

ELECTRICITE DE FRANCE



**Inspection Générale pour
la Coopération Hors Métropole**



Division Hydrologie

Note sur les Débits de Basses Eaux

de la SANAGA à EDEA



(Corrélations hydropluviométriques)

Septembre 1963

ELECTRICITE de FRANCE

Inspection Générale
pour la Coopération Hors Métropole

Division Hydrologie

NOTE sur les DEBITS de BASSES EAUX

de la SANAGA à EDEA

(Corrélations hydropluviométriques)

Septembre 1963

Les études critiques effectuées précédemment sur les résultats hydrométriques recueillis à la station d'EDEA ont montré qu'il n'était pas possible actuellement d'utiliser les relevés antérieurs à l'année 1950. Des études statistiques portant sur les basses eaux ont été menées à partir des données directes concernant les débits ; mais l'échantillon ainsi réuni est vraiment très réduit et il a paru intéressant d'examiner si la prise en compte des données pluviométriques permettait d'améliorer la connaissance des données statistiques établies pour les basses eaux.

La méthode utilisée est désormais classique : elle consiste à utiliser au maximum la relation fonctionnelle fournie par la courbe de tarissement, le point de départ de cette courbe, appelée charnière, étant fixé à une date arbitraire mais judicieusement choisie, telle que la charnière se trouve suffisamment proche de la saison des pluies pour lui être rattachée d'une manière satisfaisante par une relation évidemment stochastique, mais suffisamment rapprochée des basses eaux pour que le débit correspondant, à cette date, au tarissement puisse être déterminé sans difficulté. Pour la SANAGA à EDEA, le paramètre choisi comme représentatif de la charnière est le débit fictif au 1er Janvier, c'est-à-dire le débit au 1er Janvier pris sur la courbe de tarissement vrai.

Au cours des mois de basses eaux, des précipitations peuvent intervenir, modifiant les débits qu'on pourrait attendre du seul fait de la vidange des réserves : l'écart entre le débit déduit de la courbe de tarissement commençant au 1er Janvier avec un débit Q_0 , caractéristique de charnière, et le débit réellement observé, est en corrélation avec les précipitations tombées durant la période des basses eaux. L'étude complète du phénomène comporte donc :

- L'étude des pluies et la détermination d'indices pluviométriques convenables.
- L'étude de la courbe de tarissement.
- L'étude des corrélations entre le débit fictif au 1er Janvier et les précipitations au cours de la saison des pluies précédente.

- L'étude des corrélations entre les débits de basses eaux corrigés des débits de tarissement et les précipitations de basses eaux.

Ces différentes études sont faites pour simplifier à l'échelle des moyennes mensuelles. L'expérience montre qu'il s'agit d'une approximation très largement suffisante. Par contre, les données utiles pour les problèmes concernant l'aménagement sont les débits caractéristiques. Le passage de l'un à l'autre se fait par une régression linéaire dont le coefficient de corrélation est toujours supérieur à 0,90 et généralement compris entre 0,93 et 0,95.

1 - ETUDE des DONNEES PLUVIOMETRIQUES

L'examen des données recueillies aux différents postes pluviométriques situés dans le bassin de la SANAGA montre que la période optimale d'efficacité des renseignements débute en 1934. Les postes sélectionnés ont été répartis en sept groupes donnant une répartition géographique suffisamment homogène pour le calcul d'un indice pluviométrique significatif par simple moyenne arithmétique des hauteurs de précipitation mensuelles des sept groupes.

Groupe 1 : BANG NGTE, FOUNBOT, FOUIBAN, BAFOUSSAM.

Groupe 2 : N'GARBE, N'DIKINIMSKI, BAFIA.

Groupe 3 : BANYO, Mayo-DARLE, TIBATI.

Groupe 4 : MEIGANGA, N'GACUIDERE.

Groupe 5 : HANGA-EBOKO.

Groupe 6 : YOKO.

Groupe 7 : BETARE-OYA.

Les indices pluviométriques ainsi calculés mois par mois sont portés dans le tableau I.

