

ANALYSE DES TEMPS DE PROPAGATION DES ONDES DE CRUES

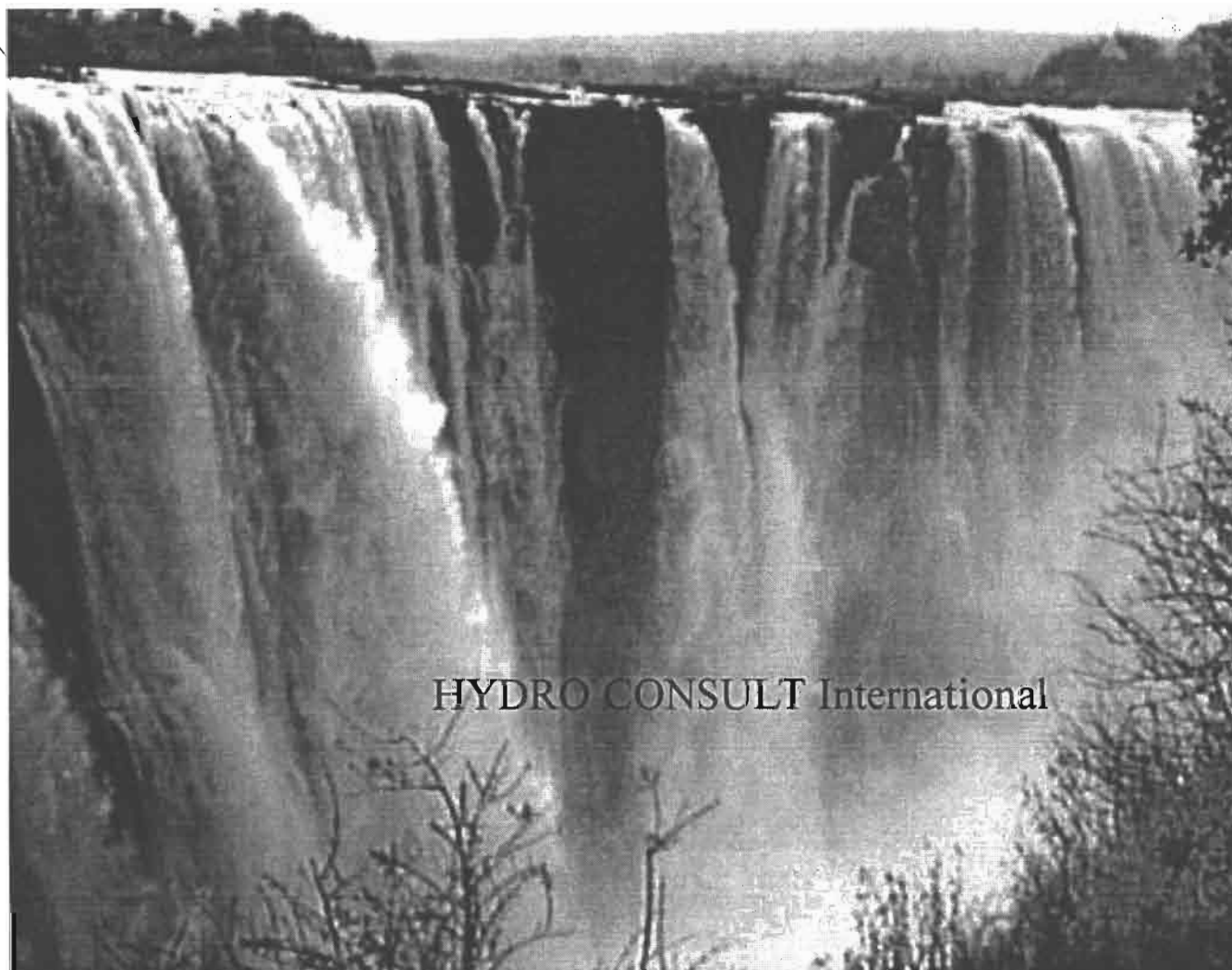
THEORIE

APPLICATIONS AUX GRANDS FLEUVES TROPICAUX

Jean - Pierre Lamagat

Hubert J. Morel Seytoux

Jean Albergel



HYDRO CONSULT International

ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES DE CRUES

Jean-Pierre LAMAGAT (1) - Hubert J. MOREL SEYTOUX (2) - Jean ALBERGEL (1)

Résumé

Le présent article décrit la propagation des ondes de crue dans les rivières à faible pente. Il est montré comment peut être résolu le problème de la transformation des hauteurs en débits pour les stations non-biunivoques et présenté une modélisation du transfert de la crue dans des bassins à hydrographie complexe : nombreux affluents et défluent, zones d'inondations.. Cette modélisation combine la cinématique à une procédure de calcul statistique et utilise les données hydrologiques aux extrémités des biefs. Il est ainsi possible de modéliser le processus de la propagation en temps et en débit (ou hauteur) sans utiliser la topographie du bief.

Dans une première partie, la théorie de la propagation des ondes de crues est présentée et les principes fondamentaux de l'hydraulique qui régissent ce phénomène sont rappelés. Deux applications directes à la résolution des problèmes hydrauliques posés sur les grands fleuves tropicaux à faible pentes sont exposées en seconde partie :

- transformation hauteur débits aux stations du Niger et du Sénégal*
- modélisation hydraulique de biefs à partir de l'analyse des temps de propagation*

Dans les deux cas, les résultats sont validés par l'étude des intervalles de confiance.

N.B. La première partie expose la théorie mathématique de la propagation, le lecteur non averti peut passer directement aux applications.

Mots-clé : Onde de crue - Propagation - Stations non biunivoques - Modélisation hydraulique - Grands fleuves tropicaux

Abstract

This article presents a methodology to describe flood wave propagation in rivers with relatively low slopes. It is shown how to convert stages into discharges for gauging stations with a looped rating curve and demonstrated how to route a flood in basins with complex morphology : numerous tributaries, flood plains, etc... The methodology combines traditional hydraulic concepts with statistical estimation procedures and utilizes only observed data at the two ends of the river reaches. It is thus possible to describe the process of propagation in time for discharge (or stage) without the need of topographic information about the reach.

In a first part, the theory of flood wave propagation is presented, with a brief review of fundamental hydraulic principles which govern the phenomenon. Two direct applications to the solution of hydraulic problems encountered on large tropical rivers with low slopes are presented in second part :

- (1) stage - discharge conversion for stations on the Niger and Senegal rivers,*
- (2) flow routing for various reaches based on the analysis of the times of propagation.*

In both cases the results are validated through an error analysis using confidence intervals.

The readers with practical orientation and limited interest in the theoretical derivations of the first part, can proceed directly to the applications.

Key words : Flood wave - Propagation - Gauging station with loop rating curve - Hydraulic model - Large tropical river

(1) Directeurs de Recherches de l'ORSTOM (Montpellier et Dakar)

(2) Hydrology Days Publications, 57 Selby Lane, Atherton, CA 94027-3926, USA.

THEORIE

Introduction

Une partie de la théorie présentée est une reprise d'un article publié précédemment [Morel-Seytoux, Fahmy et Lamagat, 1993].

La théorie de la propagation dans les cours d'eau est basée sur les équations de St Venant qui décrivent les écoulement variés, non permanents et non uniformes. Bien que les équations de St Venant impliquent déjà des approximations afin de simplifier la formulation mathématique du phénomène, la propagation demeure encore un problème complexe pour les cours d'eau à surface libre.

Les méthodes décrites dans la littérature vont des modèles conceptuels linéaires qui remplacent l'équation dynamique par une équation de stockage empirique [Mccarthy, 1938; Meyer, 1941; Kalinin et Miljukov, 1958], jusqu'à des techniques numériques très compliquées, qui résolvent les équations hydrodynamiques non linéaires complètes [Preissmann, 1961; Amein, 1966; Cooley et Moin, 1976]. Aussi bien la précision des simples modèles conceptuels que la pertinence des méthodes numériques classiques sont douteuses, au moins pour certains cas.

Une importante catégorie de modèles de propagation ont été développés afin de combler la lacune existant entre les deux extrêmes, il s'agit des modèles multilinéaires [Keefer and McQuivey, 1974; Becker, 1976]. Ces modèles sont basés sur la linéarisation des équations de l'écoulement et utilise la théorie de l'hydrogramme unitaire. Bien que les modèles multilinéaires aient l'avantage de la simplicité typique des modèles linéaires conceptuels et, de plus, prennent en compte la non linéarité du phénomène de l'onde de crue, ces modèles multilinéaires ne tiennent pas compte des écoulements latéraux et ne savent pas propager des cotes.

L'objectif final de cette étude était de développer un modèle mathématique de propagation souple et pratique, aussi bien sur le plan des modes du calage que de simulation, et en même temps de préserver le caractère de non linéarité du phénomène de la propagation de l'onde de crue. Cette souplesse signifie que le modèle peut opérer aussi bien avec des débits que des cotes. Afin de rendre le modèle pratique, le calage n'est pas basé sur des caractéristiques hydrauliques ou géométriques du cours d'eau, mais sur une chronique raisonnable de débits observés ou sur une série d'observations de hauteurs d'eau.

Définitions

Écoulement uniforme

Dans ce qui suit le terme de canal est général et désigne un cours d'eau de section prismatique dont la pente, la section, les formes restent invariables tout au long du parcours considéré.

Un écoulement est dit **uniforme** lorsqu'il se produit dans un canal en y gardant une **profondeur constante** quelle que soit l'abscisse x considérée. La surface du plan d'eau est parallèle à la ligne repère, la **vitesse moyenne** U est constante tout le long du canal. La **ligne de charge** H est une droite parallèle à la ligne repère et à la surface du plan d'eau. La **pente** S_j de cette ligne de charge, comptée positivement pour une charge décroissante, est égale à la **pente i du radier** :

$$S_j = -\frac{dH}{dx} = i = -\frac{dz}{dx} = -\frac{dh}{dx}$$

L'écoulement est uniforme lorsque la perte de charge unitaire est égale à la pente du radier.

Écoulement permanent

La notion d'**écoulement permanent** est une extension de celle d'écoulement uniforme.

Dans la nature interviennent des paramètres tels que pertes par évaporation et infiltration, il est donc impossible d'observer un écoulement uniforme tel que défini précédemment. Une nouvelle notion a donc été créée proche de celle d'écoulement uniforme : l'**écoulement permanent**.

Dans un bief donné d'un cours d'eau naturel, l'écoulement est dit permanent lorsque le gradient limnimétrique est nul quelle que soit l'abscisse x . Les pertes impliquent que la ligne de charge ne soit plus parallèle au radier du cours d'eau, mais qu'elle soit invariable dans le temps.

Un tel écoulement devrait être appelé **pseudo-permanent**, un véritable écoulement permanent impliquant le parallélisme des lignes de charge et du radier. Seules les formes du cours d'eau ne sont pas prismatiques et invariables. Cette extension est réalisée pour des commodités d'exploitation.

Écoulement graduellement varié

L'écoulement uniforme ne s'observe que dans des canaux prismatiques très longs, loin des extrémités. Dans un cours d'eau naturel la profondeur y est fonction de l'abscisse x . **L'écoulement est dit varié.**

Equations de BARRE de Saint VENANT

Equation dynamique :

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f = 0 \quad (1)$$

Equation de conservation :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -q \quad (2)$$

Dans lesquelles les variables ont les significations suivantes :

- g = accélération de la pesanteur
- u = composante de la vitesse moyenne dans la direction du cours d'eau
- t = temps
- x = abscisse représentant la distance dans la direction du cours d'eau (longitudinale)
- h = hauteur de l'eau (cote du radier z + profondeur d'eau dans la section y)
- S_f = perte de charge unitaire ou pente de la ligne de charge
- A = aire de la section mouillée
- q = perte (infiltration ou évaporation) par unité de longueur (suivant l'axe des x) et apports latéraux (nappe, affluents)

L'équation de Chézy est généralement écrite [French, 1985, p. 551] sous la forme :

$$Q = \Gamma AR^m (S_f)^{0.5} \quad (3)$$

dans laquelle Γ représente un coefficient empirique correspondant à la résistance, R est le rayon hydraulique de la section mouillée et m un exposant empirique proche de l'unité.

