

# 19

## **Comparaison d'algorithmes de prévision des crues sur le fleuve Sénégal**

C. THIRRIOT<sup>(1)</sup>, S. SAMBOU<sup>(2)</sup>, J.P. LAMAGAT<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> *ENSHEIET, Toulouse, France*

<sup>(2)</sup> *Faculté des Sciences, Dakar, Sénégal*

<sup>(3)</sup> *ORSTOM, Dakar, Sénégal*

### **Modèles de prévision**

La subdivision classique distingue deux types de modèles :

— modèles déterministes, basés sur les équations de Saint-Venant, dont la résolution, essentiellement par voie numérique, s'effectue soit par la méthode des différences finies à l'aide de schémas explicites ou implicites, soit par la théorie des caractéristiques;

— modèles stochastiques pour lesquels on considère la réalisation d'un débit comme un phénomène aléatoire.

La distinction entre ces deux méthodes n'est pas nette, les méthodes déterministes présentant un caractère stochastique par la détermination des coefficients.

Sur le bief Bakel-Matam, nous avons distingué les modèles de prévision en une station et les modèles de prévision entre deux stations.

### Prévision en une station

A partir d'observations antérieures à la date  $t_0$ , à la station donnée, nous avons construit par interpolation puis par lissage des polynômes que nous avons utilisé pour faire de la prévision à la date  $t_0 + Dt$ .

#### *Polynôme d'interpolation*

Nous partons du fait que pour un polynôme de degré  $p-1$ , la différence à l'ordre  $p$  est nulle.

En utilisant les propriétés des opérateurs d'avancement et de différence arrière, qui s'expriment respectivement par :

$$EQ_k = Q_{k+d} \quad \text{et} \quad DQ_k = Q_k - Q_{k-d}$$

nous montrons que la différence à l'ordre  $p$  s'écrit, en utilisant la formule du binôme :

$$D^p Q_k = \sum_{i=0}^p C_i^p (-E^{-1})^{p-i} Q_k \quad (1)$$

Si nous utilisons un polynôme de degré  $p-1$ , cette expression devient nulle, ce qui donne suivant les valeurs de  $p$  les algorithmes pour l'extrapolation linéaire, parabolique, et avec un polynôme de degré 3.

#### *Polynôme de lissage*

Nous ajustons à  $n$  couples  $(i, Q)$ ,  $i \in [n - t_0, t_0]$ , des fonctions d'expression connue, en utilisant la technique des moindres carrés. Nous extrapolons ces fonctions à la date  $t_0 + Dt$  pour la prévision.

Suivant les fonctions choisies, nous aurons, en posant :

$$V_{n-i} = Q_i \quad U_i = \frac{n-i}{Dt}$$

— lissage linéaire :

$$V_{n-i} = a_0 + a_1 U_i + \epsilon_i \quad (2)$$

— lissage parabolique :

$$V_{n-i} = a'_0 + a'_1 U_i^2 + a'_2 U_i^3 + \epsilon_i \quad (3)$$

Les coefficients sont déterminés par la méthode des moindres carrés et nous en avons déduit les algorithmes de prévision suivant le nombre de couples utilisés.

**Prévision entre deux stations**

Nous utilisons l'information collectée en deux ou plusieurs stations et antérieure à la date  $t_0$  pour faire la prévision à la date  $t_0 + Dt$ . Nous avons étudié deux types de modèles :

- modèles déterministes dérivés des équations simplifiées de Saint-Venant;
- modèles stochastiques, basés sur les processus ARMA.

**Prévision par Muskingum avec extrapolation amont**

A partir de l'équation de continuité en présence d'apports intermédiaires mise sous la forme :

$$\frac{dV}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) + \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} q(x,t) dx dt$$

nous intégrons par la méthode des trapèzes en faisant les hypothèses suivantes :

- absence d'apports intermédiaires;
- courbe de tarage univoque;
- loi section mouillée-débit de la forme :  $S(Q) = a Q$ ;
- volume stocké dans le bief :  $V = (\theta S_1(t) + (2 - \theta) S_2(t)) D_x$ .

Nous obtenons l'algorithme aux différences finies ci-dessous :

$$Q_s(t + Dt) = C_0 Q_m(t) + C_1 Q_m(t + Dt) + C_2 Q_s(t)$$

où  $Q_s$  et  $Q_m$  respectivement débits entrant et sortant du bief étudié,  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  coefficients dépendant des caractéristiques du bief.

En temps réel, cet algorithme ne permet pas de faire de la prévision des crues, d'où un recours à l'extrapolation. Par ailleurs, si nous ajoutons un terme d'innovation  $\epsilon_i$ , nous obtenons un algorithme analogue à ceux décrivant les processus stochastiques, ce qui justifie l'utilisation de la méthode des moindres carrés pour la détermination des coefficients  $C_i$ . D'où l'équation utilisée pour la prévision en temps réel (figure 3) :

$$Q_s(t + Dt) = C_0 Q_m(t) + C_1 (2 Q_m(t) - Q_m(t - Dt)) + C_2 Q_s(t) + \epsilon_i \quad (4)$$

**Prévision par analyse des temps de propagation**

En toute rigueur, le temps de propagation dépend du débit. Cette relation, négligeable pour les faibles crues, compte tenu de l'échelle de temps choisi (un jour), ne peut plus être ignorée pour les fortes crues. La prévision ne peut alors plus être faite avec un délai constant quel que soit le débit. Nous allons construire une méthode de prévision basée sur l'évolution du temps de propagation avec le débit.