II - ETUDE du TARISSEMENT -

Si l'on écrit l'équation du tarissement sous la forme :

$$Q = Q_0 e^{-\alpha t}$$

dans laquelle Q est le débit à l'instant t compté à partir du moment où l'on a un débit initial Q_0 , l'analyse du faisceau des 12 hydrogrammes de décrue enregistrés montre que la valeur de α est comprise entre 0,024 et 0,028. On a adopté $\alpha = 0,025$.

L'étude des données existantes montre que, pour appliquer la formule de tarissement au débit moyen mensuel, il faut prendre approximativement le 8ème jour de chaque mois, soit :

- pour Janvier $t = 8$ jours
- pour Février $t = 38$ jours, etc...

Il s'ensuit que, si le débit fictif au 1er Janvier est égal à Q_0 , les débits moyens mensuels dus au tarissement seront égaux respectivement :

- pour Janvier à $0,82 Q_0$
- pour Février à $0,39 Q_0$
- pour Mars à $0,183 Q_0$
- pour Avril à $0,086 Q_0$

A partir de Mai, la pluviométrie devient suffisamment active pour que le résidu de tarissement de l'année précédente soit toujours négligeable.

III - CORRELATIONS de BASSES EAUX -

Lorsque le débit moyen d'un mois de basses eaux a été corrigé du débit de tarissement provenant de la saison des pluies antérieures, il y a une corrélation entre le résidu et la pluviométrie du mois considéré et parfois des mois antérieurs. Mais l'analyse montre que la pluviométrie à prendre en compte n'est pas toujours relative à la même partie du bassin.

En Janvier, l'influence de la pluviométrie est négligeable et le débit moyen du mois dépend entièrement du débit fictif au 1er Janvier.

En Février, l'influence des pluies de Janvier et de Février se fait sentir mais seulement pour les groupes géographiques G_1 et G_2 correspondant à la partie la plus basse du bassin. L'indice pluviométrique adopté, X_1 , est égal au total des pluies de Janvier et Février. La régression entre cet indice et le débit moyen corrigé du tarissement est linéaire avec un coefficient de corrélation égal à 0,96.

En Mars, on doit considérer également le groupe $G_1 + G_2$ et l'indice pluviométrique donnant la meilleure corrélation est égal au total des pluies de Février et de Mars, X_2 : le coefficient de corrélation est de 0,90. La régression ne peut pas être considérée comme linéaire : une régression parabolique du second degré a été adoptée.

En Avril, les apports dus aux précipitations sur les parties moyenne et supérieure du bassin doivent être pris en compte. L'indice pluviométrique X_3 est donné par le total des pluies en Mars et Avril sur tout le bassin. La régression est linéaire avec un coefficient de corrélation égal à 0,83.

En Mai, l'indice pluviométrique X_4 se rapporte au total des précipitations en Avril et Mai sur l'ensemble du bassin. Le coefficient de corrélation est de 0,71 et la régression est linéaire. Le débit fictif au 1er Janvier n'a plus qu'une influence négligeable.

TABLEAU II

SANAGA à EDEA

Indices pluviométriques mensuels
concernant les groupes G₁ et G₂

Année	J	F	M
1934	3	3	75
1935	31	21	106
1936	0	33	185
1937	0	43	71
1938	18	37	134
1939	14	76	96
1940	12	24	72
1941	4	37	118
1942	28	89	42
1943	51	25	144
1944	3	60	222
1945	48	13	56
1946	20	22	93
1947	22	67	62
1948	16	31	80
1949	15	27	94
1950	12	50	132
1951	6	29	110
1952	21	47	104
1953	8	94	112
1954	20	74	113
1955	15	28	193
1956	6	80	177
1957	13	9	100
1958	3	12	65
1959	17	2	139
1960	6	15	110
1961	26	9	60
1962	2	8	182

TABLEAU III
SANAGA à EDEA

Valeurs des indices pluviométriques
utilisés pour les basses eaux
(mm)

