
Analyse fractale des réseaux

A. Beauvais

Centre ORSTOM d'Ille de France, Bondy

(Notes prises par François Métivier, I.P.G. Paris)

L'Objectif de cette étude est premièrement de savoir, à partir de l'analyse de 44 rivières de l'état de Washington aux U. S. A., si le tracé des cours d'eau présente des propriétés d'invariance d'échelle dépendantes du type de vallée dans laquelle la rivière coule; deuxièmement de voir à plus grande échelle si les réseaux hydrographiques présentent de telles propriétés.

Pour ce faire on cherche à caractériser l'éventuelle dimension fractale (D) du système étudié suivant la loi en puissance

$$L = b\varepsilon^{1-D} \quad (1)$$

ou L représente la longueur du système étudié, b une constante de proportionnalité et ε l'unité de mesure. La représentation du résultat se fait sous forme logarithmique :

$$\log L = \log b + (1-D)\log \varepsilon \quad (2)$$

Afin de déterminer avec précision d'éventuelles variations de D on calcule les résidus standard pour une régression linéaire des résultats de (2). Les ruptures de pentes permettent de définir l'échelle critique ε_c de changement de processus ainsi que les gammes d'échelles définies entre ε_{\min} et ε_{\max} pour lesquelles une valeur de D est valable (figure 1).

Les vallées incisées directement dans la roche mère ont des cours d'eaux qui sont caractérisés par une seule valeur de D. En revanche, les cours d'eau coulant dans des vallées glaciaires peuvent être définies par deux valeurs de D, la plus grande aux plus petites échelles, tandis que les rivières coulant dans des vallées alluviales sont aussi définies par deux dimensions, mais la plus grande caractérise systématiquement les plus grandes échelles. La figure 2 montre un exemple pour une rivière de vallée glaciaire. Dans tous les cas il existe une assez bonne corrélation entre l'échelle critique ε_c et l'amplitude maximale des méandres d'une rivière, tandis que la longueur d'onde des plus grands méandre constitue la limite supérieure de la résolution de la méthode.

A l'échelle du réseau on analyse le problème à l'aide de la technique du comptage de boîtes, une extension de la notion de mesure d'une courbe à l'aide d'une échelle quadrillée d'unité ε à la mesure de formes dans un plan (figure 3). Cette méthode consiste à calculer la probabilité p qu'une boîte contienne un chenal à une certaine échelle ε , p étant définie par le rapport du nombre de boîtes intersectant le réseau à l'échelle de mesure ε et du nombre de boîtes nécessaires à la couverture du bassin versant en entier. De la même façon que pour (2) si p est une fonction loi en puissance de ε on a :

$$\log p = \log b + (2-D)\log \varepsilon \quad (3)$$

Pour la même raison que lors de l'analyse des tracés de rivières on examine aussi les résidus standard obtenus à partir d'une régression linéaire sur les résultats de (3). La figure 4 montre

les résultats obtenus pour le réseau de la Finney Creek river dans l'Etat de Washington. Notre analyse démontre que le réseau hydrographique ne peut pas, de façon générale, se caractériser par une ou deux dimensions fractales simples, mais plutôt par une évolution continue, convexe, de la loi de probabilité p sur un domaine limité par la résolution de la méthode dépendant des limites naturelles du système étudié, et un seuil d'échelle critique ϵ_c proportionnel à la longueur moyenne des bassins versants d'ordre 1.

L'ensemble des résultats suggère que les propriétés fractales des systèmes étudiés dépendent des processus qui contrôlent (i) la relation génétique d'un cours d'eau avec sa vallée, et (ii) la dissection des paysages par les réseaux hydrographiques.

Liste bibliographique (toutes ces références sont bonnes)

- Andrle, R., Estimating fractal dimensions with the divider method in geomorphology, *Geomorphology*, 5, 131-141, 1992.
- Beauvais, A. and D. R. Montgomery, Influence of valley type on the scaling properties of river planforms, *Water Resour. Res.*, 32 (5), 1441-1448, 1996.
- Church, M., and D. M. Mark, On size and scale in geomorphology, *Prog. Phys. Geogr.*, 4, 342-390, 1980.
- Feder, J., *Fractals*, Plenum Press, 283 p., 1988.
- Gilbert, L. E., Are topographic data sets fractal?, *Pure Appl. Geophys.*, 131, 241-254, 1989.
- Goodchild, M. F. and D. M. Mark, The fractal nature of geographic phenomena, *An. Assoc. Amer. Geog.*, 77, 265-278, 1987.
- Helmlinger, K. R., P. Kumar and E. Foufoula-Georgiou, On the use of digital elevation model data for Hortonian and fractal analyses of channel networks, *Water Resour. Res.*, 29, 2599-2613, 1993.
- Horton, R. E., Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 56, 275-370, 1945.
- Klinkenberg, B., Fractals and morphometric measures: is there a relationship?, *Geomorphology*, 5, 5-20, 1992.
- Klinkenberg, B., A review of methods used to determine the fractal dimension of linear features, *Math. Geol.*, 26, 23-46, 1994.
- Korvin, G., *Fractal models in the Earth Sciences*, Elsevier, Amsterdam, 396 p., 1992.
- Lam, N. S-N., and L. De Cola, *Fractals in Geography*, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 308 p., 1993.
- Lam, N. S-N., and D. A. Quattrochi, On the issues of scale resolution and fractal analysis in the mapping sciences, *Prof. Geogr.*, 44, 88-98, 1992.
- Leopold, L. B., M. G. Wolman and J. P. Miller, *Fluvial processes in geomorphology*, W. H. Freeman, San Francisco and London, 522 p, 1964.
- Mark, D. M. and P. B. Aronson, Scale-dependent fractal dimension of topographic surfaces: an empirical investigation, with applications in geomorphology and computer mapping, *Math. Geol.*, 16, 671-683, 1984.
- Montgomery, D. R., and W. E. Dietrich, Source areas, drainage density and channel initiation, *Water Resour. Res.*, 25, 1907-1918, 1989.
- Montgomery, D. R., and W. E. Dietrich, Channel initiation and the problem of landscape scale, *Science*, 255, 826-830, 1992.
- Robert, A. and A. Roy, On the fractal interpretation of the mainstream length drainage area relationship, *Water Resour. Res.*, 26, 839-842, 1990.
- Snow, R. S., Fractal sinuosity of stream channels, *Pure Appl. Geophys.*, 131, 99-109, 1989.
- Woronow, A., Morphometric consistency with the Hausdorff-Besicovich dimension, *Math. Geol.*, 13(3), 201-216, 1981

Philippe DAVY

François GUILLOCHEAU

Bruno HAMELIN

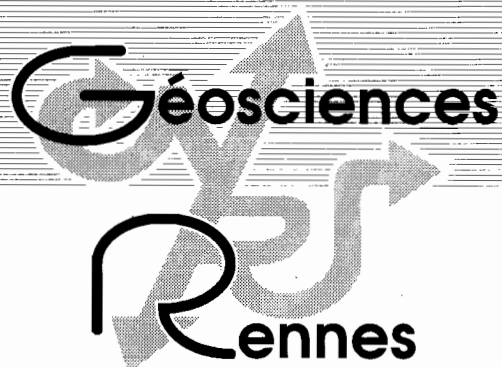
(Coordinateurs)

**Géomorphologie:
Processus et modélisation**

Ecole thématique du CNRS

Lumigny, Juillet 1996

1997



Géosciences - Rennes
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes 1
Campus de Beaulieu
F - 35042 - RENNES cedex (France)

GEOSCIENCES - RENNES

**Philippe DAVY
François GUILLOCHEAU
Bruno HAMELIN
(Coordinateurs)**

Géomorphologie : Processus et modélisation

Ecole thématique du CNRS

Lumigny, Juillet 1996

**Géosciences - Rennes
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes I
Campus de Beaulieu
F - 35042 - RENNES Cédex
(France)**

1997