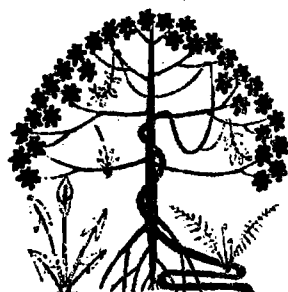


M. ELDIN

**ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES DÉFICITS
HYDRIQUES CUMULÉS EN CÔTE D'IVOIRE**

LABORATOIRE DE BIOCLIMATOLOGIE



OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE OUTRE-MER

CENTRE D'ADIOPODUMÉ - CÔTE D'IVOIRE

B.P.V 51 - ABIDJAN



1977

OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE OUTRE-MER

CENTRE D'ADIOPODOUME (Côte d'Ivoire)

Laboratoire de Bioclimatologie

ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES DÉFICITS HYDRIQUES CUMULÉS
AU COURS DE LA SAISON SÈCHE, EN CÔTE D'IVOIRE

par

ELDIN Michel

ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES DÉFICITS HYDRIQUES CUMULÉS AU COURS DE LA SAISON SÈCHE EN CÔTE D'IVOIRE

par

M. ELDIN

L'objet de la présente étude est de calculer, pour chaque poste climatologique ivoirien où des mesures de durée d'insolation ont été effectuées pendant au moins 14 ans, les valeurs des déficits hydriques cumulés qui ne sont dépassées en moyenne qu'une année sur deux, qu'une année sur trois, qu'une année sur quatre, qu'une année sur cinq et qu'une année sur dix.

1 - DEFINITIONS.

Le déficit hydrique mensuel (D) en un point donné est défini comme la différence entre l'évapotranspiration potentielle climatique (ETP) et la pluviométrie (P) du mois considéré :

$$D = ETP - P$$

Un mois est considéré comme sec si D est positif (ETP > P). Une saison sèche est constituée par la suite des mois consécutifs secs. Nous appelons déficit hydrique climatique cumulé au cours de la saison sèche (ΣD), que dans la suite du texte nous désignerons plus simplement par l'appellation : "déficit hydrique cumulé", la somme des déficits hydriques mensuels des mois consécutifs secs de la saison sèche considérée.

$$\Sigma D = \Sigma (ETP) - \Sigma P$$

Il peut exister plusieurs saisons sèches au cours de l'année. Dans ce cas, nous prenons comme déficit hydrique cumulé annuel le plus grand des déficits hydriques cumulés sur les diverses saisons sèches de l'année considérée. La recherche de ce plus grand déficit hydrique cumulé s'effectue en partant du mois de l'année le plus régulièrement excédentaire (en général, le plus pluvieux). Ainsi le déficit hydrique cumulé désigné par un millésime (par exemple 1965) est en fait le plus grand déficit hydrique cumulé trouvé entre le mois le plus excédentaire de 1965 et le même mois de l'année 1966.

L'évapotranspiration potentielle climatique (ETP) a été calculée par la formule de T URC (1961).

$$ETP = \left[0,40 \frac{t}{t+15} \right] \cdot \left[\left(0,62 \frac{h}{H} + 0,18 \right) \cdot I + 50 \right] \cdot \left[1 + \frac{50 - U}{70} \right]$$

dans laquelle : ETP est exprimée en mm par mois.

t est la température moyenne mensuelle de l'air sous abri, en ° C.

h est la durée absolue d'insolation mensuelle exprimée en heures par jour.

H est la durée moyenne du jour, en heures, pour le mois considéré.

I est l'énergie du rayonnement solaire, en $\text{cal.cm}^{-2}.\text{jour}^{-1}$ qui arriverait sur une surface horizontale au sol si l'atmosphère n'existait pas.

U est l'humidité relative moyenne mensuelle, en %.

Le facteur $1 + \frac{50 - U}{70}$ n'est à prendre en considération que dans la mesure où l'humidité relative moyenne du mois est inférieure à 50 % ; autrement dit, si $1 + \frac{50 - U}{70} > 1$.

H et I sont des grandeurs astronomiques que l'on calcule en fonction de l'époque de l'année (déclinaison moyenne du soleil pour le mois considéré) et de la latitude du lieu choisi.

