

P. FRANQUIN *

Méthode d'égalisation des erreurs relatives

Application à des problèmes climatologiques

La méthode proposée se rapporte à l'estimation d'un rapport constant entre les grandeurs mesurables de phénomènes fonctions des mêmes variables indépendantes.

1. — EXPOSÉ DE LA MÉTHODE

Soit deux phénomènes dont les mesures des grandeurs, y et z , sont des fonctions des mêmes variables $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$, telles qu'il existe entre elles un rapport constant :

$$k_0 = \frac{y_0}{z_0} = \frac{y_0 + \Delta y}{z_0 + \Delta z}$$

quand les erreurs absolues sont nulles ($\Delta y = \Delta z = 0$) ou que les erreurs relatives sont égales ($\Delta y/y_0 = \Delta z/z_0$) ou, ce qui revient au même, que les erreurs sur y sont proportionnelles aux erreurs sur z .

Pour prendre un exemple concret, on considère les évaporations respectives, y et z , de deux surfaces d'évaporation dont l'une, S_y , peut être une surface foliaire (évapotranspiromètre) et l'autre, S_z , une surface purement physique (évaporomètre).

L'évaporation mesurée de chacune des surfaces est en régression linéaire multiple étroite avec la température x_1 , le déficit de saturation x_2 et la vitesse du vent x_3 , pour des échantillons suffisamment homogènes, c'est-à-dire se rapportant entièrement, en climat tropical, à une saison humide ou à une saison sèche.

* Agroclimatologue à l'ORSTOM.

En conditions de déficit x_2 faible, on constate entre les valeurs observées y et z un rapport constant k_0 dont une estimation est la valeur k calculée à partir des valeurs mesurées y et z , elles-mêmes estimations des vraies valeurs y_0 et z_0

$$k = y/z \simeq k_0$$

où

$$y \simeq y_0 \quad \text{et} \quad z \simeq z_0$$

On obtient une meilleure approximation de k_0 en prenant la moyenne \bar{k} d'une série de mesures de k .

En conditions de x_2 fort (conditions d'aridité), le rapport k n'est plus approximativement constant et égal à k_0 mais prend des valeurs observées :

$$k = y/z \quad \text{où} \quad \begin{aligned} y &= y_0 + \Delta y \\ z &= z_0 + \Delta z \end{aligned}$$

Δy et Δz étant des erreurs non pas aléatoires mais *systématiques*, positives ou négatives, elles-mêmes dépendantes de x_1, x_2 et x_3 .

Ces erreurs systématiques sont d'un ordre de grandeur tel que la moyenne \bar{k} n'a plus de sens.

On se propose alors d'estimer la vraie valeur k_0 du rapport k , en dépit des erreurs systématiques possibles, par un procédé qui consiste à *rendre théoriquement égales les erreurs relatives*.

Il sera supposé tout d'abord, pour simplifier, que les deux phénomènes considérés sont des fonctions linéaires d'une seule et même variable x .

On établit, par la méthode des moindres carrés, les équations de régression linéaire des valeurs observées y et z par rapport à la variable indépendante commune x , soit, en notant Y et Z les valeurs calculées et b_y, a_y et b_z, a_z les coefficients des droites :

$$\begin{aligned} Y &= b_y x + a_y \\ Z &= b_z x + a_z \end{aligned}$$

Puis on construit ces droites sur la figure 1.

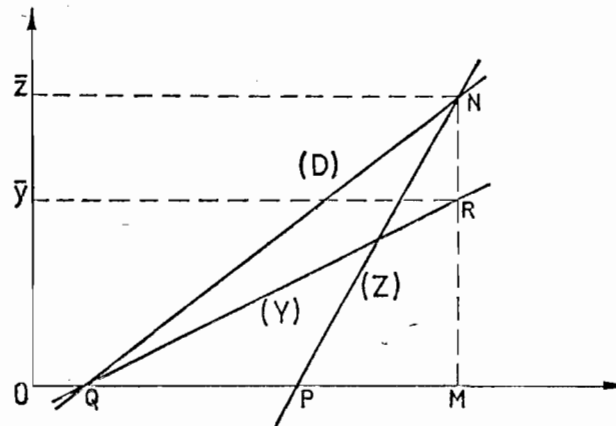


FIG. 1.

