1995, 24 (3): 639-649

VARIABILIDAD CLIMÁTICA Y MODELIZACIÓN HIDROLÓGICA DEL GLACIAR ZONGO, BOLIVIA

Pierre Ribstein *, Bernard Francou *, Pierre Rigaudière *, Ronald Saravia **

Resumen

Para simular los caudales diarios en el emisario del Glaciar Zongo (Cordillera Real, Bolivia), se elaboró un modelo hidrológico a partir de parámetros meteorológicos (temperatura, humedad, radiación, precipitación y viento). Este modelo se basa en un balance energético calculado en cada sector de la cuenca con glaciar. Un método automático de optimización no lineal permite calibrar los parámetros del modelo. Para el período de octubre 1993 a agosto 1994, el modelo explica más del 87% de varianza de los caudales diarios observados. Una vez calibrado, el modelo puede servir para el estudio de las consecuencias hidrológicas de un cambio global del clima sobre los glaciares andinos.

Palabras claves: Bolivia, Andes, glaciar tropical, hidrología glacial, modelización hidrológica, balance energético.

VARIABILITÉ CLIMATIQUE ET MODÉLISATION HYDROLOGIQUE DU GLACIER ZONGO, BOLIVIE

Résumé

Un modèle hydrologique a été mis au point pour simuler les débits journaliers à l'exutoire du Glacier Zongo (Cordillère Royale, Bolivie) à partir des paramètres météorologiques (température, humidité, radiation, précipitation, vent). Ce modèle se fonde sur un bilan énergétique calculé sur chaque secteur du bassin versant englacé. Une méthode automatique d'optimisation non linéaire permet de caler les paramètres du modèle. Pour la période de octobre 1993 à août 1994, le modèle explique plus de 87% de la variance des débits journaliers observés. Une fois calé, le modèle peut servir à l'étude sur les glaciers andins des conséquences hydrologiques d'un changement global du climat.

Mots-clés : Bolivie, Andes, glacier tropical, hydrologie glaciaire, modélisation hydrologique, bilan énergétique.

CLIMATIC VARIABILITY AND HYDROLOGICAL MODELLING ON ZONGO GLACIER, BOLIVIA

Abstract

The daily discharges at the outlet of Zongo Glacier (Cordillera Real, Bolivia) have been modelized using meteorological data (temperature, humidity, solar radiation, precipitation, wind). The hydrological model is based on the energy balance, estimated on each sector of the glacierized catchment. An automatic nonlinear method is used to calibrate the model parameters. From October 1993 to August 1994, the model explains more than 87% of the variance of the observed daily discharges. It is possible to use the model, once calibrated, to investigate the hydrological consequences of a global climate change on the Andean glaciers.

Key words: Bolivia, Andes, tropical glacier, glacial hydrology, hydrological model, energy balance.

^{*} ORSTOM, CP 9214 La Paz, Bolivia.

^{**} COBEE, CP 353, La Paz, Bolivia.

INTRODUCCIÓN

En los Andes Tropicales, la acumulación (precipitación) y la ablación (fusión, sublimación) son simultáneas durante el verano austral, época de lluvias al mismo tiempo que época de fuerte radiación. Esta especificidad climática tiene repercusiones notables en la hidrología y en los balances de masa de los glaciares de Bolivia. En relación a sus homólogos de latitudes medias, estos glaciares son muy sensibles y reaccionan muy rápidamente a las fluctuaciones climáticas, por el movimiento de los frentes y por la variabilidad de los balances de masa y de los balances hidrológicos.

Uno de los objetivos del estudio, realizado desde 1991 en el Glaciar Zongo en Bolivia, es la evidenciación de los procesos físicos que explican los caudales de fusión. Este objetivo impone una modelización hidrológica para comprender las relaciones entre parámetros meteorológicos y caudales que salen de la cuenca con glaciar. Una vez calibrado, el modelo debe servir para reconstituir las lagunas en las observaciones de caudales. Se lo utilizará también en la simulación de las consecuencias hidrológicas sobre los glaciares andinos de escenarios plausibles del cambio global del clima. En función de estos diferentes objetivos y de los datos disponibles, el intervalo de tiempo elegido para la modelización es de algunas horas, necesariamente inferior a un día.