Année	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
1934	6	78	254	385
1935	52	127	193	276
1936	33	218	276	335
1937	43	114	192	315
1938	55	171	240	339
1939	90	172	210	299
1940	36	96	203	344
1941	41	155	242	331
1942	117	131	201	422
1943	76	169	235	356
1944	63	282	318	331
1945	61	69	140	282
1946	42	115	177	236
1947	89	129	238	385
1948	47	111	236	311
1949	42	121	200	288
1950	62	182	244	392
1951	35	139	198	289
1952	68	151	245	336
1953	103	206	203	307
1954	94	187	279	382
1955	43	223	281	365
1956	86	257	313	316
1957	22	109	243	379
1958	15	77	232	371
1959	19	141	252	284
1960	21	125	257	344
1961	35	69	176	278
1962	10	190	305	-

IV - ETUDE des DEBITS FICTIFS au 1er JANVIER -

Le débit au 1er Janvier, pris sur la courbe de tarissement et que l'on appellera débit fictif car il peut ne pas correspondre exactement au débit réel, dépend évidemment de l'abondance de la saison des pluies précédente sur l'ensemble du bassin. Le choix des paramètres destinés à caractériser ces pluies du point de vue de ce débit, est assez délicat. En effet, non seulement intervient l'abondance globale de la saison, mais la répartition à l'intérieur de cette saison et, géographiquement, à l'intérieur du bassin.

L'étude complète du phénomène entraînerait le choix d'un grand nombre de paramètres dont l'estimation serait illusoire au vu d'un échantillon de taille aussi réduite que les 13 années d'observations communes des pluies et des débits dont il est possible de disposer. Il serait même vain de chercher à affecter un paramètre à chaque mois de saison des pluies. L'opération préliminaire de sélection des paramètres a été menée graphiquement et nous a conduit à adopter :

- Le total des pluies tombées sur tout le bassin de Juillet à Octobre dit "pluies J A S O" et noté X dans les calculs. Il ne s'agit pas en réalité des hauteurs réelles de précipitations mais d'un indice caractéristique calculé suivant les règles énoncées au paragraphe I.

- Le total des pluies tombées sur tout le bassin en Novembre et Décembre dit "pluies N D" et noté Z dans les calculs. Même remarque pour les pluies J A S O.

Les éléments nécessaires à l'étude des régressions sont rassemblés dans le tableau IV. Le débit fictif Q_0 est noté Y pour simplifier les écritures dans les formules.

Une étude graphique sommaire, conduite selon la méthode des résidus, en prenant X comme variable principale, montre qu'il n'est pas absurde d'adopter une régression multiple de forme linéaire. L'estimation directe par la méthode des moindres carrés donne la relation suivante :

$$Y = 1,21 X + 2,72 Z - 300$$

où Y est exprimé en m^3/s , X et Z en mm.

TABLEAU IV
SANAGA à EDEA

Année	Y Débits fictifs au 1er Janvier m ³ /s	X Total pluies J A S O mm	Z Pluies N D mm
1950	1300	1125 (1)	45 (1)
1951	1040	1032	74
1952	1210	1058	57
1953	1080	928	83
1954	980	963	86
1955	1240	1128	84
1956	1250	1005	57
1957	1280	872	133
1958	1250	1028	126
1959	1060	799	166
1960	910	912	82
1961	1250	952	73
1962	780	1006	33

(1) Bien entendu, X et Z sont calculés à partir des données de l'année précédente c'est-à-dire, ici, 1949.

Le coefficient de corrélation entre les valeurs de Y calculées par cette formule et les valeurs observées, n'est que de 0,55. Toutefois, il s'agit là d'un coefficient de corrélation multiple dont la signification apparaît moins clairement que celle d'un coefficient de corrélation simple. C'est pourquoi il a paru utile d'analyser séparément l'influence des facteurs X et Z. L'opération a été conduite par la méthode des résidus mais, cette fois, en usant de procédés analytiques. La marche suivie est la suivante :

- Etablissement de la régression $Y_{\text{observé}}, X_{\text{observé}} (I)$.
- Calcul des Y à partir des X observés par la formule de régression (I).
- Détermination des écarts ΔY entre Y calculés et Y observés. Dans la pratique, ces deux opérations sont simultanées.
- Etablissement de la régression $\Delta Y, Z$.
- Utilisation de cette régression pour corriger Y observé, compte tenu de l'influence de Z : $Y_{\text{cor.}}$.
- Régression $Y_{\text{cor.}}, Y$ etc...