Lorsque l'écoulement est uniforme, il est d'usage d'écrire l'équation de Chézy sous la forme :

$$Q_0 = \Gamma AR^m (S_0)^{0.5} \quad (4)$$

Dans une section donnée, pour une même profondeur, donc pour une même surface et un même périmètre mouillé :

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{S_f}{S_0} \right)^{0.5} \quad (5)$$

En tirant S_f de (1), il vient :

$$Q = Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{gS_0} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{u}{gS_0} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \quad (6)$$

Les termes d'accélération $(\partial u / \partial t)$ et de convection $(\partial u / \partial x)$ sont toujours petits devant 1 et $\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}$. Il est donc possible d'écrire:

$$Q = Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \quad (7)$$

L'équation (7) permet d'éliminer Q de (2), soit :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \right] = -q \quad (8)$$

L'équation (8) correspond à une inertie nulle, les termes d'accélération ayant été éliminés.

L'équation (8) peut être développée, en se rappelant que Q_0 est une fonction de A et de x :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \left[\left(\frac{\partial Q_0}{\partial A} \right)_x \frac{\partial A}{\partial x} + \left(\frac{\partial Q_0}{\partial x} \right)_A \right] + Q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[\sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \right] = -q$$

Afin de simplifier l'écriture de (9), on utilise la définition de la célérité de l'onde cinématique [Henderson, 1966, p. 366]:

$$C_{kw} = \left(\frac{\partial Q_0}{\partial A} \right)_x \quad (10)$$

L'équation (9) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + C_{kw} \sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \frac{\partial A}{\partial x} = -q - \sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \left(\frac{\partial Q_0}{\partial x} \right)_A - Q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[\sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \right] \quad (11)$$

L'introduction de deux variables auxiliaires permet de simplifier l'écriture de (11) :

$$Z_a = \sqrt{-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \quad (12)$$

$$p = \left(\frac{\partial Q_0}{\partial x} \right)_A \quad (13)$$

Dans (12), $\partial h / \partial x$ est la solution de (11), soumise à certaines conditions initiales et aux limites. On peut définir une variable équivalente Z qui a le même côté droit que (12) pour le cas où $\partial h / \partial x$ est la solution de l'équation de l'onde cinématique ($S_0 = S_f$) dans les mêmes conditions initiales et aux limites. Ainsi Z est l'approximation de l'onde cinématique pour Z_a .

Avec ces nouvelles notations, en introduisant la largeur du cours d'eau à la surface B , et en se souvenant que A est une fonction de la profondeur y et de la distance x , (11) peut être réécrit en termes de hauteur h . En un point donné, la variation de A , dA , est reliée à la variation de hauteur : $dA = B dh$. D'où : $\partial A / \partial t = B \partial h / \partial t$. A un instant donné la différentielle de A est :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)_x dy + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y dx$$

En particulier :

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)_x \frac{\partial y}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y$$

En exprimant y en termes de h et de z , il vient :

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \left(\frac{\partial A}{\partial h} \right)_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} + S_0 \right) + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y = B \left(\frac{\partial h}{\partial x} + S_0 \right) + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y$$

Ce qui donne l'équation finale :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C_{kw} Z_a \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{B} \left[q + Z_a p + Q_0 \frac{\partial Z_a}{\partial x} + C_{kw} Z_a \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] - C_{kw} Z_a S_0 \quad (14)$$

Interprétation de l'équation (14)

Considérons la propagation d'un "signal" se propageant à partir d'une section donnée, pour une hauteur d'eau h , à l'amont d'un bief. La hauteur d'eau h est une fonction de x et de t , donc :

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) dt + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) dx$$

La proportionnalité de cette relation terme à terme avec (14) conduit à :

$$(dx / dt)_h = C_{Kw} Z_a \quad (15)$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{B} \left[q + Z_a P + Q_0 \frac{\partial Z_a}{\partial x} + C_{Kw} Z_a \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] - C_{Kw} Z_a S_0 \quad (16)$$

L'équation (15) donne la vitesse de propagation du signal, vitesse à l'instant initial pour une inertie nulle; et (16) représente le taux de "déformation" du signal lorsqu'il se propage.

Ces deux équations doivent être résolues simultanément. De (15) on déduit le temps de propagation T_a d'un signal de hauteur (de valeur initiale h à la station amont) pour atteindre la station aval située à la distance L de l'amont, soit :

$$T_a(h) = \int_0^L \frac{dx}{C_{Kw} Z_a} \quad (17)$$

De (16) on déduit, par intégration, la valeur de h à la station aval: h_D , soit :

$$h_D = h - \int_0^{T_a(h)} \left\{ \frac{1}{B} \left[q + Z_a P + Q_0 \frac{\partial Z_a}{\partial x} + C_{Kw} Z_a \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] - C_{Kw} Z_a S_0 \right\} dt \quad (18)$$

Dans la réalité, des fonctions comme $S_0(x)$, $Q_0(h,x)$, etc., ne sont pas connues. On doit les déduire des observations d'ondes de crues.

Procédure de calage des paramètres de l'onde de propagation

Dans une longue chronique d'observations de hauteurs d'eau (cotes ou débits), l'échantillon comprenant toutes les observations, couvrant le marnage, est divisé en plusieurs classes ou tranches d'observations.

Considérons une tranche de hauteurs relativement petite encadrant une valeur h_0 , soit (h_1, h_2) , où $h_1 < h_0 < h_2$ ($h_2 - h_1$) étant la taille de la classe.

En utilisant les observations réalisées au cours de plusieurs années à une section amont h_m , un échantillon de valeurs d'une station située à aval, h_{Dm} , mesurées avec un temps de décalage arbitraire mais choisi T , soit $h_{Dm}(T)$, peut être constitué. L'index m varie de 1 au nombre total de valeurs observées dans cette classe de l'échantillon des observations. A noter que chaque valeur h rencontrée pendant la période de crue est nécessairement aussi trouvée pendant la période de décrue.

Par conséquent, si dans une classe centrée autour de h_0 , on pondère le nombre de valeurs observées en crue et en décrue par les valeurs correspondantes de $|\partial h / \partial x|$, si la classe est suffisamment importante, il y aura le même nombre d'événements en crue qu'en décrue. En notant l'espérance mathématique d'une variable aléatoire (.) par $E(.)$, il est possible de conclure que, à l'erreur d'échantillonnage près :

$$E \left\{ \left(-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{0.5} \right\} = E \left\{ \left(-\frac{1}{S_0} \frac{\partial y}{\partial x} \right)^{0.5} \right\} = E(Z_a) \cong 1 \quad (19)$$

car $\partial y / \partial x$ est négatif pendant la crue et positif pendant la décrue. Il s'ensuit que le temps moyen de parcours déduit de (17) est :

$$T(h_0) = E[T(h)] = E \left[\int_0^L \frac{dx}{C_{Kw} Z_a} \right] \approx \frac{L}{C_{Kw}(h_0)} \quad (20)$$

$\bar{C}_{Kw}(h_0)$ étant la vitesse moyenne de l'onde cinématique le long d'un bief, ce qui est différent de $C_{Kw}(h_0)$, vitesse instantanée de l'onde cinématique à la section amont, origine du signal h_0 .

Pour un temps de propagation donné T et pour un échantillon de hauteurs amont h_m , il correspond une série de valeurs à la station aval h_{Dm} . L'équation (18) permet de calculer une valeur moyenne de h_{Dm} , notée \hat{h}_{Dm} et donnée par la relation :

$$\hat{h}_{Dm} = h_m - b(h_0)T(h_0) - S_0 L \quad (21a)$$

ou

$$\hat{h}_{Dm} = h_m - a(h_0) \quad (21b)$$

dans laquelle

$$b(h_0) = \left[\frac{q(h_0) + p(h_0) + (\partial A / \partial x)_y}{B(h_0)} \right] \quad (22)$$

$$a(h_0) = b(h_0)T(h_0) - S_0L \quad (23)$$

La barre supérieure dans l'équation (22) indique une moyenne, aussi bien dans l'espace sur la distance L que dans un échantillonnage sur des ondes variées, certaines en crue, d'autres en décrue. $Z_a C_{KW}$ étant la vitesse de propagation dans le cas d'une inertie nulle (cf équation (15)), pour une situation donnée, l'équation (18) établit que la vitesse de propagation calculée (ou moyenne de l'échantillon) à l'inertie zéro est la vitesse de l'onde cinématique.

Puisque la théorie conduit à une relation linéaire entre h_m et h_{Dm} , la taille de la classe étant relativement petite, le paramètre a peut être estimé en minimisant la somme des carrés des erreurs, calculée à partir de :

$$S_h^2 = \sum_m (h_{Dm} - \hat{h}_{Dm})^2$$

où h_{Dm} et \hat{h}_{Dm} sont respectivement les hauteurs à la station aval observées et calculées.

Il est important de noter ici que (21b) donne la relation correcte entre h_m et \hat{h}_{Dm} seulement si T est le temps de propagation de h_m , parce que (21b) n'est pas applicable autrement.

Le temps de propagation "vrai" est celui qui minimise $S_h^2(T)$, en vertu du principe du maximum de vraisemblance, étant entendu que les erreurs aléatoires sont Gaussiennes.

Pour toutes les valeurs de T autres que la vraie valeur, $S_h^2(T)$ est la somme du carré des erreurs aléatoires plus le carré du biais dans la relation.

Le temps est incrémenté à une nouvelle valeur : $T + \Delta T$, tous les calculs sont répétés et éventuellement une valeur de $S_h^2(T + \Delta T)$ est obtenue. La valeur de T qui minimise $S_h^2(T)$ est le "bon" temps T .

La régression $\hat{h}_{Dm} = h_m - a$ est alors développée pour la bonne valeur de T . Cette procédure est répétée pour toutes les classes. A la fin on obtient un fichier représentant la relation entre la moyenne de la classe h_0 ainsi que le temps T et la constante d'amortissement a .

Simulation

Le modèle de prévision obtenu à partir du procédé de calibrage de l'onde cinématique est constitué de deux équations :

$$T = T(h) \quad (24a)$$

$$h_0 = h - a(h) \quad (24b)$$

Il peut être utilisé directement pour la simulation, mais dans des conditions naturelles, l'onde de crue ne se comporte pas comme une onde cinématique. Le temps de propagation calculé par le procédé de calibrage est incorrect. Le temps de parcours actuel est:

$$T_a(h) = \frac{L}{C_a} = \frac{L}{Z_a C_{KW}} = \frac{T(h)}{Z_a} = \frac{T(h)}{\left(-\frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{0.5}} \quad (25)$$

dans lequel $\overline{C_a}$ est la moyenne dans l'espace de la vitesse actuelle, valeur approchée $\overline{Z_a C_{KW}}$, et $\overline{Z_a}$ est définie de la même manière.

Une approximation (parmi beaucoup d'autres) utilisée dans la présente étude pour simuler (ou réaliser la prévision en temps réel) l'approche de l'inertie zéro consiste à prendre Z pour $\overline{Z_a}$, et d'exprimer $(\partial h / \partial x)_{KW}$ en termes de $(\partial h / \partial x)_{KW}$.

En pratique, $(\partial h / \partial x)$ observé est utilisé à la place de la valeur théorique de $(\partial h / \partial x)_{KW}$. De l'équation (14), avec $Z_a = 1$, et en utilisant les moyennes dans l'espace pour les valeurs ponctuelles, à l'exception de $(\partial h / \partial x)$ et $(\partial h / \partial x)$, on obtient :

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{KW} = -\frac{T(h)}{L} \left\{ \left[\frac{q + p + C_{KW}(\partial A / \partial x)_y}{B} \right] + \frac{\partial h}{\partial x} \right\} - S_0 \quad (26)$$

En substituant dans (25), il vient :

$$T_a(h) = \frac{T(h)}{\left\{ 1 + \frac{T(h)}{S_0 L} \left[b(h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] \right\}^{0.5}} \quad (27)$$

La modification de l'équation d'amortissement est plus complexe car dans la partie droite de l'équation (16) des termes impliquent Z_a et d'autres non. Ce qui nous conduit à étudier la signification physique des termes de la partie droite de (16).

La variable q représente la contribution à l'amortissement due aux pertes ou gains dans le bief comme l'infiltration ou les apports des tributaires latéraux.

Les termes en $p = (\partial Q_0 / \partial x)_A$, $C_{KW}(\partial A / \partial x)_y$, et $S_0 C_{KW}$ représentent des caractéristiques d'hétérogénéité géométriques et géomorphologiques du cours d'eau.

