

Proposition de communication à l'atelier sur la télédétection et la gestion des ressources en eau

Titre: Modèle stochastique de prévision des crues sur le fleuve Gambie

Auteurs : **SAMBOU S.** *Université Cheikh Anta Diop. Faculté des Sciences. Département de Physique. Dakar/SENEGAL.*

**LAMAGAT J.P.** *ORSTOM HYDROCONSULT. Montpellier.*

**Résumé.** Le réseau hydrométrique du fleuve Gambie en amont de Gouloumbou est très dense, avec de nombreux affluents qui contribuent à l'écoulement. Compte tenu de la difficulté d'intégrer les caractéristiques hydrauliques du cours d'eau et la topographie du bassin dans le suivi de l'évolution des crues, une approche stochastique basée sur l'hypothèse de l'équation de l'onde cinématique est utilisable et qui s'inspire de la méthode des caractéristiques, a été mise au point. Le cours d'eau en amont de Gouloumbou est divisé en biefs limités chacun par deux stations hydrométriques. Entre deux biefs les équations horaires  $T(H_1)$  et les relations de compatibilités  $H_2(H_1)$  sont déterminées, en utilisant de longues séquences d'observations. Ces équations permettent de calculer le temps de transfert  $T_1$  correspondant à une hauteur amont  $H_1$  et la hauteur aval  $H_2$  correspondant à une hauteur amont  $H_1$  après un retard égal au temps de transfert. La combinaison de ces deux équations permet de déterminer la cote  $H_2(i+T(H_1))$  à la station aval à la date  $i+T(H_1)$ , à partir de la hauteur observée à la station amont à la date  $i$ . Les essais effectués sur les biefs Kédougou-Mako ont été concluants. Les travaux se poursuivent pour les autres biefs, tels que Mako-Simenti, Simenti-Wassadou aval, Wassadou aval-Gouloumbou. information complémentaire sur l'évolution longitudinale des caractéristiques géométriques du cours d'eau provenant de la télédétection peut être utilisé dans la détermination des équations théoriques.

## INTRODUCTION

La prévision des crues sur un cours d'eau peut être faite de plusieurs manières:

- soit en résolvant numériquement les équations hydrodynamiques générales à l'aide d'un schéma de résolution numérique approprié (Cunge et Wegner, 1964; Thirriot C., 1960; Abbot J., 1975)
- soit en simplifiant les équations hydrodynamiques générales à la lumière des conditions naturelles de l'écoulement.
- soit en décrivant le processus complet suivi par l'eau de pluie, depuis le sol jusqu'à la l'arrivée au point du bassin choisi comme exutoire (Morin et al 1981).
- soit en utilisant uniquement l'information entre deux biefs amont et aval (Habaieb H., 1987; Sambou S., 1989)

Les trois premières approches se heurtent au caractère fortement non linéaire des phénomènes qui régissent l'écoulement tel qu'il se produit dans les conditions naturelles, et à la détermination des caractéristiques hydrauliques du lit, qui peuvent varier en cours de crue, et d'une crue à l'autre, et nécessitent un outil informatique de grande puissance.

La dernière approche présente l'inconvénient de ne tenir compte de façon explicite, ni de l'effet du bassin sur l'écoulement, ni de la non linéarité mentionnée ci-dessus et de ce fait ne décrit pas complètement le processus tel qu'il se déroule en réalité. Elle fonctionne en fait comme une boîte noire.

Dans cet article, on part des équations hydrodynamiques de base, et en utilisant des hypothèses simplificatrices justifiées par les conditions naturelles d'écoulement, on fait intervenir la méthode des caractéristiques, pour déterminer les expressions théoriques des équations horaires et des équations de compatibilité, qui permettent de calculer respectivement les temps de transfert correspondant aux hauteurs à l'échelle amont et les hauteurs à l'échelle aval correspondant aux hauteurs à l'échelle amont pour un retard égal au temps de transfert. Les expressions théoriques ainsi obtenues font intervenir les caractéristiques géométriques de la section de l'écoulement et les caractéristiques hydrauliques du cours d'eau. Ces quantités varient de façon non linéaire d'une crue à une autre, et au cours de la même crue, de sorte que l'intégration des équations obtenues se fait très difficilement. Pour pallier à cet inconvénient, une approche mixte stochastique a été utilisée, qui est basée sur la dépendance existant entre les hauteurs à l'échelle à l'amont et à l'aval. On utilise des échantillons de grande taille pour déterminer les expressions empiriques des lois horaires et des équations de compatibilité. Les relations ainsi obtenues font également intervenir le caractère non linéaire du phénomène étudié. Les essais ont été menés sur les fleuves à plaine d'inondation (Lamagat J.P., 1987; Thirriot C., Sambou S., Lamagat J.P., 1991; Morel-Seytoux, Fahmy et Lamagat J.P., 1993) et sur la partie amont du fleuve Gambie (Lamagat J.P., Albergel J., et al, 1987). Nous allons l'étendre aux autres biefs situés plus en aval, jusqu'à la frontière de la Gambie. Nous présentons ici la méthode sur le bief Kédougou-Mako. Les résultats obtenus sont satisfaisants et peuvent être utilisés dans un système de prévision des crues englobant la télédétection.

