v et bxv,u

* Les liens significatifs observés sont matérialisés par les traits reliant les variables X, U et V.

** 1) rxu, rxv, ruv sont les sigles des coefficients de corrélation simple entre X et U, X et V, U et V. 2) bxu et bxv sont les sigles des coefficients de régression simple de X sur U et de X sur V. 3) bxu,v et bxv,u sont les sigles des coefficients de régression partielle de X sur U à V constant et de X sur V à U constant.

2 - TYPOLOGIE DES SITUATIONS POSSIBLES CONCERNANT LES RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS SIMPLES ENTRE QUATRE VARIABLES X,U,V ET W, LES VARIABLES U,V ET W POUVANT ETRE CONSIDEREES COMME DES COVARIABLES POTENTIELLES DE X.

(Comme dans le cas de 2 covariables U et V, les situations correspondant à une permutation de U,V et W n'ont pas été prises en considérations).

* Les liens significatifs observés sont matérialisés par les traits reliant X,U,V et W.

SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS SIMPLES ENTRE X,U,V ET W			SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X,U,V ET W		
CAS N°	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES *	CONSEQUENCE POUR L'ETUDE DES LIENS PARTIELS	CONSEQUENCES		
			LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES	POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L' ANALYSE DE COVARIANCE
1	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & & W \\ & V & \end{array}$	Aucune étude de liens partiels n'est à entreprendre	-	-	-
2	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & V & \end{array}$	ibd	-	-	-
3	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & V \diagdown & \end{array}$	ibd	-	-	-
4	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U \diagup & & W \\ & V & \end{array}$	ibd	-	-	bxu
5	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U \diagup & & W \\ & V \diagdown & \end{array}$	ibd	-	-	bxu

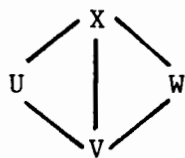
SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS SIMPLES ENTRE X,U,V ET W			SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X,U,V ET W		
CAS N°	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES *	CONSEQUENCE POUR L'ETUDE DES LIENS PARTIELS	CONSEQUENCES		
			LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES	POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L' ANALYSE DE COVARIANCE
6		Aucune étude de liens partiels n'est à en- treprendre	-	-	bxu
7		ibd	-	-	bxu
8		ibd	-	-	bxu
9		ibd	-	-	bxu
10		ibd	-	-	bxu bxv
11		ibd	-	-	bxu bxw
12		ibd	-	-	bxu bxw

SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS SIMPLES ENTRE X,U,V ET W			SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X,U,V ET W		
CAS N ^o	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES *	CONSEQUENCE POUR L'ETUDE DES LIENS PARTIELS	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES	CONSEQUENCES	
				POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L' ANALYSE DE COVARIANCE
13		Aucune étude de liens partiels n'est à en- treprendre	-	-	bxu bxv bxw
14		Corrélation partielle entre 3 variables X, U et V	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5
15		ibd	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5
16		ibd	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5
17		ibd	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5	Cf Tableau 1 cas 5 pour les coefficients liant X à U et V + bxw
18		Cas particulier se reporter au Tableau 3	Cf Tableau 3	Cf Tableau 3	Cf Tableau 3

SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS SIMPLES ENTRE X,U,V ET W			SITUATIONS AU NIVEAU DES CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X,U,V ET W CONSEQUENCES		
CAS N °	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES *	CONSEQUENCE POUR L'ETUDE DES LIENS PARTIELS	LIENS SIGNIFICATIFS OBSERVES	POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L' ANALYSE DE COVARIANCE
19		Corrélation partielle entre quatre variables X, U, V et W	Cf Tableau 4	Cf Tableau 4	Cf Tableau 4

3 - TYPOLOGIE DES SITUATIONS POSSIBLES CONCERNANT LES RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS PARTIELLES DE DEUX GROUPES DE TROIS VARIABLES AYANT ENTRE EUX DEUX VARIABLES COMMUNES. CONSEQUENCES POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION.

Situation-type
au niveau des
corrélations
simples



U, V et W sont
des covariables
potentielles de X

GROUPE X, V, W		RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE X, V ET W						
		X V W	X V W	X V W	X V W	X V W	X V W	X V W
GROUPE X, U, V	X U V	-	bxw	bxw	bxv	bxv	bxw bxv	bxw, v bxv, w
	X U V	bxu	bxu bxw	bxw bxu	bxu *	bxu *	bxu et bxv* ou bxu	bxw, v et bxv, w* ou bxu
	X U V	bxu	bxu bxw	bxu bxw	bxu *	bxu* ou bxv	bxw et bxv* ou bxu	bxw, v et bxv, w* ou bxu
	X U V	bxv	bxw *	bxw *	bxv	bxv	bxw bxv	bxw, v bxv, w
	X U V	bxv	bxw *	bxw* ou bxv	bxv	bxv	bxw bxv	bxw, v bxv, w
	X U V	bxu bxv	bxu et bxv* ou bxw	bxu et bxv* ou bxw	bxu bxv	bxu bxv	bxu bxv bxw	bxw, v bxv, w bxu
	X U V	bxu, v bxv, u	bxu, v bxv, u* ou bxw	bxu, v bxv, u* ou bxw	bxu, v bxv, u	bxu, v bxv, u	bxu, v bxv, u bxw	bxu, v et bxv, u ou bxv, w et bxw, v

* Cf. Note relative aux difficultés entraînées par ces cas particuliers des relations possibles en quatre variables X, U, V et W.

4 - TYPOLOGIE DES SITUATIONS POSSIBLES CONCERNANT LES RESULTATS DES CALCULS DE CORRELATIONS PARTIELLES ENTRE QUATRE VARIABLES X,U,V ET W, LES VARIABLES U,V ET W POUVANT ETRE CONSIDEREES COMME DES COVARIABLES POTENTIELLES DE X.

CAS N °	LIENS PARTIELS SIGNIFICATIFS OBSERVES	CONSEQUENCES	
		POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L'ANALYSE DE COVARIANCE
1	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & & W \\ & V & \end{array}$	Cette situation est rare	aucune covariance ne doit être envisagée.
2	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & V & \end{array}$	ibd *	aucune covariance
3	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & \swarrow V & \end{array}$	ibd *	aucune covariance
4	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \nearrow & W \\ & V & \end{array}$	ibd *	bxu
5	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \nearrow & W \\ & \searrow V & \end{array}$	ibd *	bxu
6	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \nearrow & W \\ & \searrow V & \end{array}$	V et W peuvent être liés à X par l'intermédiaire de U	bxu
7	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & \swarrow V & \end{array}$	V et W sont liés à X probablement par l'intermédiaire de U	bxu
8	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \text{---} & W \\ & \searrow V & \end{array}$	V et W sont liées entre elles et à X par l'intermédiaire de leurs liens avec U	bxu
9	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & & W \\ & V & \end{array}$	Cf *	bxu
10	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \downarrow & W \\ & V & \end{array}$	U et V sont liés par l'intermédiaire de X *	bxu et bxv
11	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \nearrow & W \\ & \searrow V & \end{array}$	U et W sont liés par l'intermédiaire de X. V est lié à X et W par l'intermédiaire de U	bxu et bxw
12	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \nearrow & W \\ & \searrow V & \end{array}$	V serait lié à X par l'intermédiaire de U et W	bxu et bxw
13	$\begin{array}{ccc} & X & \\ U & \downarrow & W \\ & V & \end{array}$	U, V et W sont liés entre elles par l'intermédiaire de X	bxu bxv bxw

CAS N °	LIENS PARTIELS SIGNIFICATIFS OBSERVES	CONSEQUENCES	
		POUR L'INTERPRETATION DES LIENS OBSERVES AU NIVEAU GENERAL	POUR LE CHOIX DES COEFFICIENTS DE REGRESSION DE L'ANALYSE DE COVARIANCE
14		X, U et V sont interdépendantes Cf*	$bx_{u,v}$ et $bx_{v,u}$
15		X, U et V sont interdépendantes W est lié à X et V probable- ment par l'intermédiaire de U	$bx_{u,v}$ et $bx_{v,u}$
16		X, U et V sont interdépendantes W est lié à X par l'intermé- diaire de U et V	$bx_{u,v}$ et $bx_{v,u}$
17		X, U et V sont interdépendantes mais W est lié à X indépen- damment de U et V	$bx_{u,v}$ $bx_{v,u}$ bx_w
18		X, U, V et W sont partiellement interdépendantes : il manque seulement la liaison partielle V W pour que l'interdépendance soit complète	$bx_{u,v}$ et $bx_{v,u}$ ou $bx_{u,w}$ et $bx_{w,u}$
19		X, U, V et W sont interdépen- dantes .	$bx_{u,vw}$ $bx_{v,wu}$ $bx_{w,uv}$

* L'isolement au niveau partiel d'une ou plusieurs covariables soulève un problème pour l'interprétation des liens observés au niveau général.