Cas où les pertes sont dominantes

Rigoureusement, l'équation d'amortissement de l'inertie zéro est obtenue au moyen de l'équation (18) pour un cas particulier. En d'autres termes, dans (21a), T est remplacé par T_a et la moyenne est seulement une moyenne spatiale. Cependant, puisque dans ce cas les termes de pertes dominant, et puisque Z_a doit être remplacé par une valeur moyenne $\overline{Z_a}$, alors :

$$\frac{1}{B(h)} \left[q(h) + Z_a p(h) + Q_0 \frac{\partial Z_a}{\partial x} + Z_a C_{KW}(h) \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] + Z_a S_0 C_{KW}(h)$$

n'est pas très différent de :

$$\left[\frac{q(h) + p(h) + C_{KW}(h) (\partial A / \partial x)_y}{B(h)} \right] + \overline{Z_a} S_0 C_{KW}(h)$$

et en bonne approximation, on peut utiliser l'expression :

$$h_D = h - \frac{b(h)T(h)}{\overline{Z_a}} - S_0 L = h - \frac{b(h)T(h)}{\overline{Z}} - S_0 L \quad (28)$$

Comme précédemment, la barre sur $\overline{Z_a}$ indique simplement une moyenne spatiale sur le bief. Eventuellement $\overline{Z_a}$ est remplacé par sa valeur approchée \overline{Z} , de nouveau \overline{Z} est simplement la moyenne spatiale de Z , et non une prévision (qui serait 1).

Cas où les termes d'hétérogénéité dominant

Si la somme des termes représentant les caractéristiques d'hétérogénéité du cours d'eau dominant, alors, puisque Z_a doit être remplacée par une valeur moyenne $\overline{Z_a}$:

$$\frac{1}{B(h)} \left[q(h) + Z_a p(h) + Q_0 \frac{\partial Z_a}{\partial x} + Z_a C_{KW}(h) \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] + Z_a S_0 C_{KW}(h)$$

n'est pas très différent de :

$$\overline{Z_a} \left[\frac{q(h) + p(h) + C_{KW}(\partial A / \partial x)_y}{B(h)} \right] + \overline{Z_a} S_0 C_{KW}(h)$$

et, en bonne approximation, on peut utiliser l'expression :

$$h_D = h - b(h)T(h) - S_0 L \quad (29)$$

Souvent on ne sait pas à priori lequel des termes domine. En pratique, lorsque le calibrage est effectué et que $T(h)$ et $b(h)$ sont connus, on recalculé les données observées à l'aide des fonctions calibrées.

Dans la procédure de simulation la variable \bar{Z} doit être estimée. Les valeurs remarquables observées de $\partial h / \partial \bar{a}$ à l'extrémité amont du bief peuvent être utilisées dans l'équation (27) ainsi que pour calculer \bar{Z} , ce qui peut être fait directement par interpolation avec les valeurs calculées de l'aval.

Pour le calcul de l'amortissement dans une simulation, l'équation (28) pourra être utilisée, alors que dans une autre (29) le sera. La simulation qui donnera le meilleur résultat pour la période observée indiquera empiriquement le terme dominant du processus d'amortissement.

Transformation des hauteurs en débits pour les stations non-biunivoques

L'équation :

$$Q = Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \quad (7)$$

peut être écrite sous la forme :

$$-\frac{\partial y}{\partial x} = S_0 \frac{Q^2 - Q_0^2}{Q_0^2} \quad (30)$$

D'après (14) pour les h , mais qui s'applique également pour les y , et donc d'après (15) :

$$-\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{\bar{a}} \frac{\partial y}{\partial \bar{a}} = \frac{1}{Z_a C_{KW}} \quad (31)$$

et en une station donnée, on peut écrire :

$$\frac{Q^2 - Q_0^2}{Q_0^2} = \frac{1}{Z_a S_0 C_{KW}} \frac{\partial y}{\partial \bar{a}}$$

ou de manière approchée, avec $Z_a = 1$:

$$\frac{Q^2 - Q_0^2}{Q_0^2} = \frac{1}{S_0 C_{KW}} \frac{\partial y}{\partial \bar{a}} \quad (32)$$

C_{KW} est une fonction de h , S_0 n'est fonction que de x . Posons pour des commodités d'écriture :

$$K(h) = \frac{1}{S_0 C_{KW}(h)} \quad (33)$$

(32) donne :

$$Q = Q_0 \left(\sqrt{1 + K(h)(dy/dt)} \right) \quad (34)$$

Introduisons pour les besoins pratiques de l'analyse la notion de gradient limnimétrique : $G(t)$. Cette fonction du temps qui représente la variation de hauteur d'eau à la station considérée, est exprimé arbitrairement en cm/jour :

$$G(t) = \gamma(dy/dt) \text{ avec } \gamma = \text{constante assurant l'interface des unités.}$$

En introduisant le gradient journalier, il vient :

$$Q = Q_0 (1 + K(h)G(t))^{0.5} \quad (35)$$

Application pratique à la transformation des hauteurs en débits

L'analyse de la fonction correction de gradient $K(h)$ est réalisée à l'aide d'un logiciel "ANAKH" qui utilise l'équation (35) :

$$Q = Q_0(1 + K(h)G(h))^{0.5} \quad (35)$$

Les variables h , $Q(h)$ et $G(h)$ sont observées ou mesurées. Il reste donc à déterminer les fonctions $Q_0(h)$ et $K(h)$. L'hypothèse est faite que la relation entre le débit univoque Q_0 et h peut être assimilé à une équation du second ordre pour une tranche de hauteur limitée (en général 0.5 mètre) et les débits correspondant.

Le logiciel calcule automatiquement la valeur de $K(h)$ qui minimise la somme des écarts absolus entre une valeur calculée par la régression du second ordre sur une tranche de hauteurs DH : $\hat{Q}_0(h)$ et la valeur corrigée de Q définie par :

$$Q_{0c}(h) = \frac{Q(h)}{(1 - K(h)G(h))} \quad (36)$$

Pour une tranche DH contenant n mesures de débits, on fait varier $K(h)$ entre deux bornes (K_1 et K_n) avec un pas DK , pour chaque valeur K_i , on calcule la somme des erreurs absolues ou la somme des carrés des erreurs:

$$S(K_i) = \sum_{j=1,n} \left(\left| \hat{Q}_0(h_j) \right| - \left| Q_0(h_j) \right| \right)$$

La valeur minimale de $S(K_i)$ fournit la «vraie» valeur de $K(h)$ qui correspond à la moyenne des hauteurs des mesures utilisées dans la tranche DH .

La figure 4 contient les mesures corrigées à l'aide de l'équation (36) et des fichiers correspondants aux figures 2 et 3.

Les mesures corrigées conduisent au tracé de deux courbes d'éta-lonnage dont les utilisations respectives semblent être bornées entre 1970 et 1974, période pour laquelle nous ne possédons pas de mesures de débit. Les mesures effectuées pendant la crue de 1969 sont manifestement situées sur la première courbe; les suivantes, qui datent de 1976 appartiennent au deuxième groupe.

L'utilisation d'un modèle de propagation a permis de situer un basculement au début de la crue 1974. On peut penser légitime-ment que le détarage est intervenu sensiblement à la même période, les équations de la propagation utilisant les mêmes paramètres que ceux de la transformation hauteur/débit.

Résultats

Les tableaux 1 et 2 contiennent les résultats de l'analyse des mesures de débit. Ils sont exprimés en %. Dans le tableau 1 se trouvent les mesures réalisées avant 1970, les variables ont les significations suivantes :

- DQ_{m0} = écart relatif entre débits mesurés et courbe de tarage.
- DQ_{oc} = écart relatif entre débit corrigé par la fonction correction de gradient et la courbe de tarage.
- N = nombre de mesures prises en compte en fonction du pourcentage (précision).

Le tableau 2 contient le même type de résultats pour la période postérieure à 1975.

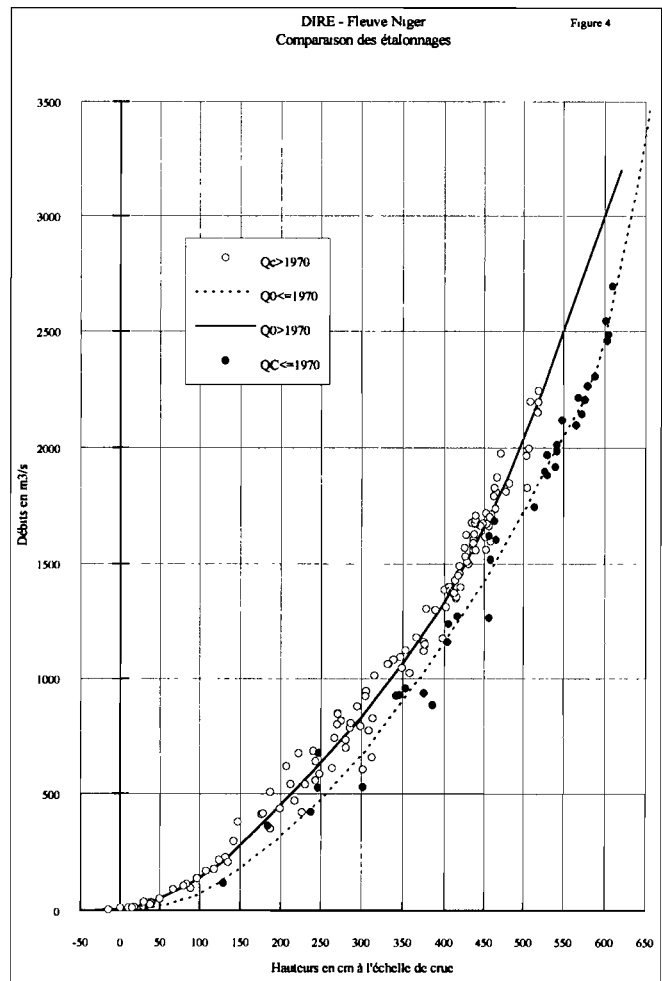
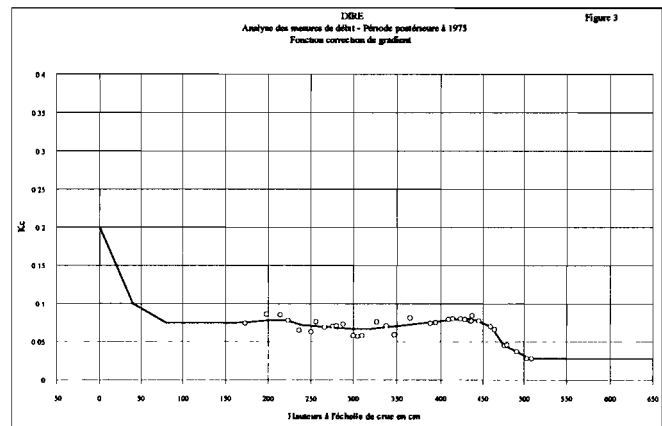
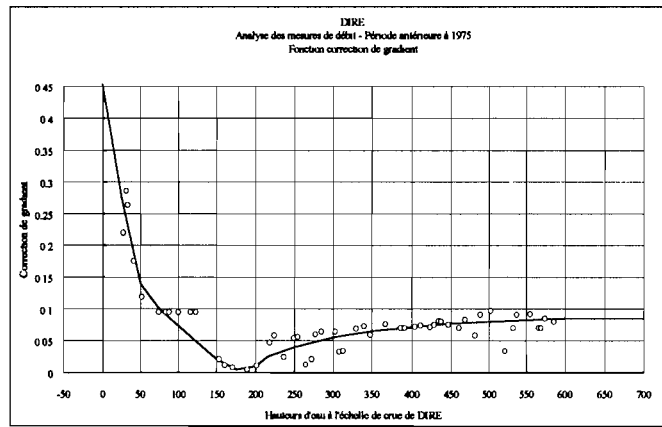
Pour 80% à 90% des cas, la précision des mesures corrigées est correcte.