Partant du système d'équations de dispersion parabolique :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta Q}{\delta x} + \frac{\delta S}{\delta t} &= q \\ \frac{\delta H}{\delta x} &= I - J \end{aligned} \right\}$$

si nous supposons :  $\frac{\delta H}{\delta x} \approx 0$

$$S = S_0 \left( \frac{H}{H_0} \right)^m$$

et si nous prenons une loi de perte de charge de la forme :

$$J = \frac{Q^2}{C^2 R S^2}$$

nous obtenons pour le débit une expression de la forme :

$$Q = Q_0 \left( \frac{H}{H_0} \right)^{m/2}$$

Le système se réduit alors à une seule équation :

$$\frac{\delta H}{\delta t} + V_0 \frac{n}{2 m} \frac{\delta H}{\delta x} = \frac{q}{f(H)} \quad (5)$$

avec  $f(H) = H^{m-1} \frac{m}{2} \frac{Q_0}{H_0}$

or  $H = H(x, t)$ , d'où

$$\frac{\delta H}{\delta t} + \frac{dx}{dt} \frac{\delta H}{\delta x} = \frac{dH}{dt} \quad (6)$$

En identifiant les expressions (5) et (6) terme à terme, il vient en définitive :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{n}{2 m} V_0 \quad (7)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{q}{f(H)} \quad (8)$$

La propagation de la crue entre les deux stations peut être décrite par les deux fonctions :

—  $\tau(H1)$  qui à une hauteur (resp. débit) amont fait correspondre son temps de propagation;

—  $H2(H1)$  qui à une hauteur (resp. débit) amont associe une hauteur (resp. débit) à l'aval au bout d'un temps égal au temps de propagation  $\tau(H1)$  de l'onde d'amplitude  $H1$ .

Nous verrons au cours des essais, qu'en pratique, ces modèles présentent un caractère stochastique très poussé, de sorte qu'on pourrait les construire a priori,

en faisant fi de toute tentative de justification physique, ce qui va nous conduire aux modèles ARMA.

### Modèles ARMA

Les séries temporelles des débits moyens journaliers se caractérisent par une dépendance marquée entre observations successives. Les modèles ARMA, par leur conception, permettent de les modéliser.

Ces modèles expriment la quantité à prévoir comme une combinaison linéaire des  $n_0$  observations antérieures, avec un terme aléatoire qui représente l'erreur de prévision. Les paramètres de ces modèles sont déterminés à partir des techniques d'estimation.

En pratique, pour des prévisions entre deux stations situées sur les emplacements  $x$  et  $x + Dx$ , l'algorithme peut se mettre sous la forme :

$$Q(x + Dx, t + Dt) = \sum_{j=1}^{n_0} a_j Q_v(x + Dx, t - j * Dt) + \sum_{k=1}^{n_1} a_k Q_m(x, t - k * Dt) + \epsilon(t)$$

où  $a_j$  et  $a_k$  sont des coefficients constants,  $Q_m$  et  $Q_v$  respectivement les débits à l'amont et à l'aval du bief considéré.

Les valeurs de  $j$  et  $k$  doivent être aussi faibles que possible pour éviter l'instabilité du schéma.

## Application au bief Bakel-Matam

### Le cadre physique

Les modèles ont été appliqués sur le bief Bakel-Matam, long de 172 km, sur un échantillon de crues couvrant la période de 1960 à 1982.

Le sous-bassin étudié se situe dans la zone climatique de type sahélien, avec une pluviométrie moyenne de 495 mm/an à Bakel.

Le relief est pratiquement plat, en dehors de quelques buttes, mais par contre, la microtopographie est très complexe. Le fleuve coule entre deux hautes levées entaillées de brèches qui communiquent avec les parties basses du lit majeur. Lors des fortes crues, l'écoulement latéral par ces brèches provoque l'inondation du lit majeur (figure 1).

Cette morphologie du bassin met en évidence deux types de crues. Les crues faibles qui se propagent essentiellement dans le lit avec un temps de propagation de l'ordre de 2 à 3 jours entre Bakel et Matam et les crues fortes, qui du fait du débordement sont amorties, ralenties et lissées à Matam. Leur temps de propagation déterminé par l'analyse des corrélogrammes est de l'ordre de 8 à 10 jours (figure 2).

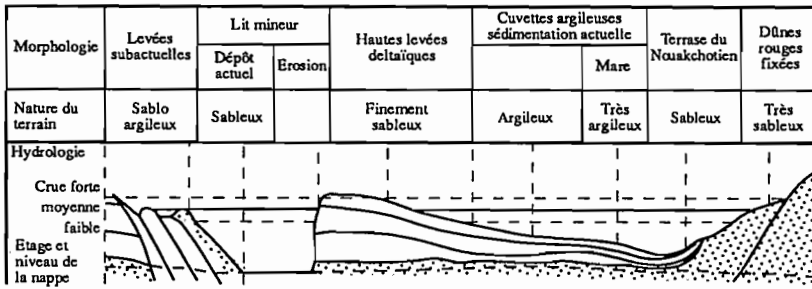


Figure 1. Coupe schématique de la basse vallée du Sénégal. Levées et cuvettes (traits noirs continus). Dépôts sableux : zones pointillées (d'après P. Michel).