Rendre, pour chaque valeur de x , l'erreur relative sur y_0 égale à l'erreur relative sur z_0 , c'est substituer à l'erreur absolue *réelle* Δy une erreur absolue *théorique*, qu'on notera $(\Delta y)'$, telle que :

$$\frac{(\Delta y)'}{y_0} = \frac{\Delta z}{z_0}$$

Soit alors une variable y' telle que : $y' = y_0 + (\Delta y)'$. On pourra écrire :

$$\frac{y_0 + (\Delta y)'}{z_0 + \Delta z} = \frac{y'}{z} = k_0 \quad \text{d'où} \quad y' = k_0 z$$

Il est alors possible d'imaginer une troisième droite, Y' , telle que ses coefficients soient égaux à ceux de la droite Z multipliés par k_0 :

$$Y' = k_0 (b_z x + a_z)$$

Cette droite coupera nécessairement l'axe des x au même point P que la droite Z (fig. 1). En effet, pour $Y' = Z = 0$, on aura :

$$x = -k_0 a_z / k_0 b_z = -a_z / b_z$$

On passera de la droite Z à la droite Y' en multipliant ses coefficients par k_0 et, inversement, on passera de la droite Y' à la droite Z en multipliant ses coefficients par $1/k_0$.

Supposons alors que, par hasard, les droites Y et Z se coupent au point P . Dans ce cas, la droite Y sera telle que, pour toute valeur de x , l'erreur relative sur y_0 sera égale à l'erreur relative sur z_0 . Il passe sans doute une infinité de droites par le point P mais, dans le cas d'évaporations par exemple, une seule répond aux caractéristiques de débit d'évaporation, supposées invariables, de la surface S_y .

On passera de la droite Z à la droite Y en multipliant les coefficients de la première par \bar{y}/\bar{z} et, inversement, on passera de la droite Y à la droite Z en multipliant les coefficients de la première par \bar{z}/\bar{y} .

Si maintenant, ce qui est souvent vrai (voir remarque 3), les valeurs couplées y et z de l'échantillon sont telles qu'on puisse écrire :

$$\bar{y}/\bar{z} \simeq \bar{k}$$

on pourra dire que $\bar{k} \simeq \bar{y}/\bar{z}$ est une estimation de k_0 : en multipliant par $1/\bar{k} \simeq \bar{z}/\bar{y}$ les coefficients de la droite Y , on passera de cette droite à la droite Z . Il est à souligner que la condition précédente est absolument fondamentale pour l'utilisation de la méthode.

Mais, dans la quasi-totalité des cas, la droite Y coupera l'axe des x en un point Q situé de part ou d'autre de P . Dans ce cas, même s'il est approximativement égal à \bar{y}/\bar{z} , \bar{k} ne sera plus une estimation de k_0 , car en multipliant, comme ci-dessus, les coefficients de Y par $1/\bar{k} \simeq \bar{z}/\bar{y}$, on obtiendra une droite D qui ne sera pas confondue avec la droite Z mais la coupera en un point N d'ordonnée : $\bar{z} = \bar{y}/\bar{k}$ et d'abscisse : $\overline{OM} = \bar{x}$.

Considérons alors, sur la figure 1, les pentes b_y et b_z des droites Y et Z :

$$b_y = \bar{y}/\overline{QM} \quad \text{et} \quad b_z = \bar{z}/\overline{PM}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où} \quad \bar{y}/\bar{z} &= b_y/b_z \cdot \overline{QM}/\overline{PM} = b_y/b_z \cdot \frac{\overline{QP} + \overline{PM}}{\overline{PM}} = \\ &= b_y/b_z (1 + \overline{QP}/\overline{PM}) \simeq \bar{k} \end{aligned}$$

Supposons enfin qu'ayant n échantillons (voir remarque 5) procurant autant de valeurs couplées :

$$\bar{k} \simeq \bar{y}/\bar{z} \quad \text{et} \quad 1 + \overline{QP}/\overline{PM}$$

ces dernières, en abscisses, définissent avec les premières, en ordonnées, *une droite* (voir remarque 2):

$$\bar{k} = c (1 + \overline{QP}/\overline{PM}) + d$$

Cette droite (figure 2) coupera nécessairement la parallèle d'abscisse 1 à l'axe des ordonnées en un point K dont l'ordonnée sera l'estimation recherchée de la vraie valeur de k_0 .

En effet, pour $1 + \overline{QP}/\overline{PM} = 1$, il faut que $\overline{QP} = 0$, donc que les points P et Q soient confondus. Or on a vu que, dans ce cas, les erreurs relatives sont égales et qu'alors, s'il est approximativement égal à $\overline{y}/\overline{z}$, \overline{k} est l'estimation de k_0 .

Pour le calcul, on notera que $1 + \overline{QP}/\overline{PM} = \overline{y}/\overline{z} \cdot b_z/b_y$.

Remarques :

1° (De Mlle ULMO, du corps enseignant de l'ISUP.)

Quand, d'un échantillon à l'autre, les droites Y et Z varient, on constate, expérimentalement (dans le cas d'évaporations), que :

$$\overline{k} = c (1 + \overline{QP}/\overline{PM}) + d = c (\overline{QM}/\overline{PM}) + d = c (\overline{y}/\overline{z}) (b_z/b_y) + d$$

ou encore :

$$\overline{k} = c\overline{k} (b_z/b_y) + d \quad (1)$$

qu'on peut écrire :

$$1 = c (b_z/b_y) + d/\overline{k} \quad (2)$$

Comme les droites Y_0 et Z_0 recherchées doivent être telles que : $\overline{z}_0/\overline{y}_0 = b_z/b_y$, la méthode revient encore à prendre l'intersection de la droite d'abscisses b_z/b_y et d'ordonnées $1/\overline{k}$ avec la première bissectrice (fig. 3).