Tableau 1

DQm0	DQ0cor	%	N
13.31	7.03	100	37
11.46	5.53	95	35
10.23	4.31	90	33
9.31	3.51	80	30

Tableau 2

DQm0	DQ0cor	%	N
12.22	7.97	100	130
11.58	6.42	95	124
11.22	5.48	90	117
10.22	4.35	80	104



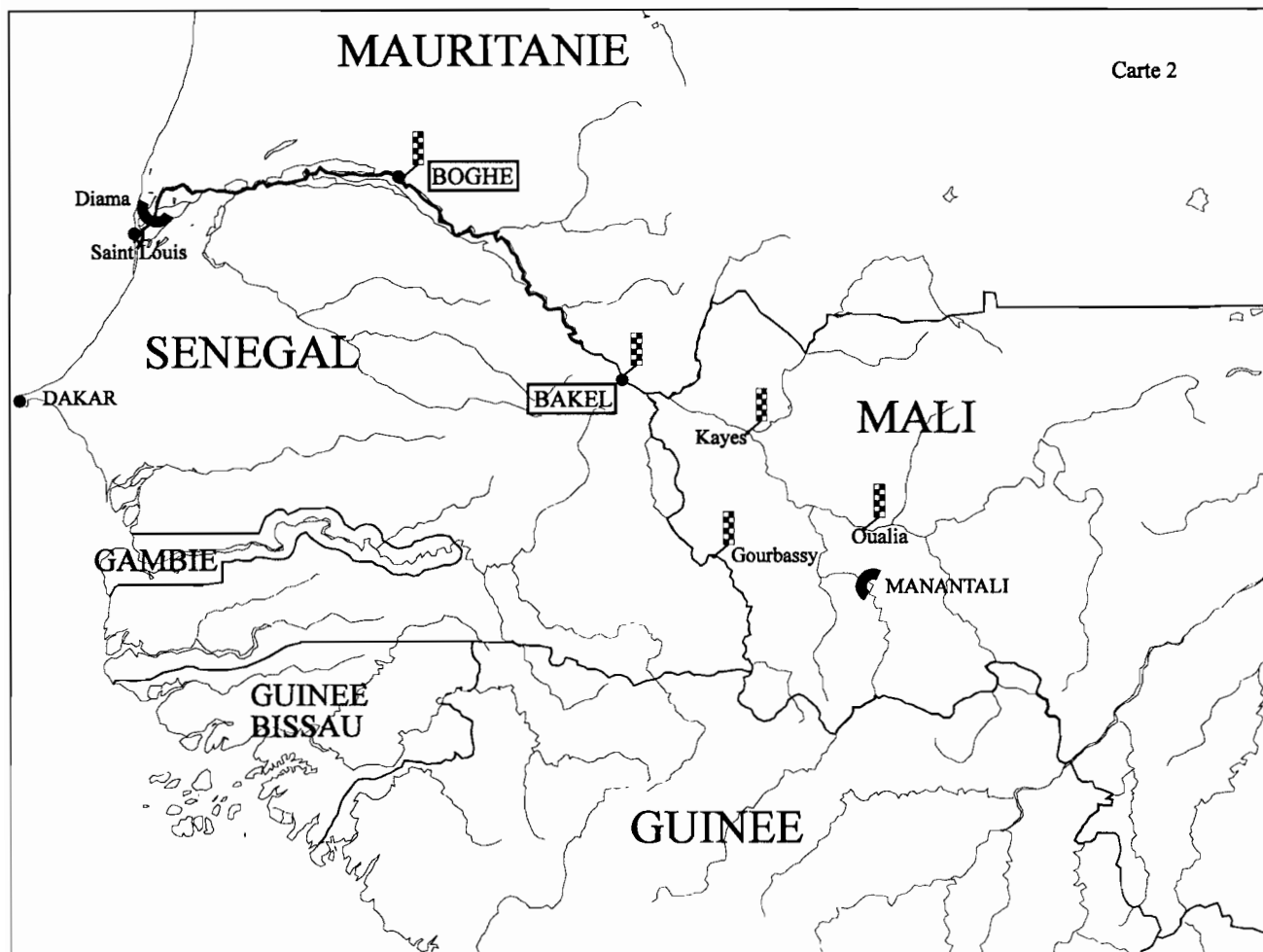
Le Sénégal à Boghé

Surface bassin versant = 263 000 km²

Longitude : 14°17' W.

Latitude : 16°35' N.

P.K. 379 - Altitude du zéro : -0.57 IGN.



Tarage

Le débit du lit mineur ne représente qu'une fraction du débit total passant dans la vallée, cette fraction est d'autant mal connue que le niveau du fleuve est plus élevé. L'intérêt de l'étalonnage se résume au lit mineur[Rochette, 1974].

La loi hauteur-débit est non-biunivoque. Cent trente sept mesures de débits ont été réalisées entre les hauteurs 275 cm et 940 cm à l'échelle de crue, pour des débits compris entre 185 et 1800 m³/s.

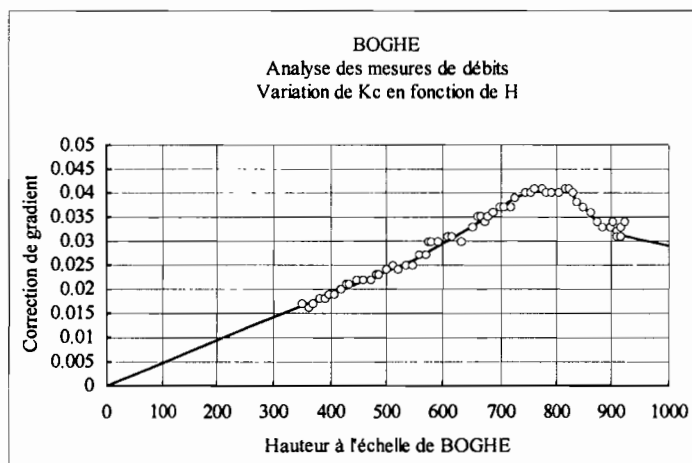
La figure 5 montre le résultat de l'analyse de la fonction correction de gradient, analyse effectuée de la même manière que pour Diré.

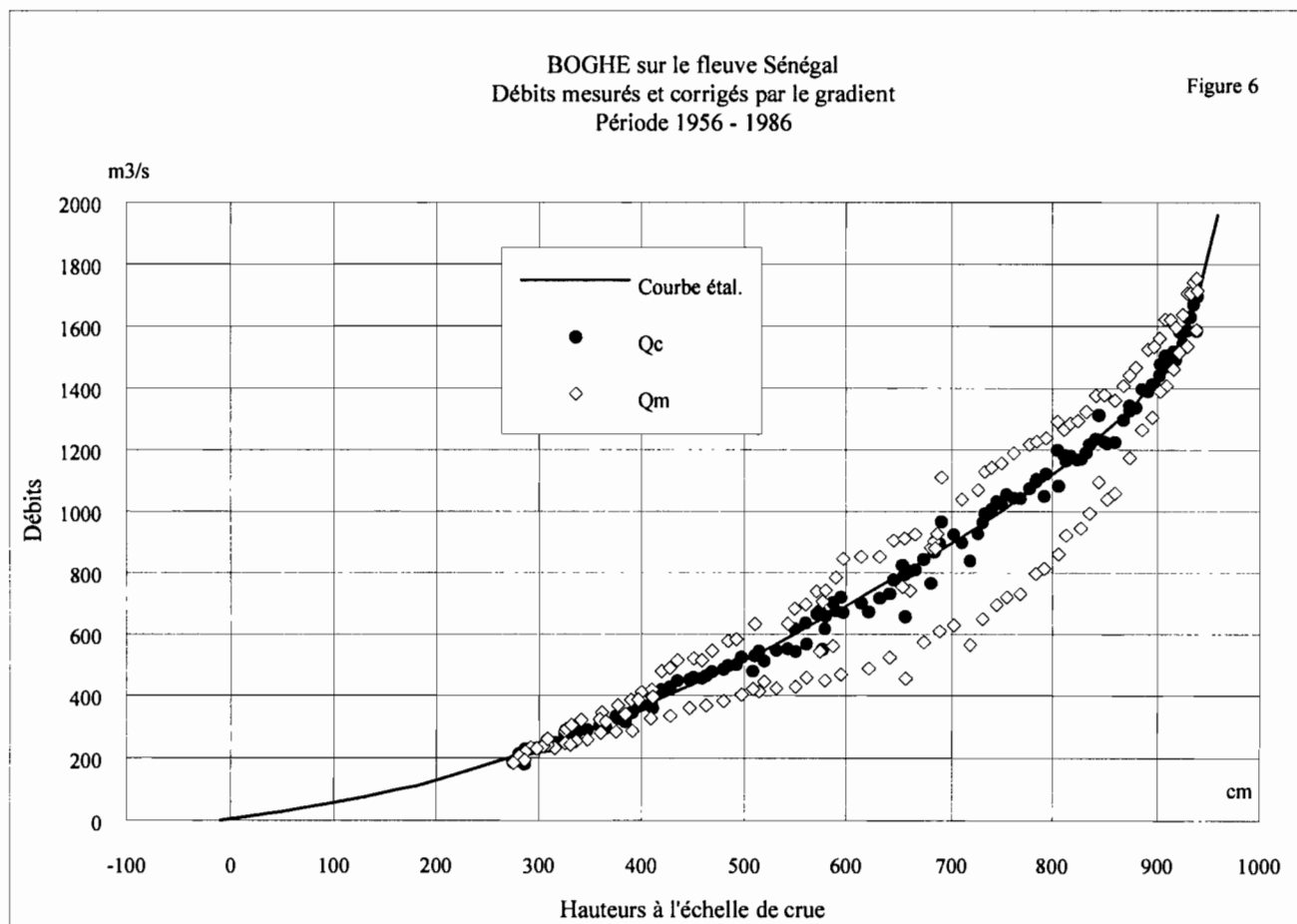
Le tableau 3 donne la synthèse des résultats, les colonnes contiennent les mêmes paramètres que pour Diré. La courbe d'étalonnage "corrigée" est particulièrement correcte; elle correspond à une courbe d'étalonnage de station biunivoque.

La figure 6 de colonne ci-contre contient les mesures brutes et corrigées par la fonction de correction de gradient représentée dans la figure 5.

DQm0	DQ0c	%	N
13.91	3.33	100	137
12.93	2.86	95	130
11.82	2.49	90	123
10.4	2.06	80	109

Tableau n°3





Le Sénégal à Bakel

Longitude : 12°27' W

Latitude : 14°54' N

Altitude : 11,16 mètres (NG)

La station de Bakel est une des plus anciennes stations hydrologiques de l'Afrique de l'ouest. Les relevés remontent à 1901.

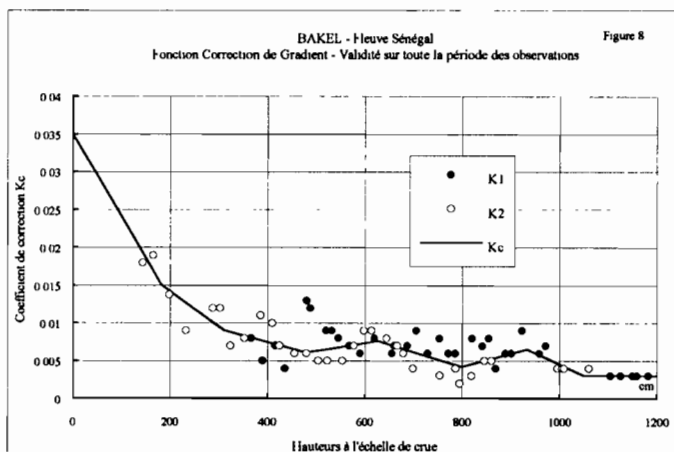
La station est non-biunivoque, comme à Diré sur le Niger. Il existe un détarage important apparaissant au même moment, avec très probablement une période transitoire mal définie.

Trois cent quarante quatre mesures de débit ont été réalisées, dont 132 pendant la première période (1950/1973) et 212 dans la seconde (1974/1987). Les mesures brutes sont contenues dans la figure 7.

L'analyse des mesures pour l'évaluation de la fonction correction de gradient a été menée séparément pour chaque période: 1950 à 1973(K1) puis 1974 à 1987 (K2). Une seule fonction est utilisée pour toute la période, Kc (figure 8), les résultats pour chaque période n'étant pas assez différent pour que nous puissions établir deux fonctions.

Les figures 9 et 10 montrent les courbes d'étalonnage correspondant aux deux périodes avec le détarage existant.

Les tableaux 4 et 5 contiennent la synthèse des résultats. Ceux-ci sont légèrement moins bons que pour Boghé. Il semble que cela provienne des périodes transitoires, 1950/51 et 1970/73 qui présentent des écarts supérieurs à la moyenne.