L'opération est nécessairement convergente et on tend ainsi vers les corrélations simples de X avec Y dégagé de l'influence de Z, d'une part, et de Z avec ΔY , correction à effectuer sur Y pour tenir compte précisément de Z.

Dans le cas présent, on obtient à la 4ème approximation :

$$\begin{aligned} Y &= 2,62 Z - 220 \quad \text{avec } r = 0,59 \quad (\text{fig. 1}) \\ Y_{\text{cor}} &= 1,19 X - 48 \quad \text{avec } r = 0,64 \quad (\text{fig. 2}) \end{aligned}$$

La régression multiple qui en découle est très voisine de celle qui a été établie directement :

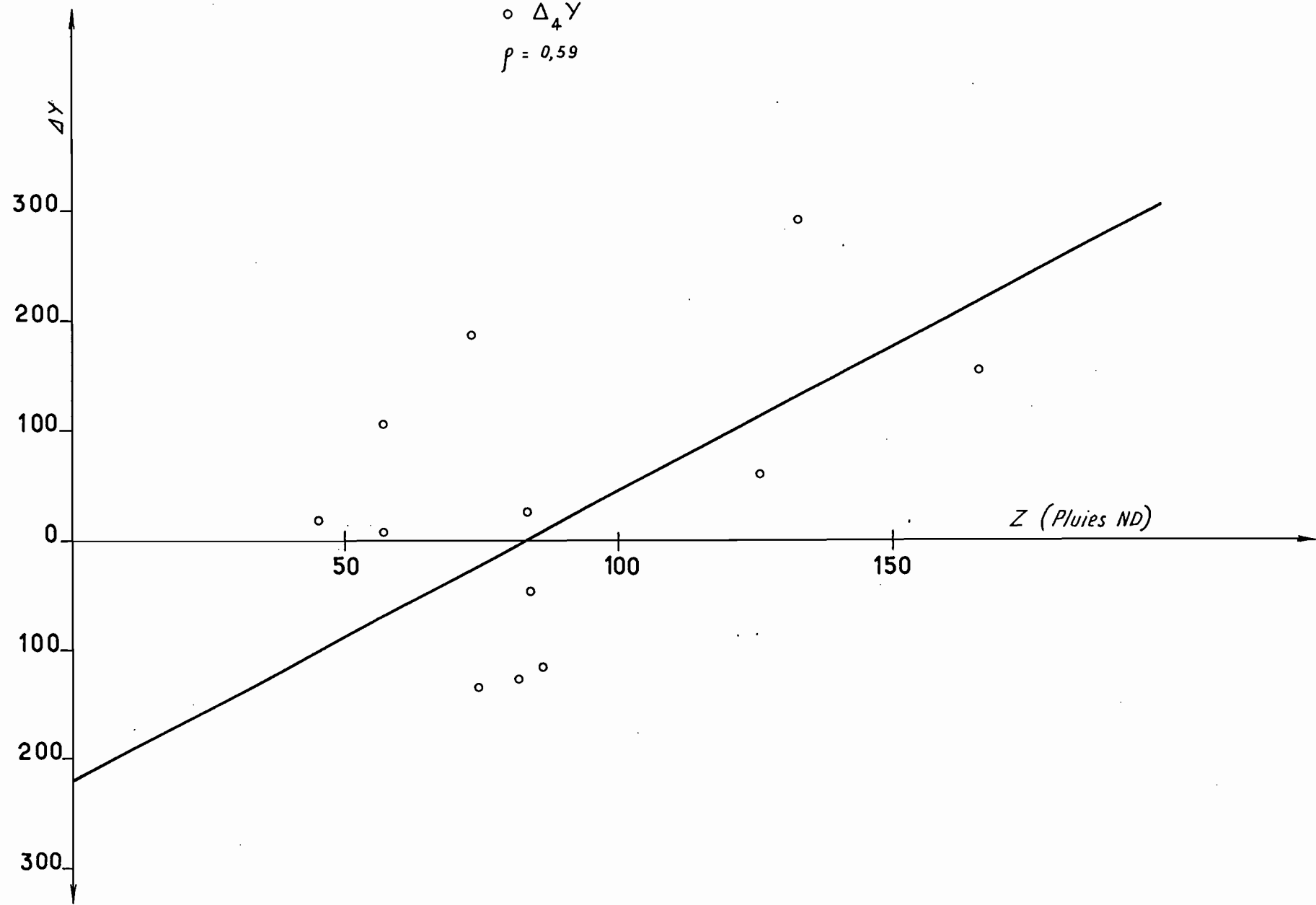
$$Y = 1,19 X + 2,62 Z - 268.$$

En continuant les approximations, les coefficients de la formule précédente se rapprocheraient lentement de ceux de la formule initiale et les coefficients de corrélation devraient croître légèrement. On peut sans doute admettre, ce qui ne change d'ailleurs strictement rien à leur signification, que ces coefficients sont respectivement de 0,60 pour (Y, Z) et de 0,65 pour ($Y_{\text{cor.}}, X$). Ce ne sont pas là des valeurs hautement significatives, leur probabilité de dépassement due au seul