2° Les équations (1) et (2) signifient que les points de coordonnées : b_z/b_y et $1/\overline{k} \simeq \overline{z}/\overline{y}$ sont eux aussi alignés, ou encore que les variations des rapports : $\overline{z}/\overline{y}$ et b_z/b_y sont proportionnelles.

Cette circonstance est la particularité qui fonde la méthode. Or cette particularité, qui pourrait avoir une *signification physique* intéressante, est caractéristique soit d'un ordre de phénomènes (dont l'évaporation) soit de conditions de réalisation d'un phénomène, ce qui est plus vraisemblable.

3° Étant donné une série statistique double : y_i, z_i et le rapport : $k_i = y_i/z_i$ on démontre que, si l'amplitude de variation des dénominateurs n'est pas trop grande, on peut écrire :

$$\overline{k}_i \simeq \overline{y}_i/\overline{z}_i$$

4° La méthode s'étend à un nombre quelconque de variables dépendantes évidemment, mais aussi de variables indépendantes : $x_1, x_2 \dots x_n$, pourvu que les régressions soient linéaires ou puissent être considérées comme telles dans les limites de variation des variables à l'intérieur d'un même échantillon (cas de la température en matière d'évaporation).

Pour les besoins de la méthode, comme il sera vu dans l'application ci-après, une équation de régression linéaire multiple :

$$Y = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + a$$

se ramène à celle d'une simple droite : $Y = bx + a$, dans laquelle :

$$b = \sum b_i \overline{x}_i \quad \text{et} \quad \overline{x} = 1$$

chaque variable indépendante étant rapportée à sa moyenne : x_i/\overline{x}_i .

5° Il est bien entendu que les n couples de valeurs : $\overline{k} \simeq \overline{y}/\overline{z}$ et $1 + \overline{QP}/\overline{PM}$, issus des n échantillons, sont comparables parce qu'ils ont été obtenus à partir des mêmes systèmes S_y et S_z , de caractéristiques *constantes*, opérant en conditions variables.

6° Le problème de l'erreur sur l'estimation de k_0 reste à étudier. Cette erreur procède évidemment des erreurs sur les coefficients des droites Y et Z.

2. — APPLICATION DE LA MÉTHODE

On considère deux surfaces d'évaporation, l'une *végétale* S_y constituée par un gazon uniforme recouvrant un évapotranspiromètre abondamment pourvu en eau (en fait la surface du sol participe aussi au phénomène mesuré), l'autre purement *physique* S_z représentée par le disque de papier d'un évaporomètre Piche.

BOUCHET a montré (1) qu'en conditions d'humidité atmosphérique assez forte, dans un milieu qui évapore, comme c'est généralement le cas en régions tempérées, il y a un rapport *constant*, qu'on notera ici k_0 (au lieu de α dans la formule de BOUCHET) comme dans la démonstration ci-avant, entre, d'une part, l'évapotranspiration y et, d'autre part, l'évaporation z au Piche (corrigée selon un principe qui n'importe pas ici). Ainsi :

$$y_0 = k_0 z_0$$

L'évaporation de chacune des surfaces est définie par la connaissance des valeurs x_1 de la température, x_2 du déficit de saturation, exprimé ici par la différence entre la température moyenne et la température du point de rosée, et x_3 de la vitesse du vent.

En conditions d'aridité (déficit de saturation élevé) avec turbulence, comme il arrive très fréquemment en Afrique, on constate que ce rapport n'est plus constant mais prend des valeurs observées k , tant journalières que moyennes sur de longues périodes, allant de 0,10 à 0,40 environ dans nos observations. Alors : $y = kz$.

Cette extrême variabilité tient à ce que :

- la surface *physique*, extrêmement petite et dépourvue d'inertie, est sujette à l'effet d'oasis (apport advectif de chaleur) qui est d'autant plus important que l'air est plus sec, le vent plus fort et la température plus élevée. Par rapport aux valeurs *normales* inconnues z_0 , l'évaporation du Piche prend des valeurs *observées* : $z = z_0 + \Delta z$, où Δz est l'erreur absolue qui mesure l'effet d'oasis. Cette erreur, comme dans le cas d'une surface végétale, ne peut évidemment être que positive.
- la surface *végétale*, elle-même de dimensions forcément réduites puisque limitées à celles d'un évapotranspiromètre (ici de 0,63 m², fait d'un fût de 600 litres), est aussi sujette, et d'autant plus qu'elle est plus développée, à l'effet d'oasis (qui serait nul pour une surface suffisamment étendue abondamment pourvue en eau).

