

MODELISATION STOCHASTIQUE DE LA RELATION PLUIE-DEBIT

Ph. BOIS, Th. LABEL

INTRODUCTION

La frontière séparant les modèles dits "déterministes" des modèles dits "stochastiques" n'est pas toujours aisée à définir. La presque totalité des modèles "déterministes" ne sont en fait jamais purement déterministes, puisqu'il existe des paramètres à caler cas par cas, le calage s'opérant souvent à l'aide de procédures statistiques ou quasi statistiques. A l'inverse, bien des modèles stochastiques ont une base conceptuelle (heureusement pourrait-on dire) ou s'appuient sur certaines relations fondamentales d'allure très déterministe.

Ainsi en est-il de l'hydrogramme unitaire, qui par delà l'inférence statistique de ses paramètres, présuppose un comportement linéaire de la relation pluie efficace-débit, les pluies efficaces étant elles-mêmes souvent calculées à l'aide d'un algorithme de nature pratiquement déterministe.

Les méthodes qui seront décrites ici peuvent être considérées comme des méthodes de type stochastique dans la mesure où la modélisation pluies efficaces-débits ne fait intervenir aucune expression analytique dérivée d'une analyse physique des processus d'écoulement. Leur caractère stochastique est renforcé par le fait que, soit la fonction de production n'est pas explicitée, soit le calage de ses paramètres est un sous-produit du calage global des modèles. Seule l'approche de l'hydrogramme unitaire géomorpho-climatique est un peu particulière, puisqu'elle s'appuie sur une analyse conceptuelle des écoulements. La méthode garde néanmoins un caractère stochastique prédominant puisque l'hydrogramme unitaire est exprimé sous forme d'une fonction densité de probabilité.

Ces méthodes ne prétendent pas former une liste exhaustive, mais elles offrent un bon aperçu de ce qui peut s'utiliser et des développements en cours dans la gamme des modèles systémiques ou globaux.

I - MODELES CORRELATIFS

1.1. L'équation de corrélation multiple

On cherche à établir une régression entre une variable de sortie X_0 et n variables d'entrées $\{X_i\}$, à l'aide d'un critère de moindres carrés :

$$\hat{X}_{0_k} = \sum_{i=1}^n b_i^* X_{i_k} + b_0^*$$

et

$$X_{0_k} = \hat{X}_{0_k} + \xi_k ; \quad \xi \text{ étant un bruit blanc}$$

et $\sum_{k=1}^n \xi_k$ minimum

La variable de sortie est en général le débit ou les variations de débit à l'exutoire pour le pas de temps $(K \Delta t)$, tandis que les variables d'entrée sont, soit des débits, soit des variables hydrométéorologiques aux instants concomitants ou antérieurs.

Le nombre P d'observations doit être largement supérieur au double du nombre n de variables explicatives retenues pour assurer une certaine stabilité de la relation obtenue.

Le système matriciel permettant d'obtenir le vecteur B^* des coefficients $\{b_i^*\}$, minimisant la somme du carré des résidus, peut s'écrire de plusieurs façons :

$$a) |\sigma_{ij}|_{i,n} |b_i^*|_{i,n} = |\sigma_{oi}|_{i,n} \quad \text{avec}$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{P-1} \sum_{k=1}^P (\bar{X}_{ik} - X_{i_k}) (X_{j_k} - \bar{X}_j)$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P X_{ik}$$

En outre, l'hyperplan de régression passe par le barycentre du nuage de points :

$$b_0^* = (X_0 - \bar{X}_0) - \sum_{i=1}^n b_i^* (X_i - \bar{X}_i)$$

ce qui amène à une deuxième forme possible :

$$b) B^* = (Xc^T Xc)^{-1} Xc^T Xc\phi$$

où Xc est la matrice (P,n) des p valeurs centrées observées pour les n variables explicatives et $Xc\phi$ est le vecteur colonne $(P,1)$ des p valeurs centrées observées pour la variable expliquée X_0 .

Une notion très importante et trop peu utilisée est la corrélation partielle entre deux variables, compte tenu des autres. Il est étonnant de voir que certains programmes récents ne mettent pas en valeur ces coefficients qui indiquent l'influence d'une variable sur une autre, compte tenu des autres.

Elle donne donc une explication assez physique aux relations établies entre variables, si on a fait un bon choix des autres variables.