Fig_1

REGRESSION ΔY , PLUIES ND

$\circ \Delta_4 Y$
 $\rho = 0,59$

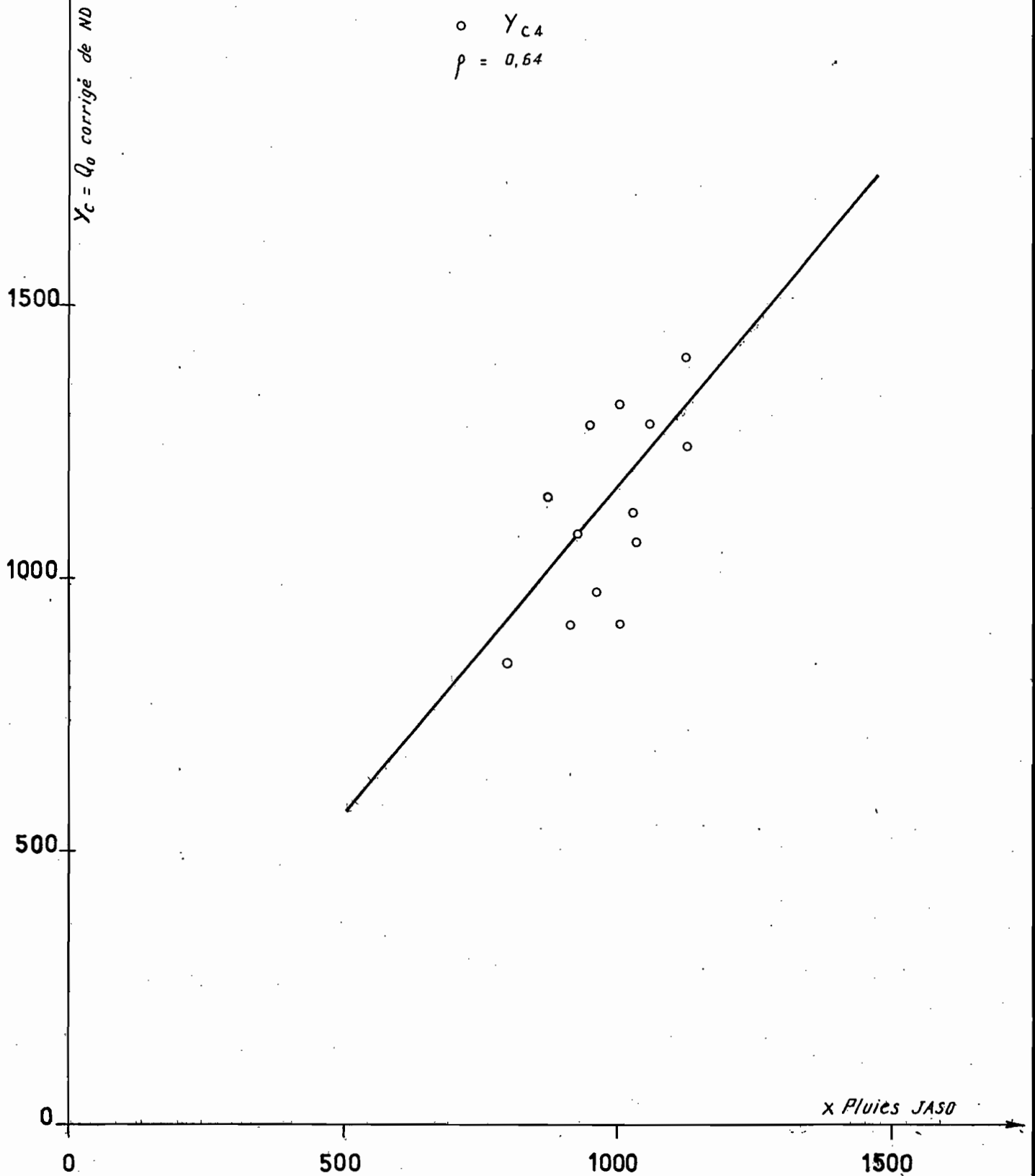


PROSTOR
Ao
DATE: Sept. 63
DESSINE: J. Métyer
CAM_111.005

Fig-2

REGRESSION $Y_c = Q_0$ CORRIGÉ DE L'INFLUENCE DE ND,
PLUIES JASO

o Y_{cA}
 $\rho = 0,64$



hasard étant comprise entre 2 et 5 %. On notera cependant que la corrélation brute entre Y et X, sans correction des pluies N D, n'est que de 0,30, c'est-à-dire franchement inutilisable.

La faiblesse relative du coefficient de corrélation liant Q_0 aux pluies antérieures n'a rien de surprenant pour un bassin de cette étendue ; même si les pluies étaient parfaitement connues avec un réseau beaucoup plus dense et exploité dans les meilleures conditions, il est probable que la dispersion resterait notable, puisque nous ne pouvons tenir compte ni de répartition géographique singulière ni de la répartition des averses entre Novembre et Décembre ou entre Juillet, Août, Septembre et Octobre, ni de la répartition des averses à l'intérieur de chaque mois. Il conviendra donc d'utiliser Q_0 avec précaution en sachant que, pour les années sèches, des écarts importants peuvent être observés par rapport à la moyenne conditionnelle que constitue la droite de régression.

Il reste à préciser quels sont les écarts à craindre sur les débits mensuels avec une éventualité raisonnable. Ces écarts dépendent du mois dont on considère le débit. On a vu, en effet, que l'influence du tarissement décroît en valeur absolue de manière exceptionnelle. Capitale en Janvier, où elle détermine la