## **CADRE PHYSIQUE**

Le bassin du fleuve Gambie s'étend sur une superficie de 77100 km<sup>2</sup> entre 11.5° et 15° de latitude Nord et 11° et 16.5° de longitude Ouest. Il se répartit entre les états de Guinée, Gambie, Sénégal et dans une certaine mesure la Guinée Bissau. Le bassin comprend 4 zones d'altitudes décroissantes du Sud au Nord (Carte 1).

-le haut-bassin, au Sud de la bordure Nord du Fouta Djallon

-une deuxième zone entre le parallèle 12° N et la frontière du Sénégal, l'altitude moyenne est comprise entre 250 m et 600 m, le relief étant moins marqué.

-une zone comprise entre le confluent du Diahra et la frontière de la Guinée, englobant entre autres les collines Bassari.

-la zone maritime ou bassin inférieur ( en aval de Wassadou amont).

Dans le haut-bassin le réseau hydrologique est très dense. Le fleuve est formé par l'association de nombreux petits cours d'eau à pente très forte dont le plus important est la Djimma. Entre Kédougou et Mako il reçoit sur la rive droite le Diaguéry. Après Mako, le Tiokoye, puis le Diahra viennent successivement se joindre à lui rive gauche; sur sa rive droite, peu avant Siminti, il reçoit le Niokolo-Koba. Après le Gué de Wassadou, il reçoit le Niériko sur sa rive droite et le Koulountou son affluent le plus important rive droite. Peu avant Gouloubou vient se jeter Niaoulé. Le Fleuve a une longueur totale de 1180 km, dont 500 km sont influencés par la mer, 200 km constituant le cours supérieur.

Sur le plan climatique le bassin de la Gambie se trouve dans la zone de climat tropical, dans laquelle on distingue deux zones: la zone sahélienne au Nord, avec une saison des pluies plus courte, et la zone guinéo-foutanienne à hivernage plus pluvieux et plus long.

Cette alternance saison de pluies-saison sèche conditionne le régime hydrologique du fleuve: une période de hautes eaux pendant l'hivernage et une période de basses eaux pendant la saison sèche.

## **DONNEES DE BASE**

Les données utilisées dans cette étude proviennent du Service Hydrologie du Ministère de l'Hydraulique du Sénégal. Il s'agit des hauteurs moyennes journalières, des débits journaliers, des courbes de tarages.

## **METHODE D'ANALYSE**

Les méthodes de prévision des crues sont basées sur le système hyperbolique complet des équations de Saint-Venant:

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial S}{\partial T} = 0 \quad (I)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial X} + g \frac{\partial H}{\partial X} = g(I - J)$$

La résolution numérique de ce système peut être faite de plusieurs manières : différence finies implicites (Cunge et Wagner, 1964 ), méthode des caractéristiques (Thirriot C., 1969a) et nécessite une description topographique détaillée et précise, ainsi que la connaissance des caractéristiques hydrauliques du cours d'eau et celles géométriques du lit.

La résolution analytique peut être menée, à condition de faire des approximations, concernant en particulier l'évaluation des termes de perte de charge qui sont fortement non linéaires, et de linéariser autour du régime porteur, qui peut être soit l'écoulement uniforme, soit une courbe de remous (Thirriot C., 1994; Benyada L., 1995)

Dans le cas de l'écoulement naturel, compte tenu des difficultés d'évaluer les paramètres déjà énumérés, on peut procéder à des simplifications de l'équation dynamique en négligeant les termes d'inertie si la pente est élevée d'une part, et d'autre part, en supposant à chaque instant que l'écoulement est uniforme (Thirriot C. 1969b). Moyennant ces deux importantes approximations le système (I) s'écrit :

