

LE SONDAGE MAGNETO-TELLURIQUE

- II -

Exploitation des données

Par

R. GODIVIER (Services Scientifiques Centraux)

Y. ALBOUY (Centre ORSTOM de M'BOUR)

M. RITZ (Centre ORSTOM de M'BOUR)

---

# 1 - C R E A T I O N D' U N F I C H I E R

## 1-1- L'enregistrement en campagne -

Si les opérations de détection, d'amplification et de filtrage des phénomènes ne présentent plus guère de difficultés, il n'en est pas de même de l'enregistrement. Il ne fait guère de doute que l'enregistreur magnétique constitue la solution idéale à condition d'avoir résolu les problèmes de restitution ultérieurs. Si l'on se borne à une visualisation du phénomène, on peut rejouer un enregistrement analogique à différentes vitesses et attaquer un traceur de courbes avec un filtrage éventuel. On peut aussi numériser la bande à l'aide d'un convertisseur analogique digital. S'il s'agit d'un enregistrement numérique, il suffit de lire la bande sur un dérouleur connecté à un ordinateur. La compatibilité d'un enregistreur magnétique avec un ordinateur donné est un argument de vente couramment utilisé par les fabricants.

La réalité est souvent moins séduisante et la lecture d'une bande entraîne parfois des difficultés surtout si la densité d'informations est élevée.

Pour ces raisons, s'ajoutant à un prix élevé et une maintenance délicate, on a jusqu'alors renoncé à ce type d'appareil et l'on s'est contenté d'enregistreurs photographiques de fortune. Ils donnent dans l'ensemble satisfaction : la régularité du déroulement du papier, indispensable pour une digitalisation précise, est assurée, autant que faire se peut, par un moteur synchrone connecté à une alimentation à diapason.

En outre, l'expérience a montré que les variations de température et les chocs au cours du transport peuvent créer des changements brusques de la sensibilité des galvanomètres. Il faut donc procéder à des contrôles fréquents des valeurs d'échelle.

On doit toutefois convenir que le développement et le fixage du papier photographique en campagne sont parfois source de difficultés. En outre, la précarité des chambres noires et l'obligation de rechercher la sensibilité optimale entraîne une perte de temps et de papier. L'adoption d'un enregistreur graphique évitera en partie ces inconvénients.

## 1-2- Digitalisation des enregistrements -

Pour permettre un traitement des données sur ordinateur, les enregistrements sont digitalisés. Sans nous préoccuper pour l'instant des critères qui déterminent l'implantation d'une station de sondage, l'orientation des capteurs ou le choix des filtres, il n'est pas inutile de rappeler les qualités que doit posséder un enregistrement pour rendre la digitalisation aisée, rapide et précise.

2

On choisit les valeurs d'échelle de telle sorte que les traces présentent des variations de grande amplitude sans risquer toutefois de sortir des limites du papier . Il est cependant préférable de limiter à 10 cm l'amplitude crête à crête des signaux pour utiliser au mieux les performances de la machine . La vitesse de déroulement doit être compatible avec l'amplitude du phénomène et les possibilités de la machine automatique . On choisit une vitesse de manière à ce que la pente d'une trace quelconque demeure inférieure à 60° . Si l'enregistrement présente des variations rapides et de grande amplitude, le système automatique ne peut rattraper la trace ce qui nécessite l'intervention de l'opératrice . Si l'enregistrement est trop perturbé, la digitalisation est réalisée en mode "manuel", moins précis et plus éprouvant pour le personnel . On évite également les chevauchements et croisements de traces générateurs de confusions et d'erreurs . Enfin, et bien que la machine s'accommode de contrastes médiocres, la précision est meilleure si les traces sont fines et bien contrastées . L'erreur commise à chaque pointé dépend de la qualité du trait (finesse et contraste) et de la pente de la courbe . Dans les meilleures conditions, la cellule photo-résistante suit la trace à 0,2 mm près . Lorsqu'on adopte pour la machine une valeur d'échelle de 2000 millivolts pour 10 cm soit 20 millivolts par mm, le seuil de détection égal à 0,05 mm est inférieur à l'erreur de pointé . Autrement dit l'enregistrement des données n'introduit pratiquement pas d'erreur supplémentaire . En revanche lorsque l'amplitude dépasse 10 cm, on est obligé de prendre une valeur d'échelle 10 fois plus faible . Dans ces conditions, à l'erreur de pointé s'ajoute l'incertitude de la détection soit 0,5 mm . Cette remarque justifie la limitation à 10 cm de l'amplitude maximale recommandée précédemment . De toute façon, cette amplitude critique ne sera pas atteinte si l'on veut éviter le croisement de 5 traces dans un papier de 12 cm de large pour enregistreur de type Askania .