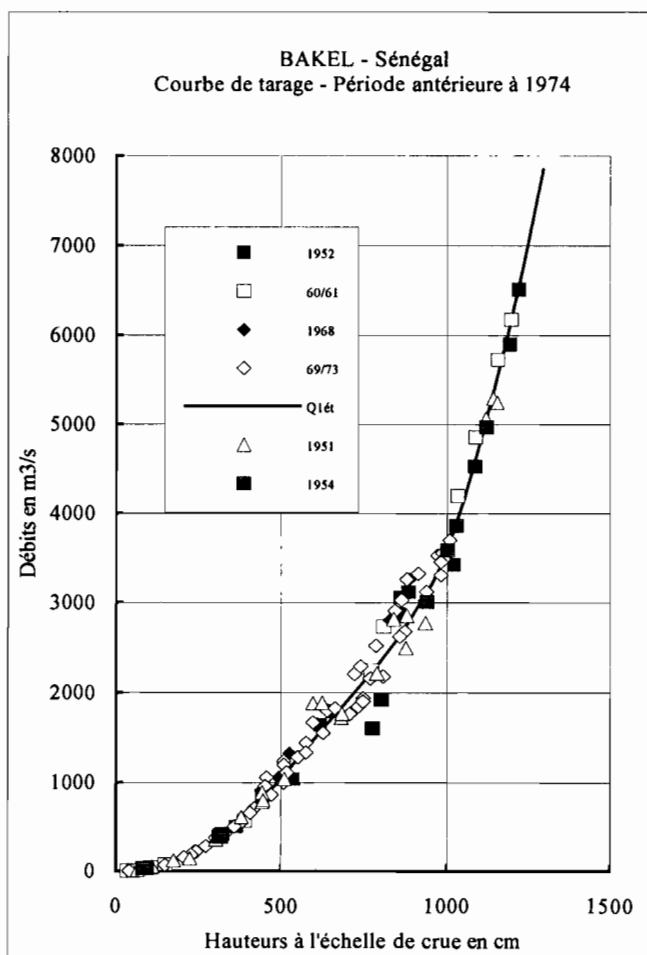
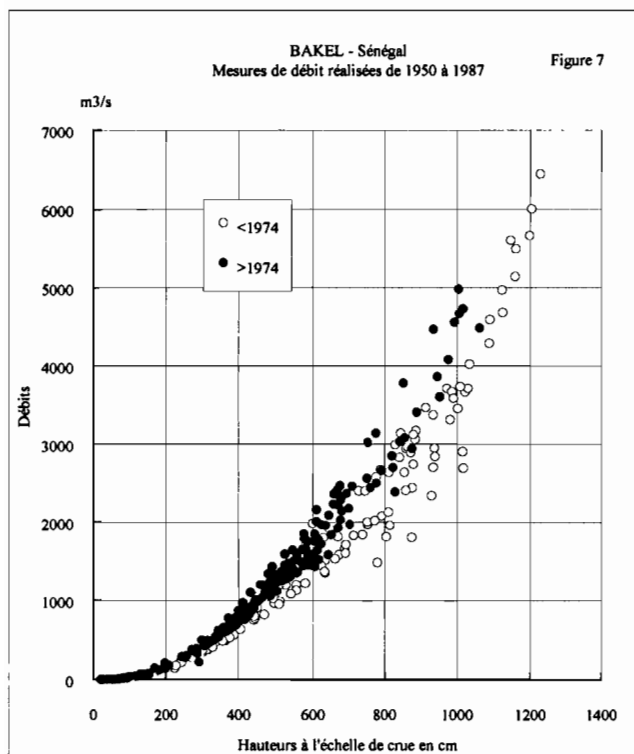


Tableau 4 : Période 1950/1973

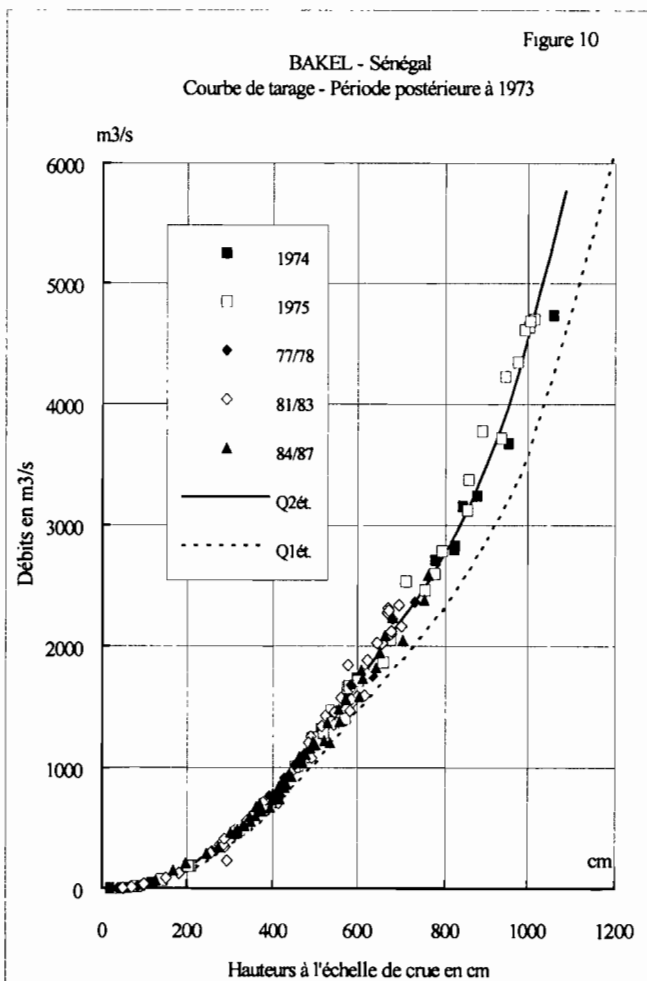
%	N	DQmc	DQm0	DQ0c
100	166	7.42	9.41	7.30
95	158	5.94	8.16	6.06
90	149	5.10	7.56	5.15
80	133	3.85	6.49	3.82

DQmc = Ecart moyen entre débit mesuré et calculé à l'aide des caractéristiques hydrauliques au moment de la mesure (en %)

Les autres colonnes contiennent les mêmes variables que pour la synthèse de Diré.

Tableau 5 : Période 1974/1987

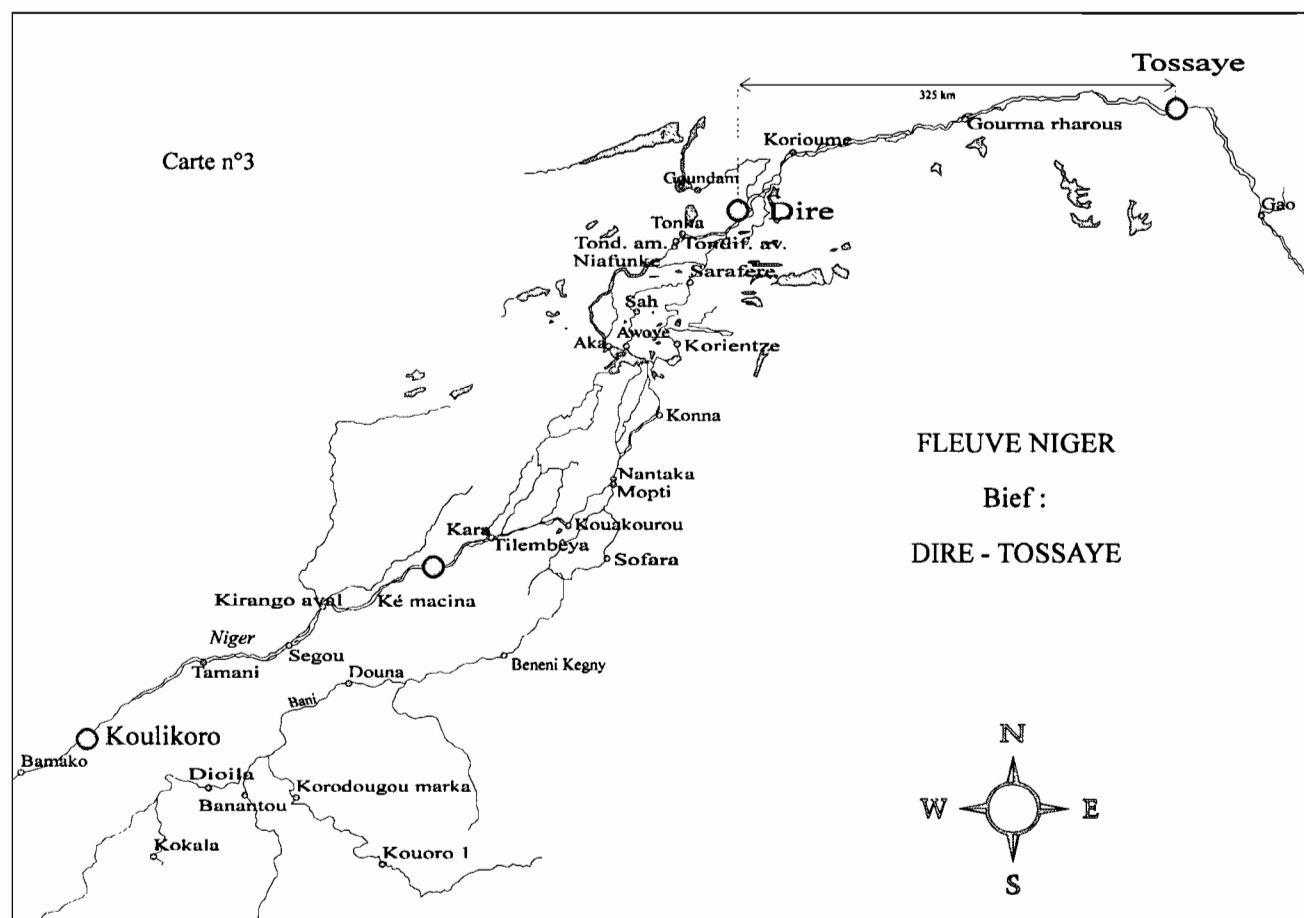
%	n	DQmc	DQm0	DQ0c
100	166	4.48	7.28	4.51
95	158	3.99	7.34	4.03
90	149	3.55	7.05	3.59
80	133	2.99	6.64	3.01



Exemples d'applications de l'analyse des temps de propagation

Etude de la propagation de crue sur deux biefs du fleuve Niger

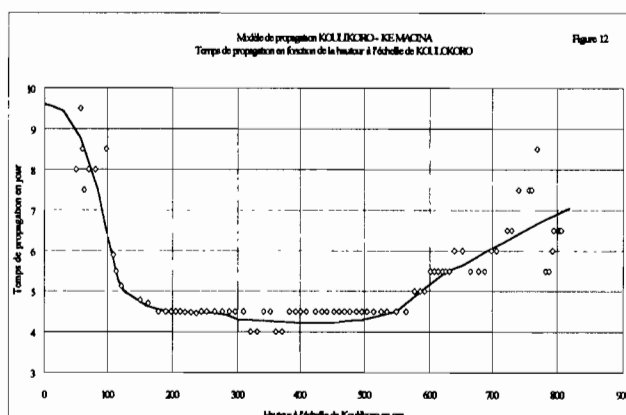
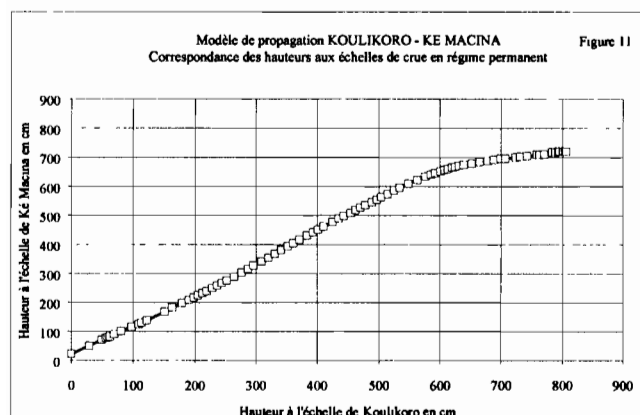
La carte n°3 montre les biefs étudiés : Koulikoro/Ké Macina et Diré/Tossaye [Lamagat & al., 1983; 1984; 1985; 1986; 1987]



Bief Koulikoro - Ké Macina

La longueur du bief est d'environ 270 kilomètres. Des aménagements hydroagricoles sont implantés sur le parcours, en particulier le barrage de Markala qui alimente les périmètres de l'Office du Niger. Les débits dérivés sont relativement importants pendant l'étiage du fleuve, il est donc assez difficile de caler le modèle pour cette période (février à mai).

L'analyse est menée à l'aide du logiciel "ATH2" qui fournit deux fichiers : Les relations $T = F(H)$ et $H_d = G(H_m)$. Ces deux fichiers sont obtenus à partir de 5 années d'observations des hauteurs moyennes journalières aux deux stations, soit sensiblement 1727 hauteurs pour chacune (selon le nombre d'années bisextiles comprises dans la période prise en compte).



Dans le cas présent le calibrage du modèle a été fait sur une période un peu plus longue : 1966 à 1974.

Les figures 11 et 12 contiennent les résultats de cette analyse.

Les figures 13, 14 et 15 montrent les tests de validation qui ont été réalisés sur la période 1975 - 1984 et sur les crues annuelles 1975/76 et 1979/80.