Existen pocos modelos de cálculo de los caudales aplicables a cuencas fuertemente glaciarizadas y no existe ningún trabajo de modelización de los caudales de glaciares en clima tropical. Es por ello que hemos desarrollado nuestro propio instrumento de modelización, basado en un balance energético puntual, extendido a toda la cuenca. El modelo elaborado, que tiene como objetivo la simulación de los caudales de fusión, es intermediario entre un modelo hidrológico conceptual, poco "físico", y un modelo energético preciso pero aplicable solamente a nivel puntual.

1. HIDROLOGÍA DE LOS GLACIARES TROPICALES Y MODELIZACIÓN

Para la modelización hidrológica del Glaciar Zongo, disponemos de datos meteorológicos sobre el glaciar a 5150 m (temperaturas del aire a 180 y 30 cm encima del hielo, humedad, radiación global de cortas longitudes de onda de la atmosfera y del glaciar, balance neto de radiación, viento a 2 m), así como de mediciones complementarias de precipitación, temperatura, radiación global y niveles de agua en otros puntos de la cuenca. Aunque existen algunas mediciones desde 1991, nos limitaremos en el presente artículo al período de octubre 1993 a agosto de 1994, ya que es el período en cual disponemos de mayores datos. Otros artículos (Francou *et al.*, 1995; Rigaudière *et al.*, 1995a) presentan el sistema de mediciones.

La figura 1 ilustra la relación entre los caudales diarios que salen del Glaciar Zongo y dos parámetros meteorológicos observados a 5 150 m: la temperatura y la radiación global (cortas longitudes de onda). La fuerte estacionalidad del caudal se observa claramente, aproximadamente el 75% de los escurrimientos aparecen entre octubre y marzo, mientras que ninguna variación de la radiación global se manifiesta en función de la estación. La temperatura a 5 150 m presenta también una ligera estacionalidad con aumento de julio a diciembre y disminución de enero a junio, fluctuación estacional que desaparece completamente por las temperaturas observadas a 4 830 m o a 4 770 m.



Fig. 1 - Período octubre 1993 - septiembre 1994, en el Glaciar Zongo. Valores diarios de temperatura y radiación global a 5 150 m y de caudal a 4 830 m.

641

Son las precipitaciones que presentan la mayor estacionalidad con 83% del valor anual entre octubre y marzo. A pesar de ello, la influencia de la lluvia es baja en los escurrimientos de la cuenca de Zongo. El coeficiente de correlación no es significativo entre caudales y lluvias ($r^2=0,06$, n=296) y los caudales más fuertes aparecen durante episodios de varios días sin lluvia en el curso de la estación húmeda (Ribstein *et al.*, 1995).

Existen muchos modelos hidrológicos aplicables a cuencas con nieve (ver inventario hecho por WMO, 1986). Las caídas de nieve se transforman rápidamente bajo los Trópicos debido a fuertes temperaturas y fuertes radiaciones. En los glaciares, la nieve fresca desaparece rápidamente o se vuelve neviza con una densidad que pasa aproximadamente de 0,1 a 0,4 después de algunos días de buen tiempo. Esta transformación viene acompañada de variaciones importantes y rápidas del albedo, entre 0,9 y 0,4 en menos de una semana (Rigaudière *et al.*, 1995a). Además las coberturas de nieve fuera del glaciar se funden en algunos días. En las cuencas fuertemente glaciarizadas bajo los trópicos, los modelos construidos a partir del deshielo de un stock nevoso no están adaptados.

Algunos modelos hidrológicos que toman en cuenta el deshielo de glaciares fueron repertoriados por Fountain & Tangborn (1985) y por Moore (1993). Muchos se inspiran en una correlación entre caudales y temperaturas (enfoque de tipo "temperature index" en inglés), es decir de una fórmula lineal Qd = b (Td - Tref). Para el día d, el caudal diario Qd está vinculado a la temperatura diaria Td luego de sustracción de una temperatura de referencia Tref, elegida generalmente igual a cero. Estos modelos "temperature index" fueron utilizados en hidrología de glaciares, en una forma a veces más sofisticada con variación estacional del parámetro b (Braun & Aellen, 1990). En el Glaciar Zongo, este tipo de modelo se aplica mal, la correlación entre temperaturas y caudales es baja (r²=0,39, para 296 valores diarios). Esta baja correlación se explica por la transformación rápida de la nieve evocada más arriba. Y el término albedo es un término fundamental que hay que tomar en cuenta para la simulación de los caudales de los glaciares tropicales.