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial S}{\partial T} = q \quad (II)$$

$$I = J$$

Le système (II) peut s'écrire en prenant H comme variable fondamentale. En effet, si on exprime la débit sous la forme:

$$Q = \sqrt{I} f(H) \quad (1)$$

où  $f(H) = kR_H^m S \approx k \left( \frac{S^{m+1}}{B^m} \right)$  est la débitance au sens de Bakhmeteff avec  $S$  section de l'écoulement,  $B$  largeur au miroir  $k$  coefficient de rugosité du lit et la relation

$$dS = BdH \quad (4)$$

Sachant que :

$$S = S(H, X)$$

$$B = B(H, X)$$

$$I = I(X)$$

$$k = k(X)$$

il vient en dérivant (3) par rapport à  $X$  et en remplaçant dans (II), la relation :

$$\frac{\partial H}{\partial X} + \frac{1}{k\sqrt{I}\left(\frac{S}{B}\right)^m \left[ (m+1) - m \left( \frac{S}{B^2} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_X \right]} \frac{\partial H}{\partial T} = \frac{q - k\sqrt{I} \frac{S^{m+1}}{B^m} \left( \frac{1}{2} \frac{\partial \ln(I)}{\partial X} + \frac{\partial k}{\partial X} \right) - k\sqrt{I} \left( \frac{S}{B} \right)^m \left[ (m+1) \left( \frac{\partial S}{\partial X} \right)_H - m \left( \frac{S}{B} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial X} \right)_H \right]}{k\sqrt{I}\left(\frac{S}{B}\right)^m \left[ (m+1) - m \left( \frac{S}{B^2} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_X \right]}$$

En utilisant la méthode des caractéristiques, on a:

$$\frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial T} \frac{dT}{dX} = \frac{dH}{dX}$$

En identifiant, on obtient après arrangeant

$$\frac{dT}{dX} = \frac{1}{k \sqrt{I} \left( \frac{S}{B} \right)^m \left[ (m+1) - m \left( \frac{S}{B^2} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_H \right]} = h(X, T) \quad (6)$$

$$\frac{dH}{dX} = \frac{q - k \sqrt{I} \frac{S^{m+1}}{B^m} \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial \ln I}{\partial X} + \frac{\partial \ln k}{\partial X} \right] - (m+1) \left( \frac{\partial \ln S}{\partial X} \right)_H + m \left( \frac{\partial \ln B}{\partial X} \right)_H}{k \sqrt{I} \left[ (m+1) - m \left( \frac{S}{B^2} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_X \right]} = g(H, X) \quad (7)$$

En intégrant les équations différentielles ci-dessus on obtient:

$$T_1 = T_0 + \int_{X_0}^{X_1} h(X, T) dX \quad \text{équation horaire} \quad (8)$$

$$H(X_1, T_1) = H(X_0, T_0) + \int_{X_0}^{X_1} g(X, T) dX \quad \text{équation de compatibilité} \quad (9)$$

L'intégration est théoriquement possible, si les expressions analytiques des fonctions sont connues, ou alors si on peut les déterminer de façon empirique. Mais ceci va être difficile puisque ces fonctions font intervenir les caractéristiques hydrauliques  $k(X)$ ,  $I(X)$ ,  $m$  du cours d'eau et celles géométriques  $S(H, X)$ ,  $B(H, X)$ ,  $H(X, T)$  de la section, qui varient d'un bief à un autre, et au cours de la crue. Nous allons contourner cet inconvénient en utilisant une approche stochastique basée sur des échantillons de hauteurs journalières de grandes tailles, comportant de nombreuses années d'observation. Nous allons choisir à la station amont une tranche de hauteurs comprises dans l'intervalle  $(H, H + \Delta H)$ , observées à des instants  $i$ . A ces hauteurs on va faire correspondre des hauteurs à la station aval observées à des instants  $i+k$ . Pour chaque valeur de  $k$  on calcule le coefficient de corrélation  $r(k)$  entre les hauteurs amont et aval ainsi définies, et on trace le corrélogramme défini par l'ensemble des points  $(k, r(k))$ .

La valeur  $k_0$  de  $k$  correspondant au maximum du corrélogramme est la valeur la plus probable du temps de propagation correspondant à la moyenne  $H_0m$  des hauteurs de l'échantillon amont  $(H, H + \Delta H)$ . La moyenne des hauteurs aval correspondants aux hauteurs amont décalées d'un délai égal à  $k_0$  est associée à  $H_0m$ . Cette opération est menée sur l'ensemble des hauteurs de l'échantillon; les courbes empiriques obtenues représentent respectivement les équations horaires et les équations de compatibilité.