Le pas d'échantillonnage en millimètres est donné par la formule  $\frac{1,25}{48} \times N$ , N étant un nombre compris entre 1 et 99 .

Compte tenu de l'épaisseur des traces, de la vitesse de déroulement du papier on utilise généralement des pas voisins de 1 ou 2 mm . La cadence d'enregistrement de l'ordre de 1 donnée par seconde est limitée par la durée de la perforation, du déplacement du chariot, l'inertie du système d'asservissement... et la fatigue de l'opératrice (en mode manuel) .

A la digitalisation proprement dite, il faut ajouter le temps nécessaire à l'examen et la retouche des documents, les étalonnages de la machine et la perforation des titres .

### 1-3- Archivages des données -

La fragilité du ruban perforé et la vitesse médiocre des lecteurs rendent ce type de support impropre à l'exploitation directe sur calculatrice . Par suite de la faible densité des informations, -voisine de 50 données/mètre, - le ruban n'est pas non plus un support d'archive idéal .

Enfin l'exploitaion et l'archivage nécessitent un contrôle préalable des données et des corrections éventuelles .

Pour toutes ces raisons, le ruban est considéré comme un support provisoire .

Les données sont successivement recopiées sur bande magnétique, traduites en clair sur papier, et visualisées à l'aide d'un traceur de courbes Benson . Les traces sont alors comparées à l'enregistrement original et les erreurs repérées .

Au cours d'une copie de la bande, les erreurs sont corrigées et les données "habillées" au moyen de titres qui permettent de retrouver automatiquement un problème et mentionnent les différents paramètres nécessaires au traitement (valeurs d'échelle, pas d'échantillonnage etc...).

Il est prudent de conserver le ruban perforé original tant que les données n'ont pas été définitivement stockées en double exemplaire .

## 2 - T R A I T E M E N T S D E S D O N N E E S

### 2 -1 - Rappel de la théorie -

Désignons par  $E_x$ ,  $E_y$ , et  $H_x$ ,  $H_y$  les variations pour une période donnée des composantes rectangulaires des champs électriques et magnétiques mesurés à la surface du sol .

Dans le cas simple d'une onde électromagnétique incidente plane, dont la source est supposée rejetée à l'infini, qui se propage dans un sous-sol isotrope homogène et tabulaire, la résistivité du sous-sol est donnée par l'expression suivante, tirée des équations de Maxwell :

$$\rho = 0,2 \cdot T \left( \frac{E_x}{H_y} \right)^2 \quad (\text{L. Cagniard}) \quad (1)$$

dans laquelle :

- $\rho$  est la résistivité exprimé en ohm . m ,
- $T$  est la période en secondes,

$E_x$  et  $H_y$  sont respectivement exprimés en millivolts/km et en gammas .

Dans le cas d'un sous-sol tabulaire mais hétérogène et (ou) anisotrope, les champs électriques et magnétiques sont liés par les relations (2)

$$\left. \begin{aligned} E_x(\omega) &= Z_{xx}(\omega) \cdot H_x(\omega) + Z_{xy}(\omega) \cdot H_y(\omega) \\ E_y(\omega) &= Z_{yx}(\omega) \cdot H_x(\omega) + Z_{yy}(\omega) \cdot H_y(\omega) \end{aligned} \right\} (2)$$

dans lesquelles  $Z_{xy}$  et  $Z_{yx}$  sont les impédances principales et  $Z_{xx}$  et  $Z_{yy}$  les impédances additionnelles dues à l'anisotropie et (ou) l'hétérogénéité .

Il convient de remarquer que tous les éléments des relations (2) sont complexes . Dans le cas d'un sous-sol homogène isotrope et tabulaire, la résistivité varie uniquement avec la profondeur, en outre :

$$Z_{xy} = -Z_{yx} = Z$$

et  $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$

Dans ces conditions  $Z$  est l'impédance du sol et les composantes horizontales des vecteurs champ électrique et magnétique sont orthogonales .

En revanche, la non-orthogonalité des vecteurs champs est l'indice d'une hétérogénéité et (ou) d'une anisotropie du sous-sol .

Supposons un vecteur champ magnétique dont l'extrémité décrit une ellipse dans un plan horizontal  $xoy$  .

Les composantes rectangulaires  $H_x$  et  $H_y$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} H_x &= H_x^0 e^{i(\omega t + \alpha_1)} \\ H_y &= H_y^0 e^{i(\omega t + \alpha_2)} \end{aligned} \quad (3)$$

où  $H_x^0$  et  $H_y^0$  sont les amplitudes et  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  les phases .