presque totalité des apports, elle est déjà très faible en Avril et disparaît presque complètement en Mai. Si l'on admet, ce qui semble ressortir des différentes études statistiques effectuées, que l'écart à la moyenne conditionnelle de Q_0 excède rarement 200 m³/s et qu'il n'y a pas de raison, à priori, pour que cet écart se manifeste plutôt en année sèche qu'en année humide, on voit que les écarts résultants sur les moyennes mensuelles ne dépasseront que très rarement :

160 m ³ /s	en	Janvier
80	"	" Février
35	"	" Mars
17	"	" Avril

En pourcentage, sur la partie du débit mensuel due au tarissement uniquement, cela représente 25 % environ pour les années faibles et 15 % pour les années fortes. Le pourcentage sur le débit moyen réel du mois sera beaucoup plus faible, sauf en Janvier.

On donne sur le tableau V les valeurs de Q_0 calculées pour la période 1935-1949 ne comportant pas de résultats hydro-métriques utilisables.

TABIEAU V
SANAGA à EDEA

Année	Pluies J A S O mm	Pluies N D mm	Q _o (m ³ /s)
1935	852	69	919
1936	1053	82	1197
1937	1002	93	1165
1938	973	72	1073
1939	872	103	1035
1940	1002	107	1203
1941	1003	42	1028
1942	889	102	1053
1943	914	74	1007
1944	931	109	1123
1945	980	81	1106
1946	1003	44	1034
1947	839	89	957
1948	875	112	1064
1949	932	92	1078

V - CALCUL des DEBITS MOYENS MENSUELS -

Ces débits peuvent être estimés, pour la période 1935-1949, à partir des valeurs de Q_0 et des indices pluviométriques du tableau III, au moyen des formules du paragraphe III. Les résultats trouvés sont consignés dans le tableau VI.

