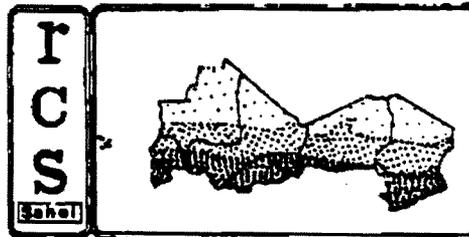


ORSTOM



# Atelier de Formation aux Techniques d'Etude de l'eau dans le système Sol - Plante - Atmosphère

Mbour, 30 Novembre - 10 Décembre 1992

**ÉCOULEMENTS DANS LES SOLS NON  
SATURÉS**

**Jawdat TOUMA**

## Écoulements dans les sols non saturés

### 1. Domaine d'étude et applications:

- Agronomie: gestion des périmètres irrigués, aération et drainage des sols...
- Sciences de l'environnement: pollution des nappes et/ou des sols, renouvellement des ressources naturelles, intrusion de front salin dans les nappes côtières d'eau douce...
- Génie civil: stabilité des ouvrages, écoulements à travers digues et barrages en terre...
- Génie pétrolier: exploitation et/ou récupération du pétrole
- Hydrologie: infiltration, ruissellement...

### 2. Définitions:

- Milieu polyphasique: solide, constitué par les grains (indice s); liquide, généralement de l'eau (indice w) et gaz, généralement de l'air (indice a). On peut le schématiser comme suit:

masses		volumes
$M_a$	gaz	$V_a$
$M_w$	liquide	$V_w$
$M_s$	solide	$V_s$

Vu la différence entre la masse volumique de l'air (ou du gaz en général) et celles des deux autres constituants, on peut considérer  $M_a = 0$ , d'où  $M_t = M_w + M_s$  et  $V_t = V_w + V_s + V_a$

- Porosité,  $n$ : c'est le volume des vides par rapport au volume total: 
$$n = (V_w + V_a)/V_t \quad (1)$$

- Masses volumiques:

\* des grains : 
$$\rho_s = M_s/V_s \quad (2)$$

\* apparente sèche : 
$$\rho_d = M_s/V_t \quad (3)$$

d'où : 
$$\rho_d/\rho_s = V_s/V_t = \{V_t - (V_w + V_a)\}/V_t = 1-n \quad (4)$$

\* apparente humide : 
$$\rho_h = (M_s + M_w)/V_t \quad (5)$$

- Teneurs en eau:

\* pondérale : 
$$\omega = M_w/M_s \quad (6)$$

\* volumique :  $\theta = V_w/V_t$  (7)

d'où :  $\theta/\omega = (V_w/M_w) \cdot (M_s/V_t) = \rho_d/\rho_w$  (8)

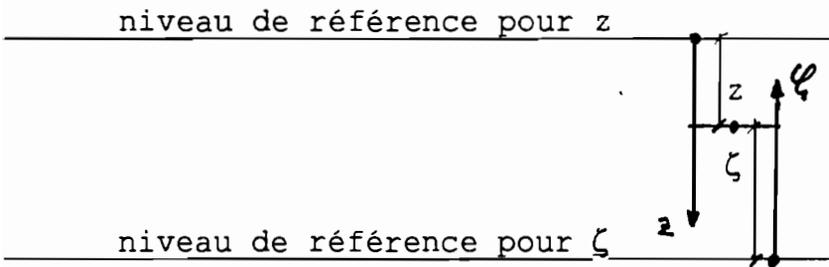
or  $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$  et donc  $\theta = \omega \cdot d_d$  (9)

dans cette dernière équation,  $d_d$  est la densité apparente du sol sec, numériquement égale à sa masse volumique mais sans dimension.

$\rho_h$  et  $\rho_d$  sont liées par :  $\rho_h/\rho_d = (M_s+M_w)/M_s = 1+\omega$  (10)

En milieu saturé, tous les vides sont (en principe) remplis d'eau et donc  $\theta = n$ , alors qu'en milieu non saturé  $\theta < n$ . La valeur maximale de  $\theta$  atteinte à la saturation est notée  $\theta_s$ . Cette valeur est généralement inférieure à  $n$  du fait des bulles d'air qui restent piégées. A titre d'exemple, pour un sable  $n$  est de l'ordre de  $0.4 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  alors que  $\theta_s$  est de l'ordre de  $0.3 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ .

- Energies: On considère un élément de volume d'eau  $dV$ , de masse  $dm = \rho_w \cdot dV$  et de poids  $dW = g \cdot dm = \rho_w g \cdot dV$  ( $g$  est l'accélération de la pesanteur), qui se trouve à l'instant  $t$  à la cote  $z$  (ou  $\zeta$ , suivant le niveau de référence choisi), soumis à la pression  $p_w$  (positive ou négative) par rapport à la pression atmosphérique et qui se déplace à la vitesse  $v$ . Il possède une énergie potentielle de gravité  $E_g$  (qui dépend du niveau de référence adopté), une énergie potentielle de pression  $E_p$  (la somme des deux est le potentiel total) et une énergie cinétique. Son énergie totale étant la somme des trois termes et le potentiel total est la somme  $E_g + E_p$  où:



\*  $E_{g,z} = -z \cdot dW = -g \cdot z \cdot dm = -\rho_w g \cdot z \cdot dV$  (11)

\*  $E_{g,\zeta} = +\zeta \cdot dW = +g \cdot \zeta \cdot dm = +\rho_w g \cdot \zeta \cdot dV$  (12)

\*  $E_p = p_w \cdot dV = (p_w/\rho_w) dm = (p_w/\rho_w g) dW = h \cdot dW$  (13)

où  $h = p_w/\rho_w g$  est la pression exprimée en hauteur de colonne d'eau et relativement à la pression atmosphérique.

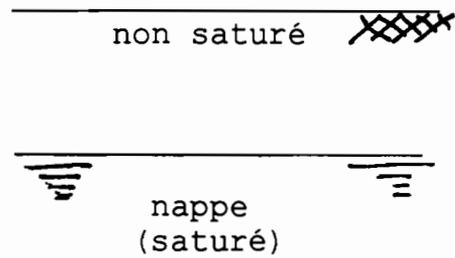
\*  $E_c = \rho_w v^2 \cdot dV/2 = v^2 \cdot dm/2 = v^2 \cdot dW/2g$  (14)

Généralement, on définit ces quantités par unité de poids. Elle sont donc à diviser par  $dW$ . Dans ce cas, le

potentiel total est appelé la charge hydraulique et noté  $H_z = h - z$  ( ou  $H_\zeta = h + \zeta$  ).

Dans les sols, les vitesses d'écoulement sont suffisamment faibles pour que l'on puisse négliger le terme de l'énergie cinétique devant le potentiel total. Dans ce cas, la charge hydraulique représente le travail que peut fournir (ou à fournir à) l'unité de poids d'eau pour ramener son niveau énergétique à celui de l'eau libre au niveau de référence.

A noter que le signe de la quantité  $h$  permet de distinguer entre sol saturé et non. En effet, si l'on considère un profil de sol avec une nappe dont la surface libre soit à la profondeur  $z_n$  et que l'eau soit en équilibre dans ce profil, on peut appliquer les lois de l'hydrostatique pour déduire la distribution de la pression si on la connaît en un seul point du profil. Or, à la surface de la nappe, l'eau est à la pression atmosphérique. D'où il découle que la pression  $h$  est négative dans la zone non saturée et positive ou nulle dans la zone saturée. Ceci a pour conséquence que la teneur en eau volumique,  $\theta$ , dans cette zone dépend de la pression: elle diminue avec  $h$  (lorsque  $h$  augmente en valeur absolue). De même, la conductivité hydraulique  $K$  croît avec  $\theta$  et atteint sa valeur maximale, notée  $K_s$ , lorsque le milieu est saturé.



### 3. Hypothèses:

- Le sol:

\* homogène: les propriétés déterminées en un point sont indépendantes de la position du point;

\* isotrope: en un point donné, les propriétés déterminées sont indépendantes de la direction dans laquelle elles sont mesurées;

\* indéformable: l'écoulement de l'eau ne change pas la configuration géométrique du sol. Un corollaire à cette hypothèse est que la porosité  $n$ , la teneur en eau à saturation  $\theta_s$ , ainsi que la conductivité hydraulique à saturation  $K_s$ , sont constantes;

\* chimiquement inerte: il n'existe pas d'interactions chimiques entre le squelette solide et l'eau même si celle ci est chargée de matières dissoutes.

- L'eau:

\* liquide incompressible et donc de masse volumique constante;

\* pure: on ne considère pas les variations de concentration d'une éventuelle matière dissoute.