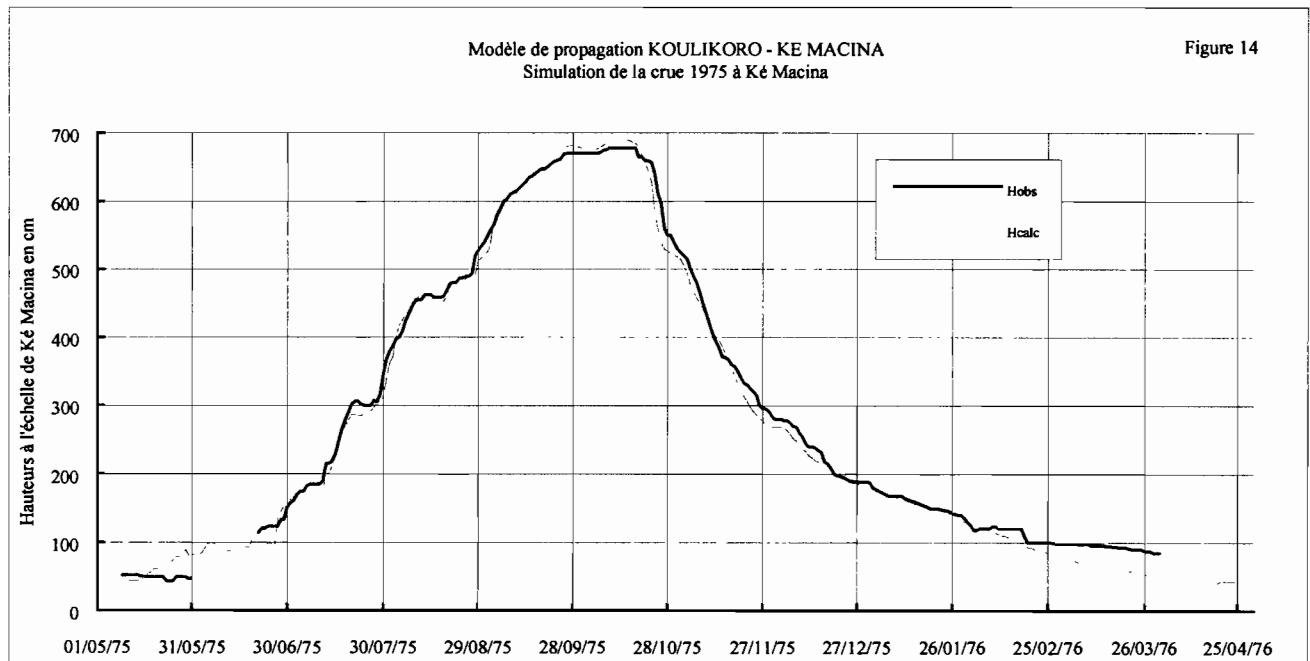
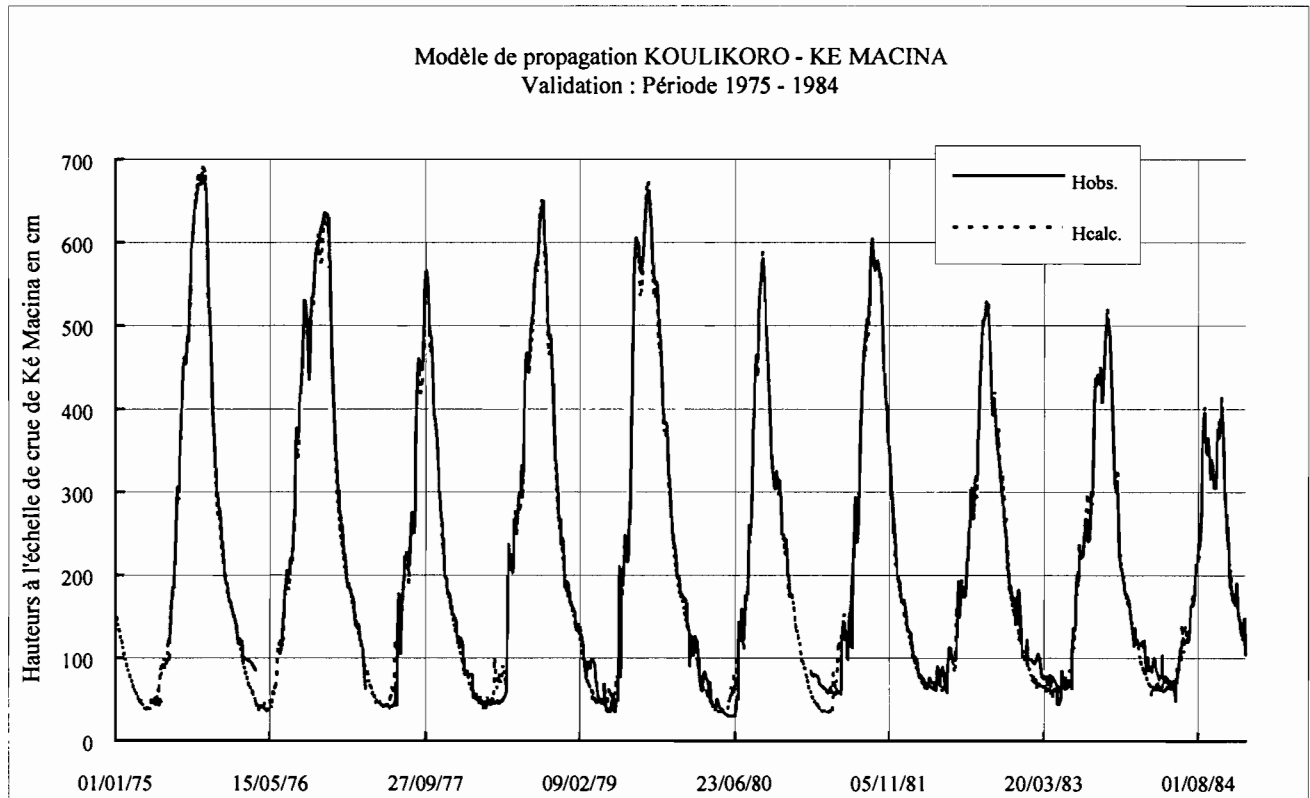
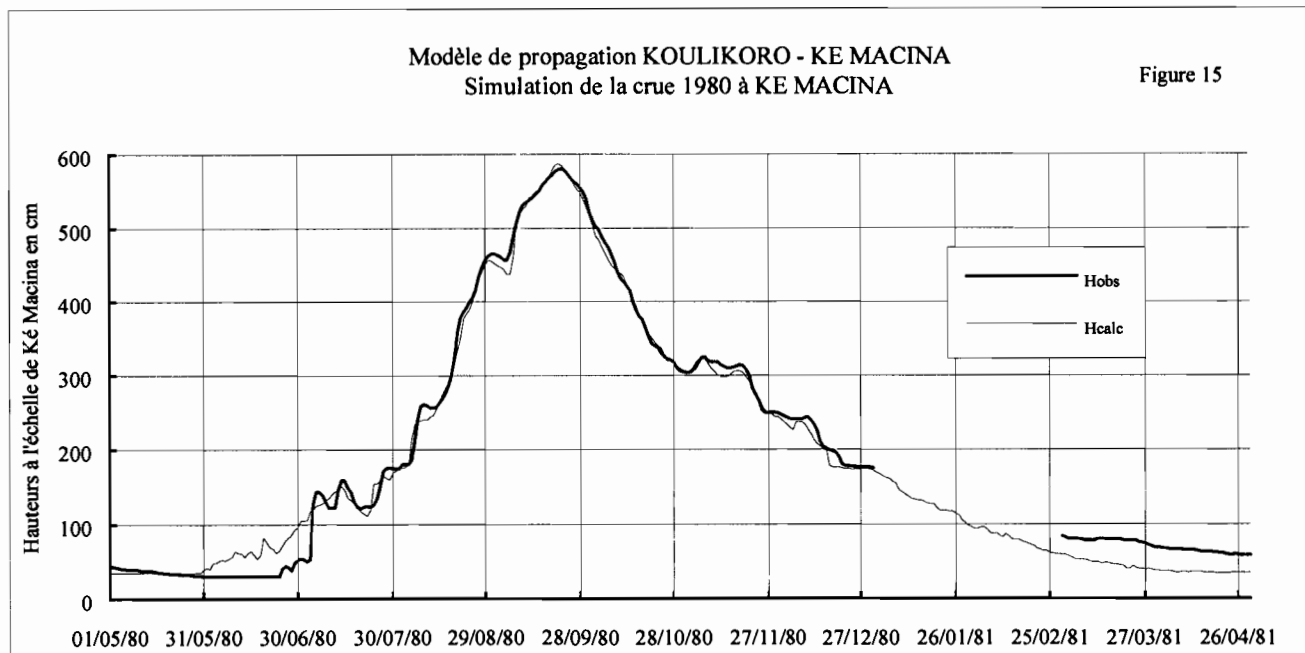


Figure 14

L'écart moyen sur la période 1975/1984 est de 12 cm, l'écart-type atteignant 16 cm. Il faut rappeler que ces valeurs sont obtenues à partir d'observations de hauteurs brutes qui n'ont pas été préalablement critiquées et homogénéisées.



Pour les hauteurs observées à Koulikoro supérieures à la cote 2,00 m à l'échelle de crue, l'erreur sur la hauteur simulée à Ké Macina est de l'ordre de 3%.

Les intervalles de confiance correspondant aux hauteurs dépassées (en cm) à Koulikoro ont les valeurs suivantes : (valeurs exprimées en cm et %)

Tableau 6

Int. de Conf.	H>0	H>200	H>300	H>400	H>500	H>600
Ec. Type (cm)	16.21	12.73	12.07	12.05	13.48	15.80
95%	32	25	24	23	26	31
90%	27	21	20	20	22	26
80%	21	16	15	15	17	20

Bief Diré - Tossaye

La station de Diré est située dans la partie aval du Delta Central du Niger, dans la zone où la pente est la plus faible, souvent inférieure à 5mm/km. La distance qui sépare les deux stations est d'environ 350 kms.

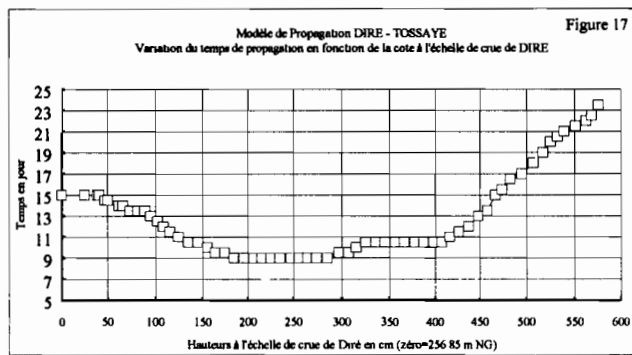
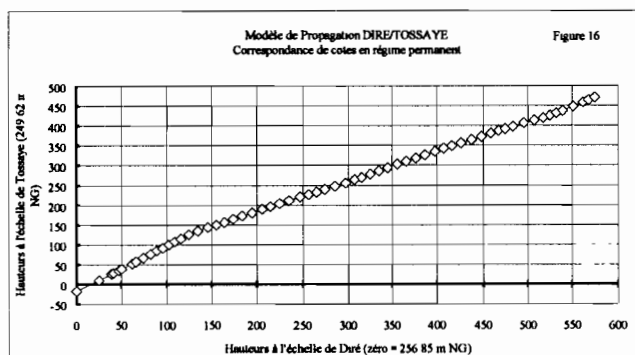
Les crues sont ici très amorties et se présentent sous la forme de courbes en "cloche". Le calibrage du modèle est remarquablement aisé, d'une part parce que les données sont de bien meilleure qualité que celles utilisées pour le bief amont (en particulier Ké Macina), d'autre part les temps de propagation sont beaucoup plus conséquents.

Les figures 16 et 17 montrent les variations du temps en fonction de la hauteur observée à la station de Diré et la relation entre cette même hauteur et celle de Tossaye correspondante en régime permanent.

Le calage a été réalisé à l'aide des observations quotidiennes moyennes de hauteurs pour la période 1966/74.