## APPLICATION

La méthode ci-dessus a été appliquée au fleuve Gambie, sur le bief Kédougou-Mako. Les données de base sont les hauteurs moyennes journalières observées à l'échelle de ces stations. L'échantillon utilisé dans l'étude comprend 5 années, 1975,76,77,78, 80. Les trois premières années ont servi à déterminer les fonctions empiriques  $T(H_1)$  et  $H_2(H_1)$  représentant respectivement l'équation horaire et l'équation de compatibilité. Les deux dernières ont servi de test. Les courbes 1 et 2 représentent respectivement, pour le bief Kédougou-Mako les courbes expérimentales représentant les lois équations horaires et de compatibilité. Ces courbes obéissent aux relations empiriques ci-dessous:

$$T(H) = \frac{39439}{H^{1.688}} \quad \text{avec } T \text{ en jours } H \text{ en cm} \quad (10)$$

$$H_2(H) = -0.007H^2 + 1.2281H - 10.185 \quad H_2 \text{ et } H \text{ en cm} \quad (11)$$

La prévision a été faite en utilisant ces deux courbes de la manière suivante:

-pour une hauteur amont  $H_m(i)$  observée à la date  $i$ , on utilise la relation (10) pour déterminer le temps de propagation jusqu'à l'aval correspondant, soit  $k_0$ .

-à partir de la relation (11) on calcule la hauteur aval correspondant à la hauteur amont, avec un décalage  $i$ , soit à la date  $i+k_0$ .

Les résultats obtenus pour les deux années de test sont représentés sur les courbes 3 et 4.

Bien entendu, les prévisions se font à des délais n'excédant pas le temps de transfert, ce qui exclut la prévision à long terme. Par ailleurs, un examen attentif de ces graphes met en évidence un amortissement du maximum calculé par rapport au maximum observé, ainsi qu'un léger déphasage dans le temps. Ces deux inconvénients peuvent s'expliquer par la taille de l'échantillon utilisé qui est assez faible, de sorte que pour les valeurs extrêmes, on a peu d'observations.

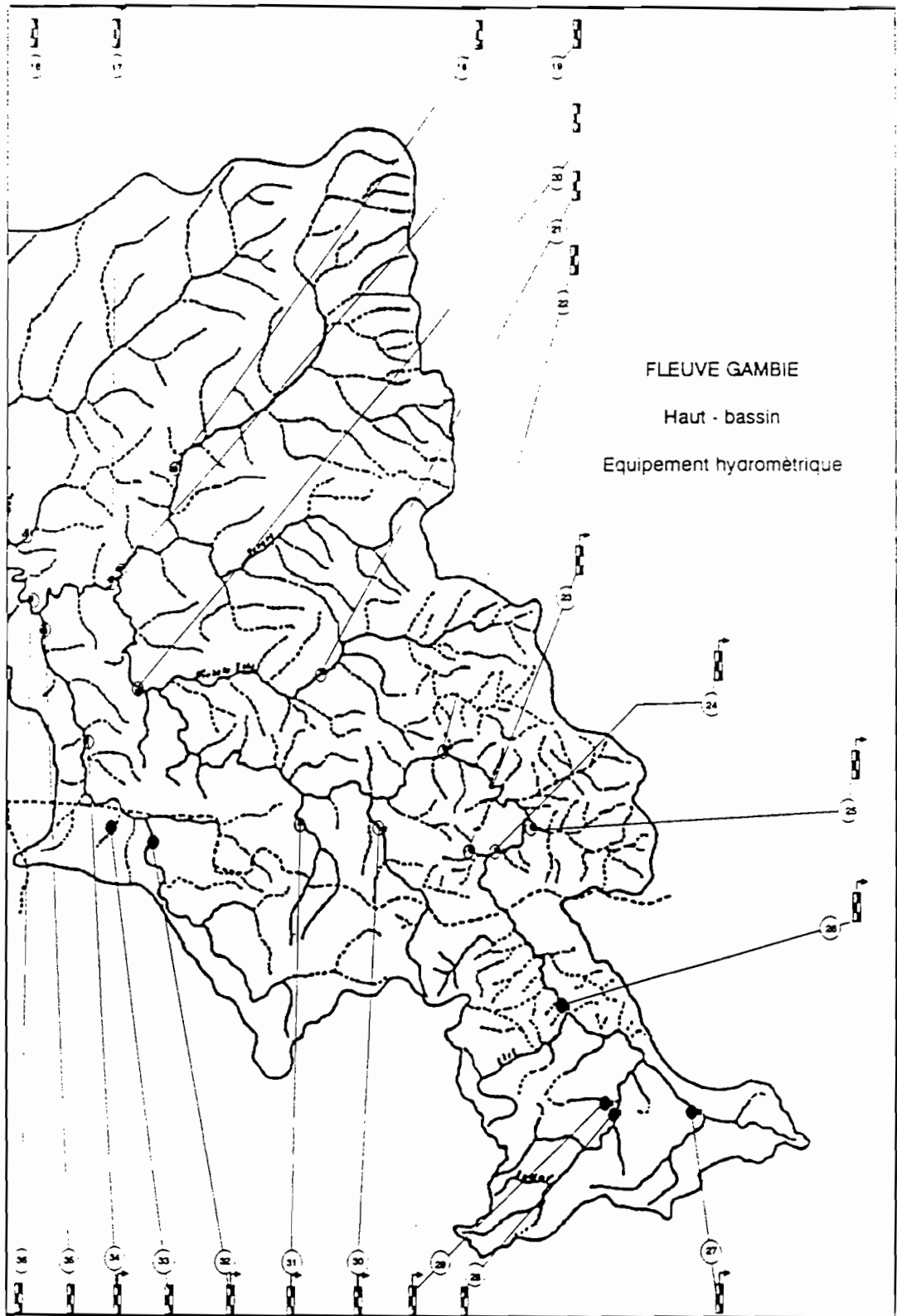
Il serait bien évidemment intéressant de coupler une telle approche à la télédétection. L'apport de celle-ci pourrait consister dans la détermination des lois de variation longitudinale des caractéristiques géométriques des sections du cours d'eau entre deux tronçons. D'autres applications pourraient être trouvées.