Le sens écologique, l'intérêt agronomique et le mode de calcul des déficits hydriques cumulés ont été développés dans des articles précédents (ELDIN - 1971 et ELDIN - 1974). Des cartes des moyennes interannuelles des déficits hydriques cumulés ont été présentées dans ces articles.

2 - INTERET DE L'ANALYSE FREQUENTIELLE DES DEFICITS HYDRIQUES CUMULES.

A la grandeur d'un déficit hydrique cumulé est lié un certain nombre de conséquences agronomiques importantes :

- Possibilité ou impossibilité pour une culture donnée de produire convenablement en l'absence d'irrigation ;

- Calcul des quantités d'eau à apporter pour maintenir l'alimentation hydrique d'une culture à un niveau compatible avec de bons rendements.

Ce qui importe surtout à l'agronome ou à l'ingénieur de génie hydraulique c'est la fréquence d'apparition de certaines valeurs de déficits hydriques cumulés critiques contre lesquelles il veut se prémunir. C'est l'objet de l'analyse fréquentielle que de calculer ces valeurs critiques.

3 - REALISATION DE L'ANALYSE FREQUENTIELLE.

Les valeurs des déficits hydriques cumulés étant calculés pour chaque poste et chaque année considérés, l'analyse fréquentielle de ces données comporte trois phases principales :

31. Choix d'une loi de distribution rendant fidèlement compte de la dispersion des valeurs obtenues pour chaque station. Ce choix, un peu arbitraire au départ, est basé sur l'allure des courbes de distribution expérimentales des échantillons dont on dispose. Nous avons essayé deux lois :

a). La loi Gamma incomplète dont la fonction de répartition est :

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\sigma)} \int_0^u u^{\sigma-1} \cdot e^{-u} \cdot du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - x_0}{s}$$

où : $\Gamma(\sigma)$ est la fonction Gamma complète : $\Gamma(\sigma) = \int_0^{\infty} u^{\sigma-1} \cdot e^{-u} \cdot du$

x_0 est un paramètre de position, borne inférieure de l'intervalle de définition de la variate

s est un paramètre d'échelle

σ est un paramètre de forme.

Les déficits hydriques cumulés étant positifs ou nuls par définition et les déficits nuls ayant pratiquement une probabilité nulle de se réaliser (même en ce qui concerne les stations les plus pluvieuses de Basse Côte d'Ivoire), nous avons posé : $x_0 = 0$. Le nombre de paramètres de la loi Gamma à estimer se réduit alors à deux : σ et s .

b). La loi Beta incomplète dont la fonction de répartition s'écrit :

$$F(x) = \frac{1}{B(p,q)} \int_0^u u^{p-1} \cdot (1-u)^{q-1} \cdot du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - x_0}{s}$$

où : $B(p,q) = \frac{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$ est la fonction Bêta complète.

La variable x admet x_0 comme borne inférieure et x_1 comme borne supérieure.

s est un paramètre d'échelle, et l'on a : $S = x_1 - x_0$
 p et q sont deux paramètres de forme.

Cette loi possède donc 4 paramètres indépendants : x_0 , s , p et q .

Par rapport à la loi Gamma l'avantage de cette loi est de posséder deux paramètres de forme qui autorise la courbe représentative de la fonction de densité à prendre à peu près toutes les allures possibles d'une courbe unimodale depuis la forme en J ou J inversé jusqu'à la forme en cloche symétrique en passant par les formes en U et en cloche dissymétrique à droite ou à gauche de la valeur centrale de la variate ($u = 0,5$). Son inconvénient est de posséder un paramètre de plus que la loi Gamma, ce qui nécessite de posséder des échantillons d'effectif assez élevé si l'on veut parvenir à une estimation correcte des 4 paramètres.

Comme pour la loi Gamma, et pour les mêmes raisons, nous avons posé $x_0 = 0$, ce qui réduit à trois (p , q et s) les paramètres à ajuster aux échantillons disponibles.

L'ajustement des paramètres de ces deux lois étant réalisé pour chaque échantillon de déficits hydriques cumulés étudiés (cf. 32), il est possible de déterminer par un test de χ^2 suivant une méthode proposée par BRUNET-MORET (1976) quelle est la loi qui rend le mieux compte de la réalité pour l'ensemble des postes étudiés (cf. 4 et tableau III).