Des non linéarités peuvent être introduites dans le modèle en transformant certaines variables brutes d'entrée, à l'aide de fonctions puissances, exponentielles/logarithmiques ou d'autres. Il peut cependant devenir très vite fastidieux de tester une succession de transformations sur plusieurs variables séparément ou prises ensemble. C'est pourquoi une bonne intuition hydrologique et une certaine connaissance du bassin à modéliser sont nécessaires pour opérer la sélection de ces variables d'entrée et les transformations adéquates.

1.2. Sélection des variables et stabilité des coefficients de régression

Les coefficients D obtenus sont des variables aléatoires dont la valeur prise est fonction de l'échantillonnage. Cette valeur est d'autant plus instable que :

- a) le nombre de variables sélectionnées est fort compte tenu du nombre d'observations disponibles,
- b) les variables sont corrélées entre elles, c'est-à-dire, que les paramètres b confluent.

Un certain nombre de techniques sont utilisables pour remédier à ce manque de robustesse des coefficients de régression :

- + opérer un choix ascendant ou descendant des variables à retenir. On se fixe un critère qui permet de rentrer les variables les unes après les autres tant que leur apport est jugé significatif ou au contraire, partant de l'ensemble des variables, on cherche à éliminer celles qui ont un faible pouvoir explicatif ;
- + accepter un biais de l'estimateur \hat{X}_0 pour le prix d'une plus grande stabilité des coefficients b_j^* (ridge régression) ;
- + on peut également introduire certaines contraintes sur ces coefficients pour des raisons de vraisemblance physique.

Cette opération est néanmoins délicate car elle introduit des contraintes numériques mal maîtrisées alors même que la signification physique réelle des coefficients b_i^* n'est pas toujours très claire.

Stepwise régression

La lourdeur numérique de toute sélection de variables explicatives est due à la nécessité de tester à chaque étape si le critère ayant abouti à la sélection ou au rejet d'une variable, n'est pas rendu caduque par l'itération suivante. La régression progressive (septwise) est une méthode classique, largement disponible dans les bibliothèques statistiques, permettant de déterminer la "meilleure" corrélation multiple entre une variable expliquée et n variables explicatives. C'est une technique ascendante pour laquelle on pratique à chaque pas les tests de la méthode descendante. Comme toute technique basée sur des tests, elle présuppose la normalité et l'indépendance des résidus, hypothèse parfois difficile à vérifier. Le double test pratiqué à chaque étape est un test de Fisher :

$$F^* = \frac{\text{Variance de } X_0 \text{ expliquée par } X, \text{ compte tenu des } q \text{ variables déjà entrées}}{\text{Variance de } X_0 \text{ non expliquée par les } q \text{ variables déjà entrées.}}$$

On notera :

$$F^* = \frac{\sigma^2 \hat{X}_0 / i/q}{\sigma^2 X_0 - \sigma^2 \hat{X}_0 / q}$$

Pour un seuil α donné, la variable X_i est considérée comme apportant une contribution significative si :
 $F^* i/q > F_{1-\alpha}$, $v_1 = 1$, $v_2 = n-q-1$. X_i est alors introduite

(partie ascendante du test), ou rejetée (partie descendante du test).

Le processus itératif est le suivant :

1) test d'entrée de la première variable.

$$X_0 = f(X_j)$$

où X_j est la variable dont le $F_{j/0}^*$ est le plus fort parmi les p_j variables explicatives possibles.

2a) test d'entrée de la seconde variable :

$$X_0 = f(X_j, X_k)$$

où X_k est la variable dont le $F_{k/1}^*$ est le plus élevé parmi les $(P-1)$ variables restantes.

2b) test de rejet :

X_j , après introduction de X_k , a-t-elle encore un pouvoir explicatif significatif ?

Si oui, les deux variables sont conservées, et on passe à l'étape n°3.

Si non, arrêt possible de l'algorithme : les variables X_j et X_k sont trop fortement corrélées entre elles. Il est alors conseillé de forcer d'autres variables à rentrer en diminuant le seuil.

i.a Test d'entrée de la i ème variable

i.b Test de rejet de chacune des $(i-1)$ variables rentrées précédemment.

L'algorithme s'arrête lorsque plus aucune variable supplémentaire n'est acceptée, aucune des variables déjà rentrées n'ayant été rejetée à l'itération précédente.