## BIBLIOGRAPHIE

Abbot M. (1975) *Method of characteristics*. Unsteady Flow in Open Channels pages 63-88.

Benyada Lahouari (1994) *Construction d'une solution analytique et critique d'algorithmes numériques afférant aux équations de Saint-Venant en vue d'application aux écoulements transitoires sur fond mobile*. Thèse de Doctorat de l'INPT. Spécialité Mécanique des Fluides. 1994. 164 pages.

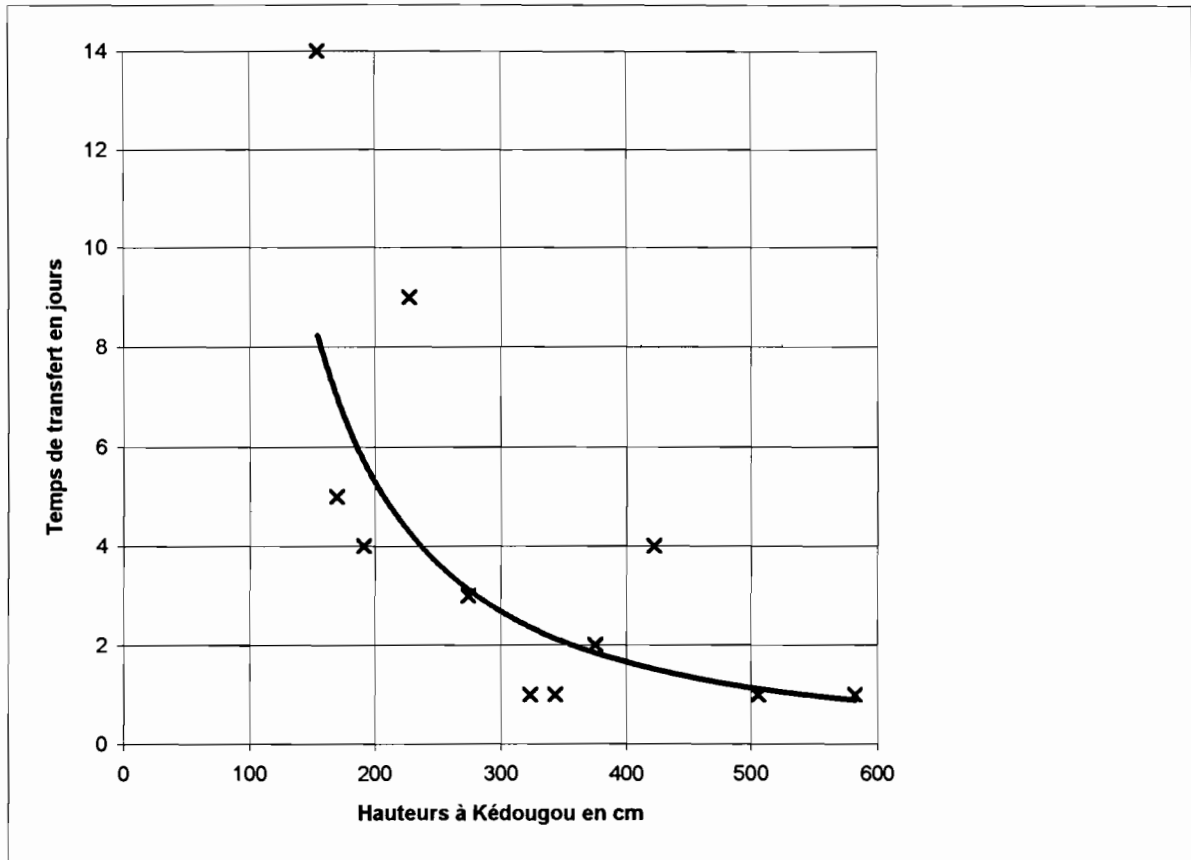
- Cunge J. A. et Wegner M. (1964) *Intégration numérique ds équations d'écoulement Barré de Saint-Venant par un schéma implicite de différences finies*. La Houille Blanche n°1-1964. Pages 33-39
- Habaieb H. (1987) *Contribution à l'étude d'algorithmes de prévision de crues en temps réel. Exemples d e l'Aveyron et de la Médjerdah*. Thèse de Doctorat de l'INPT.
- Lamagat J.P. (1987) *Modèle de propagation des crues du fleuve Niger entre Koulikoro et Ké-Macina*. Ouvrage publié avec le concours de la CEE. ORSTOM.
- Lamagat J.P., Albergel J., Bouchez J.M., Descroix J.M. (1987) *Monographie hydrologique du Fleuve Gambie*. ORSTOM. Ouvrage publié avec le concours du Ministère Français de la Coopération.
- Morel Seytoux, Fahmy, Lamagat J.P. (1993) *A composite Hydraulic and statistical flow routing method*. *Water Resources Research*. Vol 29, pages 413-418. Février 1993.
- Morin G. Fortin J.P. Lardeau J.P. Sochanska W. Paquette S. (1981). *Modèle CEQUEAU manuel d'utilisation*. INRS EAU, rapport scientifique n°93.
- Sambou S. (1989) *Contribution à l'étude des régimes du fleuve Sénégal en vue de la prévision des crues*. Thèse de Doctorat de 3è Cycle présentée à l'Université de Dakar.
- Sambou S. Thirriot C. (1993) *Algorithmes récursifs et non récursifs: application à la prévision des crues du Haut-Bassin du Fleuve Sénégal*. Hydrology of warm humid regions(Proceedings of the Yokohama Symposium, July 1993) IAHS Publications n°221, 1993. pages 139-148.
- Thirriot C. (1993) *De l'intumescence à l'onde de crue: étude de l'influence de la perte de charge par l'examen des modes propres*. CRAS pages 137-143, 1993
- Thirriot C. (1960a) *Quelques méthodes d'étude de la prévision des crues*. Rapport IMFT interne.
- Thirriot C. (1969b) *Écoulement transitoire à surface libre* Rapport interne IMFT CT 172 bis
- Thirriot C. (1960) *Contribution à l'étude des régimes variés et des régimes transitoires dans les canaux d'usine*. Thèse de Doctorat d'Etat. 369 Pages
- Thirriot C., Sambou S. Lamagat J.P. (1991) . *Comparaison d'algorithmes de prévision des crues sur le Fleuve Sénégal*. Utilisation rationnelle de l'eau des petits versants arides. Editions AUPELF-UREF. John Libbey Eurotext. PARIS 1991 Pages 237-253.