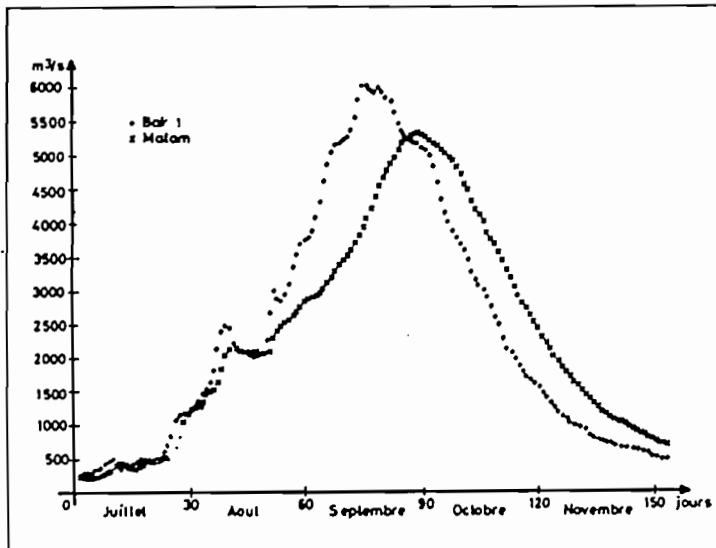


Figure 2. Bakel-Matam (1967). Hydrogrammes observés.

### Analyse des essais. Critères de qualité

Pour étudier et comparer les différents modèles entre eux, nous utiliserons parmi tous les moyens existant, les critères graphiques (graphes calculés-observés) et les fonctions de répartition des critères statistiques ci-dessous :

- l'écart quadratique moyen ramené au débit maximum qui permet de comparer les hydrogrammes calculé-observé dans leur globalité;

- l'erreur relative de pointe qui, ponctuellement, va tester la prévision du maximum.

### **Simulation des prévisions : calage**

Nous avons testé les différents modèles sur le bief Bakel-Matam, sur une série de 20 crues, de 1961 à 1982.

#### *Prévision en une station extrapolation-lissage*

Les critères se dégradant au fur et à mesure que le délai de prévision augmente, nous nous sommes limités à 2 jours.

L'augmentation du degré du polynôme (extrapolation : figures 3a, 3b) ou du nombre de points de base (lissage : figures 4a, 4b) n'améliore pas la prévision, par suite de l'instabilité due à l'alternance de signes + et -.

Ces méthodes conviennent donc pour des délais faibles, lorsque les hydrogrammes ne sont pas très irréguliers.

#### *Prévision entre deux stations*

##### *Muskingum avec extrapolation amont. Régression linéaire*

Ces deux méthodes, dans leur version définitive, peuvent être considérées comme des cas particuliers des processus ARMA, avec en différence l'importance accordée à l'influence des débits provenant des stations amont.

Les essais de prévision à délais constants et égaux au temps de propagation ont mis en évidence deux comportements différents :

- pour les crues faibles, les résultats sont généralement satisfaisants (figure 5);
- pour les crues fortes ou très fortes, il apparaît un décalage entre hydrogrammes calculés et observés, qui se résorbe ensuite au voisinage du maximum (figure 6).

Ce dernier comportement s'explique par l'évolution du temps de propagation en fonction du débit, l'écoulement latéral par les brèches ayant pour effet de ralentir les crues.

Dans ce cas, en utilisant les coefficients différents suivant le temps de propagation, nous avons amélioré, de façon notable, les simulations (figure 7).

Les mêmes phénomènes ont été observés en utilisant la méthode de régression linéaire.

Les essais ont mis en évidence, dans les deux cas, la nécessité, pour les crues fortes, de tenir compte de l'évolution du temps de propagation avec le débit.

##### *Analyse des temps de propagation entre deux stations*

Nous avons travaillé avec les débits, bien qu'en toute rigueur les stations de tarage ne soient pas univoques.

Cette méthode généralise la prise en compte de l'adéquation temps de propagation-délai de prévision.

Nous l'avons utilisée sur le bief Bakel-Matam.

Nous avons effectué deux calages différents suivant l'importance des crues :

- 1975-1978 pour les années sèches (écoulement uniquement dans le lit mineur) (figures 8a, 8b);

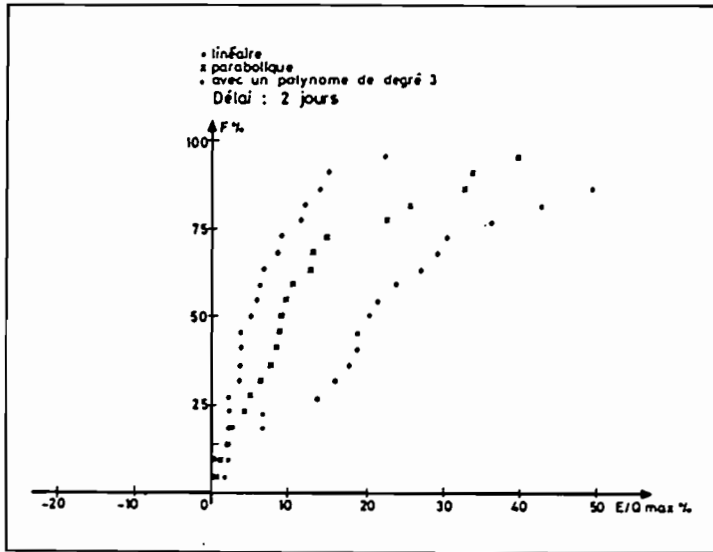


Figure 3a. Station de Matam. Prédiction par extrapolation. Fonction de répartition de l'erreur relative de pointe  $E/Q_{max}$ .