Lorsqu'en outre l'évapotranspiration potentielle, représentant la demande du climat, dépasse l'offre du système sol-plante, ou débit maximal que peut assurer ce système, intervient le phénomène de régulation stomatique : le végétal ferme plus ou moins ses stomates, ralentissant ou annulant la transpiration. Cet effet est négatif.

L'évapotranspiration observée de la surface S_y est alors : $y_0 \pm \Delta y$, où Δy est l'erreur absolue totale résultant de l'effet d'oasis et de la régulation stomatique.

Dans un premier temps, de 1958 à janvier 1960, le gazon (*Paspalum notatum*) de l'évapotranspiromètre était entretenu à la hauteur constante approximative de 10-15 cm. Ultérieurement, les valeurs mesurées ayant paru écrêtées, la hauteur était maintenue à 15-20 cm.

L'application qui suit se rapporte au premier temps, pour lequel ont été dépouillées les valeurs hebdomadaires de y (évapotranspiration), z (évaporation au Piche, corrigée selon BOUCHET), x_1 (température moyenne), x_2 (différence entre température moyenne et température du point de rosée), et x_3 (vitesse du vent), à la station de l'Institut de Recherches du Coton et des Textiles (I.R.C.T.) à Madingou (Congo-Brazzaville).

On considérera successivement, dans cette application, des régressions linéaires à 3 variables indépendantes (x_1 , x_2 et x_3) puis à 2 variables (x_1 et x_2 , x_1 et x_3 , x_2 et x_3), puis à une seule (x_1 ou x_2 ou x_3).

(1) (Entre autres publications : « L'évapotranspiration potentielle. Sa mesure ou son estimation à partir de l'évaporation sous abri. » Recherches sur la zone aride. Colloque de Montpellier. UNESCO, 1962.)

a) Régression à trois variables.

Les droites Y et Z ont été calculées pour chaque saison humide et chaque saison sèche (pour avoir des échantillons homogènes) des années 1958 et 1959, ainsi que pour la première moitié de la saison humide 1960 (chaque échantillon, d'effectif variable de 14 à 26 valeurs) à partir des équations de régression linéaire multiple de y et de z sur x_1 , x_2 et x_3 .

Les équations de ces droites Y et Z, ainsi que celles, accompagnées de leur R^2 (1), des régressions y_c et z_c sont présentées ci-après avec un exemple du procédé de passage des dernières aux premières, selon formule donnée dans la remarque 4 ci-avant. Suit un tableau (tableau I) des valeurs des coordonnées des figures 2 et 3.

1958 - Saison humide

$y_c = 0,1704 x_1 + 0,5792 x_2 + 0,8775 x_3 - 4,92$	R^2 0,77
$z_c = 1,3438 x_1 + 2,9400 x_2 + 4,6550 x_3 - 39,76$	0,76
$Y = (\sum b_{yt} \bar{x}_t) x + a_y = 8,940 x - 4,92$	
$Z = (\sum b_{zt} \bar{x}_t) x + a_z = 58,808 x - 39,76$	

1958 - Saison sèche

$y_c = 0,0736 x_1 + 0,3028 x_2 + 0,4038 x_3 - 0,85$	R^2 0,77
$z_c = 0,8384 x_1 + 2,1237 x_2 + 17,345 x_3 - 46,02$	0,97
$Y = 4,154 x - 0,85$	
$Z = 71,855 x - 46,02$	

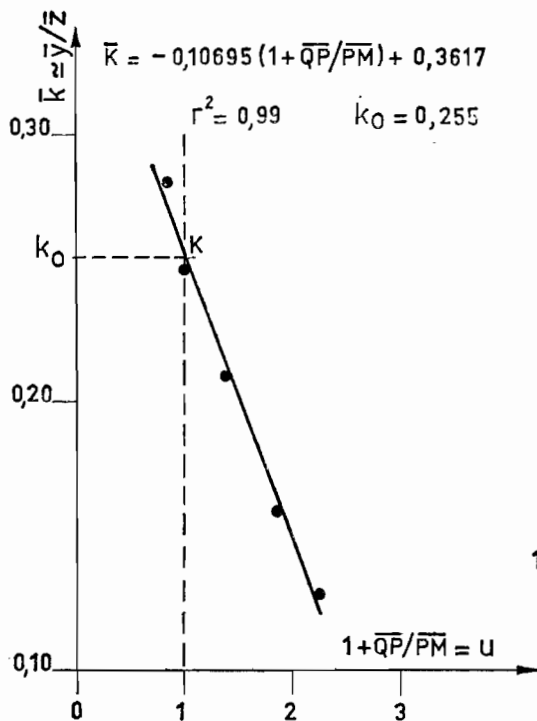


FIG. 2. — X_1 , X_2 et X_3 .

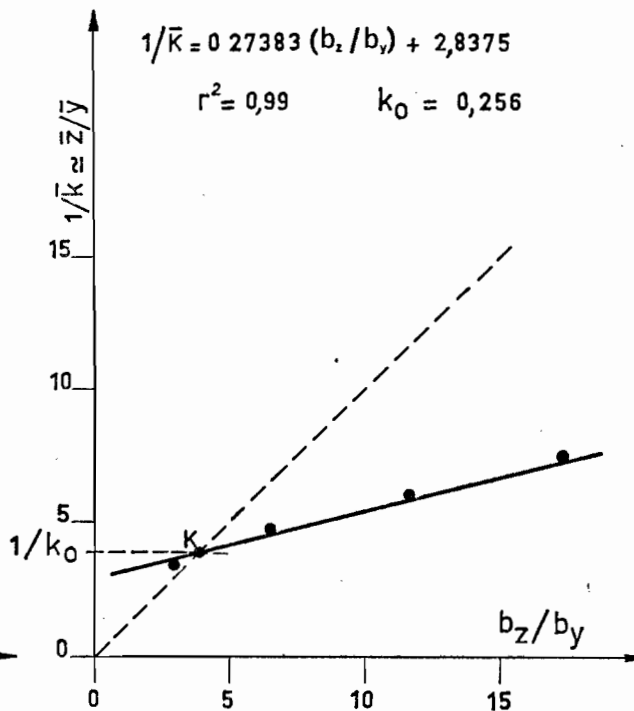


FIG. 3. — X_1 , X_2 et X_3 .

(1) Coefficient de détermination : carré du coefficient de corrélation multiple.

1959 - Saison humide

$$y_c = 0,4719 x_1 + 0,2926 x_2 + 0,9180 x_3 - 11,42 \quad 0,67$$

$$z_c = 1,2566 x_1 + 2,3977 x_2 + 10,1806 x_3 - 44,55 \quad 0,68$$

$$Y = 15,055 x - 11,42$$

$$Z = 59,146 x - 44,55$$

1959 - Saison sèche

$$y_c = 0,0863 x_1 + 0,0276 x_2 + 0,8943 x_3 - 0,70 \quad 0,85$$

$$z_c = 0,1436 x_1 + 0,7907 x_2 + 19,881 x_3 - 26,40 \quad 0,87$$

$$Y = 4,043 x - 0,70$$

$$Z = 47,268 x - 26,40$$

1960 - Saison humide

$$y_c = 0,6706 x_1 - 0,2012 x_2 + 2,1197 x_3 - 16,97 \quad 0,48$$

$$z_c = 1,6092 x_1 - 0,7582 x_2 + 10,660 x_3 - 45,83 \quad 0,60$$

$$Y = 20,733 x - 16,975$$

$$Z = 59,098 x - 45,83$$

R^2

TABLEAU I

Période	\bar{y}/\bar{z}	\bar{k}	\bar{z}/\bar{y}	$1/\bar{k}$	b_y/b_z	b_z/b_y	$1 + \overline{QP/PM}$
1958 - SH	0,211	0,212	4,735	4,717	0,152	6,58	1,39
1958 - SS	0,128	0,131	7,830	7,633	0,058	17,30	2,21
1959 - SH	0,249	0,251	4,016	3,984	0,255	3,93	0,98
1959 - SS	0,160	0,169	6,245	5,917	0,085	11,69	1,87
1960 - SH	0,283	0,283	3,530	3,533	0,351	2,85	0,81

Ces équations de régression linéaire de y et de z sur x_1 , x_2 et x_3 permettent de faire des observations intéressantes sur les importances respectives de la température, du déficit de saturation et de la vitesse du vent selon qu'on considère l'évapotranspiration ou l'évaporation au Piche, et cela en saison humide ou en saison sèche. Il y sera revenu dans une autre étude. On constatera simplement ici qu'aux points de coordonnées :

$$\bar{k} \simeq \bar{y}/\bar{z} \quad \text{et} \quad 1 + \overline{QP/PM} \quad \text{dans le cas de la figure 2}$$

$$1/\bar{k} \simeq \bar{z}/\bar{y} \quad \text{et} \quad b_z/b_y \quad \text{dans le cas de la figure 3}$$

il s'ajuste très étroitement des droites dont le r^2 est 0,99 :

$$\bar{K} = -0,107 (1 + \overline{QP/PM}) + 0,362 \quad (\text{fig. 2})$$

$$1/\bar{K} = 0,274 (b_z/b_y) + 2,837 \quad (\text{fig. 3})$$

On tire de ces deux équations : $k_0 = 0,255$. C'est l'estimation recherchée de la vraie valeur de k_0 .

Elle diffère de la moyenne, 0,206, des valeurs de \bar{k} des cinq échantillons, moyenne dont on a vu qu'elle est dénuée de sens étant donné l'importance des erreurs systématiques.

Les écarts-types de la pente c et de la constante d de la droite \bar{K} sont respectivement :

$$s_c = 0,005 \quad \text{et} \quad s_d = 0,003$$

d'où :

$$c/s_c = 19 \quad \text{et} \quad d/s_d = 123$$

la valeur de t au seuil de probabilité 0,01 et avec 3 degrés de liberté étant 4,6.

Si, au lieu d'ajuster la droite \bar{K} aux cinq points, on ne la fait passer que par deux quelconques d'entre eux, suivant les 10 combinaisons possibles, l'estimation de k_0 varie de 0,242 à 0,262, soit un écart à 0,255 qui est au plus de 5 %.

b) Régressions à deux variables.

On ne donnera pas les équations de régression de y et de z sur les variables indépendantes prises deux à deux, non plus que les équations des droites Y et Z correspondantes, mais seulement, avec leur r^2 et les estimations respectives de k_0 , les équations des trois droites relatives aux trois combinaisons, deux à deux, de x_1, x_2, x_3 , soit, en posant $1 + \overline{QP}/\overline{PM} = u$.

	r^2	Estimation de k_0
$\bar{K}_{x_1x_2} = -0,091 u + 0,325$	0,94	0,234
$\bar{K}_{x_1x_3} = -0,151 u + 0,429$	0,90	0,278
$\bar{K}_{x_2x_3} = -0,063 u + 0,331$	0,47	0,269
		0,260

Ces trois droites ont été construites sur les figures 4, 5 et 6.

L'ajustement est ici moins bon qu'avec les trois variables, quoique encore très satisfaisant pour les deux droites relatives aux deux combinaisons comportant la température x_1 .

En dépit de son r^2 faible (0,47), la droite relative à la combinaison de x_2 et x_3 (déficit de saturation et vitesse du vent) donne l'estimation de k_0 (0,269) la plus proche de 0,255. Mais l'erreur sur cette estimation est évidemment plus grande que celles relatives aux deux autres combinaisons.

La moyenne de l'estimation de k_0 est 0,260 pour les trois droites et l'écart maximal à 0,255, qu'on considérera comme la meilleure estimation, est au plus de 9 %.

c) Régressions à une variable.

En posant toujours $1 + \overline{QP}/\overline{PM} = u$, les droites \bar{K} relatives respectivement à x_1, x_2 et x_3 se présentent comme suit :

	r^2	Estimation de k_0
$\bar{K}_{x_1} = -0,116 u + 0,373$	0,82	0,257
$\bar{K}_{x_2} = -0,055 u + 0,303$	0,54	0,248
$\bar{K}_{x_3} = -0,021 u + 0,253$	0,10	0,232
		0,245

Ces trois droites ont été construites sur les figures 7, 8 et 9.

Les ajustements sont généralement encore moins bons que les précédents, le meilleur étant celui de la droite relative à la température x_1 (du fait vraisemblablement que la température est, des trois facteurs considérés, le plus important pour l'évaporation), qui donne d'ailleurs

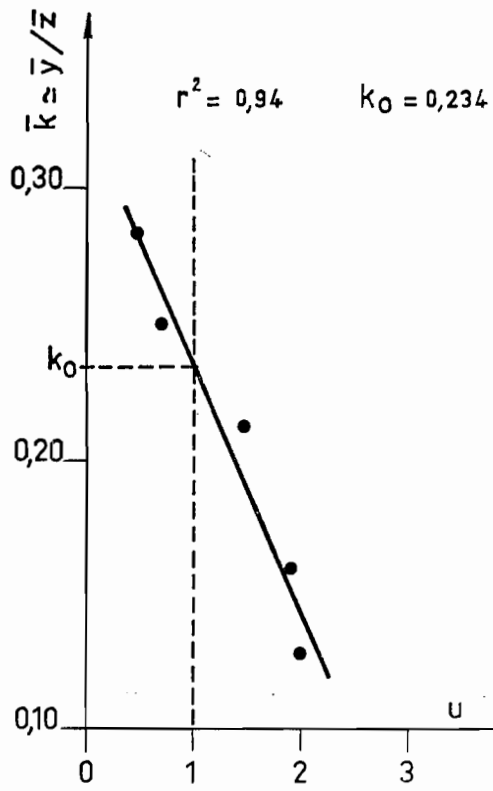


FIG. 4. — X_1 et X_2 .

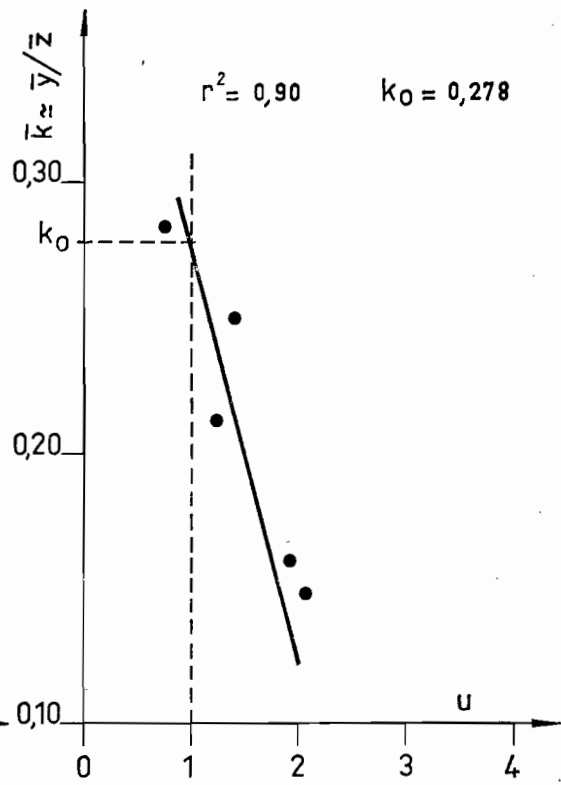


FIG. 5. — X_1 et X_3 .

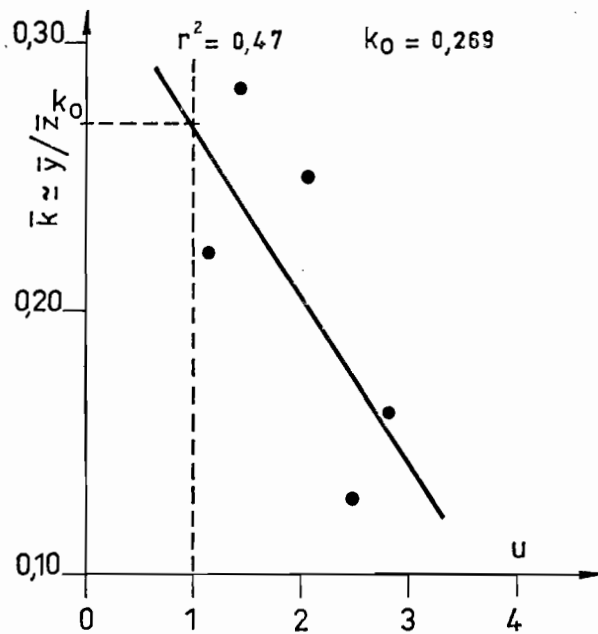


FIG. 6. — X_2 et X_3 .

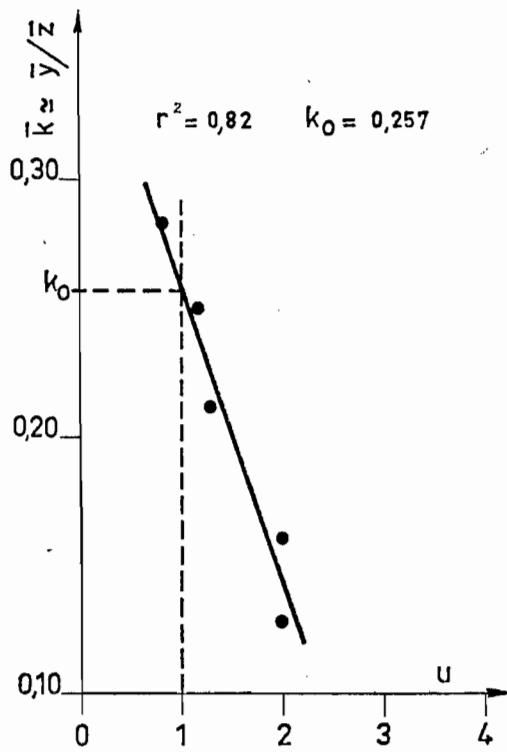


FIG. 7. — X_1 .

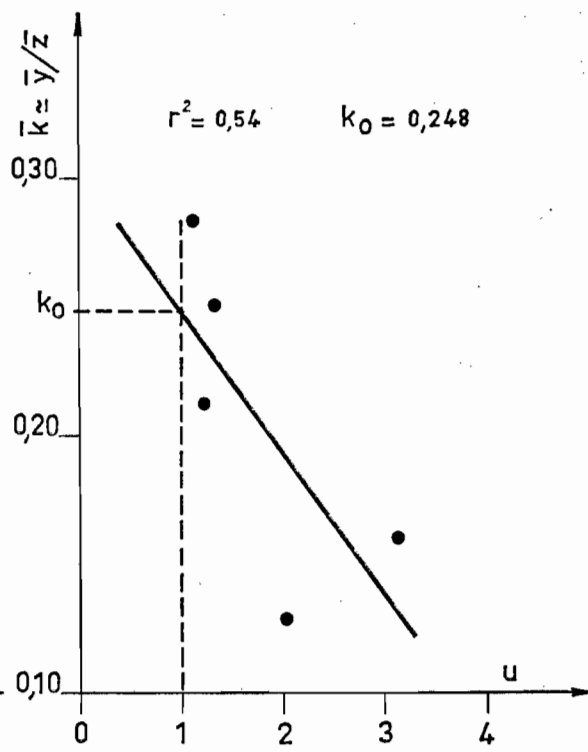


FIG. 8. — X_2 .

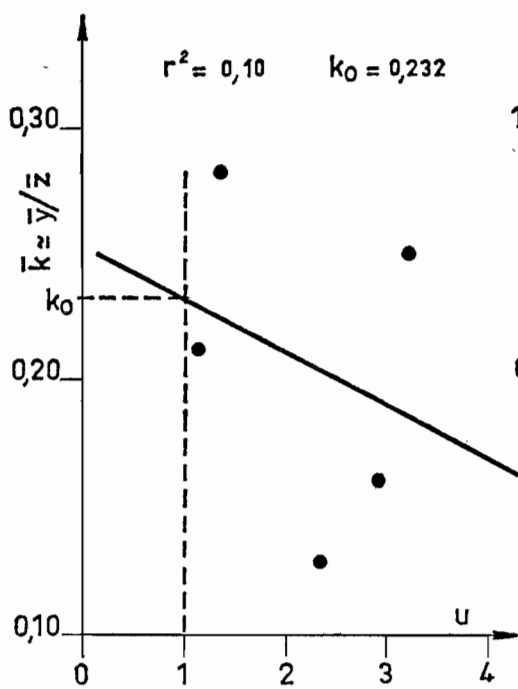


FIG. 9. — X_3 .

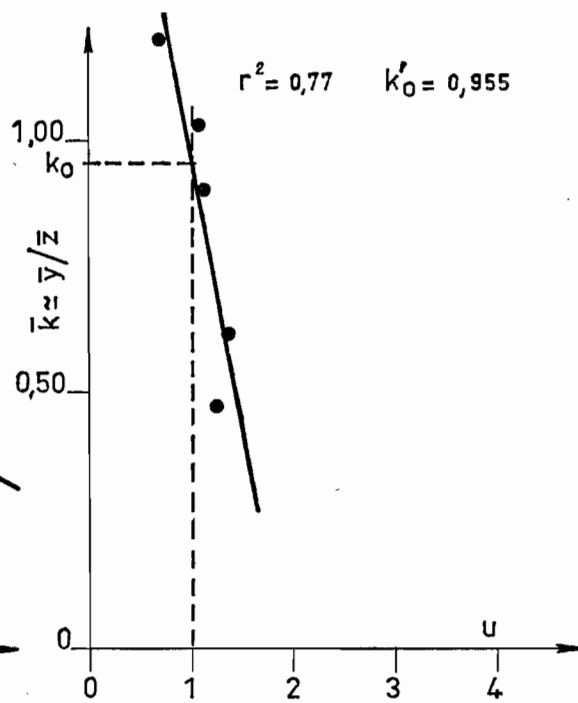


FIG. 10. — X_1 .

la même estimation pour k_0 que la droite relative aux trois variables. Et même la droite relative à x_3 , avec son r^2 égal à 0,10 seulement, donne une estimation de k_0 qui ne s'écarte pas de plus de 10 % de 0,255, mais alors avec une marge d'erreur très forte.

Remarque :

Si on considère l'évaporation au Piche non corrigée selon BOUCHET, on retrouvera, avec évidemment un autre rapport, soit k'_0 , de semblables ajustements, comme on peut le constater sur la figure 10 pour la droite relative à la température x_1 :

$$\overline{K}'_{x_1} = -1,078 u + 2,033 \quad \text{avec} \quad r^2 = 0,77 \quad \text{et} \quad k'_0 = 0,955$$

L'ajustement de cette droite est moins bon que pour le Piche corrigé ($r^2 = 0,82$) parce que ce dernier est corrigé en fonction de la température moyenne et de celle du point de rosée.

Conclusion

La méthode proposée permet, à certaines conditions exclusives, connaissant les équations de régression linéaire, simples ou multiples, de deux variables dépendantes y et z , d'estimer la vraie valeur k_0 de leur rapport, en dépit des erreurs systématiques (non aléatoires) pouvant affecter leurs mesures au point que la moyenne observée \bar{k} de ce rapport n'a statistiquement pas de sens.

Cette méthode consiste à rendre théoriquement égales les erreurs relatives.

Outre l'intérêt que peut présenter en soi une estimation de la vraie valeur k_0 du rapport de deux variables y et z entâchées d'erreurs relatives à tout instant inégales, cette estimation permettra d'étudier, en fonction des facteurs responsables de ces erreurs, les variations d'expressions telles que : k/k_0 et $k - k_0$. Mais de plus, si l'une des variables est connue sans erreurs systématiques ou si celles-ci sont évaluables, l'autre variable sera elle aussi connue avec ses propres erreurs systématiques, qui pourront donc être analysées.