La validation est présentée dans ce qui suit pour la période 1975/1984. Le limnigramme de la figure 18 montre cette validation :

Les figures 19 et 20 montrent les limnigrammes des crues 1975/76 et 1981/82 observés et simulés à Tossaye:



L'erreur moyenne pour toute la période (valeurs absolues des écarts) n'atteint que 7 cm. Le tableau 7 ci-dessous contient les intervalles de confiance en fonction de la hauteur : (en cm)

Tableau 7

Int. de Conf.	H>Hmin	H>50	H>100	H>200	H>300	H>400
Ec. Type (cm)	8.83	7.01	5.93	5.38	4.77	4.51
95%	17.3	13.7	11.6	10.5	9.3	8.8
90%	14.5	11.5	9.8	8.9	7.8	7.4
80%	11.3	9	7.6	6.9	6.1	5.8

Figure 19

Modèle de propagation - Diré - Tossaye
Simulation de la crue 1975/76 à Tossaye

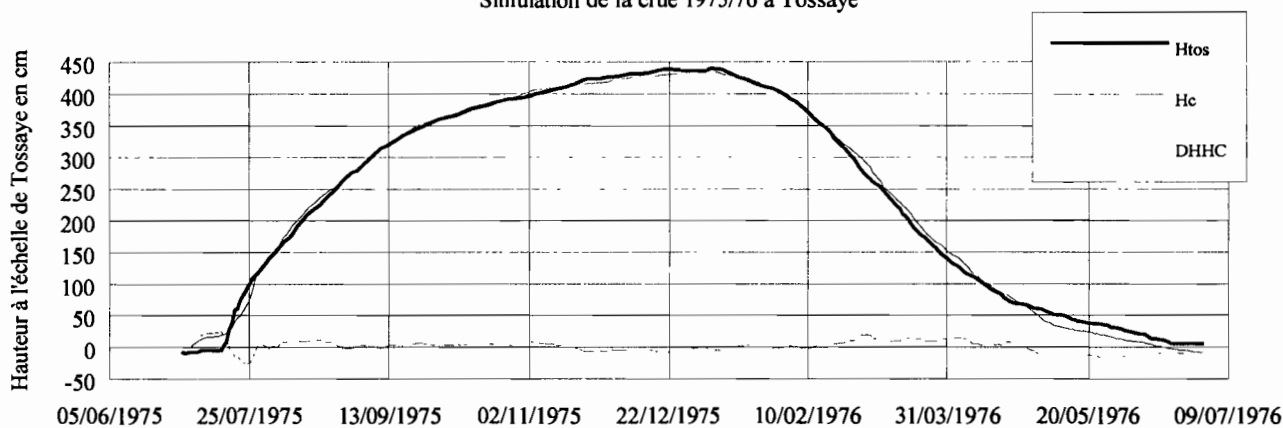
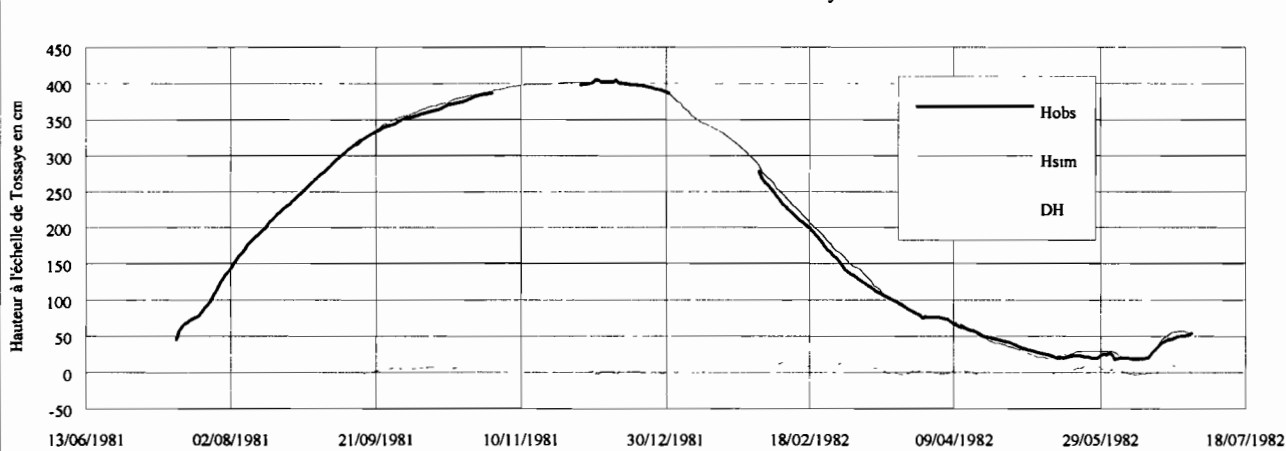
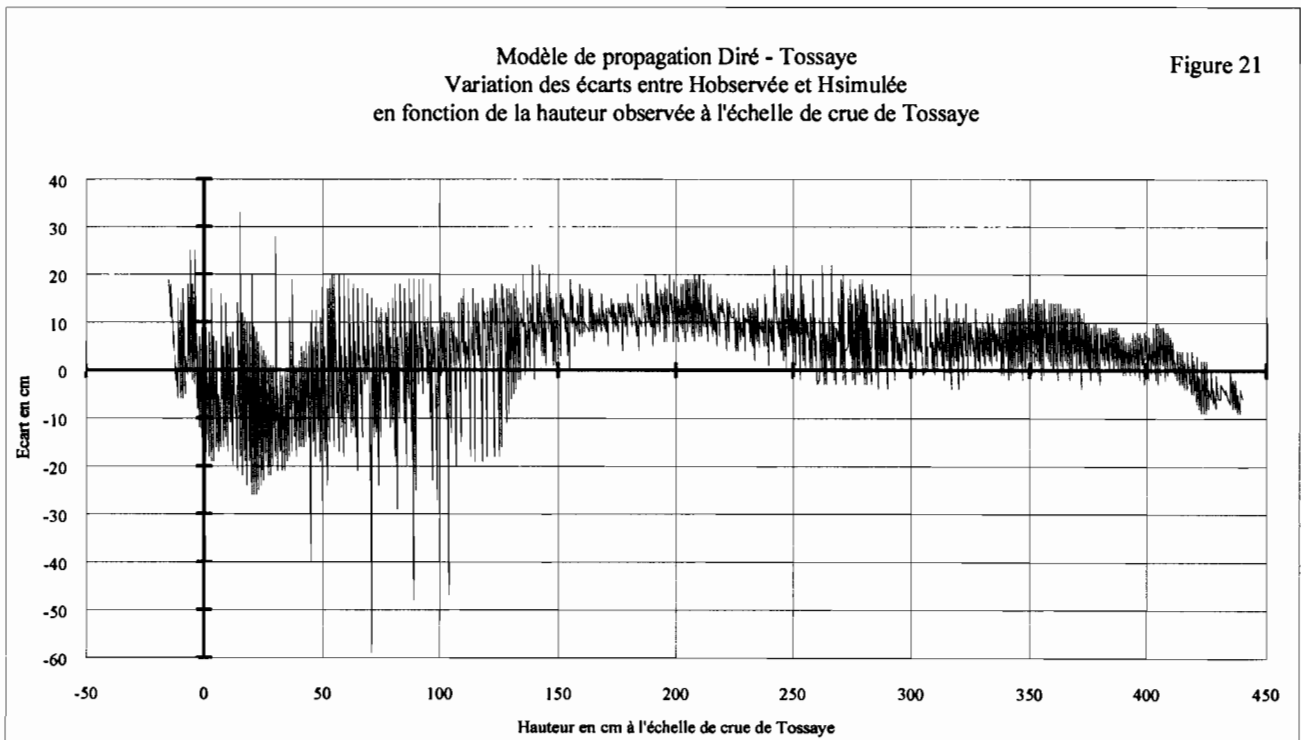


Figure 20

Modèle de propagation - Diré - Tossaye
Simulation de la crue 1981/82 à Tossaye





La figure 21 montre les variations de l'écart entre hauteurs observées et simulées en fonction des hauteurs observées.

Bief KOUNCY - KEDOUGOU sur le fleuve Gambie
(J.P. Lamagat et al., 1987)

La station de Kouncy sur le fleuve Gambie a été installée en 1976 (Coordonnées : 12° 06' N. 12°00' W.). La superficie du bassin du fleuve au droit de la station atteint 5 015 km².

Les observations bi-quotidiennes sont assurées depuis le 1er Janvier 1977. Un limnigraphe à bande a été installé en 1976 mais n'a malheureusement fonctionné que très épisodiquement, ceci étant dû à l'accès particulièrement difficile à cette station.

Afin de compléter l'échantillon des observations qui présente un très grand nombre de lacunes et de grandes incertitudes sur la qualité de données il a été procédé au calage d'un modèle de propagation des hauteurs d'eau entre Kouncy et la station de Kédougou au Sénégal dont les caractéristiques sont les suivantes :

Coordonnées : 12° 33' N - 12° 11' W.

Superficie du bassin versant : 7 550 km².

Installation le 23 mars 1970 d'une échelle de crue et le 16 mai 1975 pose d'un limnigraphe à rotation mensuelle. De 1970 à 1975 la moyenne journalière est calculée à partir des observations effectuées à 8h00 et 19h00, après la pose du limnigraphe, elle sont issues de la moyenne de quatre valeurs lues sur les bandes (3, 9, 15 et 21 heures). L'échantillon en notre possession est complet de 1970 à 1987.

Un modèle mathématique de propagation a été calé sur la période d'observation 1977 - 1984 entre KEDOUGOU et KOUNCY. Le tableau 8 contient les résultats du calage sur l'échantillon 1977/1984.

Les figures 22 et 23 montrent les résultats du calage, les deux courbes correspondent aux relations :

- hauteurs d'eau en régime permanent aux deux stations
- temps de propagation en fonction de la hauteur d'eau à l'échelle de Kouncy.

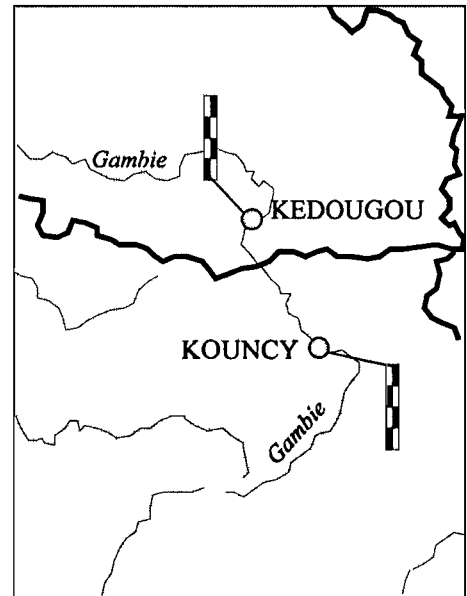
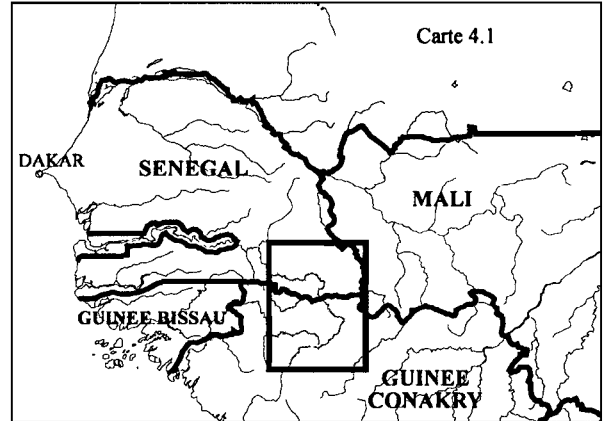


Figure 22

Modèle de propagation KOUNCY - KEDOUGOU
Régime permanent - Correspondance de cote

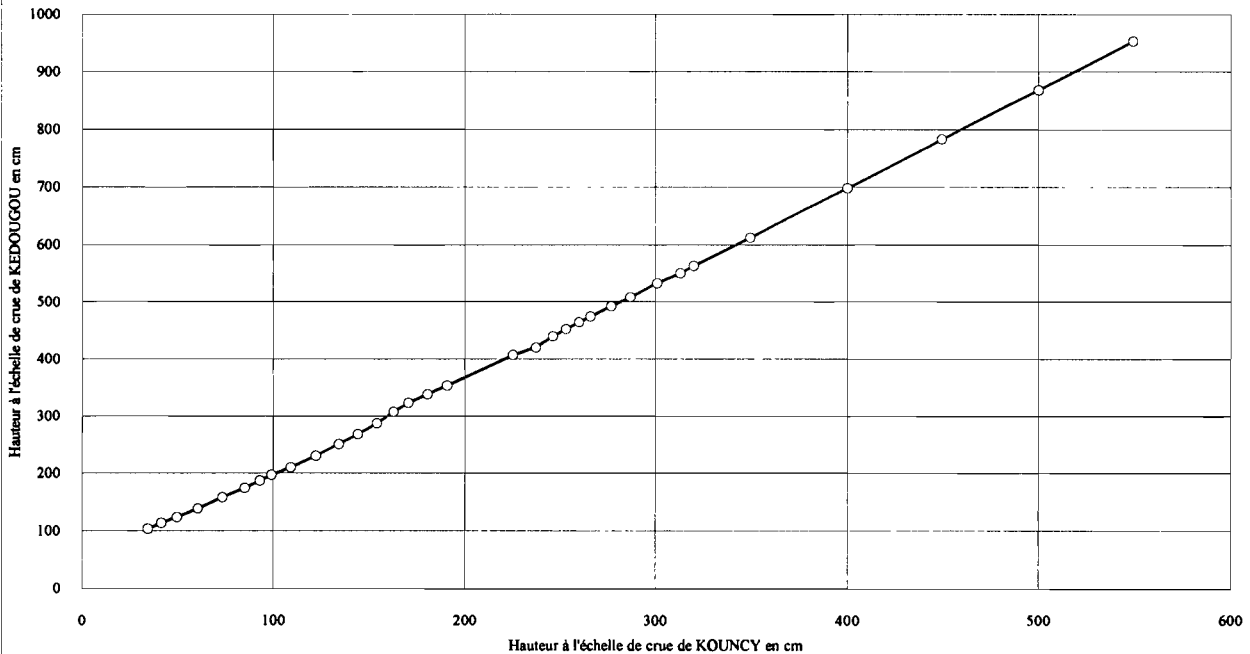


Figure 23

Modèle de propagation KOUNCY - KEDOUGOU
 Temps de propagation en fonction de la cote à KOUNCY