La succession des régressions utilisées entraîne, pour Janvier et Février, une erreur systématique importante sur l'estimation des moyennes conditionnelles, les coefficients de corrélation faibles ayant pour effet de réduire, à chaque opération, la dispersion naturelle des valeurs. A partir de Mars, l'influence de Q_0 fléchissant de façon appréciable, l'erreur systématique précédente n'est plus décelable.

Pour les deux mois précités, on donne ci-dessous les formules de correction établies par l'étude de la régression entre les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues par le calcul pour les débits moyens mensuels. Le débit moyen corrigé est noté X_c et le débit calculé directement X .

$$\text{Janvier} \quad : \quad X_c = 2,4 X - 1240 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Février} \quad : \quad X_c = 1,43 x - 250 \text{ m}^3/\text{s}$$

Les débits moyens mensuels corrigés sont portés sur le tableau VI bis.

TABLEAU VI

SANAGA à EDEA

Débits moyens mensuels de basses eaux
estimés directement d'après les formules de régression

Année	J	F	M	A	M
1935	754	629	330	463	768
1936	982	612	750	724	1016
1937	955	665	339	481	932
1938	880	708	510	611	1033
1939	849	925	507	522	865
1940	986	634	304	516	1054
1941	843	599	441	613	1000
1942	863	1110	366	497	1383
1943	826	821	490	591	1105
1944	921	781	1124	838	1000
1945	907	761	239	328	793
1946	848	607	318	427	600
1947	785	888	343	595	1227
1948	872	652	313	598	915
1949	884	625	342	497	818

TABLEAU VI bis

SANAGA à EDEA

Débits moyens mensuels de basses eaux
estimés et corrigés de l'erreur systématique

Année	J	F	M	A	M
1935	570	649	330	463	768
1936	1117	625	750	724	1016
1937	1052	701	339	481	932
1938	872	762	510	611	1033
1939	798	1073	507	522	865
1940	1126	657	304	516	1054
1941	783	606	441	613	1000
1942	831	1337	366	497	1383
1943	742	924	490	591	1105
1944	970	867	1124	838	1000
1945	937	838	239	328	795
1946	795	618	318	427	600
1947	644	1020	343	595	1227
1948	853	682	313	598	915
1949	882	644	342	497	818

VI - PASSAGE aux DEBITS CARACTERISTIQUES -

Les débits caractéristiques de basses eaux, pris ici de 10 jours en 10 jours et de 10 à 120 jours, sont liés aux débits mensuels par des régressions linéaires.

On désigne par :

- X_1 : le débit moyen du mois le plus faible,
- X_2 : le débit moyen des deux mois les plus faibles,
- X_3 : le débit moyen des trois mois les plus faibles,
- X_4 : le débit moyen des quatre mois les plus faibles.

et par :

- Y_1 : le débit caractéristique de 10 jours vers les basses eaux,
- Y_2 : le débit caractéristique de 20 jours vers les basses eaux,
- Y_3 : le débit caractéristique de 30 jours vers les basses eaux, etc...

L'analyse statistique montre que les meilleures corrélations sont obtenues en utilisant les régressions :

Y_1	=	0,794	X_1	+	29	avec	r	=	0,93
Y_2	=	0,908	X_1	+	22	avec	r	=	0,94
Y_3	=	0,943	X_1	+	45	avec	r	=	0,925
Y_4	=	1,048	X_2	-	27	avec	r	=	0,975
Y_5	=	0,984	X_2	+	67	avec	r	=	0,96
Y_6	=	0,924	X_2	+	164	avec	r	=	0,92
Y_7	=	0,960	X_3	+	139	avec	r	=	0,93
Y_8	=	0,984	X_3	+	169	avec	r	=	0,92
Y_9	=	0,990	X_3	+	206	avec	r	=	0,91
Y_{10}	=	1,092	X_4	+	119	avec	r	=	0,94
Y_{11}	=	1,152	X_4	+	138	avec	r	=	0,93
Y_{12}	=	1,152	X_4	+	199	avec	r	=	0,92

Les résultats des calculs sont consignés dans le tableau VII qui donne, en outre, les débits caractéristiques observés de 1950 à 1962.