En fait les paramètres de polarisation dépendent uniquement du rapport des amplitudes :

$$A = \frac{H_x^0}{H_y^0} \quad \text{et de la différence des phases}$$

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$$

les expressions (3) s'écrivent plus simplement :

$$H_x = A e^{i(\omega t + \alpha)}$$

$$H_y = e^{i\omega t}$$

On peut ainsi calculer les paramètres de polarisation c'est-à-dire l'azimut  $\Psi_H$  du grand axe de l'ellipse et "l'ellipticité"  $\alpha_H$  ou rapport du petit au grand axe .

On a d'après D. Rankin :

$$\operatorname{tg} 2\psi_H = \frac{2A \cos \alpha}{A^2 - 1} \quad (4)$$

$$\text{et } \chi_H = \operatorname{tg} \theta_H \quad \text{avec} \quad \sin 2\theta_H = \frac{2A \sin \alpha}{A^2 + 1} \quad (5)$$

On définit de même les paramètres  $\psi_E$  et  $\chi_E$  relatifs à l'ellipse du champ tellurique .

Désignons par  $Ox_1, Oy_1$  , les axes d'anisotropie .

Lorsqu'ils coïncident avec les axes de mesures  $Ox, Oy$  , les impédances additionnelles sont nulles :

$$Z_{xx} = Z_{yy} = 0$$

et les impédances principales satisfont à la relation :

$$\frac{Z_{xy}}{Z_{yx}} = \frac{Z_{x_1y_1}}{Z_{y_1x_1}} = -\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{1/2} = -K \quad (6)$$

$\rho_1$  et  $\rho_2$  représentent les résistivités apparentes mesurées selon les axes d'anisotropie . Il n'en est généralement pas ainsi et le problème consiste à rechercher les directions pour lesquelles la relation (6) est satisfaite . Les impédances sont liées par la relation :

$$[Z(x_1, y_1)] = [\gamma^T] [Z(x, y)] [\gamma] ,$$

En appelant respectivement  $[\gamma]$  et  $[\gamma^T]$  la matrice de rotation et sa transposée .

## 2-2- Pratique des calculs -

### 2-2-1- Limites, valeurs et nombre des périodes déterminées -

La période minimale  $T_0$  pour laquelle les résistivités sont calculées est par définition le double de la période d'échantillonnage  $\Delta t$  .

$$T_0 = 2\Delta T$$

Si l'on désire  $n$  déterminations, la période maximale a pour valeur :

$$T_1 = nT_0$$

et les résistivités sont successivement calculées pour :

$$T_1, T_1/2, T_1/3, \dots, T_1/n = T_0$$

En général, on choisit un pas d'échantillonnage 4 ou 5 fois plus faible que la plus petite période enregistrée  $T_2$ . Pour fixer les idées, supposons

$$\Delta t = T_2/4$$

Il est évident que seules les résistivités calculées pour les périodes comprises entre  $T_1$  et  $T_2 = \frac{2T_1}{n}$  seront exploitables.

Autrement dit, dans les meilleurs conditions, la moitié seulement des résistivités auront un sens.

Comme le temps machine et par conséquent le coût du calcul est proportionnel au produit  $N \times n$  ( $N$  étant le nombre de données traitées), on a intérêt à choisir un nombre de déterminations raisonnables et un pas d'échantillonnage le plus grand possible compte tenu de la règle de NYQUIST :

$$\Delta t < T_2/2$$

En fait la sélectivité médiocre des filtres utilisés sur le terrain impose le choix d'un  $\Delta t$  trop faible. On est donc amené à effectuer un filtrage mathématique des courtes périodes de faible amplitude suivi d'un nouvel échantillonnage à pas plus grand.

On se contente généralement d'un lissage des données.

Cette opération présente en outre l'avantage de minimiser les erreurs de digitalisation. Nous continuerons de désigner respectivement par  $\Delta t$ ,  $T_0$ , et  $T_1$  le pas et les périodes minimales et maximales après lissage et nouvel échantillonnage éventuel.

La période  $T_1$  doit évidemment être inférieure à la durée totale du phénomène. TUKEY préconise une durée au moins égale à  $10 T_1$ . Peut être pourra-t-on se montrer moins exigeant si  $T_1$  est une période naturelle, la diurne par exemple.

### 2-2-2- Fonctions de corrélations propres et croisées -

Pour chaque période  $T$  mentionnée en 22, on doit déterminer la matrice de transfert  $[Z]$ . Nous verrons plus loin (22 4) qu'elle peut être calculée à partir des densités spectrales d'énergie.

On peut obtenir directement ces densités à partir des transformées de FOURIER des signaux temporels  $E_x(t), E_y(t), H_x(t), H_y(t)$ .

$$On a : P E_x E_x = E_x(\omega) \cdot E_x^*(\omega)$$

avec :  $P E_x E_x =$  Densité spectrale de la composante  $E_x$

$E_x(\omega) =$  Transformée de Fourier de  $E_x(t)$

$E_x^*(\omega) =$  Complexe conjugué de  $E_x(\omega)$

On a de même pour le "spectre croisé" :

$$P E_x H_y = E_x(\omega) \cdot H_y^*(\omega)$$

Nous avons préféré effectuer le calcul des densités spectrales à partir des fonctions d'auto et cross-corrélations (ou fonctions de corrélations propres et croisées) .