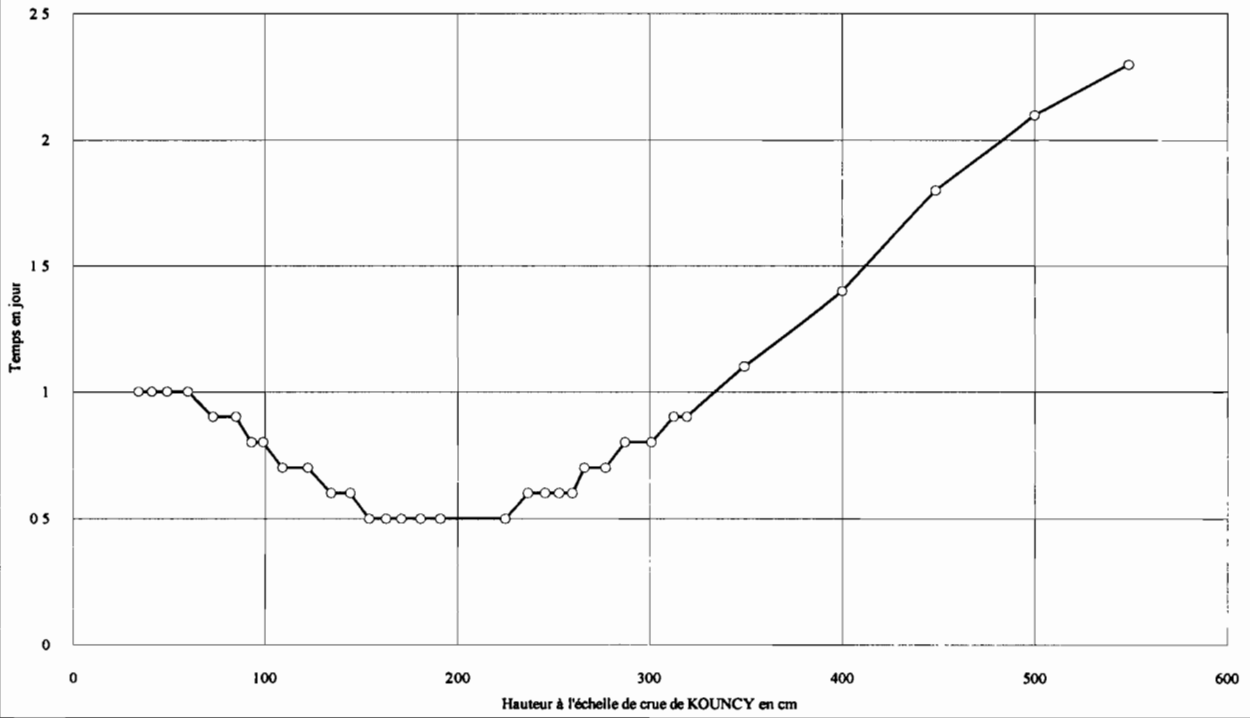
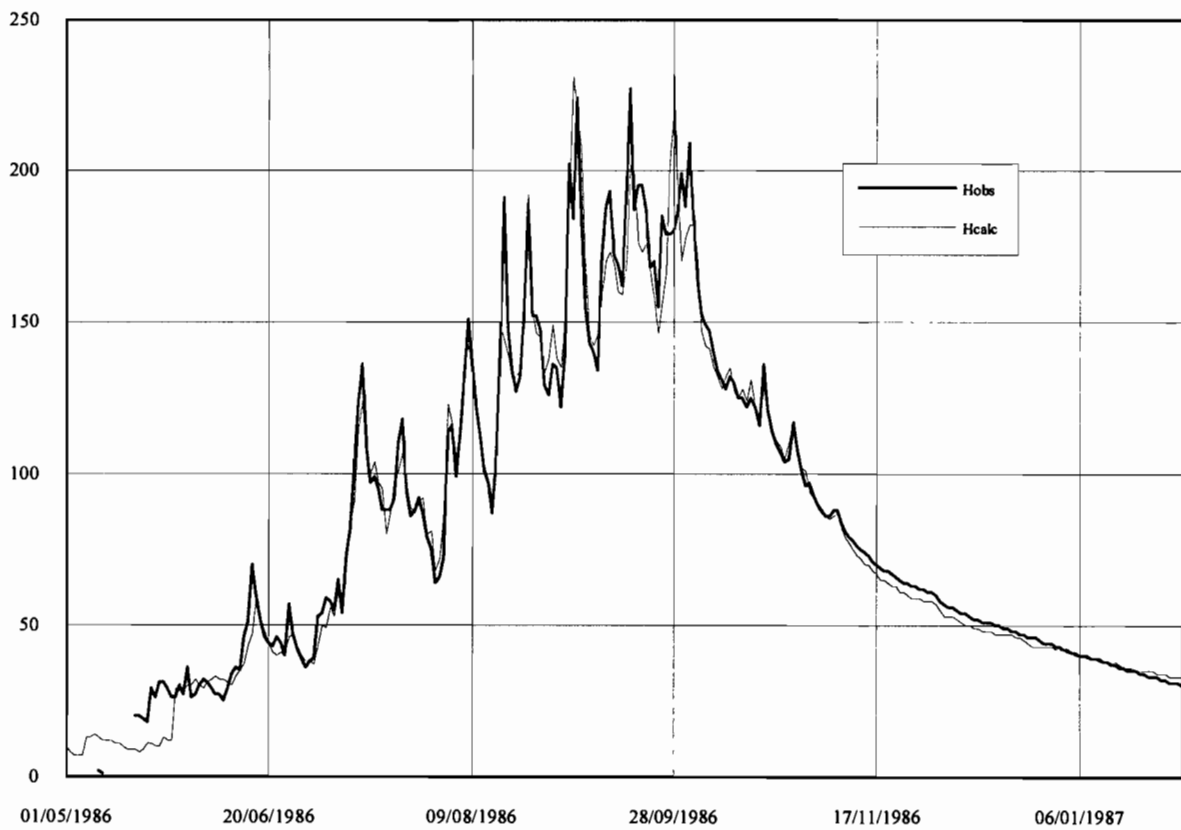


Figure 24

La Gambie à KOUNCY
 Simulation de la crue 1986/87 à l'aide du modèle de propagation



T(j)	HKo(cm)	HKed(cm)
1	34	103
1	41	113
1	49	123
0.9	73	158
0.9	85	174
0.8	93	187
0.8	99	197
0.7	109	210
0.7	122	230
0.6	134	251
0.6	144	268
0.5	154	287
0.5	163	307
0.5	171	323
0.5	181	338
0.5	191	353

T(j)	HKo(cm)	HKed(cm)
0.5	225	407
0.6	237	420
0.6	246	440
0.6	260	464
0.7	266	474
0.7	277	492
0.8	287	508
0.8	301	533
0.9	313	550
0.9	320	563
1.1	350	612
1.4	400	698
1.8	450	783
2.1	500	868
2.3	550	953
2.5	600	1038

Tableau 8 - Modèle de Propagation KOUNCY - KEDOUGOU - Calage 1977/1984

Une validation du calage a été réalisée pour la crue 1986/87 qui présente des observations de qualité à Kouncy. Le résultat graphique de la validation est contenu dans la figure 24. Pour cette crue, le module calculé est très proche du module observé (40 m³/s contre 39 m³/s observé).

Le modèle pouvant fonctionner en simulation, son utilisation en inversion a permis de reconstituer les lacunes de Kouncy à partir de Kédougou pour la période complète d'observation à cette dernière station.

Les observations de KEDOUGOU qui sont de bonne qualité ont permis de reconstituer, au moyen du modèle, un échantillon complet de hauteurs moyennes journalières couvrant la période 1970 - 1987.

BIBLIOGRAPHIE

- Amein, M., 1966 - Stream Flow routing on computer by characteristics, *Water Resour. Res.*, 2(1), 123-130, 1966.
- Becker, A., 1976 - Simulation of non linear flow system by combining linear models, *IAHS Publ.*, 116, 135-142, 1976.
- Cooley R. L., and S. A. Moin, 1976 - Finite element of Saint Venant equations, *J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, 102(HY6), 759-776, 1976.
- French, R. H., 1985 - *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York.
- Henderson, F. M., 1966 - *Open Channel Flow*, Mac Millan, New York.
- Kalinin, G. P., and P. I. Miljukov, 1958 - On the computation of unsteady water flow along channels by the use of reach-travel curves (in Russian), *Meteorol. Gidrol.*, n° 7, 18-25, 1958.
- Keefer, T. N., and R. S. MsQuivey, 1974 - Multiple linearization flow routing model, *J. Hydraul. Div. AM. Soc. Civ. Eng.*, 100(HY7), 1031-1046.
- McCarthy, G. T., 1938 - The unit hydrograph and flow routing, paper presented at conference of North Atlantic Division, U.S. Army Corps of Engineers, New London, Conn., June 24, 1938.
- Meyer, O. H., Simplified flood routing, 1941 - *Civ. Eng.*, 11(5), 306-307.
- Preissmann A., 1961 - Propagation des intumescences dans les canaux et rivières, paper presented at First Congress of French Association for Computers, Grenoble, 1961.
- Lamagat J. P., 1983 - Analyse de la Propagation des Ondes de Crues - Application à la prévision des crues et des étiages - Delta central du Niger, ORSTOM, Bondy, décembre 1983.
- Lamagat J. P., 1984 - Modèle provisoire de propagation des crues du Niger de Koulikoro à Niamey, ORSTOM, CEE, ABN, Paris, mars 1984.
- Lamagat J. P., 1985 - Analyse de la vitesse de propagation des ondes de crues - Prévision - Transformation hauteurs/débits - Simulation des crues - Reconstitution de données de base - ORSTOM, Dakar, Septembre 1985.
- Lamagat J. P., Y. Brunet-Moret, P. Chaperon, M. Molinier, 1986 - Monographie Hydrologique du Fleuve Niger - Tome 1 : Niger Supérieur - Tome 2 : Cuvette lacustre et Niger Moyen. *Collection MONOGRAPHIES HYDROLOGIQUES N°8* - PARIS - 1986.
- Lamagat J. P., 1987 - Modèle de Propagation des Crues du Fleuve Niger - Edition définitive - Bief Koulikoro/Niamey - ORSTOM, CIP-ABN, FED, Dakar, Avril 1987.
- Lamagat J.P., J. Albergel, J.M. Bouchez, L. Descroix, 1987 - Monographie Hydrologique du fleuve GAMBIE, ORSTOM - Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Gambie - Ministère de la Coopération de la République Française, Montpellier 1988.
- Lamagat J. P., 1988 - Analyse de la Propagation des Ondes de Crues - Communication au FORUM DU SAHEL - Etat de l'art en hydrologie et hydrogéologie dans les zones arides et semi-arides en Afrique - Ouagadougou - Burkina-Faso, novembre 1988.
- Lamagat J. P., 1989 - Modèle de transformation des hauteurs en débits - Fonction de gradient continue - Théorie - Méthodologie analytique - Applications aux stations de la vallée du fleuve Sénégal, ORSTOM - OMVS, Dakar, janvier 1989.
- Hubert J. Morel-Seytoux, Hussam Fahmy, Jean-Pierre Lamagat, 1993 - A Composite Hydraulic and Statistical Flow-Routing Method, *Water Resour. Res.*, Vol. 29, N° 2, Pages 413-418, February 1993.