Cette méthode appelle une critique immédiate car la propriété d'orthogonalité des régressions partielles est mal utilisée : supposons qu'à l'étape 2.b on rejette X_j , il se peut très bien qu'une autre combinaison (X_j, X_k) ait eu un pouvoir explicatif plus grand que X_j ou X_k pris séparément. C'est pourquoi on peut préférer utiliser les méthodes des-

cendantes, mais il serait de toutes façons illusoire de se fier entièrement à une procédure algorithmique automatisée.

Ridge régression

Une autre manière d'atténuer les effets pervers provoqués par la corrélation des variables explicatives entre elles est d'accepter un certain biais de l'estimateur B^* afin d'en augmenter la stabilité. Le critère est ici l'espérance de l'erreur quadratique commise sur les coefficients de régression, soit :

$$G(B^*) = E [(B^* - \beta)^T \cdot (B^* - \beta)]$$

où β est le vecteur des coefficients de régression de la population. On peut écrire :

$$G(B^*) = \sigma^2(B^*) + D^2(B^*)$$

$$\text{avec } \sigma^2(B^*) = E [(B^* - E(B^*))^2]$$

$$\text{et } D(B^*) = E(B^*) - \beta$$

On peut également montrer que : $\sigma^2(B^*) = \sigma_{\epsilon}^2 \text{Tr}(X_c^T \cdot X_c)^{-1} = \sigma_{\epsilon}^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i}$

où σ_{ϵ}^2 est la variante résiduelle de la régression et λ_i sont les valeurs propres de $(X_c^T \cdot X_c)$

Lorsque une ou plusieurs variables explicatives sont fortement corrélées entre elles, certaines valeurs propres λ_i peuvent être voisines de 0 et $\sigma^2(B^*)$ est élevé.

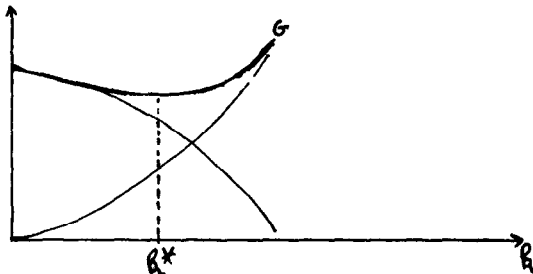
La "ridge" régression propose de perturber uniformément la diagonale de la matrice de variance-covariance pour augmenter sa trace. On écrit :

$$B^* = (X_c^T \cdot X_c + kI)^{-1} X_c^T X_o \quad 0 < k < 1$$

$G(B^*)$ devient une fonction de k :

$$G(B^*) = \sigma_{\epsilon}^2 \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} + k^2 \beta^T (X_c^T \cdot X_c + kI)^{-2} \cdot \beta$$

k^* optimum, est fixé de telle manière que la somme des deux fonctions critères soit minimum :

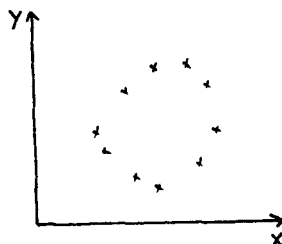


1.3. Les pièges de corrélation

Parallèlement aux problèmes résultant de la corrélation entre variables explicatives, il existe une série de pièges classiques à éviter lorsque l'on met en oeuvre la technique ou que l'on interprète ses résultats. Il n'est probablement pas inutile de les rappeler :

- pièges géométriques :

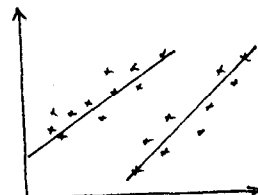
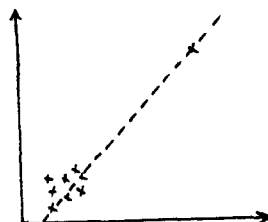
Ex. : S'il existe une relation fonctionnelle du type $X^2 + Y^2 = r^2$ entre X et Y, le coefficient de corrélation linéaire est nul.



- échantillonnages :

. nuage de points en "haltères" : le petit nombre de valeurs très fortes crée la corrélation.

. hétérogénéité dans la série : il y a en fait deux régressions de bonne qualité sur chacun des sous échantillons.