32. Ajustement des paramètres des lois théoriques retenues aux échantillons étudiés. Ces ajustements ont été effectués pour la loi Gamma incomplète par la méthode du maximum de vraisemblance et pour la loi Bêta incomplète par la méthode des moments. Pour ce faire, nous avons suivi la méthode exposée par BRUNET-MORET (1969) et utilisé les programmes FORTRAN écrit par cet auteur.

33. Calcul des valeurs des déficits hydrique cumulés correspondant à certaines fréquences ou non dépassement. Le calcul s'opère, pour chaque station, par inversion des fonctions de répartition des lois théoriques choisies dans lesquelles les paramètres ont les valeurs déterminées (cf. 32) pour chaque échantillon (pour chaque station). Ici encore, nous avons utilisé les programmes FORTRAN écrit par BRUNET-MORET (1969).

4 - RESULTATS.

Ils sont présentés sous forme de tableaux.

Le tableau I donne pour chaque station et pour chaque année de mesure, la valeur du déficit hydrique cumulé obtenu. Dans le bas de ce tableau se trouve également mentionnés la moyenne interannuelle et l'écart-type des déficits hydriques cumulés de chaque station. Rappelons ici (cf. 1) que le déficit hydrique cumulé désigné, par exemple, par le millésime 1966, est en fait le plus grand déficit hydrique cumulé trouvé entre les mois les plus pluvieux de l'année 66 et les mois les plus pluvieux de l'année 67.

Le tableau II indique, d'une part, les valeurs des paramètres de la loi γ et de la loi β ajustés pour chaque station, d'autre part, les valeurs des déficits hydriques cumulés qui ne sont pas dépassés plus de 1 année sur deux (déficit biennal), plus de 1 année sur trois (déficit triennal), plus de 1 année sur quatre (déficit quadriennal), plus d'une année sur cinq (déficit quinquennal) et plus d'une année sur dix (déficit decennal). Ces déficits ont donc des probabilités cumulées ou non dépassement de 0,50 ; 0,67 ; 0,75 ; 0,80 et 0,90 respectivement.

Pour savoir quelles sont les valeurs à retenir, autrement dit pour savoir quelle est la loi qui donne les meilleurs résultats pour l'ensemble des postes ivoiriens, nous avons procédé à des tests de χ^2 . Ces tests consistent à comparer, pour l'ensemble des échantillons, les nombres observés de déficits dépassant les valeurs calculées pour chaque fréquence et les nombres théoriques de dépassements que l'on devrait obtenir compte tenu de l'effectif total des déficits observés. Cet effectif total est égal au nombre de stations multiplié par le nombre n de déficits obtenus pour chaque station.

Le tableau III résume les calculs effectués, qui conduisent aux résultats suivants :

Loi Gamma : $\chi^2 = 6,56$ pour 3 degrés de liberté (5 classes, 2 paramètres ajustés, inégalité de principe des effectifs totaux théoriques et observés). La probabilité de voir cette valeur de χ^2 dépassée du fait du hasard est d'environ 0,12.

Loi Bêta : $\chi^2 = 2,79$ pour 2 degrés de liberté (5 classes, 3 paramètres ajustés, inégalité de principe des effectifs totaux théoriques et observés). La probabilité de voir cette valeur de χ^2 dépassée du fait du hasard est d'environ 0,25.

La loi Bêta avec $x_0 = 0$ semble donc conduire à de meilleurs résultats que la loi Gamma avec $x_0 = 0$, et ceci malgré l'utilisation de la méthode des moments pour l'ajustement des paramètres de la loi Bêta. Cette méthode est, en effet, moins efficace et moins correcte que celle du maximum de vraisemblance utilisée pour l'ajustement des paramètres de la loi Gamma.

La lecture du tableau II, dans lequel les stations sont classées grosso-modo du Sud vers le Nord, met en évidence l'augmentation du paramètre σ : inférieur à 10 pour les stations côtières, il est de l'ordre de 15 pour les stations du Centre (à l'exception de LAMTO, où le nombre d'années de mesure est un peu faible : $n = 14$), et passe à des valeurs supérieures à 30 pour KORHOGO et ODIENNE. Cette évolution traduit le passage de fonction de densité Gamma dissymétrique avec mode à gauche (du côté des faibles valeurs de la variate) à des fonctions de densité Gamma de plus en plus symétriques.