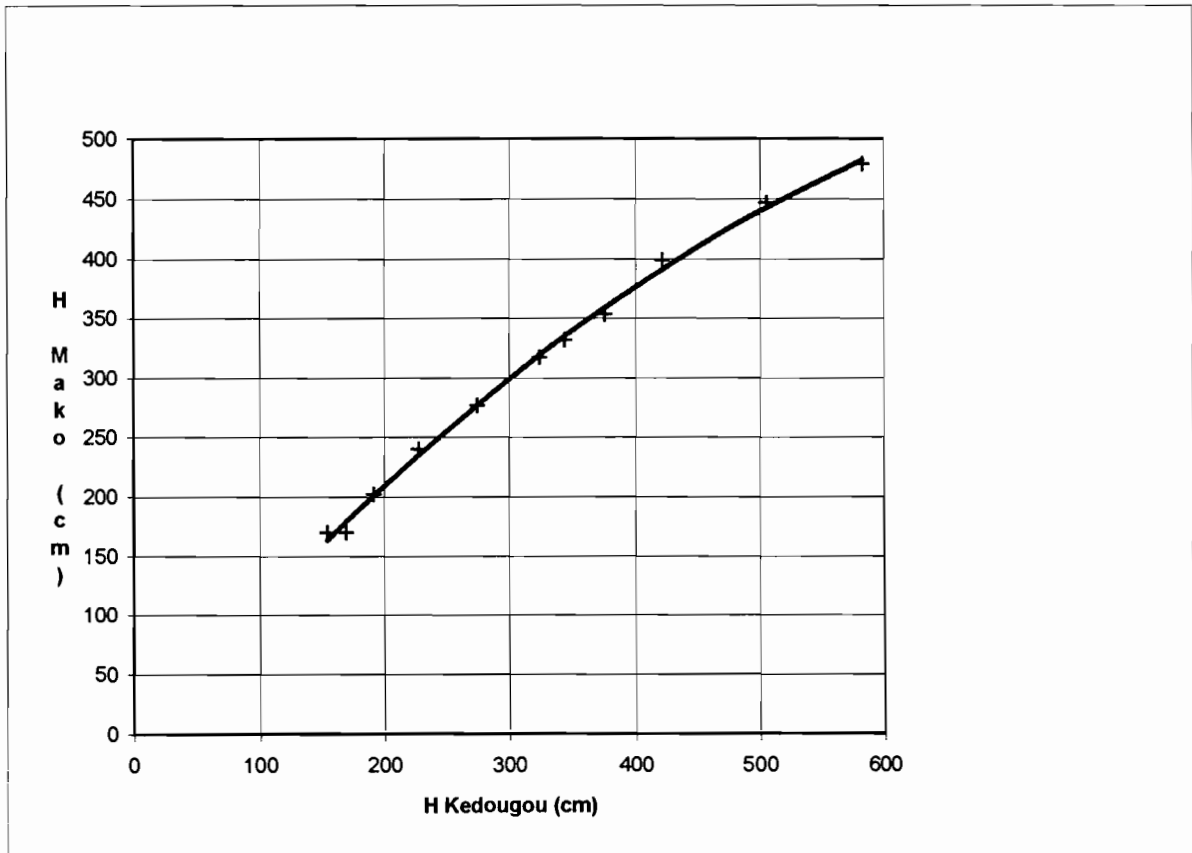
Liste des stations

- |                                |                                  |                                |
|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 16 - Niaoulé à Niaoulé Tanou   | 17 - Gambie à Wassadou           | 18 - Niériko à Gombeyel        |
| 19 - Niériko au pont routier   | 20 - Gambie à Simenti            | 21 - Niokolo au pont routier   |
| 22 - Gambie à Mako             | 23 - Sili au pont routier        | 24 - Gambie à Kédougou         |
| 25 - Diaguéry au pont routier  | 26 - Gambie à Kouny              | 27 - Oundou au bac de Borokomé |
| 28 - Silamé au bac de Matakaou | 29 - Dimma au pont               | 30 - Tiokoye au pont routier   |
| 31 - Diarha au pont routier    | 32 - Koulountou au pont de Youk. | 33 - Ousson à Sambailo         |
| 34 - Koulountou au PNKK        | 35 - Koulountou à Missira        | 36 - Gambie à Fass             |