- mauvaise analyse préalable des phénomènes corrélés :

. confluctuations (composantes saisonnières par exemple),

. corrélations artificielles (variables cumulées par exemple),

. corrélations triviales cachant les autres corrélations. Par exemple, si on cherche une formule donnant un débit de crue de temps de retour donné en fonction de paramètres des bassins, on obtiendra vite une très bonne corrélation rien qu'avec la taille du bassin versant, si l'échantillon comporte des bassins versants de tailles extrêmement différentes ; dans ce cas, il est important d'examiner les corrélations partielles.

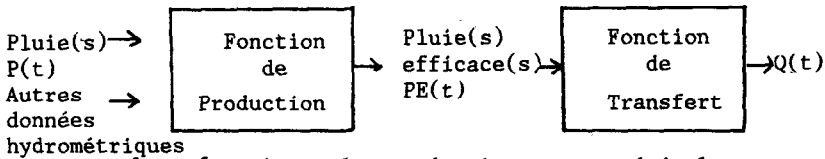
En conclusion, la corrélation multiple est une méthode robuste et relativement transparente dont les calculs sont classiques et rapides. Pour ces raisons, il est toujours bon de l'essayer avant de passer à des modèles plus compliqués. Cependant, sa simplicité n'est pas un label de qualité en soi et quelques précautions indispensables permettent d'éviter bien des désagréments :

- + bonne critique préalable des données,
- + contrôler les résultats numériques à l'aide de représentations graphiques,
- + étude des corrélations partielles,
- + prudence dans l'extrapolation hors du nuage de points ayant servi à caler la liaison.

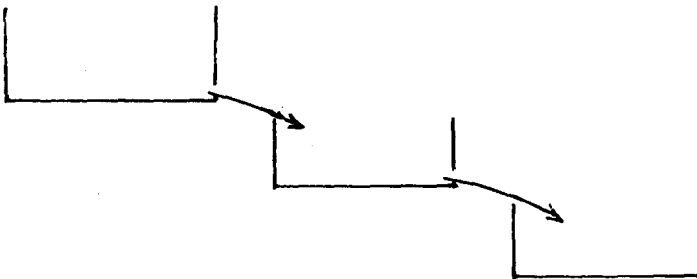
II - MODELES FONDES SUR L'ANALYSE DES SYSTEMES

2.1. Présentation

Le premier de ces modèles à avoir été proposé en hydrologie est celui de l'hydrogramme unitaire (voir entre autres Dooge, 1965). Le système bassin-versant est considéré comme une succession de deux boîtes noires :



La fonction de production est généralement considérée comme non linéaire, contrairement à la fonction de transfert. Cette dernière est modélisée par une série de réservoirs plus ou moins complexes, mais le plus souvent linéaires.



Après discrétisation en pas de temps Δt , cette modélisation aboutit à différentes représentations mathématiques plus ou moins équivalentes entre elles, et dont on pourra trouver un panorama complet dans BASTIN (1984). Les plus familières à l'hydrologue sont linéaires :

- l'équation aux différences :

$$Q(K) + \sum_{i=1}^n a_i Q(K-i) = \sum_{i=1}^n b_i PE(K-i),$$

qui relie le débit à l'instant $(K \Delta t)$ aux débits et aux pluies antérieurs $((K-i) \Delta t)$.

- la fonction de transfert polynomiale :

$$Q(K) = \frac{B(Z^{-1})}{1+A(Z^{-1})} PE(K), \text{ les polynomes } A(Z^{-1}) \text{ et}$$

$B(Z^{-1})$ étant définis comme suit :

$$A(Z^{-1}) = \sum_{i=1}^n a_i Z^{-i}$$

$$B(Z^{-1}) = \sum_{i=1}^n b_i Z^{-i}$$

Z^{-1} étant un opérateur délai, tel que :

$$Z^{-1} [X(K)] = X(K-1) \text{ ou } Z [X(K)] = X(K+1)$$

On peut désigner par $H(Z^{-1})$ le résultat de la division polynomiale $\frac{B(Z^{-1})}{1+A(Z^{-1})}$. Le polynome contient un nombre infini de termes :

$$H(Z^{-1}) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i Z^{-i}$$

La séquence des h_i est celle des coefficients de l'hydrogramme unitaire, tronquée dans la pratique à un nombre fini de termes représentant approximativement le temps de base du bassin.