Si l'on regarde maintenant les paramètres de forme p et q des fonctions de densité de la loi Bêta on retrouve cette dissymétrie avec mode à gauche pour les stations de Basse Côte d'Ivoire ($p < q$). Mais pour MAN et KORHOGO on trouve $p > q$, qui traduit le

fait que la loi Bêta qui s'ajuste le mieux aux valeurs de ces échantillons possède une fonction de densité dissymétrique avec un mode à droite, dont la loi Gamma ne peut rendre fidèlement compte.

Ainsi la plasticité de la loi Bêta semble être la raison de sa supériorité pour représenter les distributions de déficits hydriques cumulés obtenus sur l'ensemble des postes climatologiques ivoiriens.

Nous conseillons donc aux utilisateurs de ces résultats de considérer les déficits hydriques cumulés biennaux, triennaux, quadriennaux, quinquennaux et décennaux calculés par utilisation de la loi Bêta (deuxième ligne pour chacune des stations du tableau II) comme étant la meilleure des deux estimations effectuées. Pour les stations où un ajustement à la loi Bêta n'a pas été possible, on utilisera, bien sûr, les valeurs de déficits hydriques cumulés données par la loi Gamma, qui ne sont jamais très différents de ceux donnés par la loi Bêta (écart maximal entre valeurs correspondantes < 8 %).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BRUNET-MORET (Y.) -1969-. Etude de quelques lois statistiques utilisées en hydrologie.
Cahiers ORSTOM - Série hydrologie, Vol. VI, n° 3.
- BRUNET-MORET (Y.) -1976-. Etablissement d'un fichier pluviométrique opérationnel et étude des averses exceptionnelles. Application à la Côte d'Ivoire.
Convention C.I.E.H. - ORSTOM.
- ELDIN (M.) -1971-. Le milieu naturel de la Côte d'Ivoire.
Chapitre : Le climat - Mémoire ORSTOM n° 50, pp. 73-108.
- ELDIN (M.) -1974-. Déficit hydriques. Durée de la saison sèche. Atlas de la Côte d'Ivoire : Carte A3a et notice.
ORSTOM et Université d'Abidjan - Convention Ministère du Plan de Côte d'Ivoire.
- TURC (L.) -1961-. Evaluation des besoins en eau d'irrigation, évapotranspiration potentielle.
Annales agronomiques - Paris. Vol. 12 (1), pp. 13-49.

TABLEAU I - Déficits hydriques cumulés annuels (en mm).

	ABIDJAN	ADIOPO	LA ME	SASSANDRA	TABOU	GAGNOA	LAMTO	BOUAKE	MAN	BONDOUKOU	FERKE/ KORHOGO	ODIENNE
1948								366				
49	99							360				
1950	290							213				
51	214							385				
52	123							257				
53	111					97		431			551	
54	193					221		374			654	
55	218		213	372	262	264		318	345		606	
56	279	201	213	283	165	164		538	409	539	608	634
57	244	158	160	300	123	112		281	269	311	797	590
58	354	427		430	185	173		334	344	330	779	555
59	234	96	124	447	194	292		505	484	398	777	781
1960	278		228	290	338	296		698	529		900	754
61	525	157	230	383	546	274		555	427	783	882	
62	218	135	186	378	327	105	349	383	282	226	667	
63	326	291	346	406	223	263	403	527	492	418	712	
64	336	288	300	407	226	91	283	418	333	416	706	
65	416	415	256	757	397	342	369	527	457	587	785	
66	359	453	279	456	416	223	451	394	275	602	829	652
67	249	321	337	790	190	112	306	495	403	442	675	574
68	309	334	289	351	275	152	449	543	344	392	872	738
69	284	291	264	741	87	99	338	318	398	382	627	663
1970	499	400	371	373	275	263	302	442	363	506	741	820
71	262	260	127	359	165	223	329	366	411	517	812	536
72	284	311	133	605	202	266	289	522	415	442	788	831
73	265	180	190	428	275	307	500	479	401	509	694	860
74	226	135	216	363	189	411	448	568	446	492	793	967
75	352	301	138	244	328	363	312	495	207	495	801	720
Moyennes	279	271	230	436	257	222	366	432	383	462	742	712
Ecart-s-type	101	108	75	156	108	94	71	111	81	122	95	126
Nb. années	27	19	20	21	21	23	14	28	21	19	23	15

TABLEAU II - Déficit hydriques cumulés biennaux, triennaux, quadriennaux, quinquennaux et décennaux.

Stations	Loi	Valeurs ajustées des paramètres							Déficit hydriques cumulés qui ne sont pas dépassés plus de					Valeur la plus probable			
		x_0	s	σ	x_0	s	p	q	1 fois en 2 ans	1 fois en 3 ans	1 fois en 4 ans	1 fois en 5 ans	1 fois en 10 ans				
ABIDJAN n = 27	γ β	0	38	7,4	0	1386	6,2	24,6	267 271	313 316	340 342	360 361	416 412	243 250			
ADIOPODOUME n = 19	γ β	0	47	5,8	0	559	2,9	3,1	256 270	307 322	336 349	359 368	422 413	226 266			
LA ME n = 20	γ β	0	24	9,6	0	610	5,8	9,6	222 227	256 261	275 279	289 293	329 327	206 219			
SASSANDRA n = 21	γ β	0	45	9,8	Ajustement impossible par la méthode des moments							422	485	521	547	622	396
TABOU n = 21	γ β	0	42	6,2	Ajustement impossible par la méthode des moments							243	290	317	337	395	218
GAGNOA n = 23	γ β	0	43	5,2	0	484	2,7	3,2	208 220	252 266	278 290	297 306	353 347	181 211			
LAMTO n = 14	γ β	0	12	29,7	Ajustement impossible par la méthode des moments							362	392	409	421	455	354
BOUAKE n = 28	γ β	0	29	15,0	0	1026	8,7	12,0	422 429	473 479	501 506	522 525	580 575	406 422			
MAN n = 21	γ β	0	18	21,2	0	598	7,8	4,4	377 387	414 423	435 441	450 453	492 483	364 399			
BONDOUKOU n = 19	γ β	0	31	14,9	Ajustement impossible par la méthode des moments							452	506	537	559	621	431
KORHOGO n = 23	γ β	0	12	61,8	0	1129	21,3	11,1	738 745	780 786	803 807	820 822	865 859	730 754			
ODIENNE n = 15	γ β	0	21	34,7	0		33,0	846,7	705 705	759 760	789 790	811 812	870 871	698			

TABLEAU III - Comparaison des résultats fournis par la loi GAMMA et par la loi BETA.

Stations	Nombre d'années	Nombre de déficits observés dont les valeurs dépassent celles calculées pour les probabilités cumulées suivantes.									
		0,50	0,67	0,75	0,80	0,90	0,50	0,67	0,75	0,80	0,90
		Loi GAMMA					Loi BETA				
ABIDJAN	27	14	8	6	3	2	14	8	6	3	3
ADIOPODOUME	19	12	7	4	4	2	11	5	4	4	3
LA ME	20	10	7	6	4	3	10	7	5	4	3
GAGNOA	23	14	11	5	3	2	14	7	5	3	2
BOUAKE	28	14	12	9	7	1	14	11	8	7	1
MAN	21	12	7	5	4	1	12	6	5	4	3
KORHOGO	23	13	10	5	4	3	12	9	5	4	3
ODIENNE	15	8	5	4	4	1	8	5	4	4	1
Totaux observés	176	97	67	44	33	15	95	58	42	33	19
Totaux théoriques		88,0	58,1	44,0	35,2	17,6	88,0	58,1	44,0	35,2	17,6

Nombre de déficits observés compris entre les valeurs calculées pour les probabilités	En loi γ	En loi β	Effectifs théoriques
> 1 fois en 2 ans et < 1 fois en 3 ans	30	37	29,9
> 1 fois en 3 ans et < 1 fois en 4 ans	23	16	14,1
> 1 fois en 4 ans et < 1 fois en 5 ans	11	9	8,8
> 1 fois en 5 ans et < 1 fois en 10 ans	18	14	17,6
> 1 fois en 10 ans	15	19	17,6
χ^2	6,56	2,79	
Nombre de degrés de liberté : ν	3	2	