Dans ce qui suit, nous supposons les phénomènes stationnaires c'est-à-dire qu'ils suivent une loi temporelle invariante par rapport à toute translation dans le temps .

Par définition, la fonction de corrélation propre du signal temporel  $E_x(t)$  s'écrit :

$$C_1(\tau) = E_x(t) \cdot E_x(t-\tau) = \lim_{t_m \rightarrow \infty} \frac{1}{t_m} \int_0^{t_m} E_x(t) \cdot E_x(t-\tau) \cdot dt \quad (7)$$

Dans notre cas  $t_m$  est la durée totale de l'enregistrement .

Comme le signal est constitué de  $N$  échantillons séparés par des intervalles de temps constants que nous prendrons pour unité, l'expression (7) devient avec  $\tau = p \Delta t$  :

$$c_1(p) \simeq \frac{1}{N} \sum_1^N E_{x_i} \cdot E_{x_{i-p}} \quad (8)$$

On calcule de même les fonctions de corrélations propres des composantes  $E_x, H_x, H_y$ , et croisées entre les composantes des couples :  $H_x, H_y, -H_x, V_x, -H_x, V_y, -H_y, V_x, -H_y, V_y, -V_x, V_y$ .

Si les corrélations propres sont par définition des fonctions paires, il n'en est pas de même des corrélations mutuelles ou croisées qu'on peut décomposer en une partie paire  $C'_2(p)$  et impaire  $C''_2(p)$  telles que :

$$C_2(p) = C'_2(p) + C''_2(p)$$

avec par exemple :

$$C'_2(p) = \frac{1}{2N} \sum_1^N (H_{x_i} \cdot H_{y_{i-p}} + H_{x_{i-p}} \cdot H_{y_i})$$

$$C''_2(p) = \frac{1}{2N} \sum_1^N (H_{x_i} \cdot H_{y_{i-p}} - H_{x_{i-p}} \cdot H_{y_i})$$



Pour tenir compte du fait que les corrélations propres et croisées ne sont pas nulles pour  $p = n$ , on les multiplie par une fonction de lissage  $L(p)$  telle que :

$$D(p) = C(p) \cdot L(p) \quad \text{pour } p < n$$

$$\text{et } D(p) = 0 \quad \text{pour } p \geq n$$

C et D désignant les corrélations originales et lissées .

On trouve dans la littérature un certain nombre de fonctions L parmi lesquelles il faut citer :

$$L(p) = 1 - \frac{p}{n} \quad (\text{BARTLETT})$$

$$L(p) = 0,54 + 0,46 \cos \frac{\pi p}{n} \quad (\text{R.W. HAMMING})$$

Nous avons choisi comme CANER :

$$L(p) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi p}{n} \right)$$

### 2-2-3- Densités spectrales d'énergie -

On les calcule en prenant la transformée de FOURIER des fonctions de corrélations propres et croisées .

Les fonctions de corrélations propres sont paires et leurs transformées se réduit à la partie réelle de sorte qu'on écrira par exemple :

$$P E_x E_x(\tau) = 2 \int_0^{\tau_1} C_1 E_x E_x(\tau) \cdot \cos \frac{2\pi\tau}{T} d\tau \quad (9)$$

Comme les valeurs de  $C_1$  sont discontinues, l'expression devient :

$$P E_x E_x(n) = 2 \sum_1^n C_1 E_x E_x(p) \cdot \cos \frac{2\pi p}{n}$$

avec les conventions suivantes :

$C_1 E_x E_x(p)$  = fonction de corrélation propre lissée de la composante  $E_x$ ;

$P E_x E_x(n)$  = densité spectrale d'énergie relative à la période  $T = n \cdot \Delta t \cdot 2$

On calcule de même  $P H_x H_x$ ,  $P E_x E_x$  et  $P E_y E_y$  .

La partie paire des corrélations croisées a pour transformée la partie réelle du spectre (spectre en "phase") tandis que la partie impaire a pour transformée la partie imaginaire du spectre (spectre en "quadrature")

On aura donc par exemple pour le couple de signaux  $H_x$ ,  $H_y$  :

$$P_{H_x H_y} = \operatorname{Re}(P_{H_x H_y}) + i \cdot \operatorname{Im}(P_{H_x H_y})$$

$$\operatorname{Re}(P_{H_x H_y})(n) = 2 \sum_{p=1}^{p=n} C'_2 H_x H_y(p) \cos 2\pi \frac{p}{n}$$

$$\operatorname{Im}(P_{H_x H_y})(n) = 2 \sum_{p=1}^{p=n} C''_2 H_x H_y(p) \cos 2\pi \frac{p}{n}$$

De la même manière sont calculés les spectres croisés

Si le phénomène est constitué de signaux composés de quelques fréquences distinctes, les densités spectrales d'énergie correspondant à ces fréquences présenteront des maxima.