Le tableau VII permet, dans l'hypothèse d'une régularisation, d'estimer le volume de retenue nécessaire pour chaque année, suivant le débit régularisé admis. L'étude statistique de ces volumes de retenue permet, si le volume économiquement disponible est limité, de déterminer les chances de défaillance dans l'exploitation de l'aménagement.

Dans l'hypothèse d'une exploitation au fil de l'eau, le tableau VII permet d'établir directement le graphique des défaillances donnant la probabilité pour que le contrat correspondant à tel débit turbiné ne soit pas honoré pendant un nombre de jours donné.

TABIEAU VII
SANAGA à EDEA

Débits caractéristiques de basses eaux
Estimés pour la période 1935-1949
Observés pour la période 1950-1962

Année:	10 j:	20 j:	30 j:	40 j:	50 j:	60 j:	70 j:	80 j:	90 j:	100 j:	110 j:	120 j:
1935:	291:	322:	333:	388:	457:	530:	575:	616:	655:	668:	717:	778:
1936:	525:	590:	611:	679:	730:	787:	811:	858:	899:	970:	1035:	1096:
1937:	298:	329:	332:	403:	470:	543:	626:	668:	708:	788:	844:	905:
1938:	434:	485:	503:	560:	618:	681:	742:	787:	828:	871:	932:	993:
1939:	432:	482:	500:	513:	574:	640:	724:	768:	809:	854:	913:	974:
1940:	270:	298:	309:	403:	470:	543:	611:	653:	693:	810:	867:	928:
1941:	379:	422:	438:	521:	582:	647:	670:	713:	753:	786:	842:	903:
1942:	320:	355:	367:	426:	492:	563:	681:	725:	765:	947:	1011:	1072:
1943:	418:	467:	484:	540:	599:	664:	723:	767:	808:	869:	929:	990:
1944:	694:	783:	812:	867:	906:	952:	995:	1047:	1089:	1123:	1197:	1258:
1945:	219:	239:	247:	270:	345:	425:	574:	615:	654:	720:	772:	833:
1946:	281:	311:	322:	364:	434:	509:	569:	610:	649:	654:	702:	763:
1947:	301:	333:	345:	465:	528:	597:	645:	688:	728:	829:	887:	948:
1948:	277:	306:	317:	451:	516:	585:	649:	692:	732:	787:	843:	904:
1949:	301:	333:	345:	413:	480:	552:	613:	655:	695:	747:	800:	861:
1950:	500:	523:	532:	576:	638:	708:	802:	918:	954:	1082:	1178:	1238:
1951:	372:	386:	430:	453:	487:	532:	572:	616:	624:	686:	744:	816:
1952:	423:	472:	502:	567:	629:	754:	850:	886:	928:	998:	1118:	1160:
1953:	487:	510:	541:	558:	594:	611:	642:	664:	690:	717:	816:	871:
1954:	491:	550:	576:	620:	664:	704:	735:	773:	831:	855:	881:	933:
1955:	461:	572:	620:	682:	726:	792:	811:	840:	881:	944:	1022:	1094:
1956:	620:	730:	826:	928:	980:	1010:	1070:	1100:	1140:	1190:	1250:	1280:
1957:	372:	430:	453:	491:	598:	717:	768:	802:	826:	850:	892:	950:
1958:	502:	523:	554:	611:	661:	730:	790:	876:	940:	1000:	1040:	1160:
1959:	267:	294:	354:	430:	472:	523:	540:	580:	673:	708:	730:	816:
1960:	280:	300:	316:	336:	394:	466:	585:	624:	641:	680:	740:	760:
1961:	195:	254:	300:	379:	476:	540:	575:	605:	652:	701:	749:	777:
1962:	243:	270:	312:	376:	462:	540:	590:	625:	652:	733:	777:	860: