LE MODELE GR2

C. MICHEL

J.C. MAILHOL

Ingénieurs à la Section Hydrologie-Hydraulique du CEMAGREF à ANTONY.

INTRODUCTION :

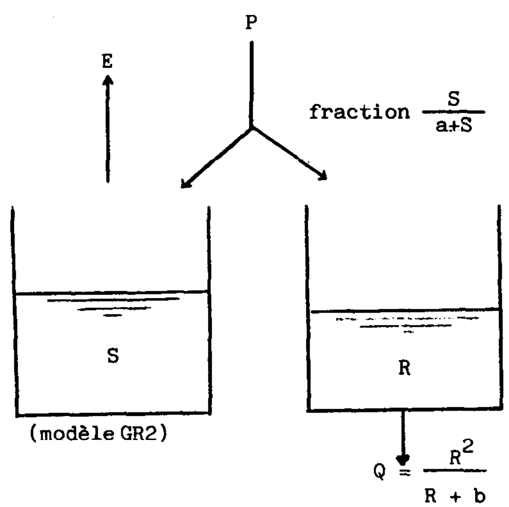
On présente ci-après un modèle empirique global, comprenant un nombre de paramètres très réduit puisqu'ils sont au nombre de deux. L'origine de ce modèle est le modèle CREC mis au point à CHATOU par les Ingénieurs d'EDF. Au lieu de suivre la tendance naturelle qui consiste à modifier ce modèle en le compliquant pour augmenter ses chances de mieux représenter la réalité, on a tout au contraire cherché à le simplifier à outrance en rejetant tout ce qui ne semblait pas présenter un intérêt primordial propre.

CONCEPTION DU MODELE :

Il se compose de deux réservoirs. Un réservoir gère la fonction de rendement en dépendant d'un seul paramètre. Un autre réservoir est responsable de la fonction de transfert en dépendant d'un deuxième paramètre.

L'évaporation peut être approximée par une fonction puissance de la température journalière

$$\left[\left(\frac{t}{6}\right)^{1.4} \text{, en région parisienne} \right]$$



(modèle GR2)

L'évaporation est puisée, sans autre limitation que S = 0, dans le réservoir sol dont le contenu en eau est S. Le paramètre a s'exprime en mm et ne dépend pas de l'intervalle de temps du modèle (c'est-à-dire le pas de temps des entrées, en général le jour).

La vidange du réservoir R dépend d'un paramètre b qui s'exprime également en mm, mais dont la valeur est inversement proportionnelle au pas de temps du modèle. Cela provient d'une hypothèse de débit proportionnel au carré du contenu du réservoir, en général nécessaire.

$$q = k\ R^2$$

R s'exprime en mm (stock)

q s'exprime en mm/j (flux)

k s'exprime donc en mm-1 j-1

or $q = -\frac{dR}{dt}$ t représentant le temps

on a donc $\frac{dR}{dt} = -\ kR^2$ c'est à dire $\frac{1}{R-\Delta R} - \frac{1}{R} = k\ \Delta t$

avec $\Delta R = Q$ lame d'eau relachée chaque jour (chaque pas de temps).

On a donc $$Q = \frac{R^2}{R+\frac{1}{k\ \Delta t}}$$

C'est ce rapport $\frac{1}{k\Delta t}$ qui donne le paramètre b, s'exprime en mm, et est inversément proportionnel au pas de temps du modèle.

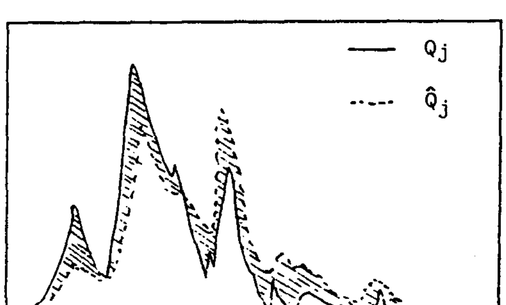
A noter que, du fait de la réponse toujours décroissante du réservoir R, le pas de temps ne devrait pas être inférieur au temps de concentration du bassin versant.

FONCTION CRITERE

On désigne ainsi le critère numérique qui permet de juger de l'adéquation d'un modèle c'est-à-dire de la comparaison entre la chronique réelle des débits et celle simulée par le modèle avec la seule connaissance des pluies et des évaporations.

Une comparaison sur n jours (n doit être en principe ≫ 365) conduit à rapprocher les n Qj des n $\hat{Q}_j$ ($\hat{Q}_j$ = valeur estimée pour le jour j).

De nombreuses formules ont été proposées pour mesurer l'écart en voulant mettre l'accent sur les crues ou, au contraire, sur les étiages.



La "meilleure" formule semble encore être celle qui est la plus simple, c'est-à-dire la superficie de la zone comprise entre la courbe des Q et celle des O .

Autrement dit, ce critère s'écrit numériquement :

$$\sum_{j=1}^{n} | Q_j - \hat{Q}_j |$$

ou encore en pourcentage $\left(\sum_{j-1}^{n} | Q_j - \hat{Q}_j | \right) / \left(\sum^{n} Q_j \right) *100$

PERIODE DE MISE EN ROUTE :

Le modèle permet de restituer les $\hat{Q}_j$ à condition de connaître l'état initial au début de la période simulée. Compte tenu du caractère inévitablement arbitraire de cette initialisation, les premières valeurs de Q_j ne seront pas fiables et par conséquent on n'en tiendra pas compte dans le calcul de la fonction critère.

Cette période doit être assez confortable et cela d'autant plus que le modèle est complexe. Inclure un hiver ou un été sur les modèles semble souvent une nécessité pour soustraire des conséquences de l'initialisation. Pour simplifier, on utilise systématiquement une année entière pour cette période de mise en route.

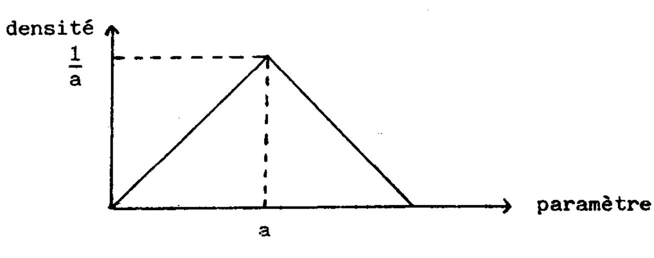
PERIODE DE CALAGE, PERIODE DE CONTROLE

La qualité d'un modèle se mesure autant à la valeur absolue de la fonction critère qu'à la différence de lecture entre la valeur prise par la fonction sur la période du calage et celle prise sur une période de contrôle disjointe de la précédente. Compte tenu de ce que les deux périodes doivent comprendre la période de mise en route, on ne voit guère la possibilité d'utiliser un modèle avec moins de trois années de débits.

COMPLICATION EVENTUELLE DU MODELE GR2

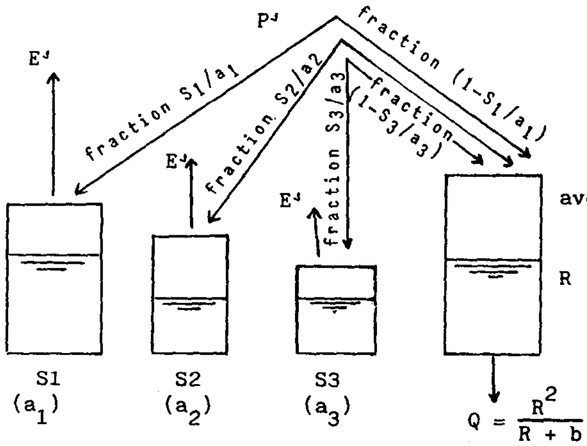
Il s'est révélé assez difficile d'augmenter de façon systématique les performances du modèle GR2. Deux tentatives acceptables ont été effectuées :

- d'une part on a essayé de tenir compte systématiquement de la diversité du bassin versant en considérant une juxtaposition de réservoirs-sols dont le paramètre est tiré d'une distribution systématique à un seul paramètre. On a défini pour cela une distribution triangulaire isocèle de valeur centrale a, et de valeur minimale nulle.



Une discrétisation avec seulement trois réservoirs-sol est en général suffisante pour apporter une amélioration sensible sans alourdir inutilement les calculs. Chaque réservoir-sol représente alors un tiers du bassin versant et les paramètres de ces trois réservoirs sont respectivement 0,64 a, et 1,36 a.

On obtient le schéma suivant :



où : $a_1 = 1{,}36\ a$

$a_2 = a$

$a_3 = 0{,}64\ a$

avec : $P^J - E^J = P - E$

$P^J \cdot E^J = 0$

2) A partir du schéma précédent on peut introduire une interconnexion entre réservoirs.

Il suffit d'imaginer un effet piston des pluies qui tend à remplir les réservoirs de faible niveau à partir des réservoirs de fort niveau. Chaque réservoir reçoit alors, algébriquement, la quantité :

$$P \quad \frac{\bar{S} - S_i}{a}$$

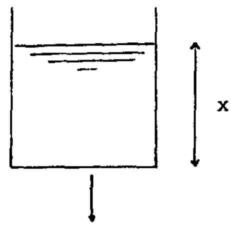
$\bar{S}$ étant la moyenne des niveaux des différents réservoirs S_i, P la pluie sur le pas de temps en cours.

Cette deuxième complication, sans paramètre supplémentaire, présente toutefois un intérêt assez limité.

A l'occasion des recherches précédentes on a pu faire quelques remarques utiles sur les modèles à réservoirs en général, remarques qui sont exposées ci-après.

Loi de vidange d'un réservoir :

La loi de vidange désigne la relation existant entre le débit de sortie sur un intervalle de temps Δt et le niveau de réservoir en début du pas de temps :

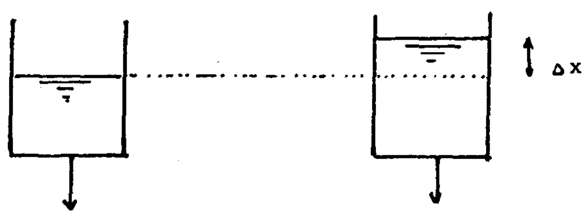


pendant Δt :

$$Y = f(x)$$

Lorsque l'on choisit cette fonction f, il faut satisfaire les conditions suivantes :

- f fonction croissante, positive
- $f(x) \leq x \quad \forall x \geq 0$
- à une entrée Δx, f doit faire correspondre un supplément de sortie inférieure à Δx



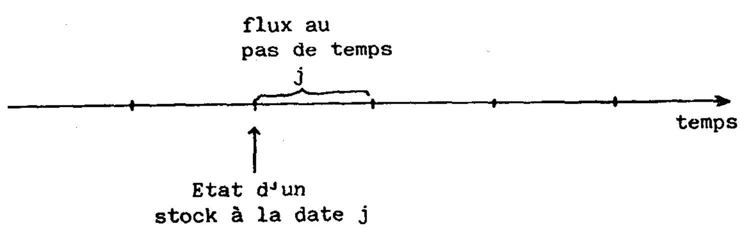
$f(x)$ $\qquad$ $f(x+\Delta x)$

$$f(x+\Delta x) \qquad f(x)+\Delta x \qquad \forall x \text{ et } \Delta x \geq 0$$

Ces conditions peuvent se résumer par :

$$\left| \begin{array}{ll} 0 \leq f'(x) \leq 1 & \forall x \geq 0 \\ \text{et } f(0) = 0 & \end{array} \right.$$

Références aux temps



Il est commode et usuel de donner le même indice à un intervalle de temps et à une date précise (début ou fin de cet intervalle de temps).

Il est important que cette convention de repérage des dates et des intervalles de temps soit clairement exprimée pour éviter des erreurs dûes à des changements intempestifs dans cette convention. Ces changements introduiraient alors des délais fictifs analogues à des temps de routage supplémentaires indésirés.

Avantages du faible nombre de paramètres :

Un avantage tient à la facilité de calage. Point n'est besoin d'introduire une méthode itérative qui risquerait d'aboutir à un extremum secondaire de la fonction critère. Si l'on se fixe des limites raisonnable pour a et b, soit $a_1 \leqslant a \leqslant a_2$ et $b_1 \leqslant b \leqslant b_2$, il suffit de balayer toute une grille construite sur le carré (a_1, a_2, b_1, b_2). De plus, cela permet de voir la forme de la fonction critère et de tester la sensibilité du modèle aux deux paramètres. Un autre avantage réside dans la facilité ultérieure à essayer de relier les paramètres a et b à différentes caractéristiques géographiques des bassins versants, ce qui serait d'un intérêt évident ; tentative qui risquera fort d'échouer avec des modèles incluant trop de paramètres.