Réciproquement l'absence de signal se traduit par un spectre de bruit nettement inférieur.

On peut évaluer grossièrement le spectre du bruit en faisant la moyenne des densités spectrales relatives aux périodes les plus courtes pour lesquelles le signal est pratiquement inexistant. En retranchant le spectre du bruit on a la densité spectrale due uniquement au phénomène à condition d'admettre que le spectre du bruit est le même pour toutes les périodes.

Une densité spectrale quasi uniforme sans maxima bien marqué ne trahit pas nécessairement l'absence de phénomène mais peut être l'indice de signaux "riches" en fréquences confirmé par un rapport signal/bruit élevé.

Le simple examen des valeurs des densités spectrales d'énergie permet donc d'estimer si les valeurs des résistivités calculées pour une période donnée sont dignes de confiance.

La fonction cohérence fournit un autre critère d'acceptation des résultats.

Dans une période  $T$  donnée, la cohérence entre les signaux  $H_x$  et  $E_y$  est définie par l'expression :

$$\operatorname{coh}(H_x E_y)(T) = \frac{|P_{H_x E_y}(T)|}{(P_{H_x H_x}(T) \cdot P_{E_x E_y}(T))^{1/2}}$$

dans laquelle la quantité  $H_x H_y(T)$  est le module de la densité spectrale d'énergie

$$P_{H_x E_y}(T) \cdot P^*_{H_x E_y}(T)$$

$P^*_{H_x E_y}(T)$  est le complexe conjugué de  $P_{H_x E_y}(T)$

D'une manière identique, on calcule les cohérences  $Coh(H_x E_x)$ ,  $Coh(H_y E_y)$ ,  $Coh(H_x E_y)$ ,  $Coh(H_y E_x)$ .

La cohérence doit toujours être comprise entre 0 et 1 .

Une cohérence égale à 1 traduit l'identité des deux signaux . Au contraire une cohérence faible ou supérieure à l'unité est l'indice de l'absence de signal ou la présence de bruit .

On attachera donc plus de poids aux résultats correspondants à des cohérences élevées pour les couples MT . La limite inférieure de cohérence acceptable est affaire d'interprétation .

On se montrera plus ou moins exigeant selon l'abondance et la qualité des résultats .

#### 2-2-4- Matrices de transfert -

Les équations (2) permettent de calculer les impédances de transfert  $Z_{xx}$  et  $Z_{xy}$  . Pour cela, multiplions successivement les 2 membres de la première équation par  $H_x^*$  et  $H_y^*$ , il vient :

$$E_x \cdot H_x^* = Z_{xx} \cdot H_x \cdot H_x^* + Z_{xy} \cdot H_y \cdot H_x^*$$

$$E_x \cdot H_y^* = Z_{xx} \cdot H_x \cdot H_y^* + Z_{xy} \cdot H_y \cdot H_y^*$$

Les quantités telles que  $H_x \cdot H_x^*$ ,  $E_x \cdot H_x^*$  sont précisément les densités spectrales propres ou mutuelles calculées précédemment .

Les formules de CRAMER donnent les valeurs des impédances :

$$Z_{xx} = \frac{P_{H_x E_x} \cdot P_{H_y H_y} - P_{H_y E_x} \cdot P_{H_x H_y}}{D}$$

$$Z_{xy} = \frac{P_{H_x E_y} \cdot P_{H_x H_x} - P_{H_x E_x} \cdot P_{H_x H_y}}{D}$$

avec

$$D = P_{H_x H_x} \cdot P_{H_y H_y} - (P_{H_x H_y})^2$$

de même :

$$Z_{yx} = \frac{P_{H_y E_x} \cdot P_{H_y H_y} - P_{H_y E_y} \cdot P_{H_x H_y}}{D}$$

$$Z_{yy} = \frac{P_{H_y E_y} \cdot P_{H_x H_x} - P_{H_x E_y} \cdot P_{H_x H_y}}{D}$$

Le déphasage entre 2 composantes rectangulaires peut se déterminer en fonction des densités spectrales d'énergie :

$$\varphi (H_x E_y(T)) = \text{Arctg} \left[ \frac{\text{Im} (P H_x E_y)}{\text{Re} (P H_x E_y)} \right] \pm \pi$$

$$\varphi (H_y E_x(T)) = \text{Arctg} \left[ \frac{\text{Im} (P H_y E_x)}{\text{Re} (P H_y E_x)} \right] \pm \pi$$