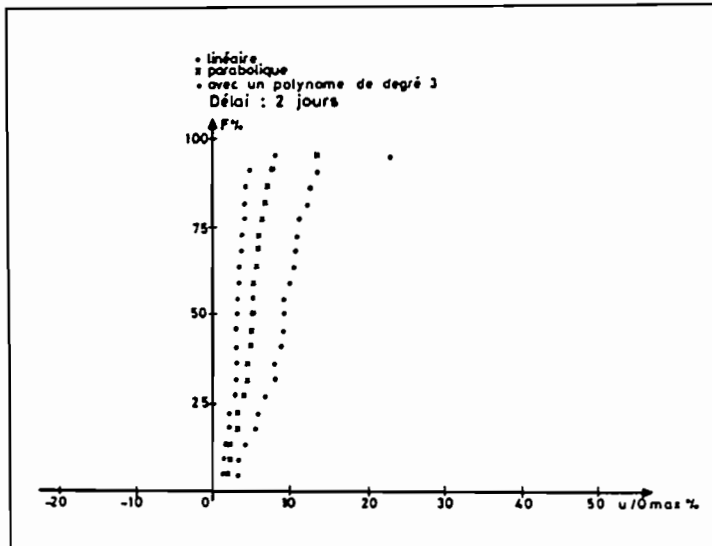


Figure 3b. Station de Matam. Prédiction par extrapolation. Fonction de répartition de l'écart-type des écarts  $u/Q_{max}$ .



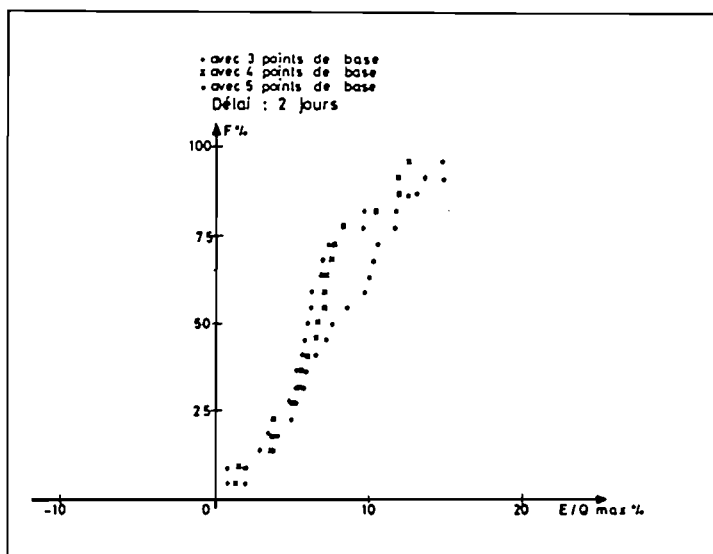


Figure 4a. Station de Matam. Prévision par lissage linéaire. Fonction de répartition de l'erreur relative de pointe  $E/Q_{max}$ .

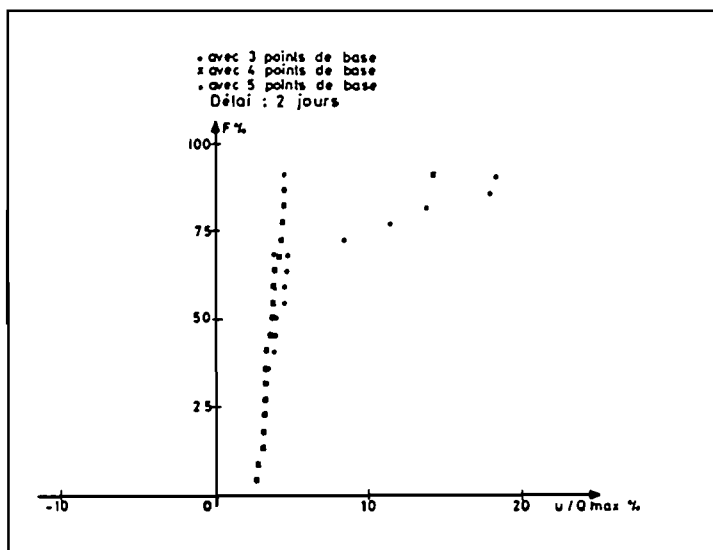


Figure 4b. Station de Matam. Prévision par lissage linéaire. Fonction de répartition de l'écart-type des écarts  $u/Q_{max}$ .

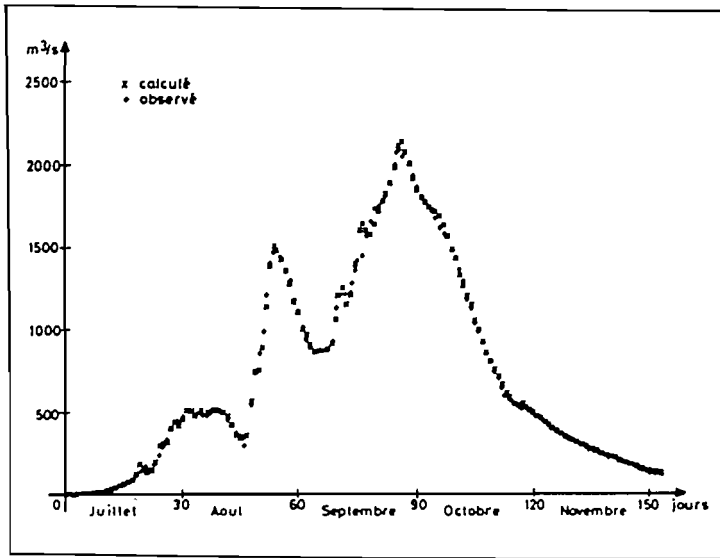


Figure 5. Bakel-Matam (1977). Muskingum avec coefficients constants. Délai 2 jours.

