

N° d'ordre 32/ I.S.T.



# MEMOIRE

présenté pour obtenir le grade

**d'INGENIEUR DE CONCEPTION**

Spécialité : **GEOLOGIE**

par

**ROKHAYA SAMBA**

**INFLUENCE DE LA CROISSANCE RACINAIRE *D'ACACIA raddiana* SUR LA COURBE D'ETALONNAGE DE L'HUMIDIMETRE NEUTRONIQUE DANS UN SOL FERRALITIQUE**

Soutenu le 20 Janvier 1993 devant le Jury composé de :

<b>MM. A. DIA</b>	<b>Président</b>	<b>UCAD</b>
<b>J. TOUMA</b>	<b>Rapporteur</b>	<b>ORSTOM</b>
<b>P. BOIVIN</b>	<b>Rapporteur</b>	<b>ORSTOM</b>
<b>E. BOURDEAU</b>	<b>Examineur</b>	<b>UCAD</b>
<b>F. DIOME</b>	<b>Examineur</b>	<b>UCAD</b>
<b>M. SENE</b>	<b>Examineur</b>	<b>ISRA</b>

# **TABLE DES MATIERES**

## **AVANT-PROPOS**

## **INTRODUCTION. POSITION DU PROBLEME**

## **CHAPITRE I. MATERIEL ET METHODES**

### **I- Principes et méthodes :rappels.**

### **II- Matériel expérimental**

#### II-1 : Le sol

##### II-1.1 : Etude de la zone de prélèvement

##### II-1.2 : Le sol utilisé

#### II-2 : La plante : *Acacia raddiana*

### **III- PRINCIPE DES MESURES ET METHODOLOGIE**

#### III-1 : Principe des mesures de l'humidité du sol

#### III-2 : Etalonnage neutronique

### **IV - PROTOCOLE EXPERIMENTAL**

## **CHAPITRE II. TEST STATISTIQUE :** **COMPARAISON DE DEUX DROITES** **D'ETALONNAGE ETABLIES L'UNE EN** **SOL NU ET L'AUTRE DANS LE MEME** **SOL CULTIVE**

### **I - HOMOGENEITE DES VARIANCES D'ECHANTILLONNAGE**

## **II - IDENTITE DES COEFFICIENTS ANGULAIRES ET DES TERMES LIBRES**

- II.1 : Les deux variances ne sont pas significativement différentes
- II.2 : Les deux variances diffèrent significativement l'une de l'autre

## **CHAPITRE III. RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

### **CONCLUSION**

### **LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX**

### **BIBLIOGRAPHIE**

## AVANT - PROPOS

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre du travail de fin d'étude à l'Institut des Sciences de la Terre ( I.S.T.) de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar (U.C.A.D.). Il donne lieu à l'accession au grade d'Ingénieur Géologue IST

C'est le résultat d'expériences entreprises au sein de l'Institut Français de Recherche Scientifique pour le Développement en Coopération (O.R.S.T.O.M.) , expériences qui tournaient autour du sujet : "Influence de la croissance racinaire d'*Acacia raddiana* sur la courbe d'étalonnage de l'humidimètre neutronique dans un sol ferrallitique".

Avant d'exposer les résultats de nos recherches, il nous est très agréable de remercier ici toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce travail soit par leur enseignement, soit par leurs conseils et encouragements, soit encore par leur collaboration technique et scientifique.

Je tiens d'abord à remercier Mr.MATHIEU, représentant de l'O.R.S.T.O.M. au Sénégal, pour m'avoir autorisé à occuper un poste de stage au sein de son centre de Hann.

Je tiens également à rendre un hommage particulier à Mr. ALLOUC, ancien professeur à l'I.S.T., qui non seulement a beaucoup contribué au raffermissement des relations entre l'O.R.S.T.O.M. et l'I.S.T., mais a également toujours fait montre d'une grande confiance à mon égard. Je le remercie aussi pour son enseignement de qualité et ses conseils et pour l'attention soutenue avec laquelle il a suivi le déroulement de mon travail. Qu'il soit assuré de mon éternelle reconnaissance.

Je remercie aussi Mr. TOUMA, chercheur hydrologue à l'O.R.S.T.O.M., pour m'avoir proposé un sujet, d'avoir consacré un temps précieux à suivre mes travaux et à corriger minutieusement ce mémoire. J'ai pu apprécier, sous sa direction, toutes ses qualités d'homme de science ayant le souci constant de l'exactitude et de la concision.

Mes remerciements s'adressent également à Mr. BOIVIN, chercheur pédologue à l'O.R.S.T.O.M. et chef du département de pédologie du centre de Hann, qui n'a ménagé aucun effort pour le bon déroulement de notre stage, qui s'est toujours montré disponible et de bon conseil. Je remercie également tous les membres de son équipe pour leurs encouragements et leur collaboration technique : MM. BADIANE, BRUNET, DIEME, FAYE et TRAORE.

Je remercie également Mme. SECK du département de Biologie Végétale de l'U.C.A.D. pour sa disponibilité ; Mr. NIZINSKI, écophysiologiste à L'O.R.S.T.O.M., qui a bien voulu corriger la partie concernant l'*Acacia raddiana* et Mr. THIAM, professeur de mathématiques à l'U.C.A.D., dont l'intervention m'a permis de mieux assimiler les notions statistiques.

Je remercie aussi MM. COQUET et BAR, stagiaires à l'O.R.S.T.O.M., pour les discussions fructueuses que nous avons eues ensemble.

Que MM. DIA, TOUMA, BOIVIN, BOURDEAU, SENE et DIOME soient remerciés d'avoir bien voulu juger ce travail.

Je remercie également tous mes camarades de l'I.S.T. pour leur confiance et leurs encouragements surtout Evelyne, Cathy, Khady et Sophie et mes promotionnaires : Bar, David, Djiba, Djibo, Khadim, Ouzin et Sow.

Je dédie ce mémoire à mes grands-parents, à mes parents, à mes tantes et oncles, à mes soeurs et frères, cousins et cousines et à tous mes amis.

**INTRODUCTION - POSITION  
DU PROBLEME**

Les transferts dans les sols non saturés intéressent différents secteurs des Sciences de l'Environnement et des Sciences de l'Eau (entre autres : Hydrologie- Hydrogéologie- Agronomie- Génie Civil...).

Pour quantifier (ou modéliser) ces transferts, il faut connaître les caractéristiques hydriques du sol (relations humidité-pression et humidité-conductivité hydraulique) qui sont obtenues à partir des mesures d'humidité et de charge hydraulique. La représentativité de ces caractéristiques du milieu est donc subordonnée à la qualité (ou à la précision) de ces mesures. Or, si la mesure de la charge hydraulique peut se faire sans problème puisqu'elle est effectuée au moyen d'un circuit hydraulique indépendant du sol, il n'en est pas de même pour celle de l'humidité qui est effectuée au moyen d'une sonde à neutrons qu'il est nécessaire d'étalonner au préalable. La question qui se pose alors est la suivante : "une courbe d'étalonnage humidimétrique établie pour un sol nu ( sans végétation) reste-t-elle valable dans le même sol cultivé?".

Des études antérieures (Colonna et al,1990) réalisées sur un sol sableux n'avaient pu mettre en évidence une quelconque influence de la végétation sur cette courbe et, il importait de savoir si ce résultat était dû à la nature du sol. De plus, les résultats obtenus l'étaient sur une gamme de mesure relativement limitée. Ainsi, la présente étude sera réalisée en sol ferrallitique avec une gamme de variation d'humidité assez large en vue d'apporter des éléments de réponse satisfaisants au problème posé.

Les lois de l'écoulement en milieu non saturé, méthodes expérimentales, problèmes liés à la mesure de l'humidité et ceux posés par la détermination de ladite courbe, ainsi que le protocole expérimental, ont déjà fait l'objet d'un rapport (Samba, 1991).

Ainsi, nous allons commencer par faire un bref rappel du principe et de la méthodologie expérimentale avant d'exposer et de discuter nos résultats.

# **CHAPITRE I**

## **MATERIEL ET METHODES**

## I- PRINCIPES ET METHODES : RAPPELS

Le sol est généralement un milieu polyphasique constitué de grains (phase solide), d'eau (phase liquide) et d'air (phase gazeuse). (Vachaud, 1975).

L'air et l'eau occupent les vides existant entre les grains solides et la masse de l'air est négligeable. Le squelette solide peut être caractérisé par la masse volumique sèche  $\rho_d$  définie par :

$$\rho_d = M_s/V \quad (1)$$

avec  $M_s$  = masse des grains solides

$V$  = volume total du sol

Les teneurs en eau volumique  $\theta$  et pondérale  $\omega$ , respectivement définies comme le volume d'eau par unité de volume total du sol et le poids d'eau par unité de poids du sol sec, permettent d'estimer la quantité d'eau présente dans les vides.

La densité apparente humide  $\rho_h$  (bien que ce soit le terme couramment utilisé, c'est un abus de langage puisqu'une densité est une grandeur sans dimension, alors que le terme approprié serait masse volumique humide puisqu'il est dimensionné), est liée à  $\rho_d$  par la relation :

$$\rho_h = \rho_d * (1+\omega) \quad (2)$$

$\theta$  et  $\omega$  sont liées par :

$$\theta = \omega * (\rho_d/\rho_w) \quad (3)$$

où  $\rho_w$  est la masse volumique de l'eau qui est égale à  $1\text{g/cm}^3$ .

L'étude physique des écoulements en milieu poreux non saturé est régie par deux équations fondamentales qui sont l'équation de Darcy (ou équation dynamique) et l'équation de continuité : leur combinaison aboutit à l'équation de l'écoulement. Ces dernières sont appliquées dans tous les domaines des Sciences de l'Environnement (Touma, 1984);notamment dans les différentes branches des Sciences des Eaux ayant trait à l'étude sur le terrain de

l'infiltration des eaux de pluie, de leur transfert à travers le sol ou de l'assèchement du sol par évaporation.

L'exploitation de ces relations (équations de Darcy, de continuité et de l'écoulement), suppose connues les relations caractéristiques du sol que sont :

- la courbe de conductivité  $K(\theta)$  reliant la conductivité hydraulique  $K$  et l'humidité volumique  $\theta$  ;
- la courbe de rétention  $h(\theta)$  qui relie la pression effective  $h$  à l'humidité volumique  $\theta$ .

La détermination des relations précitées nécessitent la mesure à différentes profondeurs (ou cotes), et en fonction du temps de l'humidité volumique  $\theta$  et de la charge hydraulique  $H$  qui, par des calculs, permet de déterminer  $h$  puis  $K$ . Les mesures de  $H$  sont obtenues grâce à des tensiomètres et celles de  $\theta$  à l'aide de sonde radioactive. Les principe et méthodologie de ces appareils de mesure ont déjà fait l'objet d'un rapport (Samba, 1991).

Dans notre cas, les mesures sont réalisées dans un sol ferrallitique reconstitué en case lysimétrique. L'objectif de cette étude étant de déterminer l'influence d'une croissance racinaire sur la courbe d'étalonnage de l'humidimètre neutronique dans un sol ferrallitique, seules les mesures de  $\theta$  sont nécessaires. Par conséquent, nous n'avons pas implanté de tensiomètres dans la case d'autant plus que ceux-ci auraient, étant données les dimensions de cette dernière, limité l'espace nécessaire pour mener à bien notre étude comme cela apparaîtra par la suite.

## II- MATERIEL EXPERIMENTAL

Notre travail consiste en une étude comparative des courbes d'étalonnage neutronique établies dans un sol ferrallitique nu (sans végétation) reconstitué en case lysimétrique avec celles obtenues pour le même sol sous culture d'*Acacia raddiana* .

Le sol ferrallitique a été choisi car, des études antérieures (Colonna et al,1990),faites sur un sol sableux de couleur ocre rouge prélevé dans une dune reposant directement sur les basaltes de la presqu'île du Cap Vert, n'avaient pas permis de mettre en

évidence une quelconque influence de la végétation sur la courbe d'étalonnage de l'humidimètre neutronique.

Aussi, nous avons repris l'expérience dans un sol de type ferralitique et cette fois nous avons jugé bon d'élargir la gamme d'humidité des différentes cotes de mesure car celle utilisée dans l'étude antérieure n'était pas assez large pour apporter des éléments de réponse satisfaisants à la question posée.

Quant à *Acacia raddiana*, son choix s'est imposé par le fait que les études antérieures citées ci-dessus avaient démontré que cette plante, comparativement à d'autres espèces, pouvait en peu de temps avoir un développement du système racinaire assez important qui se trouve favorisé par un déficit en eau.

## **II-1 : LE SOL :**

Le sol utilisé a été prélevé à Nioro du Rip, dans la région administrative de Kaolack, plus précisément sur une tranchée située au nord-est du village de Keur Soulye Ndiaye, au sud-ouest de la route de Nioro (fig.1), dans un champ habituellement cultivé en arachides.

### **II-1.1 : ETUDE DE LA ZONE DE PRELEVEMENT :**

Le climat de la région de Nioro est de type sahélien et se caractérise par la brutalité des contrastes existants entre une période sèche et chaude à déficit de saturation très élevé, faisant suite à une période de pluies importantes où le drainage et le ruissellement atteignent des valeurs élevées.

L'érosion mise en évidence par Pieri en 1969, se poursuit actuellement et est très agressive: il s'agit d'une érosion hydrique à laquelle s'ajoutent les effets de tri dus à l'érosion éolienne.

Sur le plan géologique, le substrat de cette région est très homogène. Il correspond à une formation continentale détritique qui s'est installée à la fin du Tertiaire et que l'on appelle pour cela Continental Terminal.(Pieri,1969). Localement, on peut observer des variations de faciès assez importantes surtout sur la texture avec deux faciès principaux:

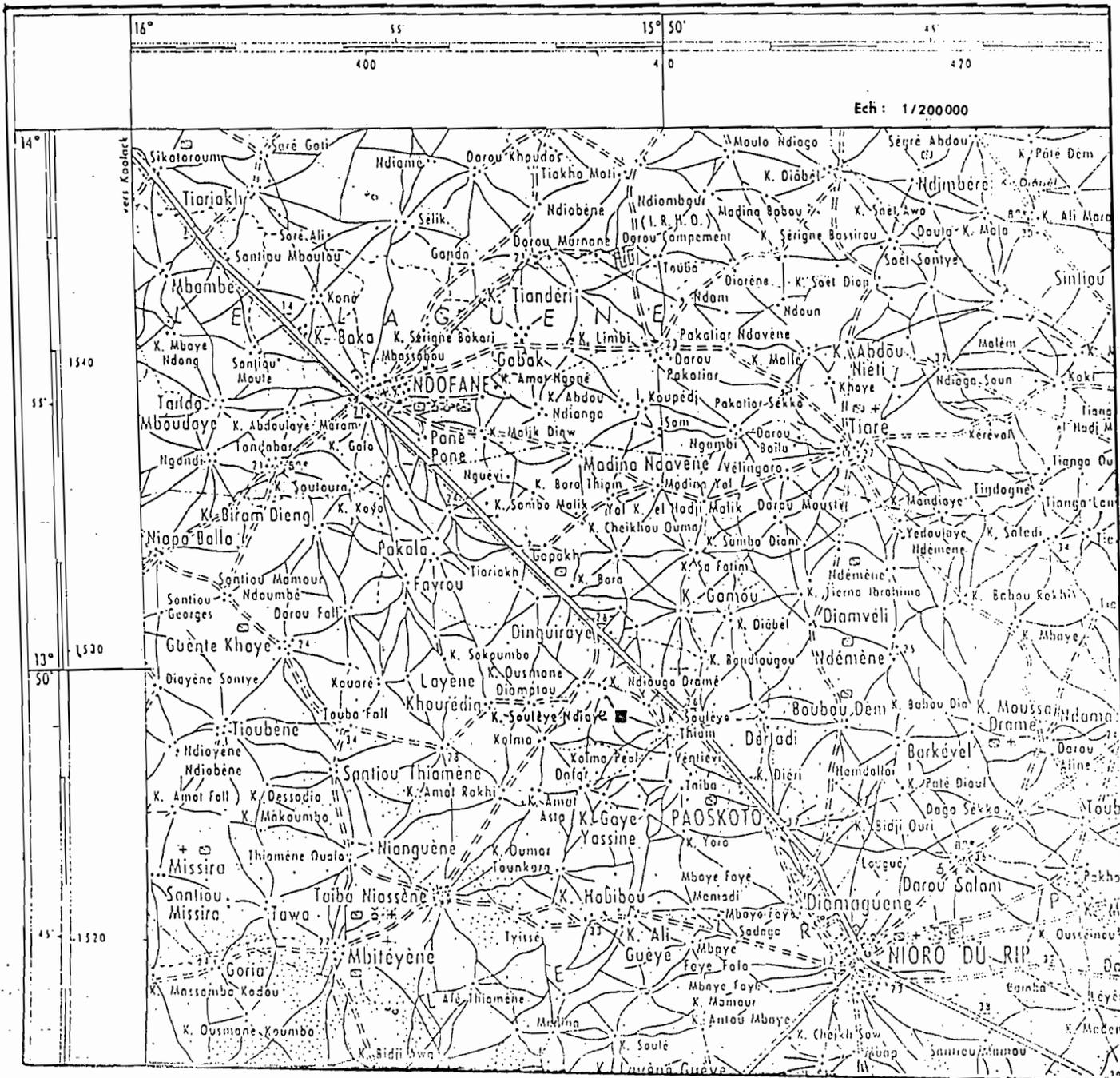
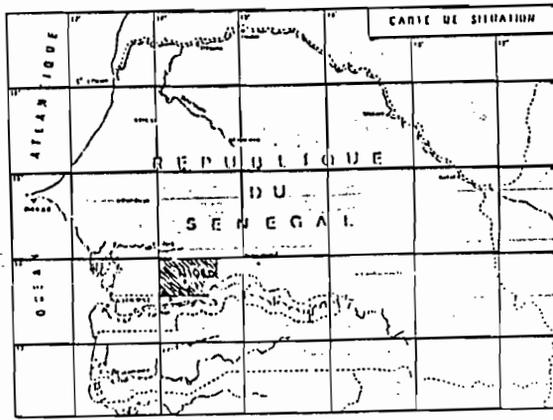


Fig.1 : Carte de situation du secteur de Keur Souleye Ndiaye.

- un faciès argileux à passées sableuses correspondant à une phase d'ablation-transport au cours des périodes humides;

- un faciès gréseux grossiers à intercalations argileuses réduites.

D'une façon générale, Pieri a noté la puissance des séries détritiques surmontant les séries marines ou lacustres qui traduisent ainsi l'importance des phénomènes d'érosion par ablation-transport et remaniement au cours de la dernière période géologique.

Le réseau hydrographique fossile est constitué d'un ensemble de marigots fonctionnels seulement en saison des pluies et a une faible action drainante.

La végétation spontanée a été considérablement modifiée car cette région est depuis longtemps cultivée et son peuplement dense. Cette population appartient en grande partie à la secte musulmane mouride qui, nous le savons, a favorisé l'extension de la culture de l'arachide. Aussi, cette culture est-elle très répandue dans la région surtout au Nord où elle alterne avec la culture du mil ou du sorgho.

## II-1.2 : LE SOL UTILISE :

La fiche descriptive des profils effectués sur le terrain, permet de dire qu'il s'agit d'un sol ferrallitique sur "dunes rutilantes"<sup>1</sup> sous culture d'arachides. Des échantillons prélevés en différents endroits, de part et d'autre du fossé ont permis de mettre en évidence l'homogénéité granulométrique du sol. La teneur en argile croît avec la profondeur.

Il s'agit d'un sol à texture sableuse à sablo-argileuse, de couleur beige rougeâtre, et à structure particulière à massive. Il a une consistance plastique et contient des résidus

---

<sup>1</sup>Dunes rutilantes : ce sont des buttes dunaires caractérisées par des matériaux sableux de couleur rouge mais parfois aussi brun rouge lorsqu'ils ont subi un remaniement postérieur à leur mise en place. Ces matériaux ont une granulométrie grossière. La proportion d'argile granulométrique n'y dépasse généralement pas 20% même dans les horizons de profondeur. Les sables montrent une forte proportion de grains ronds éolisés recouverts irrégulièrement par des enduits rouges ferrugineux qui sont à l'origine de la couleur. Ces matériaux se sont accumulés à la faveur d'un piégeage par les buttes résiduelles cuirassées et il est courant de trouver des blocs en dessous de ces matériaux dunaires. (Bertrand, 1972).

organiques du genre racines d'arachides surtout au niveau de l'horizon 2 qui va de 15 à 100 cm. On y note aussi la présence de quelques galeries dues à l'action de la microfaune.

## II-2 : LA PLANTE : *Acacia raddiana*.

Les individus d'*Acacia raddiana* sont issus de semis fournis par le Laboratoire de Génétique de l'ORSTOM de Bel-Air.

Appelé "Seing" en oulof, *Acacia raddiana* est une espèce sahéenne à usage multiple (plante fourragère, source de bois de chauffe, vermifuge, traitement contre les maladies de la peau...). Il forme des peuplements purs, clairs sur des glacis, des sols érodés par le vent ou l'eau, la pierraille et les éboulis latéritiques, souvent sur des sols ferrugineux, sableux; occasionnellement sur les sols alcalins profonds, sur les limons sableux et dunes fossiles. Il ne tolère aucune inondation, évite les dunes récentes et aime les bords des points d'eau temporaires ou permanents et le voisinage des puits.

Espèce particulièrement résistante à la sécheresse, *Acacia raddiana* est une essence pionnière qui se régénère très bien par rejets de souche ou de graine. Suivant la station, la croissance initiale est lente.

*Acacia raddiana* peut atteindre une hauteur de 8 à 10 m. Ainsi, A. Aubreville (1950), le considère comme un grand arbre saharo-sahélien alors que d'après J. Berhaut (1975), il s'agit d'un petit arbre épineux. Dans tous les cas, il possède une cime arrondie ou irrégulière et l'écorce peut être jaune rougeâtre ou brun foncé. A la base du pétiole, deux épines jumelées blanchâtres, parfois courtes et légèrement courbes, parfois droites et acérées, sont visibles.