- L'air est supposé constamment relié à l'atmosphère. Sa présence n'affecte pas l'écoulement de l'eau.

- L'écoulement:

\* isotherme: les propriétés des différents constituants restent constantes pendant l'écoulement;

\* conservatif: il n'y a pas de production ni de disparition de matière pendant l'écoulement;

\* de vitesse suffisamment faible pour que l'énergie cinétique de l'eau puisse être négligée. Le seul moteur de l'écoulement est donc un gradient (variation) de la charge hydraulique.

#### 4. Equations de l'écoulement:

On ne considère que l'écoulement vertical. L'axe z est orienté positivement vers le bas avec son origine prise à la surface du sol. L'équation de l'écoulement s'obtient par la combinaison de deux équations: dynamique et continuité. L'équation dynamique exprime la relation entre la vitesse de l'écoulement et le moteur qui l'induit; alors que l'équation de continuité exprime la conservation de la masse en tout point du domaine étudié.

\* Equation dynamique: c'est la loi de Darcy, à l'origine expérimentale et établie d'abord pour des écoulements saturés, étendue et vérifiée expérimentalement par la suite pour les écoulements non saturés. Elle s'écrit:

$$q = - K \cdot \partial H / \partial z = - K \cdot (\partial h / \partial z - 1) \quad (15)$$

où q est la densité de flux volumique (débit par unité de surface),  $K = K(\theta)$  est la conductivité hydraulique, fonction de la teneur en eau  $\theta$ ,  $H = h - z$  est la charge hydraulique, h étant la pression de l'eau au point considéré et z sa cote. q et K ont les dimensions d'une vitesse.

\* Equation de continuité: pour l'écoulement vertical de l'eau considérée comme un liquide incompressible elle s'écrit:

$$\partial \theta / \partial t + \partial q / \partial z = 0 \quad (16)$$

où t est le temps.

\* Equation de l'écoulement: remplaçant (15) dans (16) on obtient:

$$\partial \theta / \partial t = \partial / \partial z \{ K \cdot (\partial h / \partial z - 1) \} \quad (17)$$

Cette équation contient deux variables dépendantes  $\theta$  et h, pour qu'elle puisse être résolue il faut en éliminer une en utilisant la relation qui existe entre elles. Ceci peut être fait de deux façons différentes:

- le premier membre de (17) est écrit sous la forme:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = (d\theta/dh) \cdot (\partial h / \partial t) = C \cdot \partial h / \partial t$$

et (17) devient:

$$C \cdot \partial h / \partial t = \partial / \partial z \{ K \cdot (\partial h / \partial z - 1) \} \quad (18)$$

où  $C = d\theta/dh$  est la capacité capillaire, elle a les dimensions de l'inverse d'une longueur. L'équation (18) est désignée sous le nom d'équation de Richards.

- la seconde façon d'obtenir (17) avec une seule variable indépendante consiste à écrire le terme  $K \cdot \partial h / \partial z$  dans le second membre sous la forme:

$$K \cdot \partial h / \partial z = K \cdot (dh/d\theta) \cdot (\partial \theta / \partial z) = D \cdot (\partial \theta / \partial z)$$

et (17) devient:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \partial / \partial z \{ D \cdot (\partial \theta / \partial z) - K \} \quad (19)$$

où  $D = K \cdot (dh/d\theta) = K/C$  est la diffusivité capillaire qui a les dimensions d'une surface divisée par un temps. L'équation (19) est désignée sous le nom d'équation de Fokker-Planck.

A noter que lorsque le milieu se sature  $\theta$  devient une constante (=  $\theta_s$ ), dans ce cas le membre de gauche de (18) devient nul (puisque  $C$  s'annule) et cette équation décrit l'écoulement vertical dans une nappe, alors que l'équation (19) devient indéterminée (puisque  $D$  tend vers l'infini).

Pour être exploitables, les équations (18) et/ou (19) nécessitent la connaissance des relations caractéristiques du sol qui sont  $\theta = \theta(h)$  et  $K = K(\theta)$ . Elles sont obtenues in-situ par le suivi de la cinétique de redistribution de l'humidité et de la pression en différents horizons d'un profil vertical de sol préalablement humidifié par apport d'eau à la surface.

