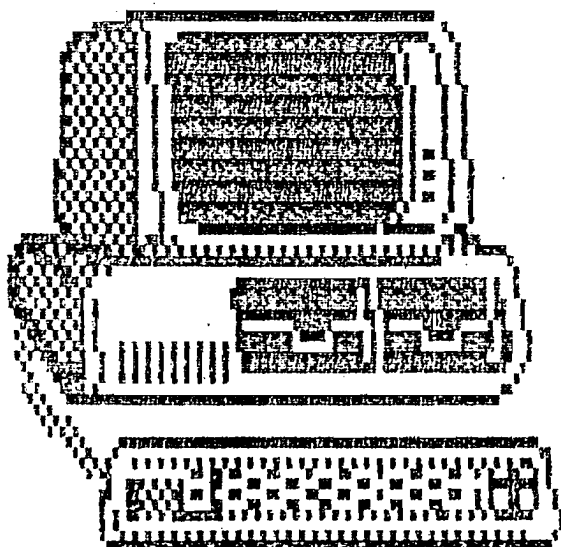


ORSTOM

Dakar

TEST

MODELE POUR TESTER LA REPRESENTATIVITE DES
CARACTERISTIQUES HYDRODYNAMIQUES D'UN
SOL NON SATURE DETERMINEES IN-SITU



J. TOUMA
Décembre 1987

SOMMAIRE

1. Introduction	1
2. Caractéristiques géométriques du profil.	2
3. Les caractéristiques hydrodynamiques	2
4. Les phases de l'essai simulé	4
5. Le profil initial.	5
6. La condition à la surface du sol	5
7. La condition à la limite inférieure	7
8. Equation de l'écoulement	7
9. Discrétisation de l'équation de l'écoulement	10
10. Expression des conditions aux limites	11
11. Résolution du système linéaire	12
12. Note sur la pondération des conductivités.	14
13. Choix du pas de l'espace	15
14. Choix du pas de temps.	15
15. Validation du modèle	16
16. Description et exploitation du modèle.	19
Annexe A	23
Bibliographie.	25

Liste des figures

- Figure 1 : Comparaison entre les profils hydriques mesurés et simulés pendant une infiltration à flux constant de 8.3 cm/h dans un sol monocouche
- Figure 2 : Profils hydriques calculés et observés lors d'une infiltration à flux constant de 20 cm/h dans un sol monocouche
- Figure 3 : Comparaison entre les profils hydriques mesurés et simulés dans un sol bicouches lors d'une infiltration à flux constant de 0.78 cm/h
- Figure 4 : Evolution du bilan de masse calculé pour une infiltration de 6h à flux constant de 2cm/h, suivie de 10 jours de ressuyage en drainage interne dans un sol tricouches
- Figure 5 : Evolution des profils hydriques calculés pendant l'infiltration dans un sol tricouches
- Figure 6 : Profils hydriques calculés pendant 10 jours de ressuyage dans un sol tricouches

"TEST"

MODELE POUR TESTER LA REPRESENTATIVITE DES CARACTERISTIQUES HYDRODYNAMIQUES D'UN SOL NON SATURE DETERMINEES IN-SITU

1. Introduction :

Les caractéristiques hydrodynamiques d'un sol non saturé sont représentées par la relation entre la teneur en eau et la pression effective de l'eau $\theta(h)$ d'une part, et celle entre la teneur en eau et la conductivité hydraulique du milieu $K(\theta)$ d'autre part. Elles sont généralement déterminées à partir du suivi de la cinétique de redistribution de l'humidité et des pressions dans chaque horizon du profil de sol préalablement humidifié par apport d'eau à la surface.

Cette détermination suppose implicitement admises certaines hypothèses dont les plus importantes considèrent le milieu rigide et l'écoulement vertical aussi bien pendant l'humidification que pendant le ressuyage conséquent.

En raison des erreurs et des contraintes expérimentales liées à leur détermination ainsi que des limitations des senseurs de mesure, ces caractéristiques sont entâchées d'une incertitude qui peut être relativement importante, notamment dans les horizons profonds où la gamme de variation de l'humidité est assez réduite. En effet, les informations recueillies dans ces horizons sont généralement insuffisantes pour une caractérisation satisfaisante. De plus, lorsque l'hypothèse d'écoulement vertical n'est pas (ou ne peut pas être) justifiée, les caractéristiques ainsi déterminées risquent d'être totalement erronées, notamment quand le profil comporte différents horizons pédologiques (Touma, 1984).

Le présent modèle est conçu pour tester la représentativité des relations descriptives des caractéristiques du milieu, et éventuellement les affiner. Pour cela, on simule numériquement l'essai qui a servi à leur détermination, en utilisant dans le modèle les courbes $\theta(h)$ et $K(\theta)$ expérimentales, en supposant vérifiées les mêmes hypothèses admises lors de leur détermination (e.g. milieu rigide et isotrope, écoulement isotherme vertical, etc.). Les conclusions seront tirées à la lumière de la

comparaison entre les profils d'humidité et de charge hydraulique mesurés et simulés, ainsi qu'entre les lames infiltrée et ruisselée observées et calculées (lorsque l'infiltration est simulée).

On notera que, dans sa version actuelle, le modèle ne prévoit pas l'existence d'un couvert végétal ou la présence d'une pellicule à la surface du sol. De même, il ne tient pas compte d'un éventuel transfert dû à des gradients thermiques ou de concentrations chimiques. Si nous n'avons pas tenu compte de ces phénomènes ce n'est pas à cause d'une sous-estimation de leur importance, mais il nous a paru préférable de construire le modèle de la façon la plus simple et de le complexifier par la suite par adjonction de modules spécifiques afin de tenir compte des phénomènes précités.

2. Caractéristiques géométriques du profil :

Afin de couvrir une large gamme d'essais et de profils naturels, l'épaisseur totale du profil simulé peut atteindre 300 cm. Les sols naturels étant généralement multicouches, le modèle prévoit jusqu'à 5 horizons dans le profil. Le nombre des couches du profil et l'épaisseur de chacune d'elles font partie des données à fournir au modèle. Bien qu'il n'y ait pas de contrainte sur l'épaisseur d'un horizon quelconque, il est préférable cependant qu'elle ne soit pas inférieure à une vingtaine de cm. En effet, il est extrêmement difficile de caractériser expérimentalement de façon fiable un horizon d'une épaisseur inférieure, voire égale à 20 cm.

3. Les caractéristiques hydrodynamiques :

Les couples de points expérimentaux (θ, h) et (K, θ) sont dispersés autour de courbes moyennes sur lesquelles on ajuste des expressions analytiques, généralement non linéaires, par la méthode des moindres carrés. Un logiciel pour de tels ajustements (le logiciel OPTIM) a récemment été mis au point par Chevillotte et Touma, 1987.

Parmi les différentes formes analytiques proposées dans la littérature, nous avons choisi celles qui sont le plus couramment utilisées, et qui ont l'avantage d'être assez simples à mettre en oeuvre numériquement.

3.1. La relation $\theta(h)$:

Trois formes ont été retenues pour cette relation :

3.1.1. GARDNER (1958) :

$$\theta = \frac{\theta_s - \theta_r}{1 + (\alpha h)^\beta} + \theta_r \quad \text{pour } h \leq 0$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h > 0 \quad (1)$$

3.1.2. BROOKS et COREY (1964) :

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h}{h_0} \right)^\beta + \theta_r \quad \text{pour } h \leq h_t$$

$$\theta = a.h^5 + b.h^4 + \theta_s \quad \text{pour } h_t < h \leq 0 \quad (2)$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h > 0$$

3.1.3. Van GENUCHTEN (1980) :

$$\theta = \frac{\theta_s - \theta_r}{\{1 + (\alpha h)^\beta\}^\tau} + \theta_r \quad \text{pour } h \leq 0$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h > 0 \quad (3)$$

avec $\tau = 1 - 1/\beta$

Dans ces relations θ ($L^3.L^{-3}$) est la teneur en eau correspondant à la pression h (L), mesurée relativement à la pression atmosphérique et exprimée en colonne d'eau; θ_s ($L^3.L^{-3}$) est la teneur en eau à saturation; θ_r ($L^3.L^{-3}$) est la teneur en eau résiduelle ou irréductible; α (L^{-1}), β (sans dimension), a (L^{-5}) et b (L^{-4}) sont des paramètres d'ajustement, h_0 (L) est le "bubbling pressure" dans la littérature anglo-saxonne qui peut être assimilé à la frange capillaire ou "pression d'entrée d'eau".

Ces relations amènent plusieurs remarques :

- Bien que θ_r soit dénommée "teneur en eau résiduelle", elle ne revêt aucun sens physique, puisqu'elle n'est pas accessible à la mesure, et doit donc être considérée comme un paramètre d'ajustement, au même titre que a et b . La même remarque vaut pour h_0 . En effet, bien que ce paramètre puisse être estimé comme la moitié de la "pression d'entrée d'air (h_{ea})" sur la courbe $\theta(h)$ en drainage (Bouwer, 1964), la mesure de cette dernière nécessite un appareillage spécial rarement utilisé dans la pratique. Il est par conséquent plus simple de considérer h_0 comme un paramètre d'ajustement.

- La deuxième des relations (2) n'existe pas dans la forme

originelle proposée par les auteurs. Elle a été ajoutée afin d'éviter des instabilités numériques dues à la discontinuité que présente la première de ces relations à $h = h_0$ (Touma, 1984). Les valeurs des paramètres a et b sont telles qu'elles assurent la continuité de $\theta(h)$ et de la capacité capillaire $C(h)$ ($C(h) = d\theta/dh$) au point de jonction $h = h_p$. Le calcul des paramètres a , b et h_p est présenté en annexe.

- La relation (1) représente un cas particulier de (3) qui correspond à $\tau = 1$.

3.2. La relation $K(\theta)$ ou $K(h)$:

De même que pour $\theta(h)$, trois formes analytiques ont été retenues pour cette relation :

3.2.1. GARDNER ($K=K(h)$) :

$$K = \frac{K_s}{1 + (Ah)^B} \quad \text{pour } h \leq 0$$

$$K = K_s \quad \text{pour } h > 0$$
(4)

3.2.2. BROOKS et COREY ($K=K(\theta)$) :

$$K = K_s \left(\frac{\theta_s - \theta}{\theta_s - \theta_r} \right)^B$$
(5)

3.2.3. Exponentielle ($K=K(\theta)$) :

$$K = K_s \exp \left(B \frac{\theta - \theta_s}{\theta_s - \theta_r} \right)$$
(6)

Dans ces relations K ($L.T^{-1}$) est la conductivité hydraulique correspondant à la pression h ou à la teneur en eau θ ; K_s ($L.T^{-1}$) est la conductivité hydraulique à saturation; A (L^{-1}) et B (sans dimension) sont des paramètres.

On notera que les relations (4) et (5) vérifient la condition $K = 0$ pour $\theta = \theta_r$ mais non la relation (6). Cependant, dans cette dernière relation B étant de l'ordre de 10, la valeur de K correspondant à θ est suffisamment faible pour qu'elle puisse être assimilée à zéro.

4. Les phases de l'essai simulé :

Bien que les caractéristiques du milieu soient généralement déterminées à partir des mesures effectuées pendant la

redistribution, le modèle prévoit la simulation, - en plus de cette phase-, de celle de l'infiltration qui la précède, ou de l'une quelconque de ces deux phases. Lorsque l'infiltration est simulée, la comparaison entre mesure et calcul porte sur les lames infiltrée et ruisselée, en plus des profils d'humidité et de charge hydraulique.

Il faut noter cependant qu'indépendamment du (des) phénomène(s) simulé(s), le modèle suppose implicitement l'unicité de la relation $\theta(h)$. Bien que cette hypothèse ne corresponde pas à la réalité physique, puisque cette relation est sujette à des phénomènes d'hystérésis, mais comme le soulignent Watson et al, 1975, elle peut être justifiée par l'utilisation d'une courbe $\theta(h)$ "moyenne", satisfaisante pour les estimations sur le terrain en raison du degré de variabilité dans les sols naturels homogènes (Nielsen et al, 1973).

5. Le profil initial :

La simulation numérique de l'écoulement nécessite l'introduction d'une condition initiale. Celle prévue dans le modèle est le profil de la charge hydraulique mesuré immédiatement avant la première phase simulée. Nous avons préféré cette condition à celle correspondant au profil initial de l'humidité car, quelle que soit la configuration du milieu, la charge hydraulique varie de façon continue avec la profondeur, alors que dans le cas d'un milieu stratifié, l'humidité peut exhiber une discontinuité aux voisinages des interfaces de séparation entre les couches. La seule restriction imposée au profil initial est que la charge initiale à une cote quelconque doit être négative. Il est donc possible de simuler l'écoulement dans un milieu partiellement saturé, mais pas dans un milieu où la nappe affleure.

6. La condition à la surface du sol :

6.1. Pendant l'infiltration :

Afin de pouvoir simuler une large gamme de protocoles expérimentaux généralement pratiqués, le modèle prévoit l'une des conditions suivantes à la surface du sol pendant l'infiltration :

- i) $h(0, t) = \text{cte} > 0$
- ii) $q(0, t) = \text{cte} > 0$
- iii) $q(0, t) = q(t) > 0$, connu $\forall t$

La première de ces conditions correspond à une infiltration sous une lame d'eau d'épaisseur constante à la surface. C'est la condition généralement appliquée lors des essais à

l'infiltromètre double-anneaux (MÜNZ). La seconde correspond à une pluie d'intensité constante, quant à la troisième, elle simule une pluie d'intensité variable dont la loi de variation dans le temps est connue. Ces deux dernières conditions sont celles pratiquées lors des essais au simulateur de pluie.

Dans le cas d'une pluie d'intensité variable, le hyétogramme prévu dans le modèle correspond au protocole expérimental effectivement pratiqué, à savoir une variation brusque de l'intensité de la pluie, qui peut avoir dix valeurs différentes au plus.

On notera que pour une infiltration sous condition de pluie à la surface, d'intensité constante ou non, le modèle n'impose pas de contrainte sur la valeur du rapport $q/K_{s,1}$, $K_{s,1}$ étant la conductivité à saturation de l'horizon de surface. Il est donc possible de simuler une infiltration avec une pluie d'intensité supérieure à $K_{s,1}$ et de déterminer le temps de submersion de la surface t_p . Ce temps est défini comme l'instant où la surface du sol devient saturée et donc à partir duquel le ruissellement peut avoir lieu. Cependant, en raison du micro-relief et des hétérogénéités locales de la surface d'un sol naturel, le ruissellement ne débute qu'après l'accumulation d'une faible lame d'eau à la surface. Le modèle tient compte de ce phénomène d'une façon très sommaire en considérant que le ruissellement ne peut avoir lieu que si la lame d'eau accumulée à la surface du sol atteint l'épaisseur critique de 2.5 mm. En revanche, il n'est pas tenu compte d'un ruissellement récupérable et l'on considère que la totalité des 2.5 mm s'infiltré après l'arrêt de la pluie.

6.2. Pendant la redistribution :

Les conditions prévues à la surface du sol pendant cette phase sont les suivantes :

- i) $q(0,t) = 0 \forall t$
- ii) $q(0,t) = q(t) < 0$ connu $\forall t$
- iii) $q(0,t) = 0$ pour $t \leq t_d$
 $q(0,t) = q(t) < 0$ connu pour $t > t_d$

La première de ces conditions correspond à un ressuyage effectué en totalité en drainage interne : surface du sol couverte afin d'empêcher l'évaporation (Hillel et al, 1972). La seconde simule une redistribution effectuée en conditions naturelles, i.e. il y a drainage en profondeur et évaporation en surface (Arya et al, 1975). Dans ce cas, les flux évaporatoires moyens journaliers font partie des données à fournir au modèle. Enfin, la troisième condition correspond à un ressuyage effectué en drainage interne pendant un temps t puis en conditions naturelles pour le reste de la durée, pour laquelle il faut également fournir les flux moyens d'évaporation journalière. Notons que le modèle ne prévoit pas la simulation de pluies pendant la période du ressuyage. Dans tous les cas, la période de redistribution qui peut être simulée est limitée à 31 jours.

7. La condition à la limite inférieure :

Si les conditions à la surface du sol peuvent être parfaitement maîtrisées, il n'en est pas de même à la base du profil. Afin que les conditions de la simulation soient le plus proches possible de la réalité, le modèle prévoit l'une des conditions suivantes à la limite inférieure :

- i) $h(z_n, t) = 0 \forall t$
- ii) $H(z_n, t) = H(t)$ connue $\forall t$

La première de ces conditions exprime l'existence d'une nappe stationnaire à la cote z_n . En effet, lorsqu'il existe une nappe sur le site de l'essai, elle est en général suffisamment étendue pour que son niveau ne subisse pas de variations sensibles pendant la durée de l'essai, ce qui justifie la première des conditions appliquées. La seconde condition correspond à la charge hydraulique mesurée à la cote z_n (la cote de mesure la plus profonde), en fonction du temps. En l'absence d'une nappe, l'introduction de cette condition évite d'émettre des hypothèses, - difficilement vérifiables -, relatives à la condition qui règne à la base du profil. Dans les deux cas, l'épaisseur totale du profil simulé est limitée à z_n , même si l'épaisseur cumulée des différents horizons (cf. § 2) est supérieure à z_n .

8. Equation de l'écoulement :

Elle s'obtient en combinant l'équation dynamique avec la loi de conservation de la masse. Le modèle est construit en supposant vérifiées les hypothèses suivantes :

- l'écoulement est isotherme, induit uniquement par le champs de la charge hydraulique (pression et gravité);

- chaque couche du profil est homogène, isotrope, indéformable et chimiquement inerte. Ceci implique d'une part, que les caractéristiques du milieu en un point donné sont des scalaires qui ne dépendent que de la pression qui règne en ce point, et d'autre part, que les éventuels phénomènes de gonflement ou de retrait ainsi que les réactions entre l'eau et le milieu sont exclus;

- l'eau est pure et incompressible, et l'on ne tient pas compte d'un éventuel transfert de polluants;

- l'air est partout et à chaque instant à la pression atmosphérique. Sa présence dans le milieu n'influence pas la cinétique de l'écoulement;

- dans chaque horizon, les relations $\theta(h)$ et $K(\theta)$ (ou $K(h)$) sont uniques. Les effets d'hystérésis et dynamiques éventuels ne

sont pas considérés;

- l'écoulement est unidirectionnel vertical.

Il faut noter cependant que certaines de ces hypothèses peuvent être sérieusement mises en défaut lors des essais sur le terrain. La cause pouvant être attribuée à la nature du milieu et/ou aux conditions de l'essai. Par exemple, lors d'un ressuyage prolongé en conditions naturelles dans une zone tropicale, l'écoulement en phase vapeur peut être significatif, et sa non prise en compte risque de fausser les résultats obtenus. De même, dans un sol à géométrie variable, l'hypothèse de milieu rigide et/ou d'absence de réaction entre l'eau et le milieu ne sauraient être justifiées. Quant à l'hypothèse d'écoulement vertical, elle peut être mise en défaut dans des milieux stratifiés où les caractéristiques des couches sont fortement contrastées.

L'ensemble de ces hypothèses étant admis lors du dépouillement des essais de caractérisation, il importe donc de tester l'adéquation des caractéristiques ainsi obtenues à décrire le comportement du milieu, et c'est la raison d'être du présent modèle.