On calcule de même les azimuts respectifs  $\psi_H$  et  $\psi_E$  des grands axes des ellipses magnétiques et telluriques ainsi que  $\chi_H$  et  $\chi_E$  que nous avons définis en 21 :

$$\psi_H = \frac{1}{2} \text{Arctg} \left[ \frac{2 \text{Re} (P H_x H_y)}{P H_x H_x - P H_y H_y} \right] \pm \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

$$\psi_E = \frac{1}{2} \text{Arctg} \left[ \frac{2 \text{Re} (P E_x E_y)}{P E_x E_x - P E_y E_y} \right] \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\chi_H = \text{tg} \left( \frac{1}{2} \text{Arcsin} \frac{-2 \text{Im} (P H_x H_y)}{[(P H_x H_x - P H_y H_y)^2 + 4(P H_x H_y)^2]^{1/2}} \right) \quad (14)$$

$$\chi_E = \text{tg} \left( \frac{1}{2} \text{Arcsin} \frac{-2 \text{Im} (P E_x E_y)}{[(P E_x E_x - P E_y E_y)^2 + 4(P E_x E_y)^2]^{1/2}} \right)$$

Toutes ces formules sont extraites de l'article cité de D.RANKIN et K.REDDY ;

#### 2-2-5- Axes d'anisotropie -

En général les axes de mesures  $O_x$ ,  $O_y$  sont orientés respectivement vers le Nord et l'Ouest, à moins que les conditions locales particulières n'imposent une orientation différente.

Nous allons chercher les nouveaux  $O_{x_1}$ ,  $O_{y_1}$  tels que les éléments diagonaux de la matrice des impédances soient nuls.

Les nouveaux axes sont liés à  $O_x$ ,  $O_y$  par les relations (J.E.EVERETT et R.D.HYNDMAN) :

$$O_x, O_{x_1} = \theta$$

$$O_y, O_{y_1} = \theta - \frac{\pi}{2}$$

On a alors :

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} = [\gamma^T]$$

On définit ainsi une nouvelle matrice des impédances de transfert :

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{xx} \cos^2 \theta + Z_{yy} \sin^2 \theta + (Z_{yx} + Z_{xy}) \sin \theta \cos \theta \\ Z_{12} &= Z_{yx} \sin^2 \theta - Z_{xy} \cos^2 \theta + (Z_{xx} - Z_{yy}) \sin \theta \cos \theta \\ Z_{21} &= Z_{xy} \sin^2 \theta - Z_{yx} \cos^2 \theta + (Z_{xx} - Z_{yy}) \sin \theta \cos \theta \\ Z_{22} &= Z_{yy} \sin^2 \theta + Z_{xx} \cos^2 \theta - (Z_{yx} + Z_{xy}) \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

on remarque que :

$$\begin{aligned} Z_{22}(\theta) &= Z_{11}(\theta \pm \frac{\pi}{2}) \\ Z_{21}(\theta) &= -Z_{12}(\theta \pm \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Il suffit donc, pour chaque période de calculer  $Z_{11}$  et  $Z_{22}$  en faisant varier  $\theta$  de 0 à 180°. Soit  $\theta_1$  l'angle pour lequel

$$Z_{11} = Z_{22} = 0$$

Les valeurs correspondantes de  $Z_{12}$  ou  $Z_{21}$  sont maximales (EVERETT-HYNDMAN).

En fait, les valeurs nulles de  $Z_{11}$  (ou  $Z_{22}$ ) ne correspondent pas toujours aux maxima de  $Z_{12}$ .

Pratiquement, on fait varier  $\theta$  de 5 en 5 degrés et l'on adopte pour  $Z_{12}$  la valeur maximale dans la direction d'azimut  $\theta_1$ . Il lui correspond pour  $Z_{11}$  une valeur non nulle due au bruit résiduel (RANKIN).

2-2-6- Paramètres caractéristiques d'un sondage M.T.

2-2-6-1- Sous-sol isotrope -

Dans ce cas particulier on a :

$$\rho = 0,2 \cdot T \cdot Z^2$$

avec

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \left[ \frac{\rho E_x E_x}{\rho H_y H_y} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{\rho E_y E_y}{\rho H_x H_x} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le programme écrit par B.CANER permet de calculer les résistivités et les cohérences Coh (Hx Ey) et Coh (Hy Ex) .

Il est alors inutile d'effectuer une rotation des axes puisque par hypothèse Z est indépendant de l'azimut des axes .

L'expérience montre qu'on a généralement  $\frac{E_x}{H_y} \neq \frac{E_y}{H_x}$  et que par conséquent le calcul simplifié de CANER ne s'applique pas .