2.2. Classes de modèles

Outre la représentation mathématique d'une fonction de transfert linéaire, trois facteurs distinguent les uns des autres les différents modèles systémiques :

- la représentation de la fonction de production,
- le critère d'optimisation,
- l'algorithme de minimisation.

En choisissant une fonction de production (le plus souvent non linéaire) et en fixant une représentation de la fonction de transfert linéaire (c'est-à-dire notamment le nombre de coefficients (a_i , b_i) ou (k^i)), on construit en fait une classe de modèles définie par ses paramètres.

Par exemple, soit une fonction de production telle que :

$$PE(t) = [P^2(t) + C(t) * \alpha P(t)] / [P(t) + \alpha]$$

où $C(t)$ est un paramètre variant récursivement avec le temps et dont la valeur initiale est C_0 ,

et une fonction de transfert exprimée sous la forme :

$$Q(t) = a_1 Q(t-1) + a_2 Q(t-2) + b_2 P(t-2) + b_3 P(t-3),$$

la classe de modèles envisagée est définie par le vecteur de paramètres $\theta (C_0, \alpha, a_1, a_2, b_2, b_3)$.

Il faut alors définir un critère d'optimisation qui permettra :

- 1) de déterminer la meilleure valeur du vecteur θ pour une classe de modèle donnée,
- 2) de comparer entre eux les résultats obtenus pour plusieurs classes de modèles.

2.3. Les critères d'optimisation

Lorsqu'un modèle est utilisé en prévision, on définit l'erreur de prévision comme étant :

$$e(t; \theta) = \theta(t; \theta) - \hat{Q}(t; \theta)$$

où $e(K; \theta) = Q(K; \theta) - \hat{Q}(K; \theta)$ après discrétisation au pas de temps Δt . La séquence des erreurs $\{e(K; \theta)\}$ est une fonction du vecteur des paramètres (θ).

Pour rendre ces résidus aussi faibles que possible, on cherche généralement à minimiser l'un des trois critères suivants (BASTIN, 1984) :

* l'erreur quadratique moyenne :

$$J_1(\theta) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P e^2(K; \theta)$$

* L'erreur absolue moyenne :

$$J_2(\theta) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P |e(k; \theta)|$$

(e-g, Mays and Taur; 1982)

* La corrélation entre les erreurs $e(k;\theta)$ et les données :
(e,g, Whitehead; 1979).

Une fois le critère choisi, on met en oeuvre un algorithme aboutissant à sa minimisation.

2.4. Algorithmes de minimisation

L'algorithme tient d'abord compte du caractère linéaire ou non linéaire du prédicteur $\hat{Q}(K;\theta)$, fonction de θ .

Dans les applications de type temps réel, on peut en outre autoriser le vecteur de paramètres (θ) à varier en fonction du temps ; on a alors recours aux algorithmes adaptatifs. Ces différentes possibilités sont détaillées ci-dessous dans le cas de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne.

a) cas linéaire

$$\text{On a : } \hat{\theta}(k;\theta) = \sum \phi_i(k) \theta_i$$

où $\phi_i(\theta)$ est une fonction exclusive des données.

La minimisation de $J_1(\theta)$ s'obtient alors simplement par corrélation multiple et l'estimé θ_N s'écrit :

$$\hat{\theta}_N = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Q$$

avec Q le vecteur des données de débit et Φ la matrice des coefficients $\phi_i(K)$.

b) cas non linéaire

L'algorithme général du gradient, dont nous empruntons la description ci-dessous à G. BASTIN (1984), s'applique au cas où $Q(K;\theta)$ n'est plus une fonction linéaire de θ .

On pose :

$$\frac{d}{d\theta} e(k;\theta) = \frac{1}{2} \phi'(K;\theta)$$

$$\frac{d}{d\theta} J_1(\theta) = J_1'(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [e(k;\theta) \phi^T(k;\theta)]$$

L'algorithme général du gradient s'écrit alors :

$$\hat{\theta}_N^{j+1} = \hat{\theta}_N^j - k_j [R_j]^{-1} J_1'(\hat{\theta}_N^j)$$

où 1) j désigne l'itération en cours

2) $\hat{\theta}_N^j$ désigne l'estimée de θ obtenue à l'itération j

Normalement, on doit avoir : $\lim_{j \rightarrow \infty} \hat{\theta}_N^j = \hat{\theta}_N$