## 5. Méthodologie expérimentale:

Les mesures généralement effectuées sont  $H(z_n, t)$  et  $\theta(z_n, t)$ . A chaque cote  $z_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), les mesures  $H(z_n, t)$  fournissent directement la pression à la cote considérée  $h(z_n, t)$  par la relation:

$$h(z_n, t) = H(z_n, t) + z_n \quad (20)$$

### 5.1. La relation $\theta(h)$ :

Il suffit d'éliminer le temps  $t$  entre  $\theta(z_n, t)$  et  $h(z_n, t)$  pour obtenir cette relation à chaque cote  $z_n$ . Ceci revient à tracer les deux quantités avec la même échelle de temps et de prendre les différents couples  $(h, \theta)$  mesurés au même temps.

## 5.2. La relation $K(\theta)$ :

D'après (15) on a:  $K = -q/(dH/dz)$  où  $q$  et  $dH/dz$  doivent être déterminés au même instant  $t_n$  et à la même cote  $z_n$ . Pour le dénominateur, il suffit de tracer le profil de la charge hydraulique  $H(z, t_n)$  à partir des différentes mesures  $H(z_n, t_n)$  et prendre la pente de ce profil à la cote considérée. Pour évaluer le numérateur, l'équation (16) est intégrée entre une cote  $z_o$  et la cote considérée  $z_n$ , le résultat étant évalué à  $t_n$ . Ce qui donne:

$$\int_{z_o}^{z_n} \frac{\partial \theta}{\partial t} dz + \int_{z_o}^{z_n} \frac{\partial q}{\partial z} dz = 0$$

L'espace et le temps étant indépendants, cette équation devient:

$$d/dt \int_{z_o}^{z_n} \theta dz + q_{zn} - q_{zo} = dS/dt + q_{zn} - q_{zo} = 0$$

$S$  étant le stock d'eau entre les cotes  $z_o$  et  $z_n$  évalué à l'instant  $t_n$  et exprimé en hauteur de colonne d'eau. Il apparaît donc que pour connaître  $q$  à  $z_n$ , il faut le connaître à  $z_o$ . Ce qui donne lieu à deux méthodes expérimentales:

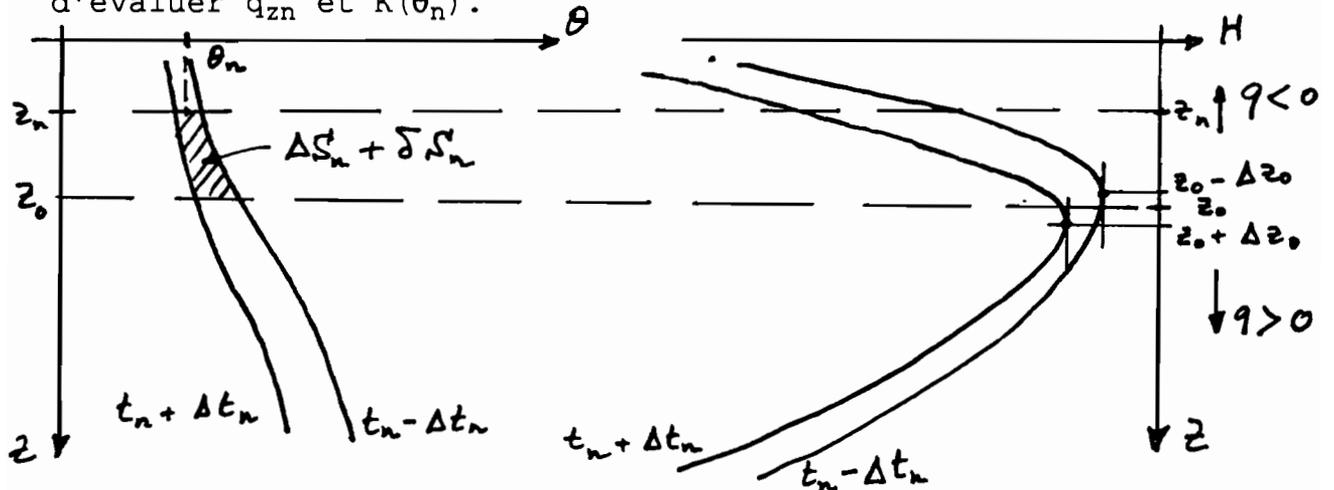
### \* Le drainage interne

Dans ce cas le suivi du ressuyage s'effectue avec la surface du sol couverte de façon à empêcher l'évaporation (et l'infiltration d'éventuelles pluies). Ceci résulte en  $q_{zo} = z_o = 0$ . D'une façon générale, le stock évalué (par planimétrie ou intégration numérique des profils hydriques, i.e.  $\theta(z, t_n)$ ) entre la surface du sol et la cote considérée  $z_n$ , varie de façon linéaire avec le logarithme du temps. Il suffit par conséquent d'effectuer la régression linéaire  $S(z_n, t) = a_n + b_n \cdot \ln t$  et d'évaluer  $q_{zn}$  par  $-dS(z_n, t)/dt = -b_n/t_n$ .

### \* Le plan de flux nul:

Dans ce cas la surface du sol reste découverte. Le ressuyage s'effectue donc en conditions naturelles si bien qu'il y a évaporation en surface (mouvement ascendant de l'eau,  $q < 0$ ) et percolation (mouvement descendant,  $q > 0$ ) en profondeur. Il existe donc à chaque instant  $t_n$  un plan dans lequel  $q = 0$ , c.à.d.  $dH/dz = 0$  d'après (15), qu'il suffit de localiser pour éliminer  $q_{zo}$  et fixer la borne inférieure dans l'intégrale qui exprime le stock. Pratiquement, ce plan n'étant pas fixe dans le temps, on considère les instants  $t_n - \Delta t_n$  et  $t_n + \Delta t_n$  pour lesquels le plan de flux nul se trouve respectivement à

$z_0 - \Delta z_0$  et  $z_0 + \Delta z_0$ . Au temps moyen  $t_n$ , on peut considérer que le plan de flux nul se trouve à  $z_0$ . On peut donc déterminer le stock entre  $z_0$  et  $z_n$  aux instants  $t_n - \Delta t_n$  et  $t_n + \Delta t_n$  que l'on note respectivement  $S_n - \delta S_n$  et  $S_n + \delta S_n$ . Ce qui permet d'approximer  $dS/dt$  par  $(\Delta S_n + \delta S_n)/2\Delta t_n$  et donc d'évaluer  $q_{zn}$  et  $K(\theta_n)$ .



## 6. Mise en oeuvre pratique:

### 6.1. Tensiométrie (mesure de H):

Cette mesure repose sur le principe des vases communicants. Elle consiste à introduire une bougie poreuse, perméable à l'eau mais imperméable à l'air, à la cote de mesure. Elle est reliée à un manomètre à mercure par l'intermédiaire d'un circuit hydraulique saturé comme illustré par le schéma ci-dessous. L'imperméabilité de la bougie à l'air et la saturation du circuit hydraulique impliquent que l'eau tend à un équilibre énergétique de part et d'autre des parois de la bougie. Autrement dit, l'eau à l'intérieur de la bougie est à la même pression que l'eau du sol avoisinant. Le point A, situé à la surface de la réserve de mercure étant en contact avec l'atmosphère, sa pression  $h_A$  est donc nulle.

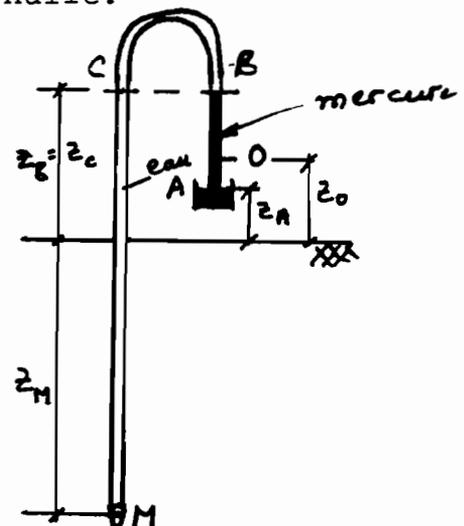
On note O l'origine de l'échelle de mercure, B le sommet de la colonne de mercure, C est au même niveau que B, M le centre de la bougie et  $\rho_{Hg}$  la masse volumique du mercure ( $13.6 \text{ g/cm}^3$ ), celle de l'eau est  $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$ . En appliquant les principes de l'hydrostatique on a:

$$0 = h_A = h_B + (\rho_{Hg}/\rho_w) \cdot (z_B - z_A)$$

$$h_B = h_C$$

et

$$h_C + z_C + z_M = h_M$$



d'où:

$$H_M = h_M - z_M = z_B - (\rho_{Hg}/\rho_w) \cdot (z_B - z_A)$$

en ajoutant et retranchant  $z_0$  à  $z_B$  et en remplaçant  $\rho_{Hg}/\rho_w$  par sa valeur numérique on obtient:

$$H_M = h_M - z_M = 13.6 z_A - 12.6 z_0 - 12.6 (z_B - z_0)$$

Dans cette dernière équation les deux premiers termes étant constants et de signe contraire, il est toujours possible de positionner la réserve de mercure et l'origine de l'échelle de lecture de façon que leur somme soit nulle. En utilisant des échelles de lecture appropriées (qui tiennent compte du facteur 12.6 dans le dernier terme) la mesure sera directe et ne nécessitera pas de correction.

## 6.2. Humidimétrie neutronique:

Cette technique est un moyen non destructif pour mesurer l'humidité volumique du sol. Elle repose sur le ralentissement des neutrons rapides émis par une source radioactive introduite dans le sol, processus dit de thermalisation et dû aux chocs successifs que subissent les neutrons rapides avec les noyaux d'hydrogène, et donc principalement ceux de l'eau, présents dans le sol. La relation entre l'humidité volumique à une cote donnée et le comptage neutronique  $N$  effectué à la même cote est linéaire de la forme:

$$\theta = a_n + b_n \cdot N \quad (21)$$

Cependant, les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  sont inconnus et doivent être déterminés pour chaque horizon du profil par étalonnage préalable de l'humidimètre neutronique (sonde à neutrons). De plus, plutôt que d'utiliser le comptage  $N$  effectué à la cote de mesure, on utilise ce qui est communément appelé "comptage réduit" qui est la valeur de  $N$  rapportée à un "comptage standard" effectué dans l'eau. Ce dernier a pour but d'éliminer les biais de l'électronique de la sonde, dus principalement à son échauffement vu les conditions opératoires.

A noter que la mesure de l'humidité n'est pas ponctuelle. En effet, les neutrons rapides sont émis aléatoirement dans toutes les directions autour de la source radioactive. La probabilité qu'un neutron rapide rencontre un noyau d'hydrogène est donc d'autant plus grande que cet élément est abondant autour de la source et donc, que le sol est humide. Il apparaît par conséquent que la région intéressée par la mesure est une sphère, appelée "sphère d'influence", centrée sur la source radioactive et dont le rayon varie suivant l'état d'humidité du sol. Il est de l'ordre de 15 cm pour un sol humide et de l'ordre de 25 à 30 cm pour un sol sec. Ceci implique quelques précautions lors de l'installation des autres senseurs de mesure, notamment les tensiomètres, dont la distance au tube d'accès de la sonde doit être

d'au moins 20 à 25 cm, afin de ne pas perturber la sphère d'influence de cette dernière.

### 6.3. Etalonnage de la sonde à neutrons:

Généralement, celui-ci est effectué à proximité (quelques mètres) du site d'étude proprement dit. Ceci suppose implicitement qu'à cette échelle le sol reste homogène. Un tube d'accès pour la sonde à neutron est installé et un profil de comptage neutronique effectué immédiatement après l'installation du tube aux différentes cotes de mesure. Celles-ci sont généralement des multiples de 10 cm. Les prélèvements effectués lors de l'installation du tube sont passés à l'étuve pour déterminer l'humidité pondérale à chaque cote de mesure. Une surface (de l'ordre de 1 m<sup>2</sup>) est délimitée autour du tube d'accès, de façon à ce qu'il soit au centre, et le sol humecté par apport d'une lame d'eau maintenue à la surface. Il va de soi que la quantité d'eau à apporter dépend de la profondeur à étudier. A titre d'exemple, pour humecter le profil sur 1 m de profondeur il faut infiltrer quelques 30 cm d'eau, ce qui représente un volume de 300 l pour 1 m<sup>2</sup>. Un moyen pratique et fiable de s'assurer que le profil a été humecté jusqu'à la profondeur désirée est de fixer la sonde à ladite profondeur et d'attendre que les comptages se stabilisent à leur valeur maximale.

Pendant le ressuage, des prélèvements à différents états d'humidité permettent, par passage à l'étuve, de déterminer l'humidité pondérale  $\omega$  à chaque cote et chaque état d'humidité. Lors de chaque prélèvement, on effectue un profil neutronique et des comptages standards. Ceci permet de déterminer le comptage réduit pour chaque cote correspondant à chaque état d'humidité. Connaissant  $\omega$ , il est possible de calculer  $\theta$  à partir de (9) à condition de connaître  $\rho_d$ . Il existe plusieurs méthodes pour mesurer ce paramètre, parmi les plus utilisées on peut citer le densitomètre à membrane, le carottier et le densimètre gammamétrique.