#### 2-2-6-2- Sous-sol anisotrope -

A partir des impédances  $Z_{12}$  et  $Z_{21}$  correspondant aux directions des axes d'anisotropie, on peut calculer les résistivités apparentes pour chaque période T :

$$\rho_{12}(T) = 0,2 \cdot T \cdot Z_{12}^2$$

$$\rho_{21}(T) = 0,2 \cdot T \cdot Z_{21}^2$$

#### 2-2-7- Application aux sondages géomagnétiques -

On peut calculer de la même manière les fonctions de transfert qui relient les variations de la composante Z pour une fréquence donnée, aux variations de la composante horizontale .

$$Z(\omega) = A \cdot H_x(\omega) + B \cdot H_y(\omega)$$

$$Z \cdot H_x^* = A \cdot H_x \cdot H_x^* + B \cdot H_y \cdot H_x^*$$

$$Z \cdot H_y^* = A \cdot H_x \cdot H_y^* + B \cdot H_y \cdot H_y^*$$

### 3 - ETUDE EXPERIMENTALE DU PROGRAMME -

#### 3-1- Programme de contrôle -

Le programme ERIN qui calcule les paramètres de polarisation et d'anisotropie à partir des données enregistrées au cours d'un sondage M T a été contrôlé sur l'ordinateur IBM/360/65 de l'INAG à MEUDON . Pour cela, on a réalisé une série de données test .

14

Soit un vecteur champ magnétique dont l'extrémité décrit une ellipse d'équation :

$$X = A \cos \omega t$$

$$Y = B \sin \omega t$$

$$\text{avec } \frac{B}{A} = \chi_H$$

Projetant sur les axes de "mesures"  $Ox$ ,  $Oy$  tels que  $Ox = Oy$ ,  $OY = \psi_H$  on obtient :

$$H_x(\omega) = \cos \omega t \cdot \cos \psi_H - \chi_H \sin \omega t \cdot \sin \psi_H \quad (18)$$

$$H_y(\omega) = \cos \omega t \cdot \sin \psi_H + \chi_H \sin \omega t \cdot \sin \psi_H$$

Finalement chaque composante se présente comme une somme de plusieurs fonctions sinusoïdales de période et d'amplitude différente .

On a opéré de même pour les composantes  $E_x$ ,  $E_y$  puis échantillonné les données selon un pas compatible avec la plus petite période .

### 3-2- Contrôle du programme ERIN -

#### 3-2-1- Périodes -

On note un maximum des densités spectrales d'énergie pour toutes les périodes incluses dans les données . En outre, les spectres des périodes immédiatement voisines demeurent importantes . Le rapport (spectre du signal)/(spectre du bruit) est généralement compris entre 10 et 100 selon l'amplitude du signal pour la période donnée .

Il en est de même de la cohérence qui est égale ou très voisine de l'unité pour la période qui précède et suit la période centrale .

#### 3-2-2- Paramètres de polarisation -

On retrouve avec une bonne précision :

- les rapports  $\chi_H$  et  $\chi_E$  des petits aux grands axes des ellipses ;
- les azimuts  $\psi_H$  et  $\psi_E$  des grands axes des ellipses quand on prend l'axe de mesure  $Ox$  pour origine . Ils ne sont définis qu'à  $\pm 180^\circ$  près . Il y a évidemment isotropie si  $\chi_H$  ou  $\chi_E$  est égal à 1 .

### 3-2-3- Paramètres d'anisotropie -

On n'a pas pu contrôler les paramètres d'anisotropie qui étaient inconnus . En revanche on a vérifié grâce à l'abaque de RANKIN que le rapport des résistivités et la direction  $\theta$  de l'axe d'anisotropie sont compatibles avec les azimuts  $\psi_E$  et  $\psi_H$  et les rapports  $\chi_H$  et  $\chi_E$  adoptés .

### 4 - C O N C L U S I O N

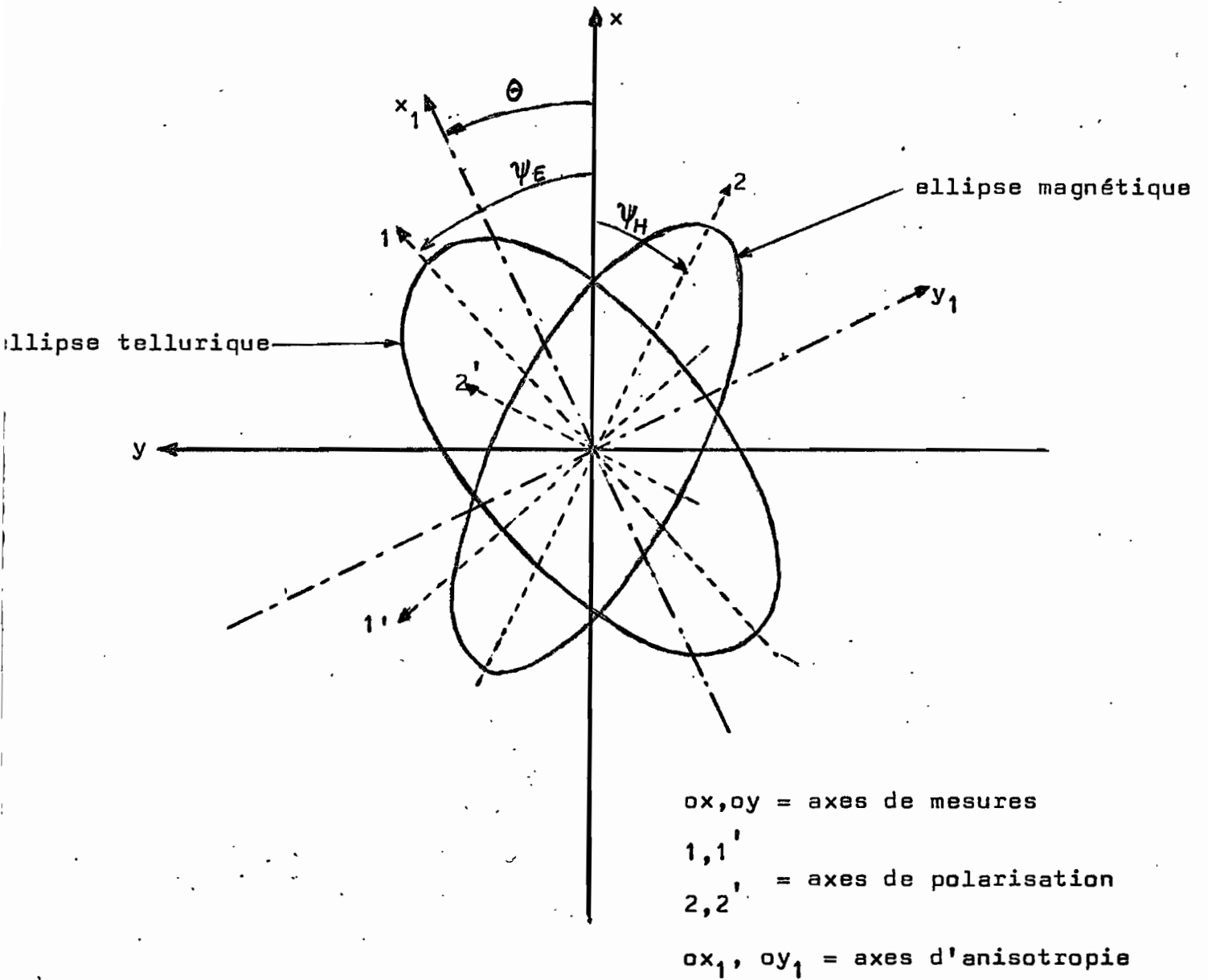
Il ne faut pas s'attendre à ce que les données réelles donnent des résultats aussi nets que ceux obtenus avec des données préfabriquées .

Les maxima des spectres sont moins apparents et les valeurs des cohérences dépassent rarement 0,9 .

Les maxima de  $Z_{12}$  ou  $Z_{21}$  ne coïncident qu'approximativement avec les maxima de  $Z_{11}$  ou  $Z_{22}$  .

Dans les cas douteux, l'utilisateur devra tenir compte de tous les paramètres pour accepter ou non un résultat car certains d'entre eux comme la cohérence peuvent donner une sécurité trompeuse . C'est ainsi qu'il faut rejeter une valeur élevée de cohérence isolée parmi des valeurs faibles . Seules pourront être exploitables les résultats correspondants à 3 cohérences élevées successives .





5 - B I B L I O G R A P H I E

A.ANGOT - Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électronique et des communications (Edition de la revue d'optique, 1961) .

R.B.BLAKMAN and J.W.TUKEY - The measurement of Power Spectra (Dover Publications, New York 1958) .

J.E.EVERETT and R.D.HYNDMAN, - Geomagnetic . Variations and electrical conductivity structure in south-western Australia, june 1967 .

D.RANKIN and I.K.REDDY - A magnetotelluric study of resistivity anisotropy (Geophysics 34 (1969), 438-449) .

D.RANKIN end I.K.REDDY - Polarization of the Magneto Telluric Fields over an Anisotropic Earth (Pure and Applied Geophysics vol.78, 1970) 1 p.58-65) .

E.ROUBINE - Introduction à la théorie de la communication (t. 1, signaux non aleatoires, t.11, signaux aléatoires, MASSON et Cie 1970) .