3) le gain K_j est choisi à chaque itération de manière que :

$$J_1(\hat{\theta}_N^{j+1}) < J_1(\hat{\theta}_N^j)$$

La matrice R_j peut être choisie de différentes manières :

a) $R_j = I$: algorithme du gradient simple

b) $R_j = J''_1(\hat{\theta}_N^j)$: algorithme de Newton-Raphson

c) $R_j = \frac{1}{N} \sum |\phi(k; \theta_N^j) \phi^T(k; \theta_N^j)|$: algorithme de Gauss

c) algorithmes adaptatifs :

Le critère d'erreur évolue dans le temps, au fur et à mesure qu'une donnée nouvelle vient s'ajouter aux données déjà observées. Pour accorder un poids différent aux erreurs récentes et aux erreurs plus anciennes, on va chercher à minimiser une erreur quadratique moyenne pondérée :

$$V_N(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^i e^2(k-i; \theta) \text{ avec } 0 < \lambda < 1$$

λ étant le facteur d'oubli.

On calcule à chaque pas de temps une estimée $\hat{\theta}^{K-1}$ réactualisée à l'instant (K) en fonction des données recueillies au cours de l'intervalle $(K-1, K) \Delta t$. $\hat{\theta}_K$ peut se déduire directement des $\hat{\theta}_{K-1}$ sans avoir à réinverser la matrice des données, grâce à la relation récursive suivante:

$$\hat{\theta}_K = \hat{\theta}_{K-1} + K P_K \phi(K; \hat{\theta}_{K-1}) e(K; \hat{\theta}_{K-1})$$

$$\text{et } P_K = \frac{P_{K-1}}{\lambda} \left[\frac{\phi^T(K; \hat{\theta}_{K-1}) \phi^T(K; \hat{\theta}_{K-1}) P_{K-1}}{\lambda + \phi^T(K; \hat{\theta}_{K-1}) P_{K-1} \phi(K; \hat{\theta}_{K-1})} \right]$$

2.5 Un cas particulier de modèle systémique : la DPFT

La méthode DPFT (différence première de la fonction transfert), proposée par GUILLOT et DUBAND (1980), est un modèle systémique travaillant sur des épisodes de crue et dont les caractéristiques sont les suivantes :

- 1) On travaille sur les différences $q_k = Q_k - Q_{k-1}$ (d'où le nom de DPFT) ;
- 2) Pas de fonction de production explicitée. On détermine globalement les pluies efficaces épisode par épisode et une fonction de transfert linéaire valable pour l'ensemble des épisodes.
- 3) Le critère d'optimisation est un critère de moindre carrés portant sur la série des q_k .
- 4) L'algorithme de minimisation est une corrélation multiple entre la série des q_k et la série des pluies efficaces.

Les données sont donc groupées en L épisodes, pour lesquels on dispose :

- des pluies mesurées : $\{R_{ml}\}$

- des débits : $\{Q_{kl}\}$

l étant le n° de l'épisode, m le pas de temps sur lequel a été mesuré la pluie, et k le pas de temps à la fin duquel est mesuré le débit.

On définit également :

$$q_{kl} = Q_{kl} - Q_{(k-1)l}$$

P_{ml} : la pluie efficace inconnue

On suppose en outre, que la mémoire du système est de N pas de temps. Tous les épisodes pluvieux sont découpés de telle manière qu'il y ait N pluies mesurées pour chacun. Compte tenu des équations décrites ci-dessous, les hydrogrammes de crue doivent alors s'étendre sur $K = M + N - 1$ pas de temps.

Le processus numérique est une série d'itérations constituées de deux étapes chacune :

- 1.a. $P^\circ = R$: les pluies efficaces sont supposées égales aux pluies mesurées.

On cherche par corrélation multiple sur l'ensemble des épisodes, la série de coefficients $\{a_h\}$ telle que :

$$[q]_{K \times L} = [A]_{K \times L}^h * [P^\circ]_{M \times L}$$

$$\text{et } \sum_k \sum_l \varepsilon_{kl}^2 = \sum (q_{kl} - \hat{q}_{kl})^2 \quad \text{soit minimum}$$

Ces L systèmes distincts aboutissent à une première évaluation des L séries de pluies efficaces $\{P_{ml}^1\}_M$

2.a. On réinjecte dans le système du pas la ces P^1 à la place des pluies mesurées (P^0).