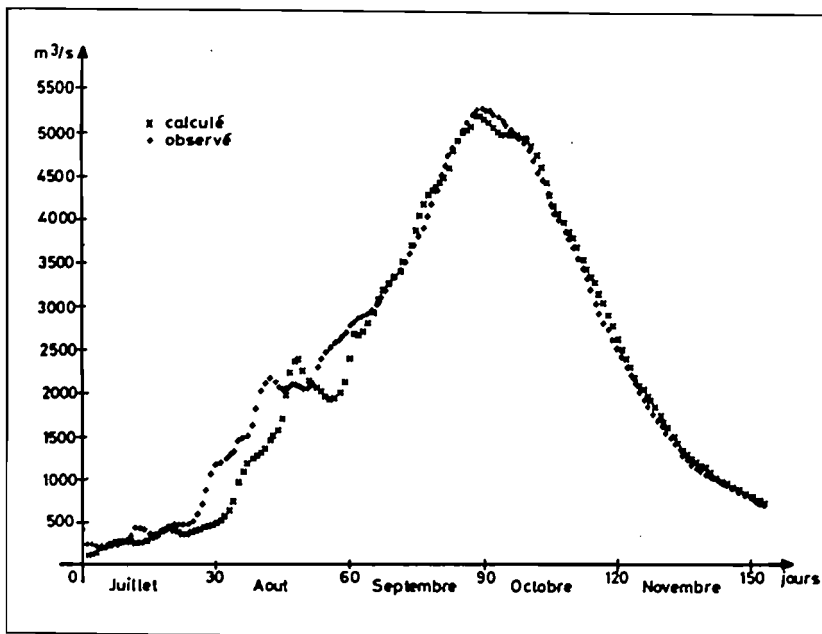


Figure 6. Bakel-Matam (1967). Muskingum avec coefficients constants. Délai 8 jours.

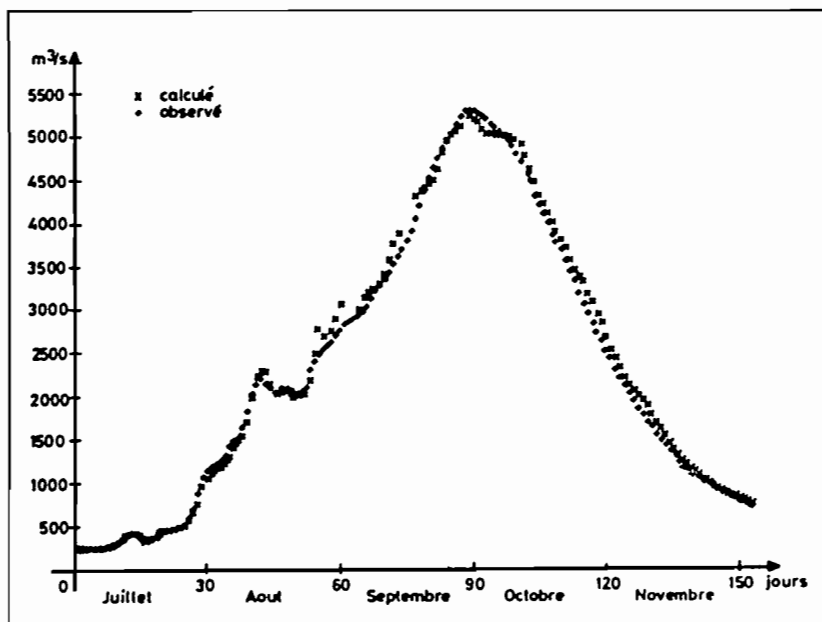


Figure 7. Bakel-Matam (1967). Muskingum avec coefficients variables. Délai 8 jours.

— 1961-1964 pour les années humides (écoulement dans le lit majeur) (figures 9a, 9b).

Entre les deux périodes de calage, sur le bief Bakel-Matam, nous avons constaté une évolution différente, suivant l'importance de la crue, des lois  $t(Q)$  et  $Q_2(Q_1)$ , que nous attribuons à l'influence de la nappe alluviale, qui pourrait, selon les cas, alimenter le fleuve ou être alimenté par l'écoulement fluvial. Ceci, pour être confirmé, nécessiterait une étude approfondie du mécanisme d'échanges fleuve-nappe.

Les essais sont plus satisfaisants sur les périodes sèches (figure 10) que sur les périodes humides (conformément à l'hypothèse faite d'un écoulement unidimensionnel) (figure 11). Il serait intéressant d'étendre ce modèle à un écoulement bidimensionnel.

## Comparaison des modèles

Nous avons utilisé les critères statistiques (locaux et globaux) pour comparer les modèles entre eux (Tableaux I, II et III).

**Tableau I.** Bief Bakel-Matam. Compétition entre méthodes : comparaison entre écarts-types des écarts.

Année	MSKC	REGRC	MSKV	REGR	ANLTP
1962	0.054	0.052	0.025	0.031	0.052
1964	0.062	0.062	0.041	0.041	0.047
1966	0.062	0.064	0.087	0.033	0.059
1967	0.044	0.045	0.048	0.019	0.040
*1976	0.028	0.030			0.031
*1977	0.016	0.017			0.033
*1978	0.015	0.020			0.039
*1980	0.012	0.016			0.038
*1981	0.017	0.029			0.043
*1982	0.019	0.024			0.036

**Tableau II.** Comparaisons des écarts relatifs de pointe.

Année	MSKC	REGRC	MSKV	REGRV	ANLT
1962	0.048	0.033	0.005	0.037	0.164
1964	0.000	-0.026	-0.002	-0.034	-0.014
1966	0.086	-0.024	0.069	0.039	0.043
1967	-0.022	-0.005	-0.017	-0.004	-0.118
*1976	-0.005	0.033			0.050
*1977	0.029	0.040			0.061
*1978	0.020	0.052			0.011
*1980	0.023	0.046			-0.002
*1981	0.052	0.009			-0.122
*1982	0.050	0.083			

Nous avons tenu compte de l'évolution des conditions naturelles d'écoulement en utilisant deux périodes d'essais différents. Nous attirons l'attention sur le fait que pour la méthode d'analyse des temps de propagation, les conditions d'application qui sont faites ne sont pas les meilleures.

L'influence du lit majeur intervient sur la performance des différents modèles.

Lorsque les crues sont faibles (1976-1982), la méthode Muskingum est la plus robuste, comme l'indiquent les deuxièmes colonnes des Tableaux I, II et III. En

**Tableau III.** Comparaison des coefficients d'Aitken.

Année	MSKC	REGRC	MSKV	REGRV	ANLTP
1962	0.996	0.996	0.997	0.998	0.985
1964	0.981	0.982	0.987	0.992	0.985
1966	0.975	0.969	0.934	0.992	0.971
1967	0.997	0.998	0.979	0.999	0.989
*1976	0.996	0.996			0.916
*1977	0.999	0.999			0.978
*1978	0.999	0.998			0.945
*1980	1.000	0.999			0.951
*1981	1.000	0.999			0.976
*1982	1.000	1.000			0.985

MSKC : Méthode Muskingum avec extrapolation amont avec coefficients constants; REGRC : Méthode de régression linéaire avec coefficients constants; MSKV : Méthode Muskingum avec coefficients variables; MSKC : Méthode régression linéaire avec coefficients variables; ANLTP : Méthode de prévision par analyse des temps de propagation; \* : essai à coefficients constants uniquement (crue faible).

effet, dans ce cas, les crues se déplacent comme une onde de translation, et on a là pratiquement un modèle de propagation pure, sans débordement.

Pour les crues fortes, il est nécessaire de tenir compte de l'évolution du temps de propagation. La méthode basée sur les équations de Saint-Venant simplifiées fournit les meilleurs écarts-types grâce à la prise en compte de l'évolution des temps de propagation en fonction du temps. Cette amélioration n'est cependant pas obtenue pour ce qui concerne le débit maximum, compte tenu de l'instabilité de la courbe de correspondance amont aval pour les débits élevés.

## Conclusion

Les modèles présentés se caractérisent par leur simplicité et leur facilité de mise en œuvre, mais aussi par leur caractère stochastique assez poussé, de sorte qu'ils ne nécessitent pas, de façon explicite, un nombre important d'informations sur le bassin versant. Dans les régions tropicales, où la collecte de l'information, pour des questions de moyens, n'est pas souvent faite avec une attention en accord avec son importance, les modèles étudiés peuvent répondre, une fois étendus aux caractéristiques liées aux régimes des cours d'eau et à leurs conditions d'écoulement, aux multiples problèmes faisant intervenir la prévision des crues.

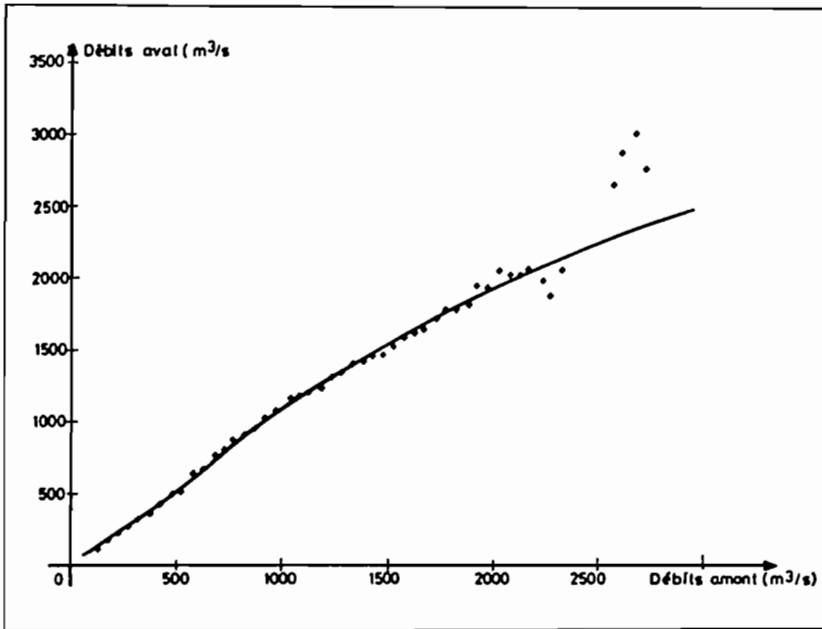


Figure 8a. Bakel-Matam (1975-1978). Correspondance amont-aval.

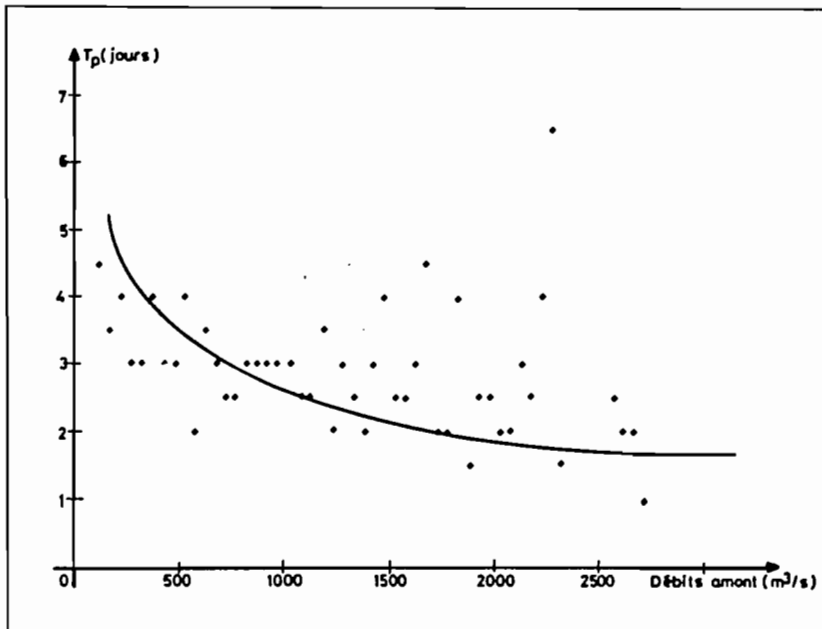


Figure 8b. Bakel-Matam (1975-1978). Evolution des temps de propagation avec le débit.