En admettant les hypothèses ci-dessus énumérées, l'équation dynamique est la loi de DARCY écrite dans ce cas :

$$q = - K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \quad (7)$$

où q ($L.T^{-1}$) est la densité de flux volumique à la cote z (L), mesurée positivement vers le bas avec l'origine des cotes prise arbitrairement à la surface du sol, h (L) est la pression de l'eau à la cote z , mesurée relativement à la pression atmosphérique et exprimée en hauteur d'eau, K ($L.T^{-1}$) est la conductivité hydraulique correspondant à la pression h .

Compte tenu de l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau, la loi de conservation de la masse revient à considérer une conservation du volume :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (8)$$

où θ ($L^3.L^{-3}$) est la teneur en eau volumique à l'instant t (T) et à la cote z .

La combinaison des équations (7) et (8) donne :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right\} \quad (9)$$

Cette dernière équation contient deux variables dépendantes

θ et h . Il est possible d'en éliminer une moyennant l'hypothèse d'unicité de la relation $\theta(h)$ qui permet d'écrire :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{d\theta}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = C(h) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (10)$$

où $C(h)$ (L^{-1}) est la capacité capillaire (Richards, 1931).

L'équation de l'écoulement s'écrit donc :

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right\} \quad (11)$$

Notons qu'il serait possible d'écrire le second membre de l'équation (9) sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{dK}{dz} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{dK}{dz}$$

où D ($L^2.T^{-1}$) est la diffusivité capillaire (Childs et Collis-George, 1950). Dans ce cas (9) devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{dK}{dz} \quad (11)'$$

Cette équation présente les inconvénients suivants :

- D'une part, elle ne peut pas décrire l'écoulement dans une zone saturée. En effet, la teneur en eau devient constante dans ce cas ($= \theta_s$), ce qui implique $\partial \theta / \partial t = \partial \theta / \partial z = 0$, alors que la diffusivité capillaire devient infinie. L'équation (11)' devient par conséquent indéterminée, et il est impossible d'en obtenir la solution.

- D'autre part, cette équation ne peut être appliquée que si la variable dépendante θ est définie dans l'espace et dans le temps et dérivable. Or, dans le cas d'un milieu multicouches, elle exhibe une discontinuité aux niveaux des interfaces de séparation entre les couches. Son application à de tels milieux est donc impossible.

Pour ces raisons, nous ne considérerons par la suite que l'équation (11) dans laquelle la variable h reste définie et dérivable indépendamment de la configuration du milieu. En outre, dans une zone saturée, elle dégénère en une équation elliptique (Laplacien nul puisque $C(h) = 0$ et K est constante). Par conséquent, elle ne présente pas l'indétermination constatée plus haut pour l'équation (11)' dans ce cas.

9. Discrétisation de l'équation de l'écoulement :

L'équation de l'écoulement s'applique à un domaine continu, alors que la solution numérique ne peut être que discrète. Il importe donc de discrétiser le domaine de l'écoulement en le divisant en N points discrets (noeuds de calcul) espacés de Δz , où l'on cherche la valeur de la pression à des temps discrets : connaissant la distribution de la pression à l'instant t (h_i^k , i étant l'indice de l'espace et k celui du temps), on la cherche à l'instant $t + \Delta t$ (h_i^{k+1}).

Parmi les différentes méthodes de résolution numérique : différences finies (Hanks et Bowers, 1962; Haverkamp et al, 1977; etc.), éléments finis (Neuman, 1972; Cushman, 1983, etc.), méthodes hybrides (Caussade, 1975); la première paraît la mieux adaptée et la plus simple à mettre en oeuvre en raison de la simplicité de la géométrie du domaine étudié. Elle consiste à remplacer les dérivées partielles figurant dans l'équation (11) par leurs développements limités en série de TAYLOR. L'équation ainsi discrétisée se présente sous la forme :

$$C_i^k \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left\{ K_{i+1/2}^k \left(\frac{h_{i+1}^{k+1} - h_i^{k+1}}{\Delta z} - 1 \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - K_{i-1/2}^k \left(\frac{h_i^{k+1} - h_{i-1}^{k+1}}{\Delta z} - 1 \right) \right\} \quad (12)$$

Cette écriture suppose que les différents noeuds de calcul i sont équidistants. Il faut souligner que l'approximation des dérivées partielles par leurs expressions en différences finies ne saurait être justifiée que si les pas de l'espace Δz et du temps Δt sont suffisamment petits pour que les variations de la pression entre deux points adjacents d'une part, et entre deux instants successifs d'autre part, puissent être considérées comme linéaires.

En regroupant les termes de l'équation (12), on obtient:

$$A_i \cdot h_{i-1}^{k+1} + B_i \cdot h_i^{k+1} + D_i \cdot h_{i+1}^{k+1} = E_i \quad (13)$$

$$\text{avec : } A_i = K_{i-1/2}^k / (\Delta z)^2 \\ D_i = K_{i+1/2}^k / (\Delta z)^2 \\ B_i = -A_i - D_i - C_i^k / \Delta t \\ E_i = (D_i - A_i) \cdot \Delta z - (C_i^k \cdot h_i^k) / \Delta t$$

Ces coefficients sont connus puisqu'ils ne dépendent que des valeurs connues h_i^k .

L'application de l'équation (13) aux différents noeuds $i = 1, \dots, N$ résulte en un système linéaire de N équations à $N + 2$ inconnues. L'introduction des conditions aux limites aux noeuds $i = 1$ et $i = N$ permet d'éliminer les deux inconnues supplémentaires et de rendre ainsi le système soluble.

10. Expression des conditions aux limites :

10.1. Limite supérieure :

La condition appliquée au noeud $i = 1$ est soit du type DIRICHLET (§ 6.1, i) soit du type NEUMAN (toutes les autres).

10.1.1. Condition type DIRICHLET :

Dans ce cas la pression à la surface du sol est connue. Il est donc inutile de la calculer. L'équation (13) appliquée au noeud $i = 2$ devient :

$$B_2 \cdot h_2^{k+1} + D_2 \cdot h_3^{k+1} = E'_2$$

où
$$E'_2 = E_2 - A_2 \cdot h_1$$

10.1.2. Condition type NEUMAN :

On introduit dans ce cas un noeud imaginaire $i = 0$ à la cote $z = -\Delta z$. La densité de flux volumique q étant connue à la surface du sol, la loi de DARCY discrétisée et appliquée au noeud $i = 1$ s'écrit :

$$q = -K_1^k \left(\frac{h_2^{k+1} - h_0^{k+1}}{2 \Delta z} - 1 \right)$$

d'où
$$h_0^{k+1} = h_2^{k+1} - 2 \Delta z \cdot (1 - q/K_1^k)$$

l'équation (13) appliquée au noeud $i = 1$ devient dans ce cas :

$$B_1 \cdot h_1^{k+1} + D'_1 \cdot h_2^{k+1} = E'_1$$

avec
$$D'_1 = D_1 + A_1$$

et
$$E'_1 = E_1 + A_1 \cdot 2 \Delta z \cdot (1 - q/K_1^k)$$

10.2. Limite inférieure :

Seule une condition type DIRICHLET est prévue dans le modèle à la base du profil. La pression à $i = N$ étant connue, l'application de l'équation (13) au noeud $i = N - 1$ résulte en :

$$A_{N-1} \cdot h_{N-2}^{k+1} + B_{N-1} \cdot h_{N-1}^{k+1} = E'_{N-1}$$

où

$$E'_{N-1} = E_{N-1} - D_{N-1} \cdot h_N^{k+1}$$

L'équation (13) appliquée aux noeuds $i = 1, \dots, N$ en tenant compte des conditions aux limites résulte donc en un système linéaire de $(N - i_{surf})$ équations à $(N - i_{surf})$ inconnues, ($i_{surf} = 2$ pour une condition type DIRICHLET et 1 pour une condition type NEUMAN), dont la résolution fournit la distribution de la pression à $t + \Delta t$, soit h_i^{k+1} .

Notons que lors de la discrétisation de l'équation (11), il aurait été possible d'exprimer les dérivées spatiales au temps t plutôt qu'au temps $t + \Delta t$. Le résultat aurait été :

$$C_i^k \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left\{ K_{i+1/2}^k \left(\frac{h_{i+1}^k - h_i^k}{\Delta z} - 1 \right) - K_{i-1/2}^k \left(\frac{h_i^k - h_{i-1}^k}{\Delta z} - 1 \right) \right\}$$

qui ne contient qu'une seule inconnue h_i^{k+1} donnée par :

$$h_i^{k+1} = h_i^k + \frac{\Delta t}{C_i^k \cdot \Delta z} \left\{ K_{i+1/2}^k \left(\frac{h_{i+1}^k - h_i^k}{\Delta z} - 1 \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - K_{i-1/2}^k \left(\frac{h_i^k - h_{i-1}^k}{\Delta z} - 1 \right) \right\} \quad (14)$$

Bien que cette équation soit plus simple à mettre en oeuvre numériquement que l'équation (13), puisqu'elle ne nécessite pas la résolution d'un système linéaire à chaque pas de temps, elle présente cependant deux inconvénients majeurs :

- Le rapport $\Delta t / (\Delta z)^2$ est soumis à de sévères restrictions afin d'assurer la stabilité de la solution (par stabilité on entend que les oscillations de la valeur calculée en un point autour d'une valeur moyenne ne s'amplifient pas au cours du temps), alors que cette solution est inconditionnellement stable dans le cas de l'équation (13) (du moins pour les équations linéaires), ce qui permet l'utilisation de pas de temps beaucoup plus grands et donc de réduire le temps de calcul.

- Dans une zone saturée l'équation (14) ne peut pas fournir la solution puisqu'elle nécessite la division par la capacité capillaire qui s'annule dans ce cas, alors que l'équation (13) ne présente pas cet inconvénient.

11. Résolution du système linéaire :

Le système linéaire résultant s'écrit sous la forme matricielle :

$$(P).(h) = (Q) \tag{15}$$

où :

$$(P) = \begin{bmatrix} B_{i_{surf}} & D'_{i_{surf}} & & & & & \\ A_{i_{surf+1}} & B_{i_{surf+1}} & D_{i_{surf+1}} & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & A_i & B_i & D_i & \\ & & & & & & \\ & & & & & & A_{N-1} & B_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$(Q)^T = (E'_{i_{surf}} \ E_{i_{surf+1}} \ \dots \ E_i \ \dots \ E_{N-2} \ E'_{N-1})$$

$$(h)^T = (h^{k+1}_{i_{surf}} \ h^{k+1}_{i_{surf+1}} \ \dots \ h^{k+1}_i \ \dots \ h^{k+1}_{N-2} \ h^{k+1}_{N-1})$$

La matrice (P) peut être factorisée en produit de deux matrices :

$$(P) = (L).(U)$$

où :

$$(L) = \begin{bmatrix} P_{i_{surf}} & & & & & & \\ A_{i_{surf+1}} & P_{i_{surf+1}} & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & A_i & P_i & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & A_{N-1} & P_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$(U) = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & q_{i_{surf}} & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & 1 & & q_i & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & q_{N-2} \\ & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

L'équation (15) est équivalente à (L).(U).(h) = (Q).
L'identification des éléments du produit (P) = (L).(U) donne :

$$P_{i\text{surf}} = B_{i\text{surf}}$$

$$P_i = B_i - A_i \cdot q_{i-1} \quad i = i\text{surf}+1, \dots, N-1$$

et $q_i = D_i / P_i \quad i = i\text{surf}, \dots, N-1$

Le produit (U).(h) est un vecteur (y) dont les éléments peuvent être identifiés à partir de la matrice (L) et du vecteur (Q) :

$$y_{i\text{surf}} = E'_{i\text{surf}} / P_{i\text{surf}}$$

$$y_i = (E_i - A_i \cdot y_{i-1}) / P_i \quad i = i\text{surf}+1, \dots, N-1$$

Les éléments du vecteur des inconnues sont calculés par résolution du système (U).(h) = (y) :

$$h_{N-1}^{k+1} = y_{N-1}$$

$$h_i^{k+1} = y_i - q_i \cdot h_{i+1}^{k+1} \quad i = N-2, \dots, i\text{surf}$$

Cet algorithme de résolution, connu sous le nom de méthode d'élimination directe de THOMAS, est très performant dans ce cas, vues sa rapidité, eu égard au nombre d'opérations à effectuer, et sa précision, où seules subsistent les erreurs d'arrondi dues à l'utilisation d'un calculateur mais sans accumulation (Remson et al, 1971).

12. Note sur la pondération des conductivités :

Les coefficients de l'équation (13) font intervenir les valeurs internodales des conductivités hydrauliques $K_{i \pm 1/2}^k$. Or, les valeurs connues sont θ_i^k et h_i^k et donc K_i^k , ce qui nécessite l'estimation de $K_{i \pm 1/2}^k$. Vauclin et al, 1979, passent en revue et comparent les résultats numériques obtenus en utilisant différents modes de pondération avec la solution quasi-analytique de Philip (1957). Ils concluent que pour un sol monocouche, les meilleurs résultats sont obtenus avec une pondération en moyenne géométrique donnée par :

$$K_{i \pm 1/2}^k = \sqrt{K_i^k \cdot K_{i \pm 1}^k}$$

Cependant, Elmaloglou (1980) constate que pour un sol bicouches, les meilleurs résultats numériques, comparés à l'expérience, sont obtenus avec une pondération en moyenne arithmétique donnée par :

$$K_{i \pm 1/2}^k = (K_i^k + K_{i \pm 1}^k) / 2$$

Cette raison nous amène à adopter le dernier mode de pondération qui offre l'avantage supplémentaire d'être plus rapide à évaluer que le premier.

On notera que l'écriture de l'équation (13) impose, dans le cas d'un milieu stratifié, que l'interface de séparation entre deux horizons soit située entre deux noeuds de calcul à $\Delta z/2$. Dans ce cas, lorsque les noeuds i et $i+1$ appartiennent à deux couches différentes, la conductivité hydraulique de chaque noeud sera prise dans la couche correspondante. En effet, si l'interface était située au niveau d'un noeud de calcul, il serait impossible d'y évaluer la conductivité hydraulique.

13. Choix du pas de l'espace :

Le pas de l'espace est fixé dans le modèle à $\Delta z = 2.5$ cm. Ceci représente un compromis entre une approximation acceptable de variation linéaire de la pression entre deux points de calcul et l'allocation d'une taille mémoire raisonnable dans le calculateur. De plus, les épaisseurs des différentes couches introduites dans le modèle étant arrondies au plus proche multiple entier de Δz (celle de l'horizon superficiel est majorée de $\Delta z/2$ dans le cas d'un profil stratifié), les éventuelles différences entre le profil réel et le profil simulé ne sont pas significatives.

14. Choix du pas de temps :

14.1. Pendant l'infiltration :

La cinétique de l'écoulement étant rapide pendant cette phase, il convient que le pas de temps soit assez faible afin d'obtenir une précision suffisante. Bien qu'il soit gardé constant pendant toute la durée de l'infiltration, sa valeur dépend des caractéristiques du milieu et de la condition appliquée à la surface : le pas de temps est d'autant plus faible que la conductivité à saturation de la couche superficielle (qui conditionne l'écoulement aux temps initiaux) est élevée, il est plus réduit lorsque la condition appliquée à la surface est une lame d'eau que lorsqu'elle est une pluie. La distinction entre les deux types de condition à la surface provient du fait que la première est plus contraignante que la seconde. En effet, pour cette dernière, le flux à la surface est fini quel que soit le temps, alors qu'il est théoriquement infini à $t = 0$ pour la première.

14.2. Pendant la redistribution :

Pendant cette phase la cinétique de l'écoulement est assez rapide au début mais se ralentit au fur et à mesure que le ressuyage se prolonge. Il paraît donc normal de commencer la simulation de cette phase avec un pas de temps faible et de

l'allonger par la suite suivant l'évolution de la cinétique de l'écoulement. Lorsque l'infiltration est simulé, le même pas de temps sera appliqué au début du ressuyage. Dans le cas contraire, il est choisi en fonction des caractéristiques de la couche de surface. Afin de tenir compte de la cinétique de l'écoulement, la loi de variation du pas de temps est donnée par :

$$t = t^{k+1} - t^k = (m \cdot \Delta z) / q_{max}^k$$

q_{max}^k étant la valeur absolue du flux maximal dans le profil. Cette loi correspond à la recherche d'un Δt maximum, pendant lequel l'accroissement du volume d'eau dans une maille d'épaisseur Δz et de section unité soit limité à une valeur fixe. Le paramètre m est fixé à $0.005 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ (qui est de l'ordre de 1 à 2 % θ_s). Pour des temps longs, Δt ainsi calculé peut cependant devenir très grand et rendre par conséquent les résultats numériques peu précis. Pour cette raison, il est limité à 2.4 h., ce qui correspond à 10 pas de temps pour simuler un jour de ressuyage.

15. Validation du modèle :

Afin de valider le modèle, il convient de comparer les résultats simulés à des observations expérimentales obtenues dans des conditions telles que les hypothèses du modèle soient respectées. Pour cela, nous avons choisi des résultats expérimentaux obtenus sur des colonnes de sol (mono et bicouches) reconstitué au laboratoire. La rareté des résultats expérimentaux publiés dans la littérature sur des milieux comportant plus que deux couches nous a conduit à effectuer un "essai numérique" sur un tel milieu et juger de l'adéquation du modèle sur le critère de la conservation de la masse.

15.1. Sol monocouche :

Les résultats expérimentaux sont ceux de Touma (1984). Les caractéristiques $\theta(h)$ et $K(\theta)$ du sol (noté ST) sont données par des relations de la forme (3) et (5) (cf. § 3) dans lesquelles :

$$\theta_s = 0.312 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \theta_r = 0.027 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \alpha = -0.044 \text{ cm}^{-1};$$

$$\beta = 2.22; K_s = 15.4 \text{ cm/h} \text{ et } B = 6.07.$$

Les figures 1 et 2 comparent les profils hydriques observés et simulés lors d'une infiltration avec un flux constant à la surface de 8.3 et 20 cm/h respectivement. Dans les deux cas, le modèle traduit fidèlement la réalité physique. La valeur du flux correspondant à la figure 2 étant supérieure à K_s , elle entraîne la submersion de la surface qui a eu lieu numériquement à 21 mn. Le temps de submersion, -tel qu'il est défini numériquement-, n'a pas été mesuré lors de l'expérience, en revanche, une fine lame

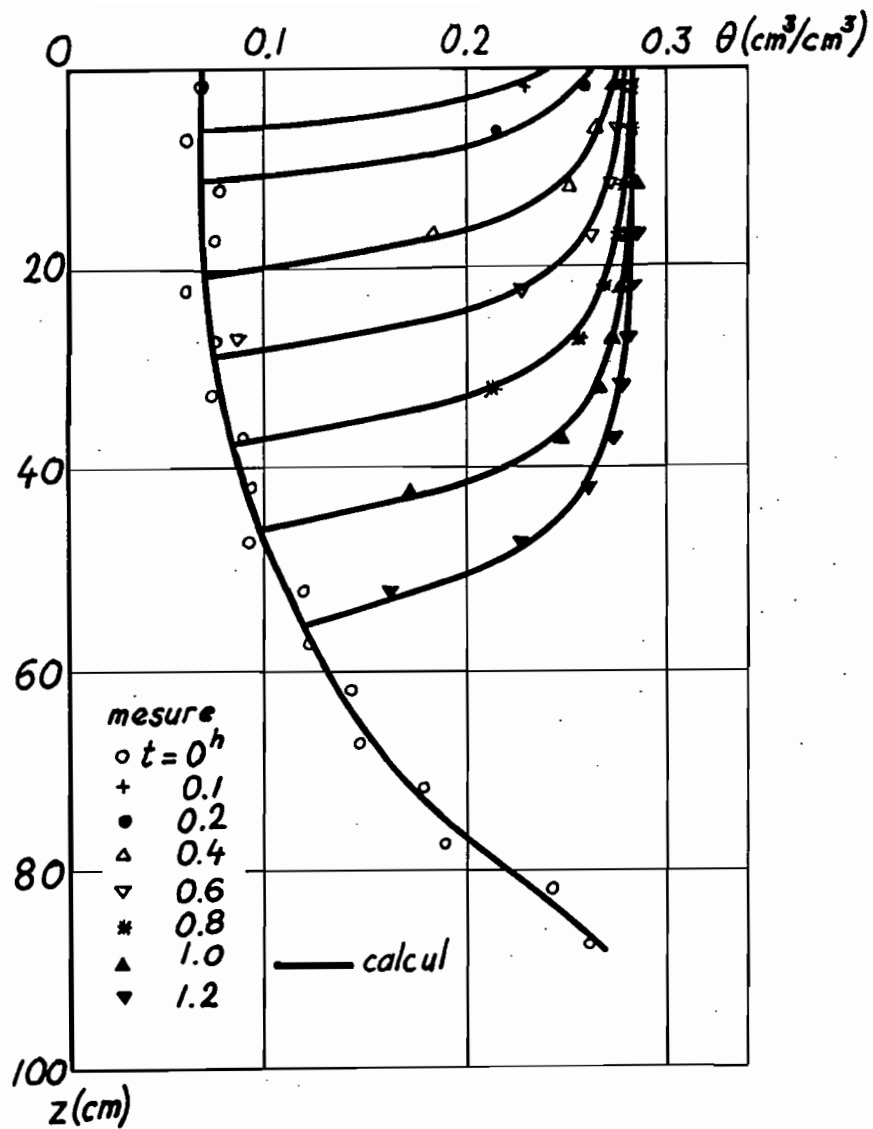


Figure 1 : Comparaison entre les profils hydriques mesurés et simulés pendant une infiltration à flux constant de 8.3 cm/h dans un sol monocouche.

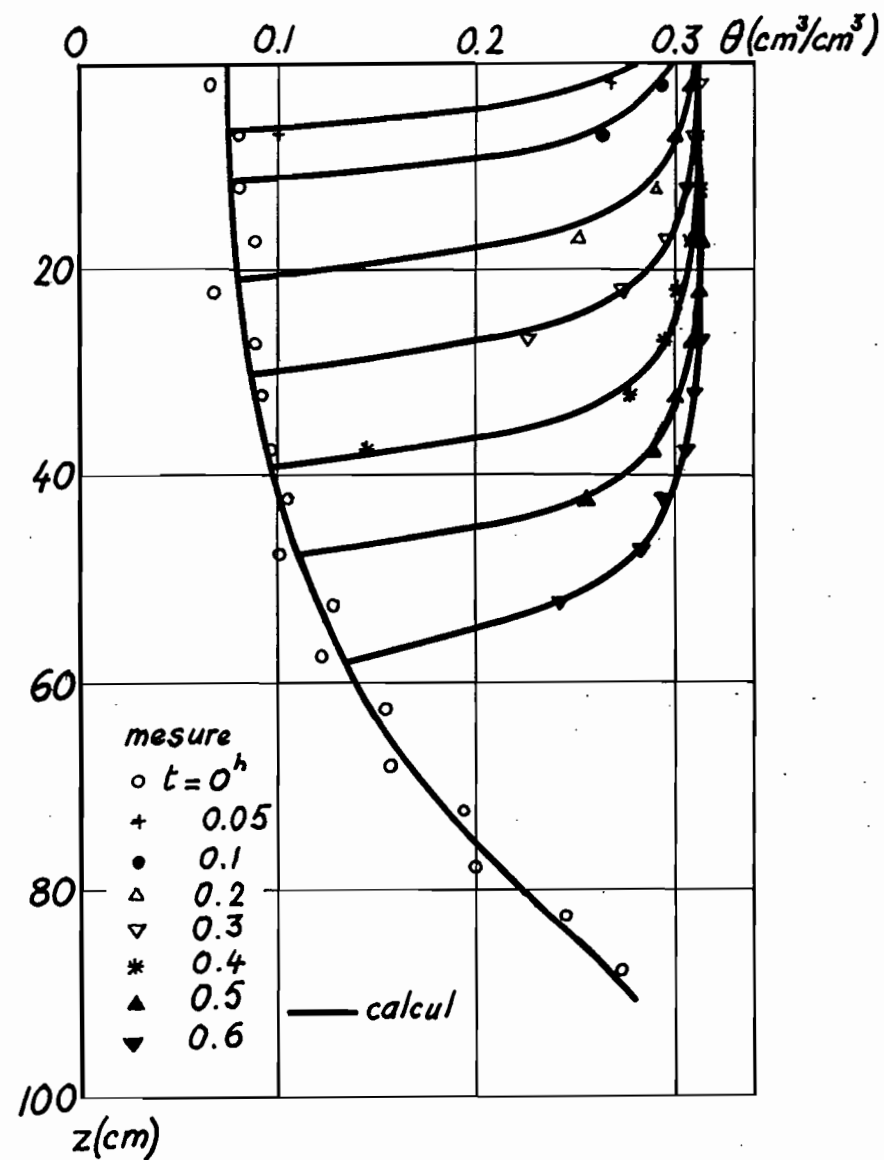


Figure 2 : Profils hydriques calculés et observés lors d'une infiltration à flux constant de 20 cm/h dans un sol monocouche.

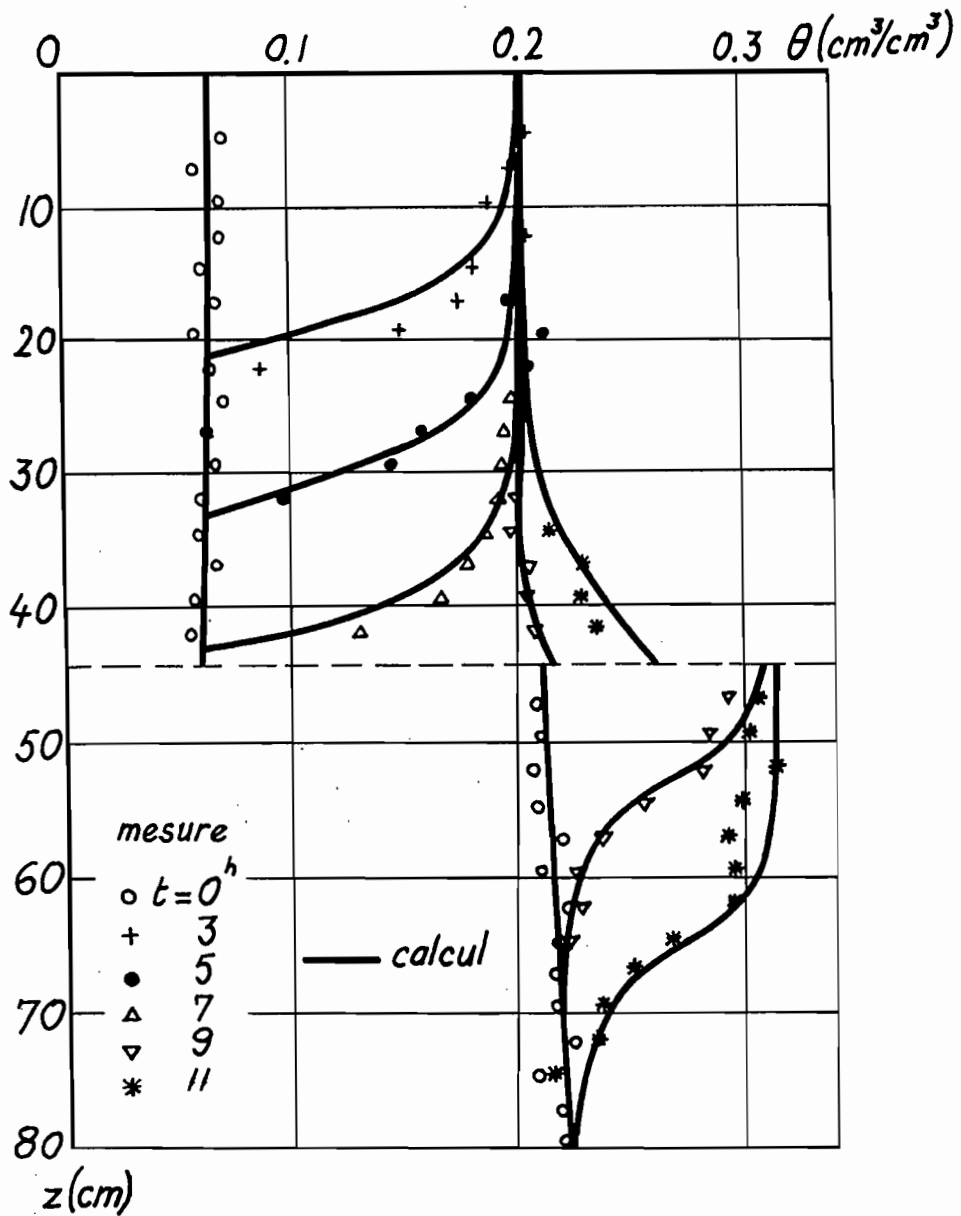


Figure 3 : Comparaison entre les profils hydriques mesurés et simulés dans un sol bicouches lors d'une infiltration à flux constant de 0.78 cm/h

d'eau qui a couvert la totalité de la surface du sol a été observée à 23 mn. Il est légitime dans ce cas de considérer que le temps de submersion numérique est assez proche de la réalité.

15.2. Sol bicouches :

Les résultats expérimentaux correspondant à ce cas sont ceux de Elmaloglou (1980). La couche supérieure, de 44.5 cm d'épaisseur est un sable grossier. Elle surmonte un sable fin (noté SE) de 49 cm d'épaisseur. Les caractéristiques $\theta(h)$ et $K(\theta)$ pour chacune des couches sont données par des relations de la forme (1) et (4) du § 3, avec les valeurs suivantes pour les paramètres (les indices 1 et 2 se rapportent aux couches supérieure et inférieure respectivement) :

$$\theta_{s_1} = 0.27 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \theta_{r_1} = 0.06 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \alpha_1 = -0.032 \text{ cm}^{-1}; \beta_1 = 3.16$$

$$K_{s_1} = 20 \text{ cm/h}; A_1 = -0.066 \text{ cm}^{-1}; B = 6.36$$

$$\theta_{s_2} = 0.312 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \theta_{r_2} = 0.208 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \alpha_2 = -0.019 \text{ cm}^{-1}; \beta_2 = 3.92$$

$$K_{s_2} = 0.72 \text{ cm/h}; A_2 = -0.059 \text{ cm}; B_2 = 2.35$$

La figure 3 montre les résultats expérimentaux et simulés obtenus lors d'une infiltration avec un flux de 0.78 cm/h à la surface. Dans ce cas aussi, le modèle reproduit fidèlement la réalité physique malgré les différences constatées pour le profil à 3 h.

15.3. Sol tricouches :

Le milieu étudié dans ce cas est constitué d'une couche supérieure d'un sol de Bambey (noté SB) dont les caractéristiques $\theta(h)$ et $K(\theta)$ sont données par des relations de la forme (2) et (5) du § 3, avec les valeurs suivantes pour les paramètres :

$$\theta_s = 0.301 \text{ cm}^3/\text{cm}^3; \theta_r = 0; h_0 = -37.7 \text{ cm}; \beta = -0.772;$$

$$h_t = -57.1 \text{ cm}; a = -2.21 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-5}; b = -1.98 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-4};$$

$$K_s = 4.7 \text{ cm/h}; B = 6.87$$

La couche intermédiaire, de 35 cm d'épaisseur est formée par le sol SE présenté § 15.2; quant à la couche profonde, elle est constituée du sol ST donné § 16.1.

Le profil initial est un profil gravitaire de la charge hydraulique : $H = -300 - z$, H étant la charge hydraulique à la cote z , auquel correspond une teneur en eau uniforme dans chaque couche.

L'infiltration a lieu sous une pluie d'intensité constante 20 mm/h pendant 6 h, suivie de 10 jours de redistribution en

drainage interne. Le choix de la condition à la surface pendant l'infiltration est dicté par deux considérations :

- la lame apportée à la surface du sol L , étant connue sans erreur à chaque instant ($L(t) = q.t$), il est possible de calculer le bilan de masse en la comparant à la somme des lames infiltrée, $L1(t)$, calculée par intégration des profils hydriques, accumulée à la surface du sol, $L2(t)$ et éventuellement ruisselée, $L3(t)$:

$$B = \{L(t) - L1(t) - L2(t) - L3(t)\}/L1(t)$$

- l'intensité de la pluie étant supérieure à la conductivité à saturation de la couche intermédiaire, entraîne la saturation de cette dernière après l'arrivée du front d'humectation à son niveau et la formation d'une nappe perchée dans la couche superficielle. Ceci permet de tester la flexibilité du modèle et son adéquation à tenir compte de tels phénomènes.

La figure 4 montre l'évolution du bilan de masse au cours du temps. A partir de $t \approx 1$ h, la valeur absolue de cette quantité reste inférieure à 1.5 %, ce qui prouve que le modèle est conservatif. Il est par conséquent légitime de considérer que les résultats simulés sont réalistes.

La figure 5 montre l'évolution des profils hydriques pendant l'infiltration. On note qu'après l'arrivée du front d'humidité au niveau de la première interface à $t \approx 2.5$ h, l'effet tampon de la couche intermédiaire se traduit par une humectation croissante de la couche superficielle au niveau de l'interface jusqu'à la saturation et la création d'une nappe perchée à $t \approx 4.25$ h, qui finit par affleurer à $t \approx 5$ h. La lame critique de 2.5 mm a été atteinte à $t \approx 5.8$ h, et il y a eu un faible ruissellement (1 mm).

La figure 6 montre l'évolution des profils hydriques pendant le ressuyage, l'origine des temps étant prise au moment de la disparition de la lame à la surface du sol. Deux remarques peuvent être faites :

- dans les deux couches superficielles, - et donc d'épaisseurs limitées-, l'évolution de l'humidité est d'autant plus rapide que la conductivité à saturation est élevée;

- malgré la saturation des couches de surface pendant l'infiltration, l'humidité maximale atteinte dans la couche profonde ($\theta \approx 0.17 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$) reste nettement inférieure à la saturation ($\theta_s = 0.312 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$). Ceci soulève le problème de l'adéquation des essais classiques pour la caractérisation de tels milieux.

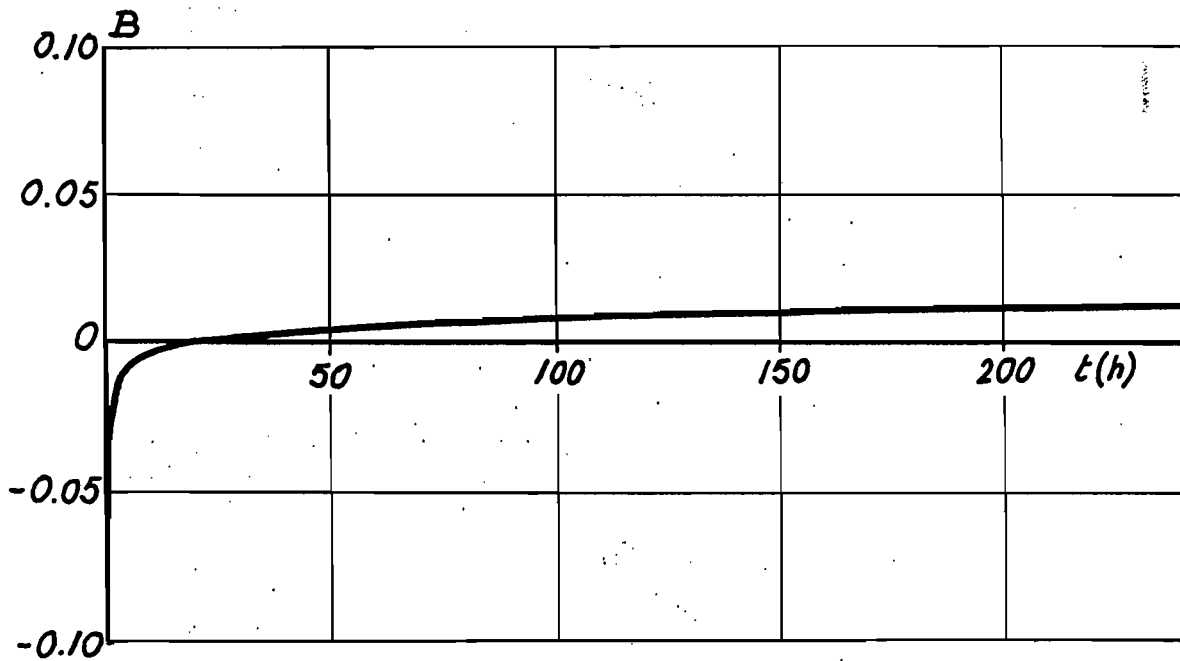


Figure 4 : Evolution du bilan de masse calculé pour une infiltration de 6h à flux constant de 2 cm/h, suivie de 10 jours de ressuyage en drainage interne dans un sol tricouches

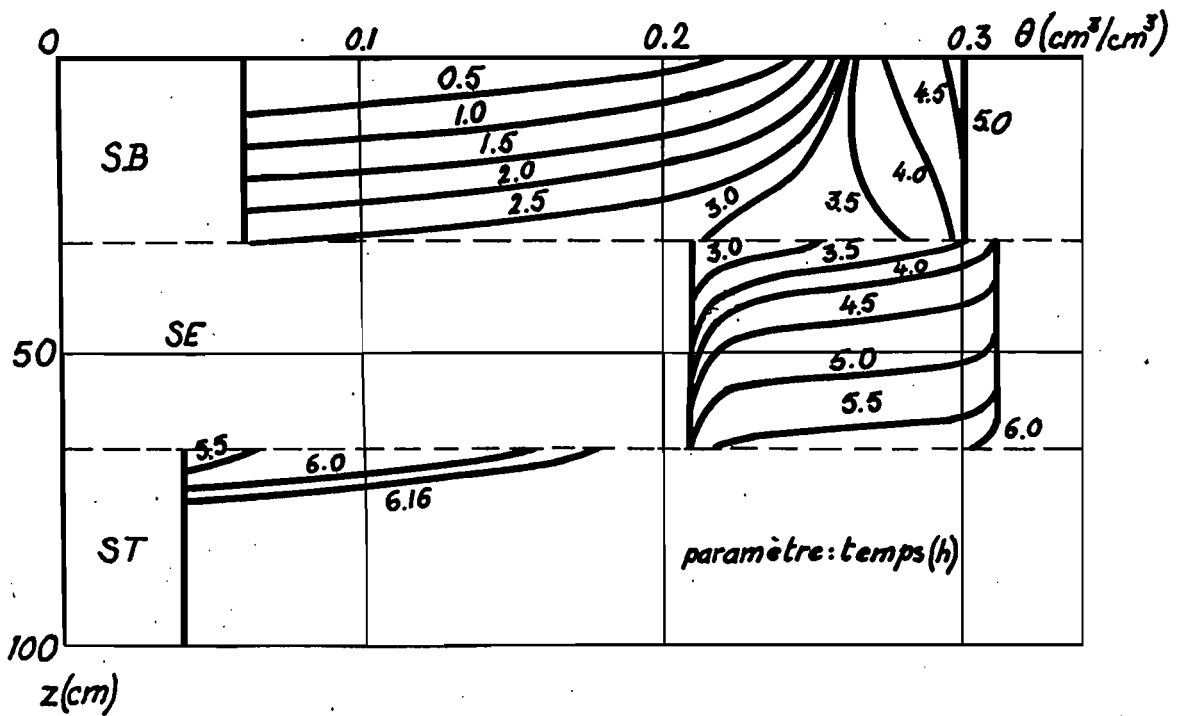


Figure 5 : Evolution des profils hydriques calculés pendant l'infiltration dans un sol tricouches

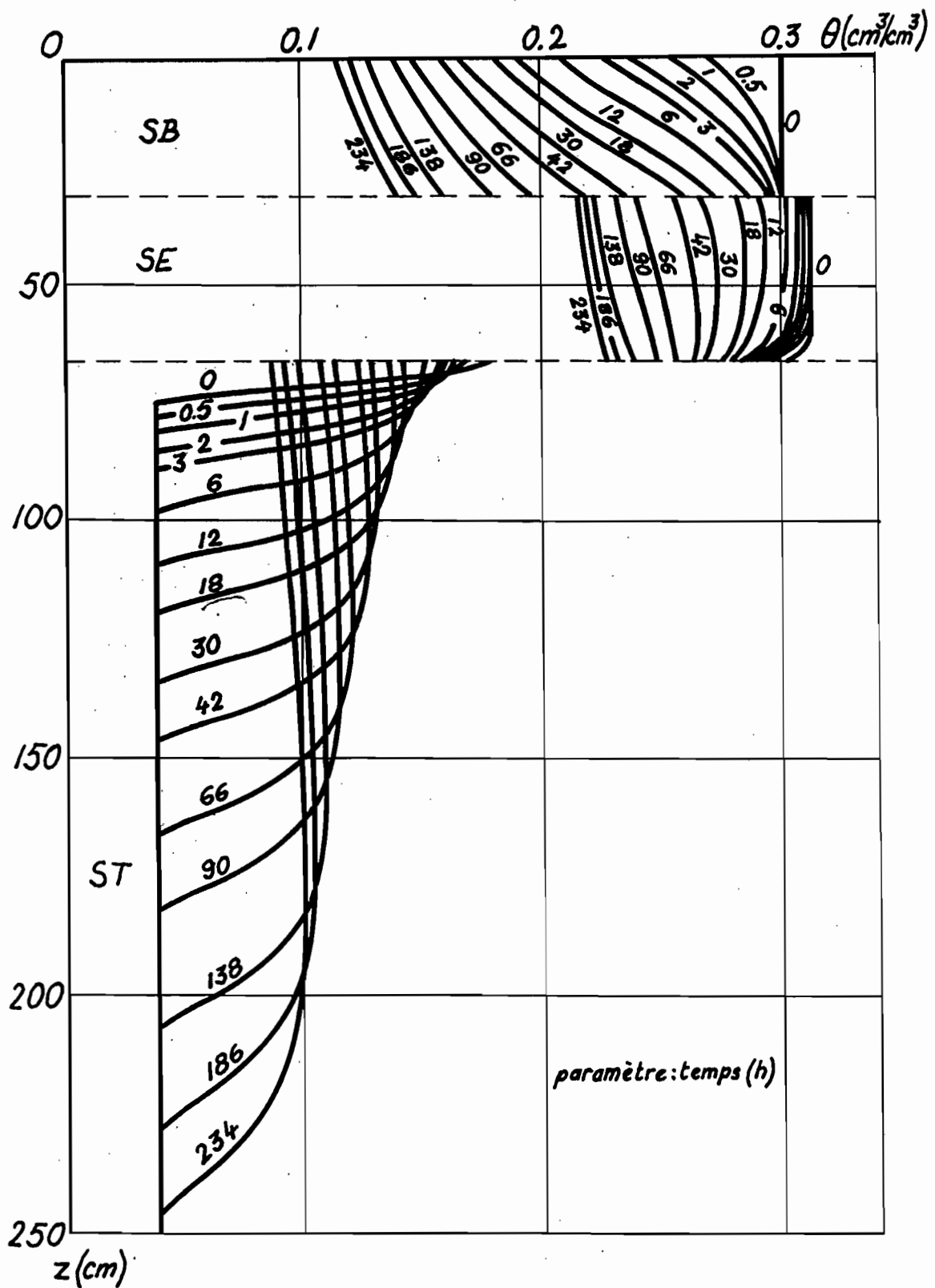


Figure 6 : Profils hydriques calculés pendant 10 jours de ressuyage en drainage interne dans un sol tricouche

16. Description et exploitation du modèle :

Il est écrit en langage FORTRAN77 (MICROSOFT FORTRAN), et conçu pour fonctionner de manière interactive : avant l'introduction de chaque donnée, celle-ci est décrite ainsi que les différents choix offerts à l'utilisateur. Dans la mesure du possible, une procédure de correction est prévue pour les fausses données introduites par inadvertance. En outre, après l'introduction des données, il est possible d'interrompre le calcul à tout moment et le reprendre à partir du point d'interruption. Il est adapté pour être exploité sur des micro-ordinateurs (possédant ou non un disque dur). Il demande une allocation mémoire d'environ 126 Ko et utilise 4 fichiers nommés VALINIT, RESULT1, RESULT2 et RESULTAT. Le premier de ces fichiers stocke toutes les données initiales. Les deuxième et troisième mémorisent les informations nécessaires à la reprise du calcul en cas d'une éventuelle interruption. Les sorties du modèle sont stockées dans le dernier fichier. L'exploitation du modèle ne nécessite pas que le MICROSOFT FORTRAN soit implanté dans le calculateur.

L'exécution du modèle se fait par le mot-clé "TEST". Toutes les réponses seront validées par la touche "retour chariot". La première question posée à l'utilisateur est de savoir s'il s'agit de la simulation d'un nouvel essai (réponse 1), ou de la reprise d'un ancien calcul qui a été interrompu (réponse 2), dans ce dernier cas aucune autre question ne sera posée à l'utilisateur.

Dans le premier cas, on demande le titre de l'essai simulé, la réponse étant une chaîne de 80 caractères au plus (dans l'hypothèse où l'on introduit plus que 80 caractères, l'excédent sera ignoré).

L'étape suivante consiste à définir les caractéristiques du profil. Les différentes formes de la courbe $\theta(h)$ données 5 3 seront distinguées par un code différent (1 pour la forme donnée par Van GENUCHTEN, 2 pour celle donnée par GARDNER et 3 pour la forme de BROOKS et COREY). La même distinction est faite pour $K(\theta)$ ou $K(h)$: 1 pour la forme donnée par GARDNER, 2 ou 3 pour celle donnée par BROOKS et COREY et 4 ou 5 pour une forme exponentielle. La distinction entre 2 et 3 ou 4 et 5 se fait sur la valeur du paramètre θ_r dans $K(\theta)$. Ce paramètre peut prendre la même valeur qui lui est donnée dans l'expression de $\theta(h)$, auquel cas le code de $K(\theta)$ est 2 ou 4, ou prendre la valeur nulle, et dans ce cas le code de $K(\theta)$ sera 3 ou 5. De plus, le modèle prévoit deux unités pour la conductivité à saturation K_s : soit des mm/h (code 1), soit des mm/j (code 2).

Le modèle demande le nombre de couches dans le profil (jusqu'à 5). Ensuite, pour chacune d'elles, il demande le code de la courbe $\theta(h)$ et ses paramètres :

- la teneur en eau à saturation θ_s (limitée à $0.6 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$);

- la teneur en eau résiduelle θ_r . Ces deux valeurs doivent être exprimées en fraction (cm^3/cm^3) et non en pourcentage;

- la valeur de α (lorsque le code de $\theta(h)$ est 1 ou 2) ou h_0 . Cette valeur est systématiquement négative;

- enfin, la valeur de β . Cette valeur est positive si le code de $\theta(h)$ est 1 ou 2, sinon elle est négative. Lorsque le code de la courbe $\theta(h)$ est 1, la valeur du paramètre τ est calculée directement par le programme.

Le modèle demande ensuite le code de la courbe K, puis le code de la conductivité à saturation K_s , et la valeur de ce paramètre. Lorsque le code de la courbe K est 1, le modèle demande la valeur de A qui doit être négative, sinon il demande d'introduire la valeur de B qui doit être positive pour tous les codes de K.

La dernière donnée à introduire dans cette étape est l'épaisseur de la couche en cm, sachant que les épaisseurs cumulées des différentes couches ne peuvent pas excéder 300 cm.

On passe ensuite à la définition de(s) la condition(s) appliquée(s) à la surface du sol. Pendant l'infiltration, cette condition est définie par le paramètre INFIL, et pendant la redistribution par le paramètre IREDIS. Chacun de ces paramètres peut prendre l'une des quatre valeurs : 0, 1, 2 ou 3. La valeur nulle pour l'un des paramètres signifie que l'utilisateur ne souhaite pas simuler la phase correspondante. Pour chaque paramètre, les trois valeurs non nulles distinguent les différents types de conditions décrites § 6. L'infiltration a lieu sous charge constante lorsque INFIL = 1, sous pluie d'intensité constante pour INFIL = 2 ou sous pluie d'intensité variable si INFIL = 3. Quant au ressuyage, il se fait totalement en drainage interne lorsque IREDIS = 1, ou totalement en conditions naturelles si IREDIS = 2 ou en drainage interne suivi de conditions naturelles pour IREDIS = 3.

Le modèle demande donc la valeur de INFIL. Lorsqu'elle est non nulle, il demande la durée de l'infiltration en minutes. Cette durée doit être le moment de l'arrêt de la pluie ou celui où la lame d'eau n'est plus maintenue constante à la surface. De cette façon, et lorsque la redistribution est simulée, le modèle détermine numériquement le moment de la disparition de la lame d'eau à la surface lorsque INFIL = 1 (de même que pour INFIL = 2 ou 3 s'il y a eu accumulation de lame d'eau en surface pendant la pluie).

La donnée suivante que le modèle demande à introduire est :

- l'épaisseur de la lame d'eau en mm lorsque INFIL = 1;
- l'intensité de la pluie en mm/h si INFIL = 2;
- le nombre d'intervalles du hyétogramme pour INFIL = 3.

Dans ce cas, on demande d'introduire la durée de chaque intervalle en minutes et l'intensité de la pluie en mm/h pendant cet intervalle.

Le modèle demande ensuite d'introduire la valeur du paramètre IREDIS. Lorsque cette valeur est positive, il demande la durée du ressuyage en nombre de jours. Si IREDIS = 2, il demande la valeur du flux d'évaporation (qui doit être négatif) pendant chaque jour de ressuyage. Dans le cas où IREDIS = 3, le modèle demande le nombre de jours pendant lesquels le ressuyage a été effectué en drainage interne, puis les flux d'évaporation journaliers pendant les jours restants.

L'étape suivante est l'introduction de la condition qui règne à la base du profil décrite § 7. Celle-ci est définie par le paramètre LIMIT qui peut prendre la valeur 1 ou 2. La première valeur correspond à une nappe fixe dans le temps, la seconde à la charge hydraulique mesurée en fonction du temps à la cote de mesure la plus profonde. Une fois la valeur de LIMIT introduite, le modèle demande la profondeur z_n en cm à laquelle il faut appliquer cette condition. Dans le cas où LIMIT = 2, le modèle demande les temps des mesures tensiométriques à z_n et les valeurs mesurées à ces temps $H(z_n, t)$. La limite étant de 100 couples ($t, H(z_n, t)$).

On passe ensuite à la définition de la condition initiale décrite § 5. On rappelle que celle-ci correspond au profil de la charge hydraulique mesuré immédiatement avant la première phase simulée. Le modèle demande donc d'introduire la cote de mesure tensiométrique et la charge mesurée à cette cote qui doit être négative. La limite étant de 30 cotes de mesure au plus.

Les dernières données à introduire dans le modèle sont les temps auxquels les mesures des profils hydriques (ou tensiométriques) ont été effectuées pendant l'essai réel : les sorties du modèle seront faites à ces temps afin que la comparaison entre expérience et simulation soit pertinente. La limite étant de 100 temps de mesure.

Signalons qu'à la fin de chaque étape, toutes les données introduites sont affichées à l'écran pour confirmation (réponse par un chiffre quelconque non nul) ou une éventuelle modification (réponse par 0 (zéro)). De même, les réponses non autorisées seront rejetées et la question est reposée de nouveau. A titre d'exemple, lors de l'introduction des valeurs de θ_s et θ_r , si la seconde est supérieure à la première, ou si l'une de ces valeurs est négative ou supérieure à 0.6, la réponse sera rejetée.

Une fois toutes les données introduites et acceptées, le message suivant est affiché à l'écran : "Toutes les données sont sur fichier". Il est alors possible d'interrompre le calcul et de le reprendre ultérieurement, mais pas avant l'apparition de ce message. De même, à la fin du calcul le message suivant est affiché à l'écran : "Calcul terminé, pensez à imprimer le fichier RESULTAT ou à le sauvegarder sous un autre nom avant une nouvelle

exploitation du modèle".

Le temps de calcul que nécessite la simulation d'un essai dépend évidemment des conditions de l'essai, du type de sol et aussi du type de calculateur. A titre d'exemple, la simulation décrite § 15.3, effectuée sur le matériel de Dakar (un micro-ordinateur PC-AT équipé d'un disque dur et d'un coprocesseur arithmétique qui fonctionne à 6 MHz), a demandé environ 2 heures de temps de calcul.

ANNEXE A

Recherche des coefficients dans la forme modifiée de la
courbe $\theta(h)$ donnée par BROOKS et COREY

Cette forme est écrite :

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h}{h_o} \right)^\beta + \theta_r \quad \text{pour } h \leq h_\ell \quad (A1)$$

$$\theta = ah^n + bh^{n-1} + \dots + ph^2 + qh + \theta_s \quad \text{pour } h_\ell < h \leq 0 \quad (A2)$$

$$\theta = \theta_s \quad \text{pour } h > 0$$

Les coefficients a, b, \dots doivent satisfaire la condition suivante : au point de jonction $h = h_\ell$, la courbe $\theta(h)$ ainsi que sa dérivée $d\theta/dh$ doivent être continues. Ceci implique que les valeurs de $\theta, d\theta/dh$ et $d^2\theta/dh^2$ calculées par l'expression (A1) doivent être les mêmes que celles calculées par (A2) à $h = h_\ell$. Ce qui fournit trois équations. Il est donc possible de calculer trois inconnues dont h_ℓ . Seuls deux coefficients du polynôme (A2) peuvent par conséquent être déterminés.

Les inconnues a, b et h_ℓ sont solution du système :

$$\theta = ah^n + bh^{n-1} + \theta_s = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h}{h_o} \right)^\beta + \theta_r$$

$$\frac{d\theta}{dh} \Big|_{h=h_\ell} = nah^{n-1} + (n-1)bh^{n-2} = \frac{\beta (\theta_s - \theta_r)}{h_o} \left(\frac{h}{h_o} \right)^{\beta-1}$$

$$\frac{d^2\theta}{dh^2} \Big|_{h=h_\ell} = n(n-1)ah^{n-2} + (n-1)(n-2)bh^{n-3} = \frac{\beta(\beta-1)(\theta_s - \theta_r)}{h_o^2} \left(\frac{h}{h_o} \right)^{\beta-2}$$

d'où l'on tire :

$$a = - \frac{1}{h_\ell^n} \frac{\beta(n-1)(\theta_s - \theta_r)}{n-\beta}$$

$$b = \frac{1}{h_\ell^{n-1}} \frac{\beta n(\theta_s - \theta_r)}{n-\beta-1}$$

$$\theta_t = \frac{n(n-1)\theta_s - \beta(2n-\beta-1)\theta_r}{(n-\beta)(n-\beta-1)}$$

Cette dernière équation fournit la valeur de h_ℓ par l'intermédiaire de (A1). Les valeurs de a , b et θ_ℓ doivent en outre vérifier la condition supplémentaire suivante : dans l'intervalle (θ_ℓ, θ_s) la courbe donnée par (A2) ne doit posséder qu'un seul sommet à $\theta = \theta_s$ ($h = 0$). Cette condition est toujours satisfaite, car le deuxième sommet de cette courbe, situé à $h_m = h_\ell(n-\beta)/(n-\beta-1)$, est en dehors du domaine d'application de (A2) puisque $h_m < h_\ell$.

BIBLIOGRAPHIE

- Arya L.M., J.A. Farrell, G.R. Blake, 1975. A field study of soil water depletion patterns in presence of growing soybean roots: I. Determination of hydraulic properties of the soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 39, 424-430.
- Brooks R.H., A.T. Corey, 1964. Hydraulic properties of porous media. *Hydrol. Paper n°3*. Colorado State University, Ft Collins.
- Bouwer H., 1966. Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis. *Water Resour. Res.*, 2, 729-738.
- Caussade B.H., 1975. Simulation de phénomènes de diffusion non linéaire par système hybride. Thèse de Docteur ès Sciences Physiques. Université Paul Sabatier. Toulouse.
- Childs E.C., N. Collis-George, 1950. The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc. London*, 210A, 392-405.
- Cushman J.H., 1983. Nonstandard finite element analysis of immiscible displacement. *Soil Sci.*, 135, 135-142.
- Elmaloglou S., 1980. Effets des stratifications sur les transferts de matières dans les sols. Thèse de Docteur-Ingénieur. Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
- Gardner W.R., 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci.*, 85, 228-232.
- Hanks R.J., S.A. Bowers, 1962. Numerical solution of the moisture flow equation for infiltration into layered soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 29, 530-534.
- Haverkamp R., M. Vauclin, J. Touma, P.J. Wierenga, G. Vachaud, 1977. A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 41, 285-294.
- Hillel D., V.D. Krentos, Y. Stilianou, 1972. Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in-situ. *Soil Sci.*, 114, 395-400.
- Neuman S.P., 1972. Finite element computer programs for flow in saturated-unsaturated porous media. Second annual report (part 3). Technion, Israel Institute of Technology.
- Philip J.R., 1957. The theory of infiltration : I. The infiltration equation and its solution. *Soil Sci.*, 83, 345-357.

Remson I., G.M. Hornberger, J.F. Molz, 1971. Numerical methods in subsurface hydrology. John Wiley & sons ed., New-York.

Richards L.A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics, 1, 318-333.

Touma J., 1984. Etude critique de la caractérisation hydrodynamique des sols non saturés : rôle de l'air, influence de l'écoulement multidimensionnel de l'eau. Thèse de Docteur ès Sciences Physiques. Université Scientifique et Médicale de Grenoble.

Van Genuchten M.Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J., 44, 892-898.

Vauclin M., R. Haverkamp, G. Vachaud, 1979. Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés. Presses Universitaires de Grenoble.