↳ estimation d'une série $\{a_n^2\}_N$

2.b. Injection des coefficients a^2 à la place des coefficients a_n^1 dans les L systèmes du pas lb.

↳ estimation de L séries $\{P_{ml}^2\}_M$

etc.

On atteint le plus souvent la convergence en quatre ou cinq itérations. On a alors :

- 1) La fonction de transfert linéaire sous la forme de la série $\{a_n\}_N$
- 2) L séries de pluies efficaces $\{P_{ml}^{p*}\}_M$ qui peuvent permettre de caler une fonction de production, en introduisant au besoin d'autres variables hydrométéorologiques. Cette fonction de production peut également être différente selon les saisons.

2.6. Conclusion :

Les modèles issus de l'analyse des systèmes sont souvent appliqués avec des résultats satisfaisants sur des bassins de taille faible ou moyenne, et pour des crues dont l'hydrogramme est simple. Lorsque la crue présente une double pointe, on voit souvent apparaître un décalage d'un pas de temps entre les valeurs observées et les valeurs reconstituées : les erreurs sont alors autocorrélées. Sur de grands bassins, c'est-à-dire, pour des systèmes plus complexes, la difficulté majeure est de définir une représentation d'état du système suffisamment complète, tout en évitant de surparamétriser le modèle, car le calage des paramètres devient alors instable. Il reste par ailleurs à étudier l'impact exact des erreurs commises dans l'évaluation des entrées (pluies moyennes) et dans la mesure des débits de sortie, cette question faisant l'objet de recherches en cours.

III L'HYDROGRAMME UNITAIRE INSTANTANE GEOMORPHOCLIMATIQUE :

Dans cette approche, on n'identifie plus une fonction de transfert dont les coefficients sont invariants. L'hydrogramme unitaire est représenté par deux paramètres, le débit de pointe (q_p) et le temps nécessaire pour atteindre cette pointe (t_p), dont on cherche à déterminer la fonction densité de probabilité.

3.1. Principe de la méthode :

La méthode ne se préoccupe pas de la production, on travaille sur les pluies efficaces. Dans un premier temps, RODRIGUEZ-ITURBE et VALDES (1979) ont cherché à expliquer par une approche probabiliste, les variations fréquemment rencontrées par les hydrologues lorsqu'ils identifient l'hydrogramme unitaire à partir de différents épisodes de crue, ce qui leur a permis de définir un hydrogramme unitaire géomorphologique.

Par la suite, et afin de prendre en compte les changements intervenant d'un épisode pluvieux à l'autre, chaque événement est caractérisé par une intensité moyenne i tombant avec une répartition spatiale uniforme durant un temps t (RODRIGUEZ-ITURBE et al., 1982). i et t sont des variables aléatoires de densité de probabilité :

$$i_r = \delta e^{-\delta i r}$$

$$t_r = \beta e^{-\beta i r}$$

c'est-à-dire, que i et t sont supposées indépendantes l'une de l'autre. Moyennant d'autres hypothèses sur la morphologie du bassin et ses caractéristiques hydrauliques, on en déduit les fonctions densité de probabilité de q_p et t_p :

$$f(q_p) = a_1 \Pi q_p^{1,5} \cdot \exp(-a_2 \Pi q_p^{2,5})$$

$$f(t_p) = b_1 \Pi t_p^{-3,5} \cdot \exp(-b_2 \Pi t_p^{-2,5})$$

où a_1, a_2, b_1, b_2 , sont des coefficients positifs.

Π est une fonction des paramètres morphologiques (longueur et surface du sous bassin versant principal, rapport de HORTON) et hydrauliques (paramètre caractérisant l'onde cinématique de l'écoulement de surface) du bassin versant, ainsi que de l'intensité i_r .

3.2. Commentaires

L'approche est intéressante car elle fournit des valeurs graduées en probabilité pour les deux paramètres principaux de l'hydrogramme et permet de faire varier la réponse du bassin en fonction de l'entrée. Les objections principales qui peuvent être faites, concernent surtout les hypothèses simplificatrices sur la pluie :

- indépendance entre t_r et t_p ,
- répartition spatiale uniforme.