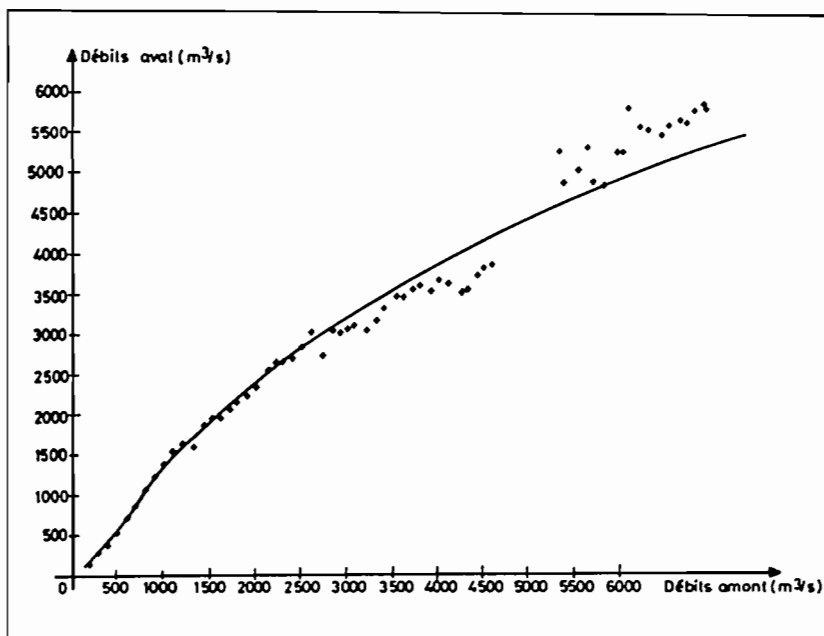


Figure 9a. Bakel-Matam (1961-1964). Correspondance amont-aval.

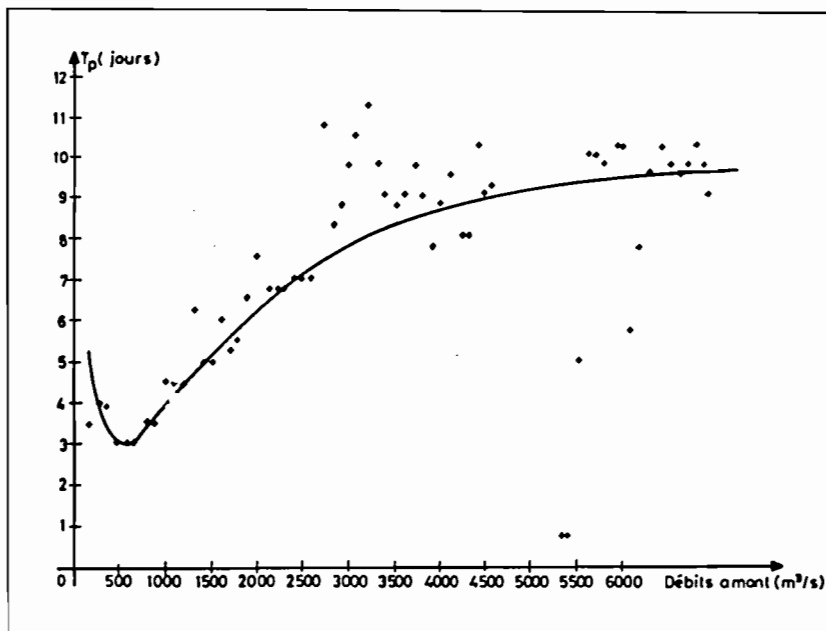


Figure 9b. Bakel-Matam (1961-1964). Evolution des temps de propagation avec le débit.

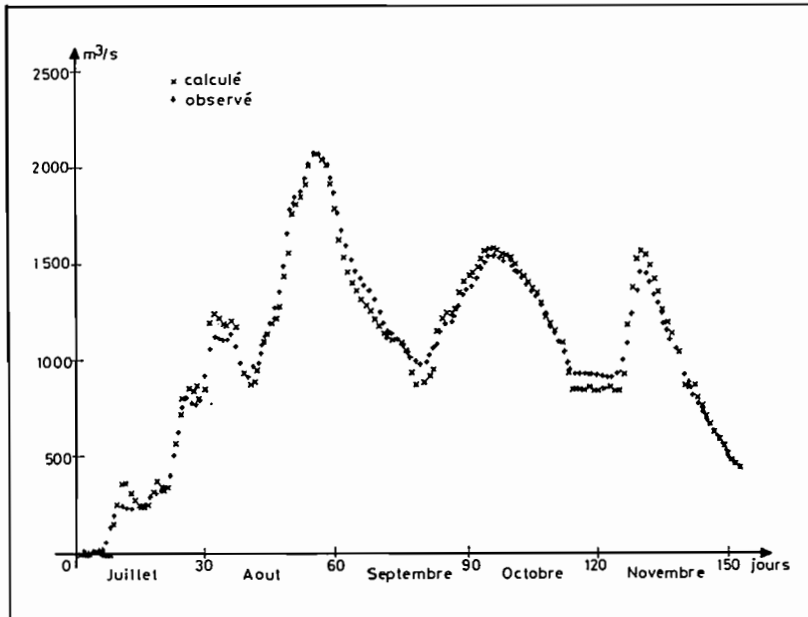


Figure 10. Bakel-Matam (1976). Prévion par analyse des temps de propagation.