### 6.4. Conduite des essais:

L'appareil le plus couramment utilisé sur le terrain pour ce type d'expérimentation est l'infiltromètre double-anneau. Il s'agit de deux anneaux métalliques cylindriques concentriques enfoncés d'une dizaine de cm dans le sol. Bien que les dimensions des anneaux ne soient pas standardisées on utilise souvent un anneau intérieur de 25 à 35 cm de rayon, celui de l'anneau extérieur étant le double. La raison d'être de ce dernier est de limiter la composante horizontale de l'écoulement qui a lieu sous l'anneau central et par conséquent, légitimer l'emploi des équations développées plus haut

pour l'écoulement vertical lors du dépouillement des mesures. Le tube d'accès de la sonde à neutrons est installé au centre des anneaux et les tensiomètres aux cotes prescrites et à une distance appropriée du tube. Généralement, les tensiomètres sont installés avec un pas de 10 cm jusqu'à 50 ou 60 cm de profondeur et un pas de 20 cm au-delà. L'installation des appareils doit se faire de façon à perturber le moins possible la surface du sol à l'intérieur des anneaux. L'infiltration a lieu sous une lame d'eau de faible épaisseur (2 à 3 cm) maintenue constante à la surface des deux anneaux -manuellement ou au moyen de vases de Mariotte- pendant toute la phase d'humectation. La lame infiltrée cumulée est mesurée en fonction du temps dans l'anneau central. La profondeur humectée est contrôlée au moyen des tensiomètres et/ou des mesures neutroniques. Si le ressuyage doit se dérouler en drainage interne, sitôt après la disparition de la lame d'eau à la surface du sol, celle-ci est couverte (feuilles de plastique, paillage, mulch, copeaux ou plaques de polystyrène expansé, etc...). La fréquence des mesures (profils neutroniques et tensiométriques) est élevée au début du ressuyage et devient de plus en plus faible au fur et à mesure que celui-ci se prolonge afin de suivre la cinétique du phénomène qui varie dans le même sens. Généralement, 3 à 6 profils sont relevés au cours des 3 premières heures du ressuyage, 2 à 3 profils au cours des 3 heures suivantes et 1 ou 2 profils pour le reste de la première journée. Deux ou 3 profils journaliers suffisent pendant les 3 journées suivantes. Au-delà, la fréquence peut tomber à 1 profil journalier, voire deux profils hebdomadaires si les mesures se prolongent pendant plus qu'une quinzaine de jours, ce qui est fréquemment le cas.

#### 7. Les modèles simplifiés:

Sous réserve des hypothèses du § 3, les équations développées au § 4 décrivent finement l'écoulement dans un sol non saturé aussi bien pendant l'infiltration que pendant le ressuyage. En outre, elles sont indispensables pour déterminer les caractéristiques hydriques du sol. Cependant, il existe des situations où la connaissance de ces caractéristiques est de peu d'utilité. C'est notamment le cas lorsqu'on s'intéresse uniquement à l'infiltrabilité (ou capacité d'infiltration) du sol. Par infiltrabilité on entend la lame infiltrée en fonction du temps suite à une lame d'eau d'épaisseur constante et négligeable imposée à la surface du sol. Pour de telles situations il existe plusieurs modèles simplifiés. Les plus importants -et le plus souvent utilisés- sont le modèle de Green et Ampt et le modèle de Philip du nom des chercheurs qui les ont proposés. Outre l'homogénéité du sol, les deux modèles supposent une humidité initiale

(avant l'infiltration) uniforme le long du profil, hypothèse généralement justifiée dès lors que la nappe est à plus de 2 m de profondeur.

### 7.1. Modèle de Green et Ampt:

D'après ces chercheurs, le sol est caractérisé par 3 paramètres: la teneur en eau à saturation  $\theta_s$ , à laquelle correspond la conductivité hydraulique à saturation  $K_s$ , et une pression au niveau du front d'humectation  $h_f$ , l'humidité initiale étant  $\theta_i$ . A l'instant  $t$  après le début de l'infiltration le front d'humectation est à la profondeur  $z_f$ , comme schématisé ci-contre. En appliquant la loi de Darcy à la surface du sol, on a:

$$q = -K \cdot dH/dz = -K_s \cdot (h_f - z_f) / z_f = -K_s \cdot (h_f/z_f - 1)$$

A cet instant, la lame infiltrée, notée  $I$ , est égale à la quantité d'eau qui s'est accumulée dans le profil, à savoir:

$$I = (\theta_s - \theta_i) \cdot z_f$$

et donc:

$$q = -K_s \cdot \{h_f \cdot (\theta_s - \theta_i) / I - 1\}$$

Par ailleurs,  $q$  étant la vitesse d'infiltration, elle est donnée par:

$$q = dI/dt$$

et l'on aboutit à l'équation différentielle ordinaire:

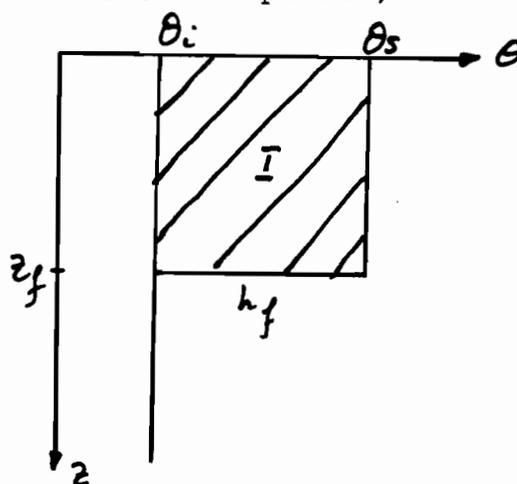
$$dI/dt = K_s \cdot \{1 - h_f \cdot (\theta_s - \theta_i) / I\} \quad (22)$$

qui s'intègre avec la condition:

$$I = 0 \text{ à } t = 0 \text{ pour donner:}$$

$$I = K_s \cdot t - h_f \cdot (\theta_s - \theta_i) \cdot \ln\{1 - I / [h_f \cdot (\theta_s - \theta_i)]\} \quad (23)$$

A noter que la lame infiltrée mesurée en fonction du temps permet, au moyen de (22), d'estimer la conductivité saturée du sol, et ce, par corrélation linéaire entre  $dI/dt$  et  $1/I$ .



### 7.2. Modèle de Philip:

Ce modèle est obtenu à partir de la solution analytique de l'équation (19) présentée par ce chercheur pour le cas considéré. Il se présente sous la forme:

$$I = S \cdot \sqrt{t} + B \cdot t \quad (23)$$

où  $S$  est la "sorptivité" et a les dimensions d'une longueur divisée par la racine carrée d'un temps et  $B$  a les dimensions d'une vitesse. Physiquement, la sorptivité représente la plus ou moins grande capacité d'un sol à absorber l'eau par capillarité. La mesure de la lame infiltrée en fonction du temps permet d'obtenir ces paramètres en corrélant  $I/\sqrt{t}$  avec  $\sqrt{t}$ . A noter que si cette équation possède l'avantage sur (22) d'exprimer explicitement  $I$  en fonction du temps, la valeur de  $B$  est

difficilement utilisable pour déduire la conductivité à saturation du sol  $K_s$  puisque la relation entre ces deux paramètres n'est pas bien connue.

#### 8. Conclusion:

Malgré sa complexité apparente, le cas étudié dans le cadre de cet atelier est l'un des plus simples qui soient dans ce domaine, vu la restriction des hypothèses émises. Même dans ce cas, les équations (18) et/ou (19), appliquées à des cas concrets, ne peuvent être exploitées sans recours aux techniques numériques de résolution par ordinateur. Grâce à ces techniques, il est possible d'envisager des cas bien plus complexes que celui examiné ici. A titre d'exemple, il est possible d'obtenir des solutions pour des sols hétérogènes ou anisotropes, de tenir compte du rôle de l'air dans le sol ou des matières dissoutes dans l'eau ou des écoulements dus à des gradients de température etc... Il est évident que plus le phénomène étudié est complexe, plus les équations qui le décrivent le sont aussi et plus le modèle numérique nécessaire pour les résoudre est sophistiqué. Cependant, il faut garder présent à l'esprit que quelle que soit la complexité des équations, elles sont toujours subordonnées à certaines hypothèses, et nécessitent toujours la connaissance de certains paramètres et/ou relations. D'où l'importance de l'expérience qui non seulement permet d'obtenir lesdits paramètres ou relations mais aussi de vérifier la pertinence des hypothèses qui ont permis d'élaborer les équations et le modèle numérique correspondant.