Par ailleurs, les fonctions densités de probabilités obtenues pour q_p et t_p ne concernent que des pluies efficaces uniformes dans le temps.

Pour appliquer valablement la méthode, il faudrait être capable de composer ces pluies "unitaires", et surtout, il faut disposer d'une fonction de production permettant d'accéder aux pluies efficaces.

Ces questions, non résolues à notre connaissance, expliquent probablement que peu d'applications pratiques ont été présentées à ce jour.

IV - CONCLUSION

Le tableau 1 donne les éléments d'une vision synthétique et comparative des quelques modèles non déterministes qui viennent d'être présentés. Il serait vain de hiérarchiser ces méthodes en terme d'efficacité générale : la modélisation est plus souvent un art que la mise en oeuvre d'algorithmes à utiliser avec une confiance aveugle.

Le choix d'un modèle pour un bassin donné dépend de la qualité des données disponibles, de la part respective présumée des différents mécanismes hydrologiques, de la taille du bassin, et également du but poursuivi à travers cette modélisation : la prévision, prédiction ou tentative d'explication des phénomènes.

L'attrait principal des méthodes stochastiques est leur rapidité et leur souplesse de mise en oeuvre. De ce fait, elles sont particulièrement adaptées à la prévision en temps réel, et ce d'autant plus qu'elles peuvent fournir une estimation des erreurs commises en sortie, sous forme de variance résiduelle ou d'erreur quadratique moyenne. En prévision par ailleurs, et dans la mesure même où les coefficients des modèles n'ont pas de signification physique précise, elles soulèvent moins d'interrogations sur la validité intrinsèque du modèle, dont on n'appréciera la qualité au vu de la seule précision des résultats.

Bien que s'appuyant sur des techniques d'analyse statistique classique, les méthodes non déterministes offrent encore un large champ d'investigation, tant sur le plan de la méthodologie, que sur celui des applications.

REFERENCES

- DOOGE J.C.I., 1965
A general theory of the unit hydrograph
J. Geophys. Research, 64 (2)
PP 241-256.
- BASTIN G., 1984.
Identification de la relation Pluie-Débit.
Prévision des débits en temps réel :
session de formation permanente
INP GRENOBLE, 1984.
- GUILLOT P. et DUBAND D., 1980.
Une méthode de transfert Pluie-Débit
par régression multiple.
Proc. Oxford symposium.
Publication IAHS n° 129, pp. 177-185.
- MAYS L.W. and TAUR C.K., 1982
Unit hydrographs via non linear
programming
Wat. Res. Research, 18 (4), pp. 744-752.
- RODRIGUEZ-ITURBE I. et VALDES J.B., 1979.
The geomorphologic structure of hydro-
logic response.
Water Resources Research, 15 (6),
pp. 1409-1420.
- RODRIGUEZ-ITURBE I., GONZALEZ-SANABRIA M., BRAS R.L., 1982.
A geomorphoclimatic theory of the
Instantaneous Unit Hydrograph.
Water Resources Research, 18(4)
PP 877-886
- WHITEHEAD P.G., 1979
Applications of recursive estimation tech-
niques to time variable hydrological sys-
tems
Jour. of Hydr., 40, 1-16

	Données Nécessaires	Intuition Hydrologique	F. de Production	F. de Transport	Calculs Calage Opération	Test	Evolution	
CORRELATION	Nombreuses Hydro climato	oui, un peu choix des variables transformab.	Pas exactement	Indirectement	Lourd mais classique	Très rapide	Puissant	Difficile
Analyse des SYSTEMES	Assez nombreuses Hydro climato	Oui pour le f production	On donne l'allure elle se cale	--->idem	Lourd mais raffiné	Très rapide	Assez puissant	Possible
D.P.F.T.	Assez nombreuses hydro climato	un peu A t	donne les éléments pour la déterm.	oui linéaire constante	lourd encore peu classique	très rapide	à l'état de recherche	Difficile
I U M C	Morpho Hydro qq. climato	un peu	à trouver par ailleurs	oui dépend des pluies efficaces	Pas de calage exactement	rapide	à faire	Possible

Note : Tous ces modèles sont d'une application rapide

RECHERCHES : CORRELATION : un peu
SYSTEMES : tenter des applications
DPFT : ROBUSTESSE, SENSIBILITE
IUMC : TESTER SUR DES DONNEES

Fig. 1