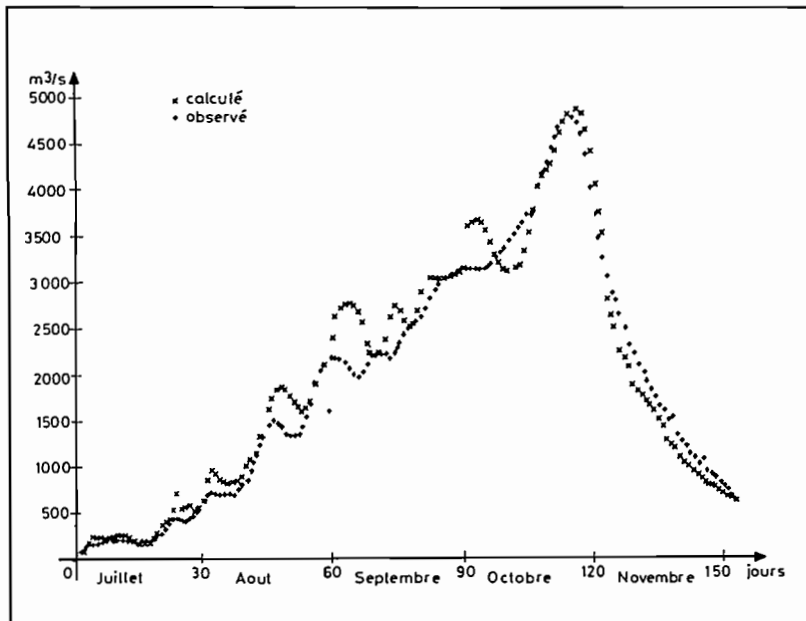


Figure 11. Bakel-Matam (1966). Prévion par analyse des temps de propagation.



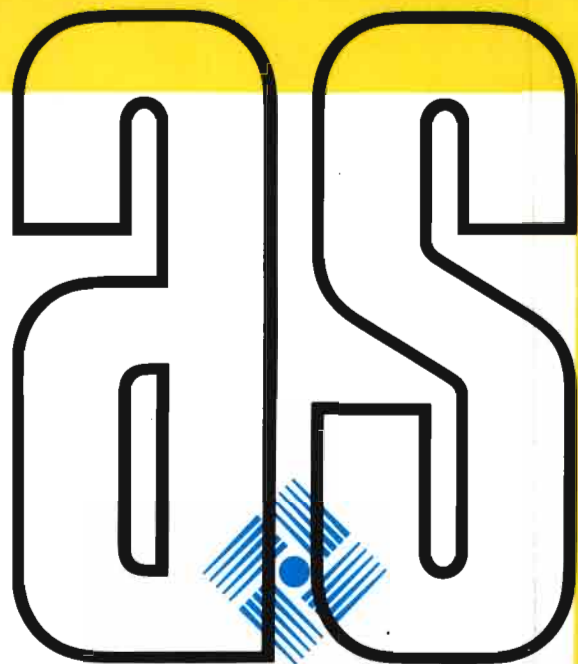
## **Références**

- Habaieb H. (1987). Contribution à l'étude d'algorithmes de prévision de crues en temps réel. Exemples de l'Aveyron et de la Médjerdah. Thèse de Doctorat de l'INPT.
- Lamagat J.P. (1985). Analyse des temps de propagation. Rapport interne ORSTOM.
- Lamagat J.P. (1987). Modèle de propagation des crues du Niger entre Koulikoro et Macina. Ouvrage publié avec le concours de la CEE, ORSTOM.
- Sambou S. (1989). Etude des régimes du fleuve Sénégal en vue de la prévision des crues. Thèse de Doctorat de 3<sup>e</sup> cycle.
- Thirriot C. (1984a). Extrapolation par lissage aux moindres carrés. Rapport interne IMFT.
- Thirriot C. (1984b). Point de vue de la méthode Muskingum pour le suivi de la propagation des crues.
- Thirriot C. (1984d). Les méthodes de propagation dans la prévision des crues. Rapport interne IMFT, CT 635.
- Thirriot C., Habaieb H. (1986). Application comparée de certaines méthodes de prévision des crues en temps réel. Rapport interne IMFT, CT 676.
- Tucci *et al.* (1987). Comparaison entre modèles de prévision des crues. Hydrologie continentale. Vol. 1, p. 57-70.

André Kergreis  
Jacques Claude

**UTILISATION  
RATIONNELLE**  
de L'EAU  
des  
**PETITS  
BASSINS  
VERSANTS**  
en **ZONE  
ARIDE**

AUPELF



**actualité scientifique**

**British Library Cataloguing in Publication Data**

Kergreis, André

Utilisation rationnelle de l'eau des petits  
bassins versants en zone aride.

1. Hydrology

I. Title

551.49

ISBN 0-86196-315-6

**Editions John Libbey Eurotext**

6, rue Blanche, 92120 Montrouge,  
France

Tél : (1) 47 35 85 52

**John Libbey and Company Ltd**

13 Smith Yard, Summerley Street,  
London SW18 4HR, England

Tél : (81) 947 27 77

**John Libbey CIC**

Via Spallanzani 11,  
00161, Rome, Italy

Tél : (06) 862.289

© 1991, Paris

Il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage — loi du 11 mars 1957 — sans autorisation de l'éditeur ou du Centre Français du Copyright, 6 bis, rue Gabriel-Laumain, 75010 Paris, France.