Los comentarios anteriores imponen por lo tanto la utilización de un balance energético para la simulación de los caudales en pequeños intervalos de tiempo. En cuencas fuertemente glaciarizadas como la del Glaciar Zongo (superficie de 3 km², 77% de glaciares), la variabilidad espacial importante no justifica un balance energético muy preciso sino que impone un modelo robusto que no necesita muchos datos de entrada. En un primer tiempo, no habrá que descuidar ninguno de los términos del balance energético, ya que nuestro objetivo es justamente determinar los términos preponderantes en la explicación de los caudales en clima tropical. Además, hay que sectorizar el glaciar por tramos de altura, dedicándose a definir sectores relativamente homogéneos en relación con el deshielo. Este enfoque espacializado de la modelización mejora considerablemente los resultados ya que integra una distribución altitudinal de las características meteorológicas (Braun *et al.*, 1994).

2. LOS FUNDAMENTOS DEL MODELO

La descripción detallada del modelo se encuentra en el informe de Rigaudière *et al.* (1995b). Presentamos en este capítulo el funcionamiento general subrayando ciertos aspectos originales. La ecuación del balance completo en la interfase aire y nieve/hielo aparece abajo (eq. 1).

(1-a)Rg	+ Ratm	- Rsuelo	+ Qlat	+ Qsens -	$\cdot \mathbf{k} \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{z}} \right)_{\mathbf{e}}$	+ Qp	= LfF	+ ^θ ρς ∂ Ο	T dz
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	

(1): balance de radiación de cortas longitudes de onda (en W m⁻²)

- a: albedo (sin unidad) y Rg: radiación global (en W m-2)
- (2): radiación atmosférica de grandes longitudes de onda (en W m-2)
- (3): radiación del suelo de grandes longitudes de onda (en W m⁻²)
- (4): flujo de calor latente (sublimación/condensación) (en W m⁻²)
- (5): flujo de calor sensible (en W m⁻²)
- (6): flujo de calor proveniente de capas inferiores (en W m⁻²)

T: temperatura (°C) y k: conductibilidad térmica (en W m⁻¹ °C⁻¹)

- (7): calor proporcionado por las precipitaciones (en W m⁻²)
- (8): energía disponible para la fusión (en W m⁻²)

Lf: calor latente de fusión (en J kg-1)

F: masa de agua de deshielo por unidad de superficie y de tiempo (en kg s-1 m-2)

- (9): recalentamiento o enfriamiento de la cobertura de nieve
 - r: masa específica de nieve o hielo (en kg m-3)
 - c: capacidad calorífica de nieve o hielo (en J kg-1 °C-1), T temperatura (°C)

Esta ecuación corresponde a la conservación de la energía en la capa de intercambios térmicos de espesor e, para una unidad de superficie horizontal (ver Lliboutry, 1964: 341). Se supone que los flujos horizontales no son importantes en relación con los flujos verticales. El término (8) es el que tratamos de evaluar, por cálculo de todos los otros.

El término (9), recalentamiento o enfriamiento de la capa superior de hielo o nieve, impone la estimación de un perfil de temperaturas en cada intervalo de tiempo. Las únicas mediciones que disponemos sobre un período suficientemente largo son mediciones de temperatura del aire a 30 y 180 centímetros. Algunas temperaturas fueron medidas también en una capa de nieve/neviza de 1 m aproximadamente que condujeron a las siguientes hipótesis, procedentes de las observaciones:

- en la profundidad e, la capa está constituida por hielo (densidad superior a 0,6) de temperatura igual a 0 °C (e del orden de 1 m).

- en la profundidad e/l (l>1), se pasa del hielo a la cobertura de nieve y este límite corresponde al mínimo de temperatura.

El perfil de temperaturas en cada intervalo de tiempo está compuesto de 4 valores, T_{alto} (medido), T_{bajo} (medido), T_{aire} (temperatura del aire a +e/l encima de la superficie calculada por interpolación/extrapolación lineal de T_{alto} y T_{bajo}), T_{hielo} (0 °C, a la profundidad e, por hipótesis). Se calcula también la temperatura a la profundidad -e/l ($T_{e/l}$) y a la interfase $T_{suelo'}$ por una resolución de la ecuación del calor, a partir de un esquema con diferencias finitas. La figura 2 ilustra el cálculo del perfil de temperaturas.