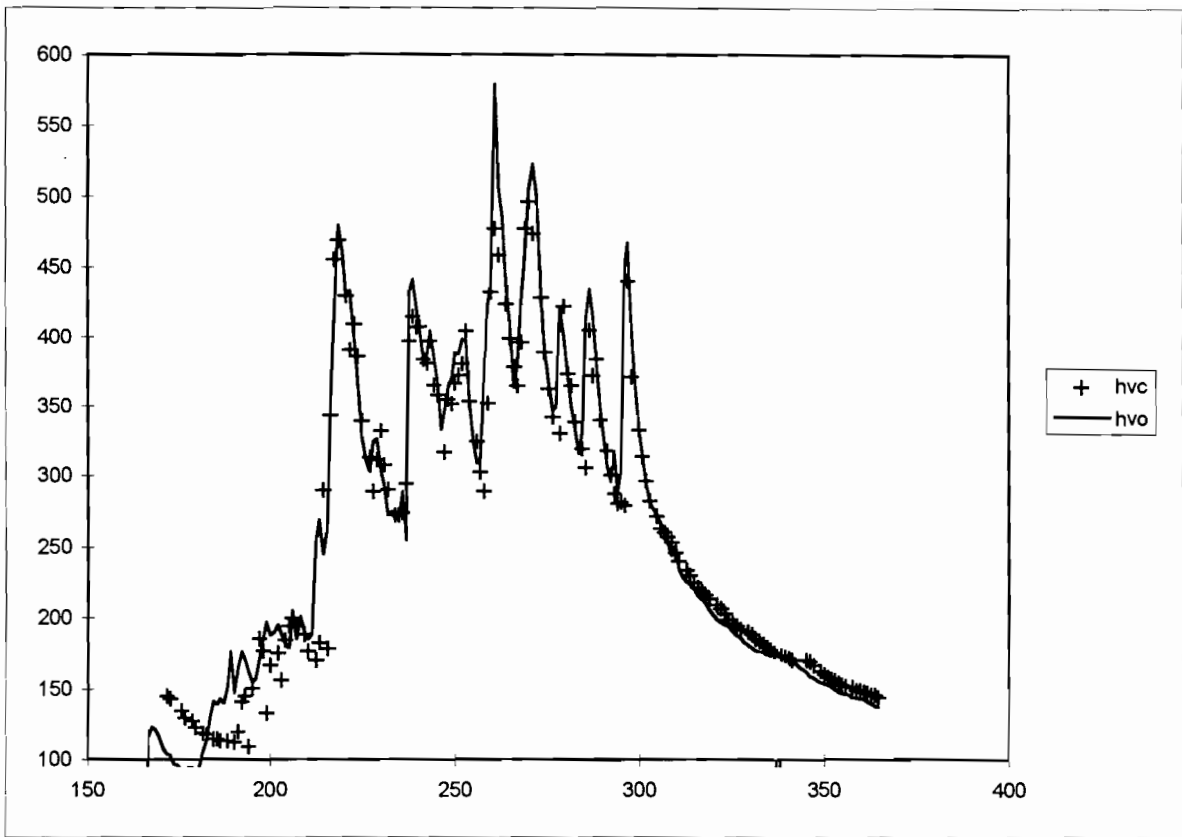




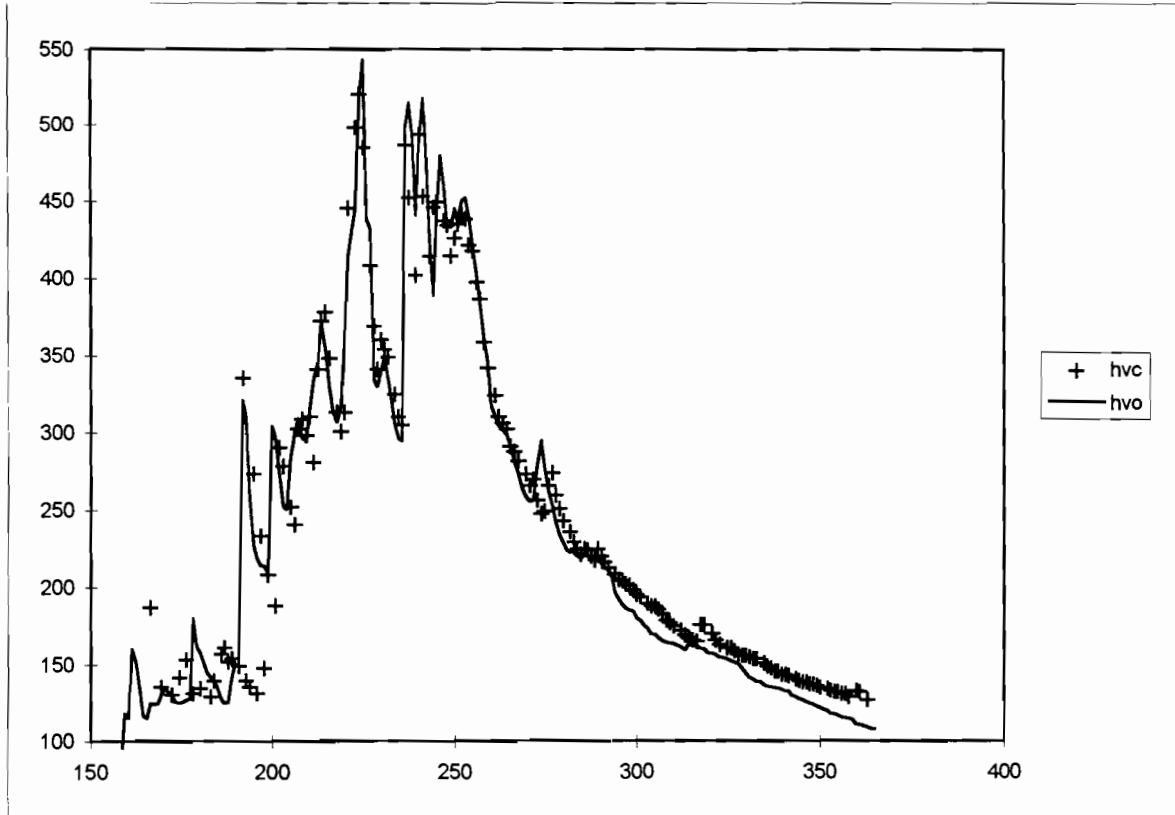
Bief Kedougou-Mako : Courbe horaire



Bief Kedougou-Mako : Courbe de compatibilité - amont aval



Mako 1978 : Simulation du limnigramme à partir des courbes horaires et de compatibilité  
 hvc: calculé; hvo: observé



Mako 1980 : Simulation du limnigramme à partir des courbes horaires et de compatibilité  
 hvc: calculé; hvo: observé