## III - PRINCIPE DES MESURES ET METHODOLOGIE

### III-1 : PRINCIPE DES MESURES DE L'HUMIDITE DU SOL :

Ces mesures sont effectuées à l'aide d'une sonde neutronique. Celle-ci fonctionne selon le principe du ralentissement des électrons et est basée sur la plus ou moins grande aptitude du sol à dévier les neutrons émis par une source d'AMERICIUM-BERRILLIUM. Cette source, ainsi que le détecteur muni d'un système de discrimination et d'amplification, sont contenus dans une même enceinte qui constitue la sonde que l'on introduit dans le sol par un

tube d'accès préalablement installé (Samba,1991).Ainsi, on peut suivre l'évolution de  $\theta$  en fonction du temps à des cotes prescrites.

Le ralentissement et la diffusion des neutrons émis dépendent de la nature et du nombre de noyaux atomiques présents dans le sol. En effet, les neutrons rapides ( $\sim 1600$  km/s), et à haute énergie émis dans toutes les directions, se heurtent aux noyaux des atomes qui se trouvent sur leur trajectoire et voient ainsi leur énergie cinétique et leur vitesse diminuer progressivement. Ce processus, dit de thermalisation<sup>2</sup>, conduit à la transformation par chocs successifs des neutrons rapides en neutrons lents ( $\sim 8$  km/s) dits thermalisés qui sont alors captés par le détecteur de la sonde (Musy & Soutter, 1991). L'hydrogène de l'eau du sol, en raison d'une section d'absorption importante par rapport aux autres éléments du sol est l'élément essentiel de cette thermalisation (Couchat,1971; in Colonna & al, 1990).Donc, plus le sol est humide, plus le nombre de neutrons thermalisés détecté est élevé.

Dès à présent, il apparaît que la mesure de l'humidité intéresse plutôt un volume qu'une masse de sol (Colonna & al, 1990). Ce volume de mesure est une sphère dite sphère d'influence dont le rayon est inversement proportionnel à la racine cubique de la teneur en eau volumique  $\theta$  du sol considéré (Daïan, 1971) et donc au nombre de molécules d'eau qui y est présent: il est d'autant plus grand que le sol est humide.

En effet, statistiquement, les neutrons étant émis dans toutes les directions, le chemin parcouru par un neutron pour entrer en collision avec un atome d'hydrogène est d'autant plus court que le sol est humide: donc le nombre de neutrons thermalisés détecté est un indicateur direct de l'humidité volumique du sol.

Avant et après chaque série de mesures, on procède à des mesures standard effectués dans l'eau. Le comptage dans l'eau étant toujours de l'ordre de 1000, ces mesures sont effectuées dans le but d'éliminer le biais dû aux dérives électroniques (effet d'échauffement,...) qui entraîne des fluctuations dans les comptages. Pour chaque cote, le comptage corrigé (ou réduit), est donné par la relation (4) ci-après :

---

<sup>2</sup> **Thermalisation:** les neutrons rapides émis par la source radioactive d'Amercium-Berrillium, sont ralentis à la suite de chocs élastiques avec les noyaux des éléments chimiques constituant le milieu; ils perdent alors une partie de leur énergie qui est cédée aux noyaux cibles et aussi une partie de leur vitesse pour donner des neutrons lents qui atteignent une zone d'énergie thermique où leur vitesse est simplement due au fait de l'agitation thermique: ce processus par lequel les neutrons atteignent cette dite zone est la thermalisation. (Gassara & Khanfir, 1976).

$$m = \frac{\text{Comptage sonde à la cote de mesure}}{\text{Moyenne des comptages standards}} \quad (4)$$

Cependant, la relation (comptage-humidité volumique), n'est pas connue au préalable et doit être établie pour chaque profil de sol, voire chaque horizon du sol : c'est elle qui constitue la courbe d'étalonnage humidimétrique.

Pour établir les valeurs de l'humidité volumique  $\theta$ , il est nécessaire de connaître l'humidité pondérale  $\omega$  et la densité apparente sèche  $\rho_d$ . Par conséquent, des prélèvements d'échantillons de sol sont effectués avant les comptages lors de l'implantation des tubes d'accès et à chaque cote de mesure afin de déterminer  $\omega$ . De même des comptages à la sonde gamma-densimétrique, permettent de déterminer la densité apparente humide  $\rho_h$ . Pour ce faire, les comptages "in situ" lus sur l'appareil à chaque cote sont rapportés à la moyenne des comptages standard effectués avant et après les mesures "in situ", lorsque la sonde est placée en position haute (appareil placé sur sa caisse de transport).  $\rho_h$  est alors obtenue à l'aide d'une courbe d'étalonnage fournie par le constructeur de la sonde et spécifique de l'appareil. Celle-ci est établie pour un tube de sonde standardisé en aluminium (38 -41 mm de diamètre). Les tubes d'accès utilisés sur le terrain sont du même type mais légèrement plus larges (42 -45 mm de diamètre). Néanmoins, Montoroi et Zante (1989), ont montré que cette différence de diamètre n'est pas significative pour influencer la réponse de l'appareil.

Les données de  $\omega$  et  $\rho_h$  ainsi obtenues, permettent de déterminer les valeurs de la masse volumique sèche  $\rho_d$  suivant la relation (2) et donc l'humidité volumique  $\theta$  d'après la relation (3).

Une fois  $\theta$  et  $m$  connus, on peut tracer la courbe d'étalonnage définie par :

$$\theta = f(m).$$

### III-2 : ETALONNAGE NEUTRONIQUE :

Pour un horizon donné, la courbe d'étalonnage est définie comme la courbe de répartition de la teneur en eau volumique  $\theta$  du sol en fonction du comptage neutronique réduit  $m$  (pour des mesures de  $\theta$  et de  $m$  effectuées simultanément et indépendamment). Pour avoir une bonne définition de cette courbe, il est nécessaire de disposer de plusieurs couples  $(m, \theta)$  couvrant la gamme de variation de l'humidité du sol.

Généralement, il s'agit d'une relation linéaire du type :

$$\theta = a + bm \quad (5)$$

où :

$\theta$  = humidité volumique ( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )

$m$  = comptage neutronique réduit

$a$  et  $b$  sont les coefficients d'ajustement linéaire dont nous allons ici étudier la détermination qui passe par la méthode des moindres carrés.

Ainsi, nous disposons de  $n$  couples de variables aléatoires  $(m_i, \theta_i); i=1, \dots, n$ , constituant un  $n$ -échantillon d'observations indépendantes de  $(m, \theta)$ .

Par la méthode des moindres carrés due à Gauss, (Saporta, 1982), on cherche à ajuster au nuage des points  $(m_i, \theta_i)$ , une droite d'équation  $\theta = a + bm$  de telle sorte que

$$\sum_{i=1}^n (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2$$

soit minimale sachant que  $\theta_i$  et  $\hat{\theta}_i$  sont respectivement les valeurs mesurée et estimée de  $\theta$ .

La méthode élémentaire de détermination de  $a$  et  $b$  est la suivante :

$$\sum_{i=1}^n (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - bm_i)^2 = F(a, b)$$

ce minimum est alors atteint pour :

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{\partial F}{\partial b} = 0$$

ce qui donne les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - bm_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - bm_i)(m_i) = 0$$

Ainsi, nous aurons d'abord :

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - b m_i) (-1) = 0$$

d'où :

$$\sum_{i=1}^n (\theta_i - a - b m_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \theta_i - n a - b \sum_{i=1}^n m_i = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i - b \sum_{i=1}^n m_i}{n}$$

donc :

$$a = \bar{\theta} - b \bar{m} \quad (6)$$

$\bar{\theta}$  et  $\bar{m}$  étant respectivement les estimations des moyennes d'échantillonnage des variables  $\theta_i$  et  $m_i$  définies par :

$$\bar{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$$

et (7)

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i$$

Ensuite, nous aurons :

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - b m_i) (m_i) = 0$$

d'où :

$$\sum_{i=1}^n m_i \theta_i - \sum_{i=1}^n a m_i - \sum_{i=1}^n b m_i^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \theta_i - a \sum_{i=1}^n m_i - b \sum_{i=1}^n m_i^2 = 0$$

remplaçant  $a$  par sa valeur, nous trouvons :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \theta_i - n \bar{\theta} \bar{m}}{\sum_{i=1}^n m_i^2 - n \bar{m}^2}$$

qui après calculs, devient :

$$b = r \cdot S_{\theta} / S_m \quad (8)$$

où  $S_{\theta}$  et  $S_m$  sont respectivement les estimations des écarts types des variables aléatoires  $\theta_i$  et  $m_i$ . L'écart type étant défini comme la racine carrée de la variance, caractérise au même titre que celle-ci, le degré de dispersion de la variable étudiée autour de la moyenne; autrement dit, la façon dont les valeurs de la variable aléatoire étudiée peuvent s'écartier de la moyenne. Plus la variance est petite, plus l'estimation du paramètre étudié est efficace, c'est à dire que plus le degré de fluctuations aléatoires autour de la vraie valeur du paramètre à estimer est moindre. Pour des données d'échantillonnage  $m_i (i=1, 2, \dots, n)$ , la variance est estimée par :

$$S_m^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2 \quad (9)$$

Quant à  $r$ , c'est l'estimation du coefficient de corrélation qui caractérise l'intensité de la liaison linéaire entre les variables  $\theta_i$  et  $m_i$ . Elle est définie par :

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})(\theta_i - \bar{\theta})}{S_m * S_{\theta}} \quad (10)$$

Notons que cette liaison est d'autant plus forte que le paramètre  $r^2$  est proche de l'unité.

Ainsi, nous allons estimer  $\theta$  à partir des données d'échantillonnage  $m_i$  dont nous disposerons par la suite (utilisation de la courbe d'étalonnage), mais nous sommes conscients du fait que cette estimation n'est qu'une approximation de la vraie valeur de  $\theta$ . La question qui se pose alors est de celle de savoir dans quelle mesure ces deux valeurs s'écartent l'une de l'autre. En fait, il s'agit d'indiquer une grandeur  $\Delta$  telle qu'on puisse affirmer pratiquement "avec certitude" (c'est à dire avec une probabilité proche de l'unité) que sera vérifiée l'inégalité :

$$|\hat{\theta} - \theta| < \Delta \quad (11)$$

Cette probabilité avec laquelle on garantit que l'inégalité (11) sera vérifiée est appelée niveau de confiance et l'intervalle

$$[\hat{\theta} - \Delta; \hat{\theta} + \Delta]$$

où l'on garantit avec le niveau de confiance donné que le paramètre inconnu  $\theta$  tombera est usuellement appelé intervalle de confiance.

Le risque d'erreur ou seuil de signification  $\alpha$  est défini par :

$$\alpha = 1 - \Delta \quad (12)$$

## IV - PROTOCOLE EXPERIMENTAL

Le protocole expérimental est imposé par la nature du problème à résoudre : les mesures sont effectuées d'abord dans la case "sol nu" puis dans la même case "sol cultivé" d'*Acacia raddiana*.

En effet, s'il existe une variation de la courbe d'étalonnage de l'humidimètre neutronique due à la présence et, *a fortiori* à la croissance racinaire, de végétaux dans le sol, la comparaison des courbes d'étalonnage établies dans la case cultivée à différents stades de la croissance, avec celles obtenues en "sol nu", permettra d'apporter des éléments pour la mettre en évidence.

C'est ainsi qu'une case lysimétrique carrée de 1.20 m de côté et de 1.20 m de profondeur, étanche pour que l'écoulement ne soit que vertical (Samba, 1991), munie au fond d'un drain obturable, fut remplie de la manière la plus homogène possible, de sol ferrallitique jusqu'à 9 cm du bord supérieur. Le remplissage a eu lieu le 8 Octobre 1991 et, pour donner au sol le temps de bien se tasser, les mesures et prélèvements sur "sol nu" n'ont été entamés que le 6 Novembre 1991 et se sont poursuivis jusqu'au 6 Décembre 1991.

Dans l'optique de couvrir la gamme de variation des humidités du sol, 10 séries de mesure ont été réalisées, étalées sur ce mois au cours duquel le sol a été soumis à un certain régime hydrique (sol sec ou humecté d'eau). Ces mesures effectuées tous les 10 cm de profondeur ont été établies de 10 à 90 cm et, parfois seulement jusqu'à 80 cm : ceci étant essentiellement lié au fait que la source se trouve à une certaine distance du bout de la sonde et donc, lorsque la sonde arrive au fond du tube les mesures neutroniques sont effectuées pour la cote 90 cm et celles gammamétriques pour la cote 80 cm.

Les mesures ont été effectuées sur différentes verticales et ce parce qu'il faut associer à chaque mesure faite à une cote donnée, un échantillon de sol prélevé au même niveau en vue de la détermination de l'humidité pondérale et donc de l'humidité volumique par le biais des mesures gammamétriques. Le dépouillement des mesures suppose donc respectée l'hypothèse suivante : "la mesure effectuée à une cote donnée est représentative de tout l'horizon". Cependant, cette hypothèse ne préjuge pas de l'homogénéité verticale du profil.

Les tubes d'accès sont installés juste le temps nécessaire à la mesure. En effet, le sol prélevé est remis en place après les mesures pour éviter autant que possible de perturber l'homogénéité de la case. Afin que les mesures ne soit affectées ni par un forage précédent ni

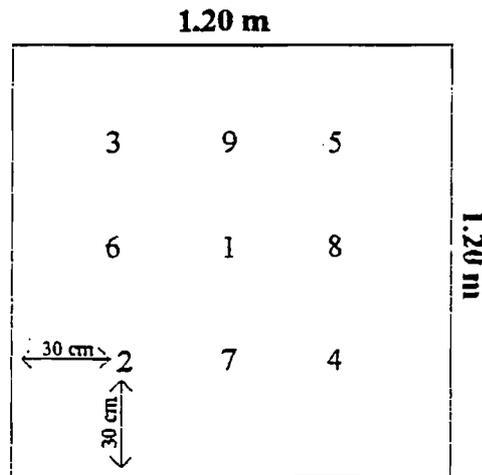
par le bord le plus proche de la case, les verticales sont positionnées à des distances de l'ordre de 30 cm de l'un et de l'autre.(fig.2).

Les semis d'*Acacia raddiana* ont été placés le 29 Janvier 1992 à raison de 4 par coins soit 16 individus dans l'ensemble de la case. La période de mise en place a été conduite jusqu'au 24 Mai 1992 date à partir de laquelle la dose journalière d'arrosage qui était de 10 l est amenée à 3.5 l. En effet, des études antérieures (Colonna & al, 1990), ont montré que la dose d'irrigation journalière optimale (ou réserve utile) pour *Acacia raddiana* est de l'ordre de 10 l et pour avoir un stress hydrique sévère, il fallait infiltrer le tiers de cette réserve utile soit environ 3.5 l. De même, d'après ces études, une telle condition de stress favorise le développement maximum du système racinaire, ce qui est nécessaire pour notre étude.

Du 31 Mars au 29 Juin 1992, 10 séries de prélèvement et mesure ont été effectuées (fig.3) dont 3 avant le stress hydrique et 7 au cours du stress plus précisément à partir du 5 Juin 1992. La disposition en croix des tubes dans la case au sol cultivé (fig.3) s'explique essentiellement par la présence des semis.

Notons que les semis d'*Acacia raddiana* se sont très bien comportés tout au long de l'expérience. Leur croissance très lente au début, ce qui justifie le retard dans les mesures, s'est par la suite accélérée. Ces plantes ont été soumises, depuis le 6 Mai 1992, régulièrement tous les 15 jours, à un traitement phytosanitaire pour prévenir les attaques par les araignées, acariens et champignons.

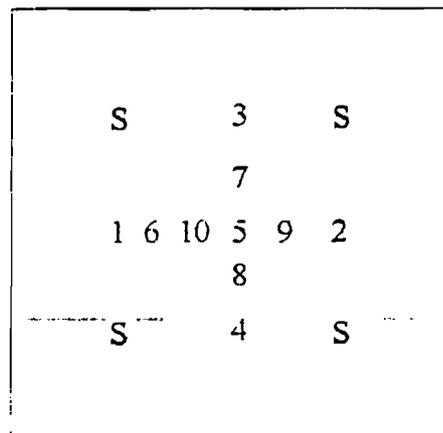
Fig.2 : Positions successives des tubes d'accès dans la case lysimétrique en sol nu : disposition en carré



### Légende

Les nombres (1,2,...) représentent l'ordre d'implantation des tubes d'accès et leur position dans la case

Fig. 3 : Positions successives des tubes d'accès dans la case lysimétrique en sol cultivé : disposition en croix



### Légende

S = semis d'*Acacia raddiana*

Les nombres (1,2,...) représentent l'ordre d'implantation des tubes d'accès et leur position dans la case.

## **CHAPITRE II**

**TEST STATISTIQUE :  
COMPARAISON DE DEUX  
COURBES D'ETALONNAGE  
DONT L'UNE EST ETABLIE EN  
SOL NU ET L'AUTRE DANS LE  
MEME SOL CULTIVE**

Un test est un mécanisme qui permet de trancher entre deux hypothèses au vu de résultats d'échantillonnage. Il existe différentes catégories de test que l'on peut classer d'après leur objet : test d'hypothèses, test d'ajustement, test de comparaison, test d'indépendance. (Saporta, 1982). Dans le cadre de notre étude, nous allons réaliser un test de comparaison.

En effet, disposant de données expérimentales de couples de variables aléatoires  $(m, \theta)$  de deux échantillons de taille  $n_1$  (sol nu) et  $n_2$  (sol cultivé), nous avons construit la dépendance de régression entre les variables  $\theta$  et  $m$  et nous avons obtenu deux droites de régression qu'il s'agit de vérifier statistiquement, si elles peuvent ou non être différenciées; ce sont :

- sol nu :

$$\hat{\theta}^{(1)} = \hat{a}^{(1)} + \hat{b}^{(1)}(m - \bar{m}^{(1)}) = a^{(1)} + b^{(1)}m \quad (13)$$

- sol cultivé :

$$\hat{\theta}^{(2)} = \hat{a}^{(2)} + \hat{b}^{(2)}(m - \bar{m}^{(2)}) = a^{(2)} + b^{(2)}m$$

courbes qui décrivent la liaison entre les variables étudiées  $\theta$  et  $m$  où  $a^{(1)}$  et  $a^{(2)}$  sont les termes libres, et,  $b^{(1)}$  et  $b^{(2)}$ , les coefficients angulaires.

Il s'agit donc d'étudier la précision de la dépendance empirique de régression afin de voir si la modification des conditions de réalisation de l'expérience pourrait influencer notablement (d'une manière statistiquement significative, non aléatoire) la droite de régression. Ainsi, nous allons procéder à un test d'homogénéité des courbes d'étalonnage et ce en utilisant les critères statistiques de la comparaison de deux droites empiriques décrits par Aivazian (1970). Ceci revient à vérifier les trois hypothèses que sont :

-l'homogénéité des variances d'échantillonnage;

-l'identité des coefficients angulaires;

-l'identité des termes libres.

## I - HOMOGENEITE DES VARIANCES D'ECHANTILLONNAGE

Pour estimer la variance, on utilise la quantité qui a été minimisée au I-III-2 soit:

$$\sum_{i=1}^n (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2$$

La variance d'échantillonnage  $S^2$  est définie comme une estimation sans biais de la variance théorique et elle est donnée par :

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\theta_i - a - \hat{b}m_i) \quad (14)$$

ce qui revient à évaluer la variance entre valeurs mesurées et estimées de  $\theta$ .

$S^2$  suit ne loi du  $\chi^2$  à  $n-2$  degrés de liberté; ce nombre étant fonction du nombre de paramètres à estimer, caractérise le degré de liaison.

Pour vérifier l'homogénéité des variances d'échantillonnage  $S^{(1)2}$  et  $S^{(2)2}$ , nous allons les comparer en faisant le rapport :

$$V^2 = \frac{S^{(1)2}}{S^{(2)2}} \quad (15)$$

qui par convention est toujours supérieur à l'unité.  $S^{(1)2}$  et  $S^{(2)2}$  suivant toutes deux une loi du  $\chi^2$  à respectivement  $v_1 = n_1 - 2$  et  $v_2 = n_2 - 2$  degrés de liberté;  $V^2$  va suivre une loi de Fisher à  $v_1$  (au numérateur) et  $v_2$  (au dénominateur) degrés de liberté et sera noté:  $V^2(v_1, v_2)$ .

Si  $V^2(v_1, v_2)$  ne diffère pas trop de l'unité, on adopte l'hypothèse que les échantillons sont extraits de populations parentes caractérisées par des variances égales.

D'après le seuil de signification  $\alpha$  qu'on s'est donné suivant la formule(12), et les tailles des échantillons  $n_1$  et  $n_2$ , on trouve, à l'aide de la table de distribution  $F(v_1, v_2)$  ayant la probabilité  $Q$  d'être dépassée, successivement:

- le point  $v_{\alpha/2^2}(n_1-2; n_2-2)$  de pourcentage 100  $\alpha/2$  de la distribution  $F(v_1, v_2)$ ;
- ensuite le point  $v_{1-\alpha/2^2}(n_1-2; n_2-2)$  de pourcentage 100  $(1-\alpha/2)$  de cette même distribution et calculé d'après la relation :

$$V_{1-\alpha/2^2}^2(n_1-2; n_2-2) = \frac{1}{V_{\alpha/2^2}^2(n_1-2; n_2-2)} \quad (16)$$

Si l'on a la relation (17) définie par:

$$V_{1-\alpha/2^2}^2(n_1-2; n_2-2) < \frac{S^{(1)^2}}{S^{(2)^2}} < V_{\alpha/2^2}^2(n_1-2; n_2-2) \quad (17)$$

on adopte l'hypothèse d'une différence peu importante (statistiquement non significative) entre les variances  $S^{(1)^2}$  et  $S^{(2)^2}$ .

Dans le cas où la relation (17) n'est pas vérifiée, on rejette l'hypothèse de l'homogénéité de ces 2 variances.

## II - IDENTITE DES COEFFICIENTS ANGULAIRES $b(1)$ ET $b(2)$ ET DES TERMES LIBRES $a(1)$ ET $a(2)$

On a donc deux possibilités:

**II-1 : Les deux variances  $S^{(1)^2}$  et  $S^{(2)^2}$  ne sont pas significativement différentes (les inégalités (17) sont vérifiées) :**

Dans ce cas, pour confirmer l'hypothèse de l'identité des coefficients angulaires  $b(1)$  et  $b(2)$ , on doit vérifier que l'on a les inégalités:

$$|b^{(1)} - b^{(2)}| < t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 4) * s * \sqrt{\frac{1}{n_1 S_m^{(1)^2}} + \frac{1}{n_2 S_m^{(2)^2}}} \quad (18)$$

où :

$$t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 4)$$

est le point de pourcentage 100  $\alpha/2$  de la distribution t de Student à  $(n_1+n_2-4)$  degrés de liberté ;

$$s^2 = \frac{(n_1 - 2)S^{(1)^2} + (n_2 - 2)S^{(2)^2}}{n_1 + n_2 - 4}$$

l'estimation conjointe de la variance théorique globale  $\sigma^2$ ,  $s_m^{(1)^2}$  et  $s_m^{(2)^2}$  les variances d'échantillonnage de la variable indépendante m dans les deux échantillons considérés c'est à dire :

$$S_m^{(2)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2$$

avec  $\bar{m}$  = moyenne d'échantillonnage de cette même variable obtenue d'après la relation (7).

Si l'inégalité (18) est remplie et si, par conséquent, on adopte l'hypothèse de l'égalité des coefficients angulaires ( $b^{(1)}=b^{(2)}=b$ ); il reste à vérifier l'hypothèse de l'identité des termes libres ( $a^{(1)}=a^{(2)}=a$ ).

Pour ce faire, on vérifie que l'on a la relation (19) définie par:

$$|\hat{b} - \hat{b}'| < t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 4) s \sqrt{\frac{1}{n_1 S_m^{(1)^2} + n_2 S_m^{(2)^2}} + \frac{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}{(\bar{m}^{(1)} - \bar{m}^{(2)})^2}}$$

Ici:

$$\hat{b} = \frac{n_1 S_m^{(1)^2} \hat{b}^{(1)} + n_2 S_m^{(2)^2} \hat{b}^{(2)}}{n_1 S_m^{(1)^2} + n_2 S_m^{(2)^2}}$$

est l'estimation conjointe du coefficient angulaire commun b,

$$\hat{b}' = \frac{\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(2)}}{\bar{m}^{(1)} - \bar{m}^{(2)}}$$

est l'estimation de ce même coefficient  $b$  obtenue à partir de la condition d'égalité des termes libres des droites de régression considérées, et,  $\bar{\theta}$  et  $\bar{m}$ , les moyennes d'échantillonnage des variables dépendantes et indépendantes dans les échantillons.

## II-2 : Les variances $S^{(1)^2}$ et $S^{(2)^2}$ diffèrent significativement (l'une au moins des inégalités (17) n'est pas vérifiée) :

Dans ce cas, il n'existe pas de critères statistiques exacts pour comparer les droites de régression  $\hat{\theta}^{(1)}(m)$  et  $\hat{\theta}^{(2)}(m)$ . Il est, toutefois, possible de donner des recommandations analogues que l'on doit comprendre dans un sens approximatif et qui deviennent de plus en plus fondées et exactes au fur et à mesure que les tailles  $n_1$  et  $n_2$  des échantillons augmentent.

En particulier, pour établir l'égalité des valeurs véritables des coefficients angulaires ( $b^{(1)}=b^{(2)}=b$ ), il convient de vérifier l'inégalité:

$$|\hat{b}^{(1)} - \hat{b}^{(2)}| < t_{\alpha/2}(l) * \sqrt{\frac{S^{(1)^2}}{n_1 S_m^{(1)^2}} + \frac{S^{(2)^2}}{n_2 S_m^{(2)^2}}} \quad (20)$$

Le nombre de degrés de liberté  $l$  du point  $t_{\alpha/2}$  de pourcentage  $100 \alpha/2$  de la distribution  $t$  de Student figurant dans la relation (20) est calculée d'après la formule :

$$l = \left( \frac{C^2}{n_1 - 2} + \frac{(1-C)^2}{n_2 - 2} \right)^{-1}$$

où :

$$C = \frac{S^{(1)^2}}{n_1 S_m^{(1)^2}} / \left( \frac{S^{(1)^2}}{n_1 S_m^{(1)^2}} + \frac{S^{(2)^2}}{n_2 S_m^{(2)^2}} \right)$$

Si l'inégalité (20) est vérifiée, on adopte donc l'hypothèse  $b^{(1)}=b^{(2)}=b$ , on vérifie alors l'hypothèse de l'égalité des termes libres  $a^{(1)}=a^{(2)}=a$  que l'on considère valable si la relation (21) définie par :

$$|\hat{b} - \hat{b}'| < u_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{n_2 S^{(1)2} + n_1 S^{(2)2}}{n_1 n_2 (\bar{m}^{(1)} - \bar{m}^{(2)})^2} + \frac{S^{(1)2} * S^{(2)2}}{n_1 S_m^{(1)2} S^{(2)2} + n_1 S_m^{(2)2} S^{(1)2}}} \quad (21)$$

où :

$$\hat{b} = \left[ \hat{b}^{(1)} \frac{n_1 S_m^{(1)2}}{S^{(1)2}} + \hat{b}^{(2)} \frac{n_2 S_m^{(2)2}}{S^{(2)2}} \right] \left[ \frac{n_1 S_m^{(1)2}}{S^{(1)2}} + \frac{n_2 S_m^{(2)2}}{S^{(2)2}} \right]$$

et

$$\hat{b}' = \frac{\hat{\theta}^{(1)} - \hat{\theta}^{(2)}}{m_1 - m_2}$$

est vérifiée.

Ainsi, si les relations (18) et (19) ou (20) et (21) sont vérifiées, on doit estimer que les deux droites de régression :

$$\hat{\theta}^{(1)} = \hat{a}^{(1)} + \hat{b}^{(1)}(m - \bar{m}^{(1)}) \quad \text{et} \quad \hat{\theta}^{(2)} = \hat{a}^{(2)} + \hat{b}^{(2)}(m - \bar{m}^{(2)})$$

sont, malgré leur diversité apparente, les approximations expérimentales d'une seule et même dépendance théorique :

$$\hat{\theta} = \hat{a} + \hat{b}(m - \bar{m})$$

**CHAPITRE III**

**RESULTATS ET  
INTERPRETATIONS**

Les résultats obtenus dans les deux cas de figure, sol nu puis cultivé, ont été interprétés de deux façons différentes. Dans un premier temps, nous avons considéré l'ensemble des dates de mesure pour chaque cote considérée. Les résultats acquis ayant permis de grouper les cotes 20 à 90 cm dans un même lot aussi bien pour le sol nu que pour le sol cultivé, nous avons donc établi un étalonnage d'ensemble sans distinction pour l'ensemble de ces cotes. En corollaire à ce résultat, il serait donc légitime de conclure que la mise en place du soi dans la case au début de l'expérimentation, a été effectuée de façon relativement homogène. Quant à la cote 10 cm, elle se démarque nettement de ce lot ce qui peut s'expliquer par le fait que, pour les horizons de surface, la sphère d'influence de la sonde n'est pas complètement immergée dans le sol.

A titre d'exemple, les figures 4 et 5 présentent les courbes d'étalonnage établies respectivement en sol nu puis cultivé à la cote 40 cm, et les figures 6 et 7, les mêmes courbes pour un étalonnage d'ensemble allant de 20 à 90 cm. Sur ces figures, on distingue 3 sortes de courbes :

- la droite en trait plein qui représente la courbe d'étalonnage obtenue dans le cas considéré;

- les deux courbes en tirets qui l'entourent sont les limites de l'intervalle de confiance à 95 % de la corrélation: elles délimitent la zone autour de la ligne de régression telle que l'on puisse garantir avec un niveau de confiance de 95 % que la droite véritable de régression lui appartient;

- les deux courbes en tirets les plus éloignées sont les limites de l'intervalle de confiance de l'estimation (ou limites de la prédiction) à 95% : autrement dit, les limites du domaine dans lequel on peut affirmer qu'il existe une probabilité de 95 % pour que les valeurs estimées de  $\theta$  à partir de valeurs connues de  $m$  tomberont.

Les paramètres d'ajustement linéaire  $a$  et  $b$  sont donnés dans les tableaux 1 et 2. Les coefficients de corrélation  $r$  sont dans l'ensemble supérieurs à 90% sauf pour la cote 60 cm où ils sont de 86% en sol nu et 71% en sol cultivé : dans l'ensemble la corrélation est donc assez bonne. Pour la cote 90 cm, la courbe d'étalonnage en sol cultivé n'a pas été tracée du fait du peu de résultats acquis (3 points).

Vu l'étalement de la gamme de mesure :

- humidité variant de 8 à 26 % en sol nu, et de 7 à 28% en sol cultivé ;

**TABEAU 1 : Coefficients des droites d'étalonnage  $\theta = a + bm$  pour le sol nu.**

Cote Z,cm	a	b	r	n
10	+0.0401799	0.521374	0.884477	9
20	-0.0296736	0.575554	0.920930	"
30	-0.0257240	0.538553	0.956020	"
40	-0.0497170	0.608474	0.948978	"
50	-0.0783394	0.690949	0.941744	"
60	-0.0243968	0.545970	0.860600	"
70	+0.0275716	0.407116	0.761753	"
80	-0.0885121	0.719526	0.927646	"
90	-0.0802421	0.687925	0.979234	"
20 à 90	-0.0328403	0.567435	0.932278	72

a = ordonnée à l'origine,

b = pente

r = coefficient de corrélation

n = nombre de couples (m,θ)

**TABEAU 2 : Coefficients des droites d'étalonnage  $\theta = a + bm$  pour le sol cultivé.**

Cote Z,cm	a	b	r	n
10	+0.0310218	0.749103	0.947835	10
20	+0.0203684	0.499128	0.968978	"
30	-0.0266985	0.658907	0.952034	"
40	-0.0112684	0.575926	0.941805	"
50	-0.0658811	0.726121	0.960056	"
60	+0.0024274	0.535699	0.713750	"
70	-0.0578351	0.704659	0.973118	"
80	-0.0817548	0.762607	0.958752	"
90	-0.0200700	0.562570	0.995726	3
20 à 90	-0.0046015	0.555163	0.917057	73

Fig.4: Courbe d'etalonnage en sol nu

pour Z = 40 cm

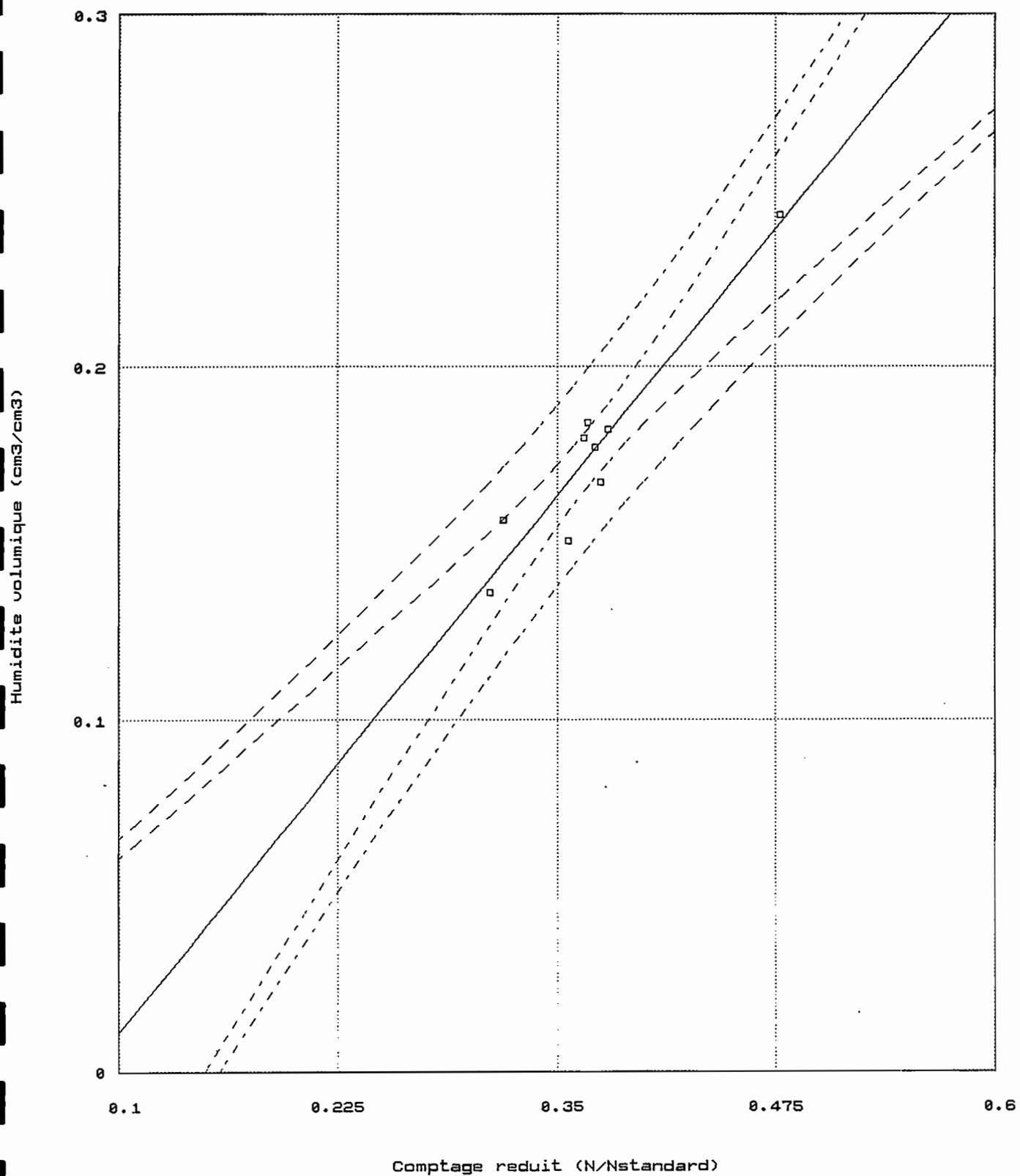


Fig.5: Courbe d'etalonnage en sol cultivate

pour Z = 40 cm

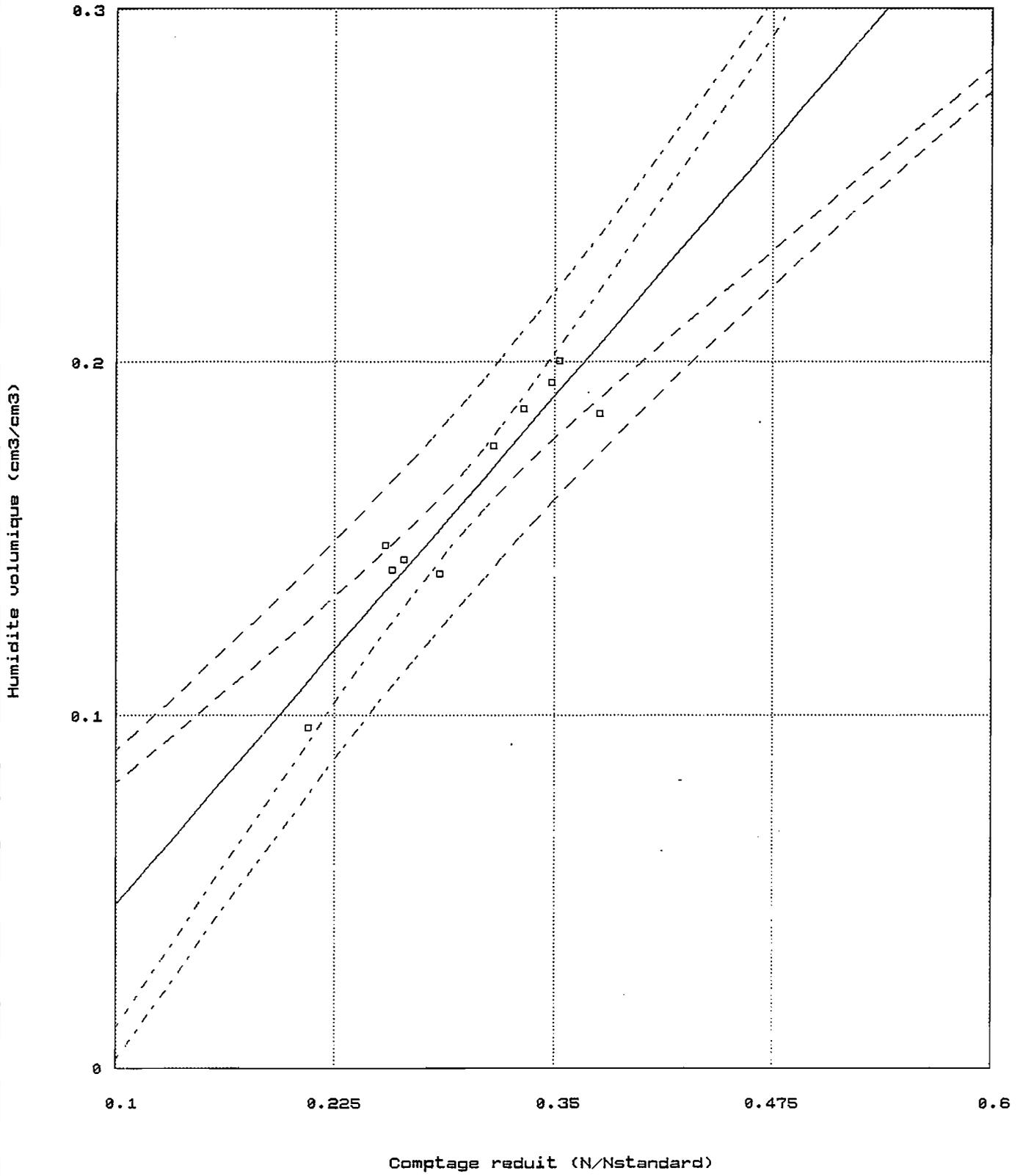


Fig.6: Courbe d'etalonnage en sol nu

pour  $Z = 20$  a  $Z = 90$  cm

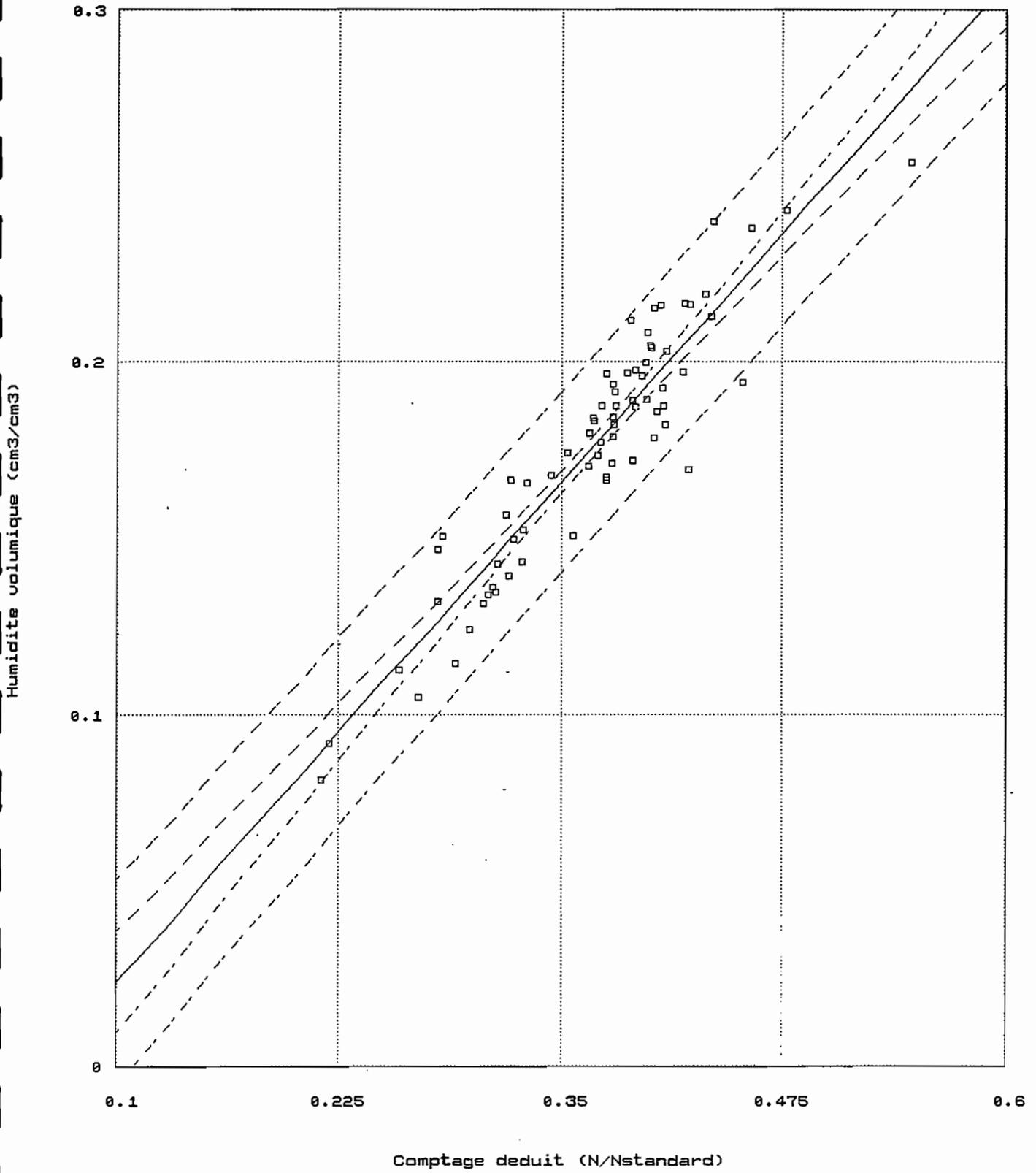
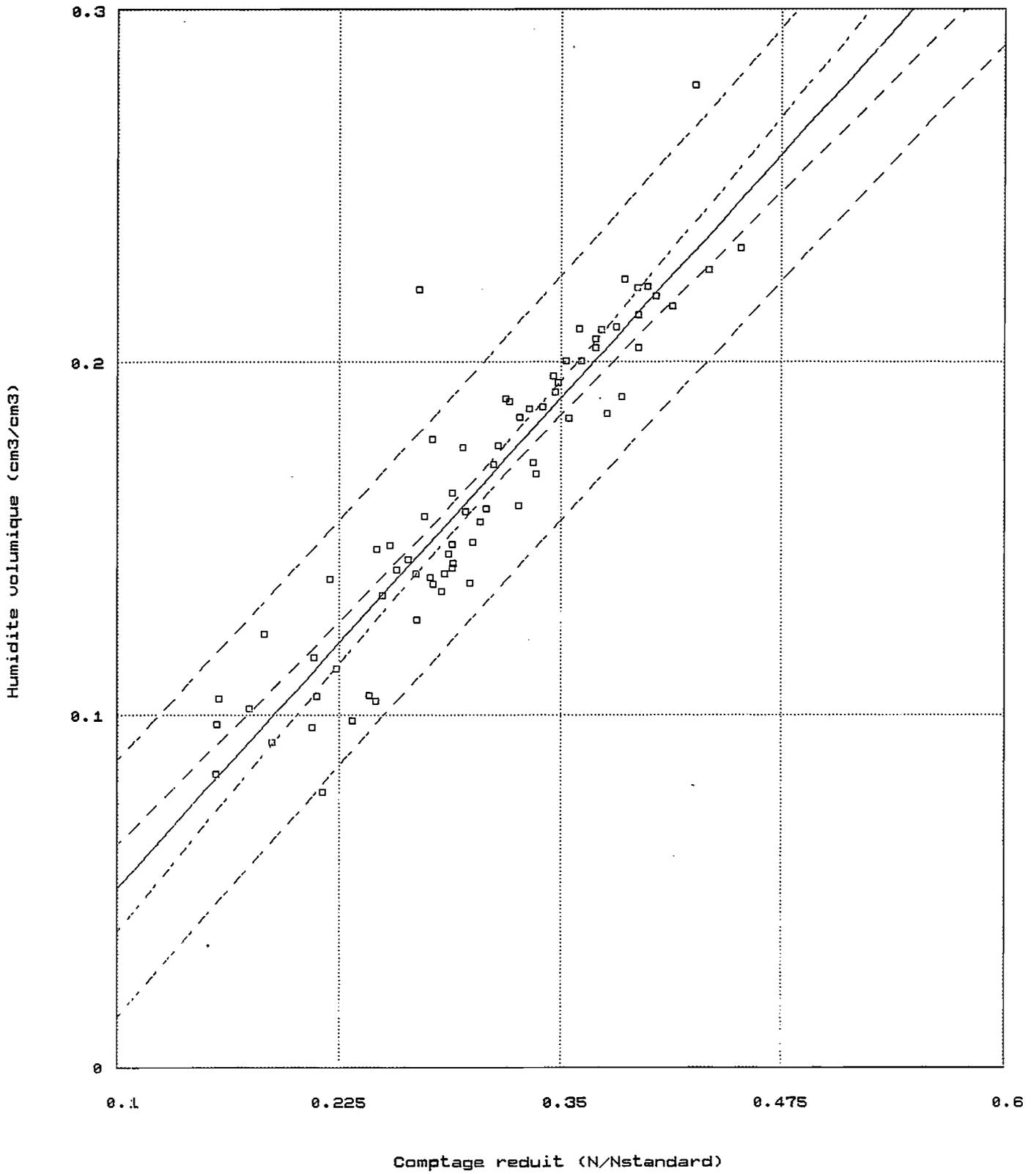


Fig.7: Courbe d'etalonnage en sol cultivate

pour Z = 20 a Z = 90 cm



- comptage réduit variant de 21 à 55 % pour le sol nu et pour le sol cultivé de 15.5 à 45 % ;

nous pouvons dire que l'objectif d'élargir la gamme de variation des mesures a été atteint.

Après avoir tracé et déterminé les courbes d'étalonnage de l'humidimètre neutronique, nous avons étudié l'influence que la croissance racinaire pouvait avoir sur celles-ci. Aussi, avons-nous comparé conformément aux recommandations du chapitre II, les dites courbes établies en sol nu avec celles obtenues dans le même sol cultivé et ce pour chaque cote ou ensemble de cotes exceptée la cote 90 cm pour les raisons déjà émises.

Ainsi, avec un seuil de signification  $\alpha$  de 5% (l'intervalle de confiance étant de 95%), les calculs ont fourni les résultats des tableaux 3, 3' et 3". Le tableau 3 montre que l'homogénéité des variances n'est pas vérifiée pour les cotes 10, 20, 60 cm et pour l'étalonnage d'ensemble allant de 20 à 90 cm. De ce fait, les critères utilisés pour comparer les courbes de ces dites cotes, seront différents de ceux servant à comparer les courbes aux autres cotes comme l'attestent les tableaux 3' et 3". De ces derniers, nous avons pu tirer les conclusions partielles présentées au tableau 4. Ce dernier tableau fait ressortir que quel que soit le traitement étudié (traitement cote par cote ou traitement d'ensemble), la conclusion est la même à savoir qu'on observe une translation de la courbe d'étalonnage en sol nu qui, en sol cultivé, se déplace parallèlement à elle-même.

Pour plus de détail, nous allons présenter l'étude statistique du traitement d'ensemble qui, comptant plus de 70 couples de variables aléatoires  $(m, \theta)$ , permettra de donner une conclusion générale.

Ainsi, les deux droites de régression obtenues étant :

- sol nu :

$$\hat{\theta}^{(1)}(m) = -0.0328403 + 0.567435m$$

- sol cultivé :

$$\hat{\theta}^{(2)}(m) = -0.0046015 + 0.555163m$$

les variances d'échantillonnage correspondantes sont :

$$S^{(1)2} = 0.00016$$

$$S^{(2)^2} = 0.00030$$

et leur rapport :

$$V^2 = \frac{S^{(2)^2}}{S^{(1)^2}} = 1.88$$

montre que les deux variances diffèrent significativement l'une de l'autre car :

$$V_{0.025}^2 = 1.55$$

$$V_{0.975}^2 = 0.645$$

et donc l'inégalité (17) n'est pas vérifiée. De ce fait, nous allons utiliser les directives du paragraphe II-II-2.

Ainsi la vérification de l'inégalité (20), nous conduit à la conclusion que les coefficients angulaires  $b^{(1)}=0.567435$  et  $b^{(2)}=0.555163$ , des deux droites de régression ne diffèrent pas significativement, la différence devant être imputée aux fluctuations aléatoires (Aïvazian, 1970). Donc les deux droites ont des pentes identiques.

En effet :

$$C=0.70122$$

$$l=122$$

$$t_{0.025}(1) = 1.985$$

$$t_{0.025}(1) * \sqrt{\frac{S^{(1)^2}}{n_1 S_m^{(2)^2}} + \frac{S^{(2)^2}}{n_2 S_m^{(1)^2}}} = 1.98 * 1.31 = 2.598$$

$$|b^{(1)} - b^{(2)}| = |0.567435 - 0.555163| = 0.012275$$

Calculant ensuite l'estimation conjointe du coefficient angulaire commun :

$$\hat{b} = 0.56244$$

et l'estimation de ce même coefficient basé sur l'hypothèse de l'égalité des termes libres :

$$\hat{b}' = 0.21969$$

nous découvrons que la différence :

$$|\hat{b} - \hat{b}'| = 0.34275$$

est supérieure à :

$$u_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{n_2 S^{(1)2} + n_1 S^{(2)2}}{n_1 n_2 (\bar{m}^{(1)} - \bar{m}^{(2)})^2} + \frac{S^{(1)2} * S^{(2)2}}{n_1 S_m^{(1)2} S^{(1)2} + n_2 S_m^{(2)2} S^{(2)2}}} = -1.96 * 0.0418 = -0.082$$

Cela signifie que la différence entre les termes libres des deux droites de régression considérées, est statistiquement significative et, par conséquent, nous ne pouvons admettre que ces dernières sont les estimations d'une seule et même droite de régression théorique inconnue. Nous en déduisons la conclusion pratique suivante :

- pour les deux cas de figure, sol nu et sol cultivé, la variation d'une grandeur déterminée du comptage réduit  $m$ , s'accompagne d'une variation égale de la valeur de l'humidité volumique  $\theta$  (du fait de l'égalité des coefficients angulaires des droites) ;

- pour un comptage  $m$  donné, la valeur de  $\theta$  correspondante est plus grande en sol cultivé que dans le même sol nu (du fait de la différence significative des termes libres).

<b>Tableau n°:3 : Vérification de l'homogénéité des variances d'échantillonnage</b>										
<b>cotes,Z(cm)</b>	<b>Z=10</b>	<b>Z=20</b>	<b>Z=30</b>	<b>Z=40</b>	<b>Z=50</b>	<b>Z=60</b>	<b>Z=70</b>	<b>Z=80</b>	<b>Z=20 à Z=90</b>	
<b>n1</b>	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	9.00000	72.00000
<b>n2</b>	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	10.00000	73.00000
<b>S^(1)2</b>	0.00094	0.00048	0.00023	0.00014	0.00010	0.00018	0.00018	0.00013	0.00013	0.00016
<b>S^(2)2</b>	0.00012	0.00007	0.00016	0.00014	0.00014	0.00091	0.00010	0.00026	0.00026	0.00030
<b>V^2</b>	7.55176	7.35691	1.40550	1.04580	0.69698	0.19425	1.71980	0.52136	0.52136	0.55102
<b>v2(n1-2,n2-2)</b>	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	1.55000
<b>1/v2</b>	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.64516
<b>homo var</b>	-	-	+	+	+	+	+	+	+	-
<b>Légende</b>	- : les variances ne sont pas homogènes									
	+ : les variances sont homogènes									

**Tableau 3' : Comparaison des courbes d'étalonnage dans le cas où les variances sont identiques**

cotes,Z(cm)	30	40	50	70	80	Sachant que :
n1	9	9	9	9	9	
n2	10	10	10	10	10	
S(1)2	0.00023	0.00014	0.00010	0.00018	0.00013	$A=t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-4)$
S(2)2	0.00016	0.00014	0.00014	0.00010	0.00026	
V2	1.40550	1.04580	0.69698	1.71980	0.52136	
v2(n1-2,n2-2)	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	4.53000	$B = \sqrt{\frac{1}{n_1 S_m^{(1)2}} + \frac{1}{n_2 S_m^{(2)2}}}$
1/v2	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	0.22075	
A	2.13100	2.13100	2.13100	2.13100	2.13100	
b(1)	0.53855	0.60847	0.69095	0.40712	0.71953	
b(2)	0.65891	0.57593	0.72612	0.70466	0.76261	
b(1)-b(2)	0.12035	0.03255	0.03517	0.29754	0.04308	$D = \sqrt{\frac{1}{n_1 S_m^{(1)2} + n_2 S_m^{(2)2}} + \frac{1}{\left(\frac{n_1}{m^{(1)}} - \frac{n_2}{m^{(2)}}\right)^2}}$
variance des m1	0.00598	0.00199	0.00120	0.00115	0.00124	
variance des t1	0.00191	0.00082	0.00065	0.00033	0.00075	
variance des m2	0.00289	0.00258	0.00246	0.00297	0.00402	
variance des t2	0.00138	0.00096	0.00141	0.00156	0.00255	
B	7.29693	9.73395	11.53815	11.41473	10.69044	
s2	0.00095	0.00048	0.00038	0.00042	0.00054	
s	0.03087	0.02187	0.01947	0.02060	0.02325	
B*A*s	0.47997	0.45370	0.47882	0.50113	0.52958	
moyenne des m1	0.30934	0.16498	0.37720	0.38256	0.18810	
moyenne des t1	0.14837	0.30934	0.18229	0.18447	0.38256	
moyenne des m2	0.26514	0.29956	0.31554	0.33716	0.35164	
moyenne des t2	0.14772	0.16126	0.16324	0.17975	0.18641	
^b	0.58057	0.58925	0.71537	0.62767	0.75324	
b'	0.01472	-1.10032	0.30889	0.10397	-1.19941	
^b-b'	0.56585	1.68957	0.40648	0.52369	1.95264	
D	11.39189	6.46888	9.40438	11.53665	5.40251	
t&/2*s*D	0.74932	0.30151	0.39027	0.50648	0.26763	

**Tableau 3'' : Comparaison des courbes d'étalonnage dans le cas où les variances diffèrent significativement**

	10	20	60	20 à 90	SACHANT QUE :
cotes,Z(cm)					
n1	9	9	9	72	
n2	10	10	10	73	
S(1)2	0.00094	0.00048	0.00018	0.00016	$C = \frac{S^{(1)2}}{n_1 S_m^{(1)2}} / \left( \frac{S^{(1)2}}{n_1 S_m^{(1)2}} + \frac{S^{(2)2}}{n_2 S_m^{(2)2}} \right)$
S(2)2	0.00012	0.00007	0.00091	0.00030	
V2	7.83333	6.85714	5.14793	1.87500	
v2(n1-2,n2-2)	4.53000	4.53000	4.53000	1.55000	
1/v2	0.22075	0.22075	0.22075	0.64516	$l = \left( \frac{C^2}{n_1 - 2} + \frac{(1-C)^2}{n_2 - 2} \right)^{-1}$
b(1)	0.52137	0.57555	0.54597	0.56744	
b(2)	0.74910	0.49913	0.53570	0.55516	
b(1)-b(2)	0.22773	0.07643	0.01027	0.01227	
variance des m1	0.00969	0.00631	0.00099	0.00669	$E = \sqrt{\frac{S^{(1)2}}{n_1 S_m^{(1)2}} + \frac{S^{(2)2}}{n_2 S_m^{(2)2}}}$
variance des t1	0.00337	0.00246	0.00040	0.00154	
variance des m2	0.00157	0.00323	0.00265	0.00849	
variance des t2	0.00098	0.00086	0.00149	0.00198	
C	0.57666	0.80710	0.92542	0.70122	
l	14.30465	10.23437	9.27261	121.94068	$F = \sqrt{\frac{-n_2 S^{(1)2} + n_1 S^{(2)2}}{n_1 n_2 \left( \frac{1}{m^{(1)}} - \frac{1}{m^{(2)}} \right)^2}} + \frac{S^{(1)2} * S^{(2)2}}{n_1 S_m^{(1)2} S^{(2)2} + n_2 S_m^{(2)2} S^{(1)2}}$
t&/2(l)	2.14500	2.22800	2.26200	1.98000	
E	0.93438	0.82742	1.27173	1.31224	
t&/2(l) * E	2.00424	1.84350	2.87666	2.59823	
moyenne des m1	0.20324	0.14837	0.18447	0.35034	
moyenne des t1	0.14614	0.20324	0.37720	0.17303	
moyenne des m2	0.10972	0.21669	0.32265	0.27963	
moyenne des t2	0.11321	0.12853	0.17527	0.15749	
^b	0.65461	0.51473	0.54221	0.56244	
b'	0.35214	-1.09351	-1.46130	0.21969	
^b-b'	0.30247	1.60824	2.00351	0.34275	
U&/2 = -(U1-&/2)	-1.96000	-1.96000	-1.96000	-1.96000	
F	0.16000	0.15000	0.20092	0.04184	
F*U&/2	-0.30000	-0.29000	-0.39379	-0.08200	

**TABLEAU n°4 :Vérification des critères statistiques de comparaison de deux courbes d'étalonnage**

cotes , Z (cm)	10	20	30	40	50	60	70	80	20à 90
<b>Critères</b>									
<b>Homogénéité des variances d'échantillonnage</b>	-	-	+	+	+	-	+	+	-
<b>Egalité des coefficients angulaires <math>b(1) = b(2) = b</math></b>	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>Egalité des termes libres <math>a(1) = a(2) = a</math></b>	-	-	+	-	-	-	-	-	-

LEGENDE :

+ ; critère vérifié

- : critère non vérifié

# CONCLUSION

L'étude comparative des courbes d'étalonnage de l'humidimètre neutronique obtenues en sol ferrallitique nu avec celles établies dans le même sol cultivé, montre l'existence d'une différence statistiquement significative entre les deux; elle-même liée à la différence entre les termes libres. Ainsi, nous avons deux courbes d'égale pente, donc parallèles, mais décalées l'une de l'autre; la courbe en sol cultivé étant une translation vers le haut de celle en sol nu. De ce fait, l'utilisation de cette dernière pour des mesures absolues d'humidité dans le même sol cultivé, s'accompagne d'une erreur systématique qui équivaut à la différence entre les termes libres des deux cas de figure et qui, dans notre cas se chiffre à  $0.03\text{cm}^3/\text{cm}^3$  : les mesures obtenues sont alors systématiquement sous-estimées.

Etant connu que les racines sont pour l'essentiel constituées d'eau (près de 90%) et leur présence étant le seul facteur qui différencie les conditions de l'expérience, cette erreur systématique peut leur être imputée.

Pratiquement, quand il s'agit de déterminer des mesures d'humidité ou de stocks absolues, l'influence de cette erreur est ressentie; mais, pour un suivi temporel des variations de stock, cette erreur s'annule. Or, en général, une fois la courbe d'étalonnage de l'humidimètre neutronique établie, elle n'est utilisée que pour le suivi de ces variations de stock: donc les valeurs alors obtenues ne sont pas influencées par cette erreur.

**LISTE DES FIGURES ET  
TABLEAUX**

- Fig.1** : Carte de situation du secteur de Keur Soulèye Ndiaye.
- Fig.2** : Positions successives des tubes d'accès dans la case lysimétrique à "sol nu".
- Fig.3** : Positions successives des tubes d'accès dans la case lysimétrique à "sol cultivé".
- Fig.4** : Courbe d'étalonnage en sol nu pour  $Z=40$  cm.
- Fig.5** : Courbe d'étalonnage en sol cultivé pour  $Z=40$  cm.
- Fig.6** : Courbe d'étalonnage en sol nu pour le traitement d'ensemble  $Z=20$  à  $Z=90$  cm.
- Fig.7** : Courbe d'étalonnage en sol cultivé pour traitement d'ensemble  $Z=20$  à  $Z=90$  cm.
- Tableau 1** : Coefficients des droites d'étalonnage  $\theta=a+bm$  pour le sol nu.
- Tableau 2** : Coefficients des droites d'étalonnage  $\theta=a+bm$  pour le sol cultivé.
- Tableau 3** : Vérification de l'homogénéité des variances d'échantillonnage
- Tableau 3'** : Comparaison des courbes d'étalonnage dans le cas où les variances sont identiques.
- Tableau 3''** : Comparaison des courbes d'étalonnage dans le cas où les variances diffèrent.
- Tableau 4** : Récapitulation : vérification des critères statistiques de la comparaison.



# **BIBLIOGRAPHIE**

AÏVAZIAN, S. ; 1970 - Etude statistique des dépendances, (Edition Moscou), 236p.

AUBREVILLE, A. ; 1950 - Flore forestière soudano-guinéenne (AOF-CAMEROUN-AEF). Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales 523 p.

BERHAUT, T. ; 1975 - Flore illustrée du Sénégal. Editions Clairafrique. Tome IV, 625 p.

BERTRAND, R. ; 1972 - Morphopédologie et orientations culturelles des régions soudaniennes du Siné Saloum (Sénégal). Agronomie Tropicale, extrait du vol. XXVII n°11, nov.1972.

COLONNA, J.P.; DREYFUS, B.; GROUZIS, M.; MONTOROI, J.P.; NEYRA, M.; NIZINSKI, J.; TOUMA, J.; ZANTE, P. ; 1990 - Comportement comparé en conditions semi-contrôlées d'*Acacia raddiana* et d'*Acacia senegal*: influence de l'alimentation en eau et de la nutrition azotée. Rapport de fin de campagne. Département Milieux et Activité Agricole et Département Eaux Continentales. Crédits incitatifs du MAA (1989 et 1990), 19p.

DAIAN, J.F; 1971 - Etude in situ des transferts d'eau dans la zone non saturée: application à une méthode d'estimation du bilan hydrique. Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble, 90p.

GASSARA, A ; KHANFIR, R ; 1976 - Détermination de l'humidité du sol par la méthode gamma-neutronique. Mémoire de DEA à l'Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 33p + annexes.

MONTOROI JP, ZANTE P ; 1989 - Etalonnage d'une sonde neutronique en milieu chloruré (vallée de Katouré, basse Casamance). Multigr., ORSTOM/Dakar, 18 p. + annexes.

MUSY, A.; SOUTTER, M. ; 1991 - Physique du sol. Coll. Gérer l'environnement, Presses polytechniques et universitaires romandes, 262 p.

PIERI, C. ;1969 - Etude pédologique de la région de Nioro du Rip. Volume I: rapport, 134 p.

SAMBA, R. ; 1990 - Influence de la croissance racinaire d'*Acacia raddiana* sur la courbe d'étalonnage humidimétrique dans un sol ferrallitique. Rapport de stage UV15, 30p.

SAPORTA, G. ; 1982 - Théories et méthodes de la statistique. Editions Technip, Paris, 390 p.

TOUMA, J. ; 1984 - Etude critique de la caractérisation hydrodynamique des sols non saturés: rôle de l'air, influence de l'écoulement monodimensionnel de l'eau. Grenoble, thèse de docteur ès Sciences Physiques, 190 p.

VACHAUD G.; 1975 - Cours d'hydrodynamique souterraine, dispensé au DEA de Mécanique, Université de Grenoble, 113p.