Fig. 2 - Perfiles de temperatura con resolución de la ecuación de calor en la interfase aire/nieve, entre los instante n y n-1.

El funcionamiento general del modelo se basa en una evolución del perfil de las temperaturas para equilibrar el balance energético en cada intervalo de tiempo. Si el término de fusión (8) es positivo, la energía proporcionada sirve primero para recalentar la capa nieve/hielo hasta 0 °C (se aumenta $T_{e/l}$), luego el agua percola. Si este término (8) es negativo, el agua de fusión del intervalo de tiempo anterior hiela de nuevo y la capa está fría (se disminuye $T_{e/l}$). Un proceso iterativo, en cada intervalo de tiempo, permite la estimación de $T_{e/l}$ y de $T_{suelo'}$ así como el término de fusión para el sector considerado.

La radiación global es bastante homogénea a escala del glaciar (Rigaudière *et al.*, 1995a). No sucede lo mismo con la radiación reflejada, con el albedo o con la radiación neta. Por lo tanto no es posible extender al conjunto del glaciar las mediciones de radiación reflejada y de radiación neta hechas puntualmente a 5 150 m. En consecuencia, hemos integrado en el modelo un cálculo del albedo inspirado en los trabajos de Winther (1993). El esquema elegido considera que el albedo continúa estable si la temperatura es negativa,

reencuentra su valor máximo en caso de episodio nevoso y decrece exponencialmente si la temperatura es positiva según la suma de las temperaturas positivas acumuladas desde la última nevada.

Para los términos (2) y (3) de radiación de grandes longitudes de onda, aplicamos la ley de Stefan-Boltzmann.

$$R_{suelo} = \varepsilon \sigma T_{suelo}^4 \qquad R_{atm} = \varepsilon \sigma T_{aire}^4$$

con ε emisividad y σ constante de Stefan-Boltzmann (5,67 10⁸ W m⁻² K⁻⁴).

Para el término (3) que representa la radiación de la capa superior nieve/hielo, la emisividad es tomada igual a 0,985. Para el término (2), la radiación de la atmósfera, la fórmula de Brutsaert (1975) permite estimar la emisividad, con una corrección debida a la altura y a la nebulosidad según Kustas *et al.* (1994). La nebulosidad es estimada en relación con la radiación extraterrestre, habiendo observado que, por tiempo perfectamente claro, la radiación global es igual al valor teórico de la radiación extraterrestre menos 80 W m⁻² aproximadamente (Rigaudière *et al.*, 1995a). Este valor límite de la radiación global en atmósfera despejada se observa claramente en época seca en la figura 1, sabiendo que para los meses de mayo, junio, julio, agosto, la radiación extraterrestre es respectivamente de 334, 312, 321, 358 W m⁻².

Los aportes de la morrena son simplemente calculados a partir de un coeficiente de escurrimiento constante (proporcionalidad directa a la precipitación) y a partir del deshielo de un stock nevoso (proporcionalidad directa a la temperatura).

Los caudales (glaciar y morrena) a la salida de cada uno de los sectores modelizados son transferidos al exutorio de la cuenca por reservorios lineales. Cada sector alimenta 2 reservorios en paralelo, un reservorio "lento" y un reservorio "rápido" por analogía a los escurrimientos intraglaciar y subglaciar. Todos los reservorios de todos los sectores son puestos en paralelo para proporcionar el caudal total al exutorio.

Para pasar del balance energético a la energía de fusión calculada para cada sector, se introdujo cierto número de parámetros. Como algunos de estos parámetros toman valores diferentes de un sector al otro, el número de parámetros que hay que calibrar es importante. Por ello, el método automático de Rosenbrock (1960) fue utilizado para investigar el mínimo de una función relacionada con las diferencias entre caudales observados y calculados. Para conducir la optimización en buenas condiciones, se impusieron límites para cada parámetro a calibrar, para quedar dentro de los límites físicos razonables.

3. ALGUNOS RESULTADOS DEL MODELO APLICADO AL GLACIAR ZONGO

El número de sectores definidos en la cuenca con glaciar queda a elección del utilizador del modelo. En los resultados presentados en este capítulo, hemos optado por 8 sectores en el Glaciar Zongo, lo que permite tener superficies de sectores del mismo orden de magnitud y homogéneos desde el punto de vista morfológico (diferenciación de las zonas de "seracs" y de zonas de nevizas).

La figura 3 presenta los resultados obtenidos con el modelo aplicado en todo el período (octubre 93 - agosto 94). El intervalo de tiempo de cálculo es de 6 horas pero las comparaciones se hacen en los caudales diarios; el coeficiente de correlación r², entre los valores observados y calculados, es de 0,87.



Fig. 3 - Caudales diarios observados y calculados por el modelo, por el período octubre 1993 a agosto 1994 (calibración con intervalo de tiempo de 6 horas).

Se realizó una calibración cruzada dividiendo el período observado en dos, antes y después de abril 1994. Los criterios en calibración no mejoraron sensiblemente y los resultados de validación siguen siendo aceptables.

La adaptación del modelo parece satisfactoria ya que toma muy en cuenta la diversidad de las situaciones hidrológicas del período de observación.

El funcionamiento del modelo también fue estudiado con un intervalo de tiempo de 2 horas para el período de mayor escurrimiento, del 20 de noviembre al 15 de diciembre 1993. Los resultados son correctos como lo muestra la figura 4.

Cualquiera que sea el intervalo de tiempo, el modelo conduce a resultados aceptables, aunque los períodos de fuerte escurrimiento parezcan mejor constituidos que los de bajo escurrimiento. Esto se debe a que los caudales bajos corresponden a períodos en que los fenómenos de helada de agua de fusión y de abastecimiento/desabastecimiento de energía en la capa de nieve/hielo tienen la mayor amplitud. Estos son los fenómenos más complejos que maneja el modelo.

Se puede resumir aquí un análisis detallado de los resultados realizado en Rigaudière et al. (1995b). En caudales específicos, el sector de abajo puede proporcionar hasta 0,500 m³ s⁻¹ km⁻², mientras que el aporte del sector de arriba es inferior a 0,01 m³ s⁻¹ km⁻². Pero el sector de arriba representa cerca de la mitad de la superficie de la cuenca y su contribución al escurrimiento global no es despreciable.

El balance de las longitudes cortas de onda (término (1) de la ecuación 1) explica por mucho la variabilidad en el espacio y en el tiempo del balance de radiación total. Este balance



Fig. 4 - Caudales observados y calculados por el modelo por el período del 20 de noviembre al 15 de diciembre 1993 (calibración con paso de tiempo de 2 horas).

es mucho más excedentario en la parte baja del glaciar que en la parte alta y es más bien menos fuerte en invierno que en verano.

Se realizaron pruebas de sensibilidad del modelo al intervalo del tiempo de cálculo y al número de sectores. Un intervalo de tiempo de 6 horas y 8 sectores parecen ser la mejor opción pero los resultados siguen siendo próximos con un intervalo de tiempo de 12 horas o con solamente 3 sectores.

4. DISCUSIÓN

Se trata de un primer trabajo de modelización que utiliza las observaciones hechas sobre el Glaciar Zongo. La reconstitución de los caudales observados es satisfactoria para el período octubre 1993 - agosto 1994. Ahora se siguen diferentes direcciones para mejorar el modelo.

Por ejemplo, una validación realizada después sobre el período de septiembre 94 a enero 1995 dio resultados poco convincentes. Actualmente se lleva a cabo un estudio para conocer las razones. Parece que el número demasiado grande de parámetros del modelo explica estos malos resultados en validación: demasiados parámetros conducen a una pseudo-calibración que, aplicada en otras condiciones de funcionamiento, no es validado. Los estudios tratan ahora sobre la disminución del número de parámetros para aproximarse a la significación física de este modelo energético.

El flujo de calor latente (sublimación y condensación) parece mínimo en relación con los otros términos del balance, lo que confirma los primeros resultados obtenidos sobre el

Glaciar Zongo (Francou *et al.*, 1995). No obstante, este resultado deberá ser confirmado con la instalación de otros sensores para conocer con precisión los gradientes de viento y de humedad en la superficie del glaciar.

Es difícil estimar la cantidad de precipitación debido a las dificultades de medición de la nieve a gran altura. Un error en este parámetro es compensado por los otros términos del balance pero toma una parte del significado físico de los resultados. Es por ello que, siguiendo el procedimiento recomendado por Braun & Aellen (1990), pensamos comparar los resultados sector por sector con las mediciones de balance de masa obtenidos por algunas balizas para las zonas correspondientes.

Sabemos que una de las principales críticas que pueden hacerse sobre el estado actual del modelo es no tomar en cuenta lugares del glaciar en las diferentes alturas en relación con la inclinación de la radiación global. Seguramente que esto serviría para introducir una estacionalidad sobre bases físicas proporcionadas por un Modelo Numérico de Terreno (MNT). Esta dirección de investigación será tomada en cuenta en las próximas versiones del modelo.

Se trata de un modelo en proceso de desarrollo pero cuyos primeros resultados parecen suficientemente correctos para permitir una primera utilización en simulación. Esto se hizo estudiando la sensibilidad del modelo en las entradas. Un aumento de 1 °C de la temperatura conduce a caudales calculados superiores al 62% en los caudales observados. Las lluvias, la humedad relativa y la radiación global parecen menos sensibles que las temperaturas. Pero hay que notar que este estudio de sensibilidad fue realizado fijando todas las entradas, menos una que varía de diferentes maneras. Una variación de varias entradas simultáneamente tal vez habría llevado a otras conclusiones. Por ejemplo, una disminución de las lluvias o de la humedad debe corresponder a cierto aumento de la radiación global, que induce a un aumento de las temperaturas. Se realizará un estudio más completo en simulación después de haber mejorado el significado físico del modelo como se señaló más arriba.

Referencias citadas

- BRAUN, L.N. & AELLEN, M., 1990 Modelling discharge of glacierized basins assisted by direct measurements of glacier mass balance. in: Hydrology in mountainous regions I - Hydrological measurements; the water cycle (Lang H. & Musy A. ed.): 99-106, IAHS 193, Wallingford, UK.
- BRAUN, L.N., BRUN, E., DURAND, Y., MARTIN, E. & TOURASSE, P., 1994 Simulation of discharge using different methods of meteorological data distribution, basin discretization and snow modelling. Nordic Hydrology, 25 (1/2): 129-144.
- BRUTSAERT, W., 1975 On a derivable formula for long-wave radiation from clear skies. *Water Resources Research*, **11** (5): 742-744.
- FOUNTAIN, A.G. & TANGBORN, W., 1985 Overview of contemporary techniques. in: Techniques for prediction of runoff from glacierized areas (Young G. ed.): 27-41, IAHS 155, Wallingford, UK.
- FRANCOU, B., RIBSTEIN, P., SARAVIA, R. & TIRIAU, E., 1995 Monthly balance and water discharge of an intertropical glacier, the Zongo Glacier, Cordillera Real, Bolivia, 16 °S. *Journal of Glaciology*, 41 (137): 61-67.
- KUSTAS, W.P., RANGO, A. & UIJLENHOET, R., 1994 A simple energy budget algorithm for the snowmelt runoff model. *Water Resources Research*, **30** (5): 1515-1527.

LLIBOUTRY, L., 1964 - Traité de glaciologie, 1040p., Paris: Masson et Cie.

- MOORE, R.D., 1993 Application of a conceptual streamflow model in a glacierized drainange basin. Journal of Hydrology, 150: 151-168.
- RIBSTEIN, P., TIRIAU, E., FRANCOU, B. & SARAVIA, R., 1995 Tropical climate and glacier hydrology: a case study in Bolivia. Journal of Hydrology, 165: 221-234.
- RIGAUDIÈRE, P., RIBSTEIN, P., FRANCOU, B., POUYAUD, B. & SARIAVIA, R., 1995a Mesures météorologiques, hydrologiques et glaciologiques sur le Glacier Zongo. Année hydrologique 1993-94, 69p., Informe N°43, La Paz, Bolivia: ORSTOM.
- RIGAUDIÈRE, P., RIBSTEIN, P., FRANCOU, B., POUYAUD, B. & SARAVIA, R., 1995b Un modèle hydrologique du Glacier Zongo, 90p., Informe N°44, La Paz, Bolivia: ORSTOM.
- ROSENBROCK, H.H., 1960 An automatic method for finding the greatest or least of a function. Computer Journal, 3: 175.

WINTHER, J.G., 1993 - Short- and long-term variability of snow albedo. Nordic Hydrology, 24: 199-212.

WMO, 1986 - Intercomparison of models of snowmelt runoff, 436p., Operational Hydrology, Report N° 23, Genova, Switzerland: World Meteorological Organization.