

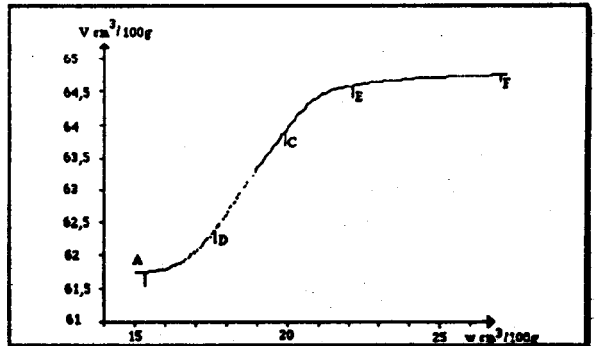
MODELE DE REPARTITION DE L'EAU ET DE L'AIR DANS UN ECHANTILLON DE SOL STRUCTURE. (A PARTIR DE LA MODELISATION DES COURBES DE RETRAIT)

Erik BRAUDEAU

I INTRODUCTION

La courbe de retrait, bien connue en pédologie, représente la variation du volume massique d'un échantillon de sol en fonction de sa teneur en eau (ex. fig.1). C'est une mesure qui est longue et difficile à obtenir directement, et dont le nombre de points a toujours été limité. Récemment, cependant, nous avons montré comment obtenir les courbes de retrait d'échantillons de sol non remaniés (1), indirectement mais en continu, par la mesure automatique de la rétraction du diamètre de l'échantillon. Cela donne accès à des courbes expérimentales, dont la précision, jamais obtenue auparavant, permet la recherche de leur équation.

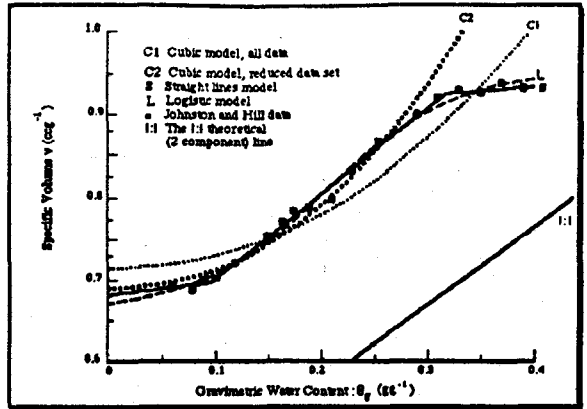
Figure. 1 Courbe de retrait expérimentale d'un échantillon de sol non remanié



Or le retrait peut être considéré comme une variation structurale d'ensemble de l'échantillon, causée par la variation géométrique de son système poral en fonction des volumes d'eau et d'air qui l'occupent. C'est pourquoi les courbes de retrait sont précieuses à obtenir pour le calcul des processus hydrodynamiques dans le sol (2), ou bien aussi pour la caractérisation de propriétés structurales du sol (3). Plusieurs tentatives de modélisation du retrait ont donc été faites, mais sans résultat vraiment satisfaisant (4), à cause semble-t-il du nombre insuffisant des données expérimentales aux environs des points de transition des phases de retrait, qui ne permet pas de choisir par exemple, entre un modèle continu ou discontinu des variations structurales de l'échantillon (4,5) (fig.2).

Disposant alors de données très précises et surtout mesurées en continu de la rétraction d'échantillons de sol structurés (1), nous nous proposons dans cette note, de tenter cette modélisation en reprenant l'approche de SPOSITO et GIRALDEZ (5,6) qui ont bien montré l'existence d'une équation paramétrique universelle des courbes de retrait mais sur un cas particulier et sans que la forme de l'équation n'ait pu être donnée.

Figure . 2 Exemple de différentes modélisations de la courbe de retrait, tiré de GARRY et MALAFANT (1987)



II. CADRE DE L'ETUDE

Les quatre sols pris en exemple sont des sols ferrallitiques du CONGO, dont les principales caractéristiques sont reproduites dans le tableau I, un prélèvement au cylindre a été effectué dans les horizons supérieurs A,AB,BA, en trois répétitions, et analysés au rétractomètre (1). Cet appareil, schématisé à la figure 3, mesure le diamètre de l'échantillon cylindrique en même temps que son poids, au cours du séchage l'air, en enceinte régulée (28°, Hr 40%).

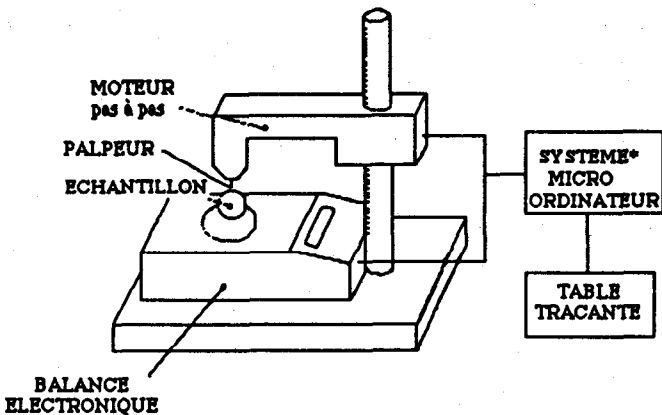


Figure 3 Appareillage de mesure de la rétraction et de l'évaporation d'un échantillon de sol en cours de séchage

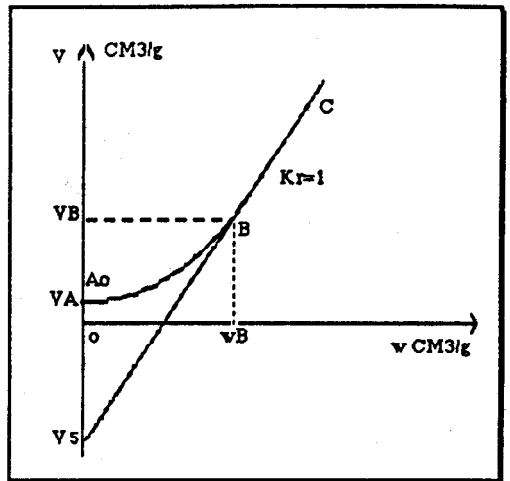
nom	texture			teneur
				en
échantil.	argile	limon	sable	carbone
LOH2-A	64.3%	16.4%	11.7%	5.2%
LOH2-AB	66.3	13.7	10.3	4.9
LOH2-BA	62.5	18.6	10.5	1.1
TNZI-A	46.7	31.8	13.2	3.8
TNZI-AB	57.5	29.5	8.1	1.4
MSBA-A	45.9	30.8	17.8	1.9
MSBA-AB	52.2	30.6	12.1	1.5
MSBA-BA	54.1	32.1	9.9	1.2
AGRI-A	17.0	24.4	57.3	1.7
AGRI-AB	11.2	38.2	47.3	0.9
AGRI-BA	22.7	20.8	53.1	0.7

Tableau I:- Analyse granulométrique et teneur en carbone de quatre sols ferralitiques du CONGO.

La figure 1 reproduit la courbe de retrait d'un échantillon de sol ferralitique argileux du CONGO (MSBA-BA, cf. tableau I), suivi en dessèchement depuis l'état saturé (point F), jusqu'à l'état sec, c'est à dire en deçà de la limite de retrait (point A). Il s'agit d'une courbe expérimentale obtenue point par point, en sorte qu'il est aisé d'en délimiter avec précision les différentes phases de retrait séparées par les points A, B, C, E, F (1).

L'analyse des phases C-B et B-A des courbes de retrait a été bien étudiée par SPOSITO et GIRALDEZ (5) qui en ont recherché l'équation en posant, comme hypothèse de base, que le volume d'air entrant dans l'échantillon de sol, à partir du point B considéré comme point d'entrée d'air, est une fonction de la teneur en eau w , ne dépendant que des points A et B (fig. 1a), et obéissant la loi des états correspondants. De ce fait, l'entrée d'air, et corrélativement le volume massique de l'échantillon, peuvent être exprimés par une fonction paramétrique de forme universelle, c'est à dire valable pour tous les types de sol. Malheureusement, leur étude ne portait que sur des échantillons dont les courbes de retrait ne présentaient pas de phase structurale (F-C), et commençaient directement avec la phase (C- B) dont la pente, appelée constante de retrait: K_r , est égale 1 (fig. 1b). De tels échantillons sont très particuliers, car ils sont sans macro-porosité et par conséquent complètement saturés jusqu'en B où commence à se produire l'entrée d'air.

Figure . 3 Modèle de courbe de retrait étudié par SPOSITO et GIRARDEZ (1976°)



Pour considérer le cas général des sols structurés, dont la constante de retrait est différente de 1, et qui sont en partie dessaturés au point B, on a élargi ce modèle en posant de nouvelles hypothèses.

III DEFINITION DU MODELE

Trois hypothèses sont nécessaires pour définir le nouveau modèle de la variation structurale d'un échantillon de sol :

1° Il existe un système poral microscopique, constituant l'un des volumes fonctionnels responsables du retrait global de l'échantillon; ayant son point d'entrée d'air au point de transition entre ces deux phases (point B sur la courbe de retrait), et donc sa constante de retrait (pente C-B) égale 1.

2° La micro-porosité totale de l'échantillon correspond exactement à la porosité de ce système, si bien que le volume poral de celui-ci, appelé V_{mi} , est égal à la teneur en eau w , de l'échantillon au point d'entrée d'air B: $V_{miB}=wB$.

3° Le volume global de l'échantillon est fonction linéaire des volumes fonctionnels responsables du retrait composant l'échantillon.

Ces trois hypothèses définissent les différents volumes fonctionnels du nouveau modèle, et par là, les différents volumes structuraux considérés. Tous ces volumes sont rapportés à la masse M_s de la phase solide de l'échantillon.

Ainsi, la 1ère hypothèse définit qualitativement un volume fonctionnel homogène (V_{mi}), qui répond en fait au modèle de SPOSITO et GIRAL-

DEZ (fig.3). Son volume poral est noté V_{mi} , et sa teneur en eau, w_i . L'entrée d'air dans ce volume se faisant seulement partir du point B, sa constante de retrait est égale 1 puisque $\frac{dV_{mi}}{dw_i}=1$ jusqu'en B.

La deuxième hypothèse définit quantitativement la microporosité de l'échantillon, et par conséquent aussi sa macroporosité qui est la macroporosité complémentaire, dont le volume poral est noté V_{ma} et la teneur en eau w_a : d'après cette hypothèse, $V_{mi}=w_i=w$ au point B, ce qui entraîne $w_a=w-w_i=0$ en B.

Enfin la troisième hypothèse exprime la relation entre le volume global de l'échantillon V , et ses volumes fonctionnels constitutifs causant le retrait, c'est dire (V_{mi}), et w_a , l'eau extérieure à (V_{mi}). Cette relation peut être mise sous la forme:

$dV/dw = K1 \cdot \frac{dV_{mi}}{dw} + K2 \cdot \frac{dw_a}{dw}$, étant entendu que la variation du volume de (V_{mi}) correspond celle de son volume poral V_{mi} , puisque le volume de sa phase solide associée est constant.

IV. CONFRONTATION DU MODELE AVEC LES DONNEES OBSERVEES

On considère successivement les deux portions: C-A et F-C de la courbe de retrait (fig. 1).

1° Partie C-A de la courbe de retrait. On observe sur toutes les courbes une partie rectiligne C-B correspondant à la phase de retrait maximum. Cela se traduit par la relation (hypothèses 1 et 3): $dV/dw = cte = K1 \cdot \frac{dV_{mi}}{dw} + K2 \cdot \frac{dw_a}{dw} = K1 \cdot \frac{dw_i}{dw} + K2 \cdot \frac{dw_a}{dw}$;

Or par définition, $w=w_i+w_a$, ce qui entraîne que $\frac{dw_a}{dw}$ et $\frac{dw_i}{dw}$ sont également constants au cours de cette phase, et respectivement égaux à 0 et 1, valeurs obtenues en B d'après l'hypothèse 2. Cela veut dire que la macroporosité V_{ma} , est entièrement vide d'eau dans toute cette partie (C-A) de la courbe, et que seul (V_{mi}) est responsable du retrait global de l'échantillon. C'est pourquoi, on peut écrire, en accord avec la troisième hypothèse:

$\frac{dV}{dw} = K1 \cdot \frac{dV_{mi}}{dw}$, mais avec $K1=K_r$, déterminé au cours de la phase C-B où $\frac{dV}{dw}=K_r$ et où $\frac{dV_{mi}}{dw}=1$. On obtient alors, pour cette partie de la courbe, la relation générale suivante:

$$dV = K_r \cdot dV_{mi}$$

(1)

En posant $dV_{mi} = x \cdot dw$, la fraction de l'eau sortant de l'échantillon, responsable du retrait du système microscopique, l'équation (1) s'écrit:

$$dV = Kr \cdot x \cdot dw \quad (2)$$

où x est une fonction paramétrique qui ne dépendrait, d'après l'hypothèse de SPOSITO et GIRALDEZ, que des points A et B. On trouve effectivement un très bon ajustement de cette partie de la courbe, en prenant:

$x = 1$, entre les points C et B;

$$\text{et } x = \frac{e^{wn} - 1}{e - 1} \text{ dans l'intervalle B-A,} \quad (3)$$

$$\text{où } wn \text{ est la teneur en eau normalisée: } wn = \frac{w - w_A}{w_B - w_A} \quad (4).$$

Cela donne, après intégration de (2), l'équation paramétrique suivante de V fonction de wn :

$$V - V_B = Kr \cdot (w_B - w_A) \cdot \frac{e^{wn} - wn - e + 1}{e - 1} \quad (5),$$

et la forme normalisée de V :

$$V_n = \frac{V - V_A}{V_B - V_A} = \frac{e^{wn} - wn - 1}{e - 2} \quad (6).$$

Par ailleurs, en faisant $wn=0$ dans l'équation (5), on obtient une relation générale entre Kr et les coordonnées des points A et B:

$$Kr = \frac{V_B - V_A}{w_B - w_A} \cdot \frac{e - 1}{e - 2} \quad (7).$$

Un exemple d'ajustement de V_n (équ.6) est donné dans la figure 4.

2° Partie F-C de la courbe de retrait. On observe sur toutes les courbes étudiées, une première phase de rétraction faible ou nulle F-E, dont la pente est constante et notée Ko : $Ko = \frac{VE - VF}{wE - wF}$.

l'hypothèse 3 s'exprime alors par la relation:

$$dV = Kr \cdot dV_{mi} + Ko \cdot dwa \quad (8)$$

où l'on a fait $K2=Ko$, $K2$ étant déterminé au cours de la phase rectiligne F-E de pente Ko , où pour les mêmes raisons que précédemment (phase C-B), $\frac{dV_i}{dw}$, et $\frac{dwa}{dw}$ sont constants et égaux respectivement 0 et 1 (valeurs connues en F).

En posant comme précédemment $x.dw$, la fraction de l'eau sortant de l'échantillon, responsable du retrait de (V_{mi}), on a:

$dwi=x.dw=dV_{mi}$, $dwa=(1-x)dw$; et l'équation 8 devient:

$$dV=K_r.x.dw+K_o.(1-x).dw \quad (9)$$

avec $x=0$ entre les points F et E, puisque $\frac{dV_{mi}}{dw} = \frac{dwi}{dw} = 0$ dans cette phase.

En prenant pour x , dans la phase E-C, la même équation que celle utilisée précédemment dans la phase B-A:

$$x = \frac{e^{wn} - 1}{e - 1}, \text{ avec } wn = \frac{V - VE}{VC - VE}.$$

on obtient dans ce cas également, un très bon ajustement de V_n (ex. fig.5), qui s'obtient par intégration de (9):

$$V_n = \frac{V - VE}{VC - VE} \frac{K_r.(e^{wn} - wn - 1) + K_o.(e.wn - e^{wn} + 1)}{K_r.(e - 2) + K_o} \quad (10)$$

et on a aussi K_r relié aux points E et C par la relation:

$$K_r = \frac{VE - VC}{wE - wC} \cdot \frac{e - 1}{e - 2} + \frac{K_o}{e - 2} \quad (11)$$

Figure 4 Courbes $V_m = f(\omega n)$ calculée (en trait plein), et observée (croix), concernant la phase de retrait B - A. (MSBA - BA)

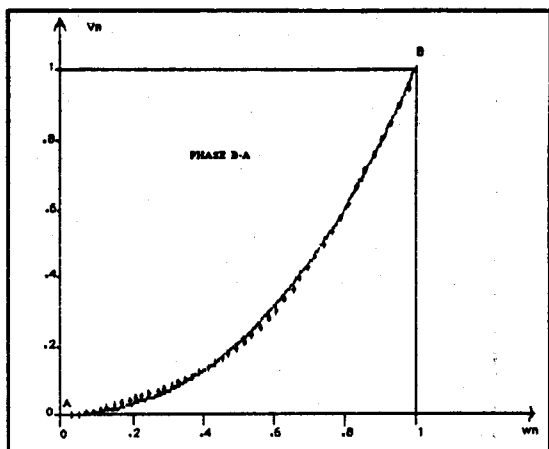
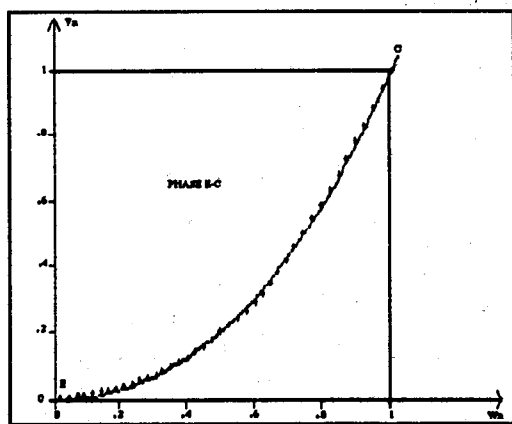


Figure 5 Courbes $V_n = f(\omega n)$ calculée (trait plein), et observée (croix), concernant la phase de retrait E - C. (MSBA - BA)



V. VALIDITE ET PROPRIETES DU MODELE.

HYPOTHESES	+	LES FAITS OBSERVES	----->	MODELE
1) B est le point d'entrée d'air dans (Vmi)	:	C-B rectiligne	:	wa=0 à partir de C : $Kr = \frac{dV}{dVmi}$
2) Vmi = w au point B	:	F - E rectiligne	:	:dwi=0 de F à E : $Ko = \frac{dV}{dwa}$
3) V est fonction linéaire de (Vmi) et wa	:	E-C courbe expon	:	: $x = \frac{dVmi}{dW} = \frac{(e^{m-1})}{(e-1)}$
	:	B-A courbe expon	:	: $x = \frac{dVmi}{dW} = \frac{(e^{m-1})}{(e-1)}$

Tableau II - Schéma de la démarche utilisée pour l'élaboration du modèle et la recherche de l'équation mathématique

Le tableau II résume la démarche qui a été suivie pour obtenir la formulation complète de la courbe de retrait. D'après ce tableau, l'équation généralisée de la courbe de retrait peut être donnée sous la forme dérivée (8):

$$dV = Kr.dVmi + Ko.dwa \quad \text{où:}$$

°Vmi et wa sont déterminés au cours de la phase de retrait maximum durant laquelle Vmi=w et wa=0;

$$°Kr = \frac{VC-VB}{wC-wB} \quad \text{et} \quad Ko = \frac{VF-VE}{wF-wE}$$

°dVmi=x.dw, x étant une fonction paramétrique représentant la partie de l'eau s'évaporant de l'échantillon, qui contribue au retrait de (Vmi).

La validité du modèle est attestée, dans le cas de nos échantillons de texture et structure différentes, par les très bons ajustements obtenus avec l'équation (8), des parties E-C et B-A de la courbe de retrait. Ceux-ci sont évalués par les moyennes des carrés des écarts donnés dans le tableau III. D'autre part, ces ajustements ont été obtenus en prenant pour x, la fonction paramétrique continue, décrite dans le tableau IV. Cette fonction est un fait expérimental qui donne au modèle son caractère dé-

terministe et continu quant à la variation des volumes structuraux, d'eau et d'air dans l'échantillon, en fonction de la teneur en eau globale.

		phase E-C		phase B-A	
NOM	C.E.	nbre de	C.E.	nbre de	
ECHANT	x 10 ⁴	points	x 10 ⁴	points	
LOH2	A	2.00	153	2.57	58
"	AB	3.32	39	3.27	33
"	BA	1.06	37	1.47	26
TNZI	A	1.63	124	2.12	53
"	AB	0.81	38	1.24	35
MSBA	A	1.79	42	4.28	38
"	AB	1.08	27	1.24	48
"	BA	0.78	41	1.06	46
AGRI	A	3.42	87	2.21	69
"	AB	0.86	84	3.09	55
"	BA	0.62	75	2.05	39

Tableau III:-Moyenne des carrés d'écart entre les valeurs calculées et observées de Vn, au cours des phases E-C et B-A.

PHASES:	F - E	E - C	C - B	B - A	A - A ₀
x =	0	$\frac{w_n - e - 1}{e - 1}$	1	$\frac{w_n - e - 1}{e - 1}$	0
w _n =		$\frac{w - w_E}{w_C - w_E}$		$\frac{w - w_A}{w_B - w_A}$	

Tableau IV:-Valeurs de x et w_n dans chaque phase de retrait.

En effet, d'après le tableau IV, la courbe de retrait est entièrement déterminée par la position des cinq points particuliers: A,B,C,E,F. Et comme il existe deux équations, ((7) et (11)), liant Kr et Ko ces points, le nombre de paramètres nécessaires au tracé de la courbe de retrait est ramené à huit. Par conséquent, avec huit paramètres indépendants, on est en mesure de calculer, pour toute teneur en eau w, tous les volumes structuraux (V,V_{mi},V_{ma},V_s) composant l'échantillon, ainsi que la répartition de l'eau (w_i,w_a), et donc aussi de l'air (V_{mi}-w_i, V_{ma}-w_a), dans celui-ci. Les équations de ces différentes variables sont données dans le tableau V.

RETRAIT	F	C	B	A
wi	$wE(e-2)+wC$	wiE	$(wC-wE)y+wC$	wC
	$e-1$			
Vmi	wiE	wiE	wi	wC
wa			w	wB
Vma			w	wB
			$(wB-wA)y+wB$	$VmiA = \frac{wA(e-2)+wB}{(e-1)}$
			$w_a = w - w_i$	
			$V_{ma} = V - V_{mi} - V_s$	

Tableau V:- Equations des volumes poreux et teneurs en eau des deux systèmes de porosité micro et macroscopiques du sol, dans les différentes phases de retrait. ($y = \frac{e^{wn} - wn - e + 1}{e - 1}$).

V. UTILISATION DU MODELE

En pratique, les points particuliers A,B,C,E,F, sont tout d'abord localisés graphiquement, puis déterminés avec précision par optimisation de l'ajustement entre la courbe calculée et les points observés; cela permet d'obtenir les valeurs très précises des huit paramètres du retrait, et donc de toutes les variables dérivées, sans avoir tenir compte du "coup de main" de l'opérateur. D'autre part, ces huit paramètres indépendants peuvent être choisis parmi les plus significatifs du comportement structural de l'échantillon, et présentés dans un tableau de mesures, qui est alors caractéristique du sol, comme par exemple le tableau VI. Dans celui-ci, chaque paramètre de la série: VA,wA,wB,wC,wE,wF,Kr,Ko a une signification physique simple, déjà précisée dans le modèle; mais on montre de plus, que ces paramètres sont en correspondance avec une propriété agro-pédologique connue du sol (7), (exemple: wB et le point de flétrissement du sol, wA et la limite de retrait) .

ECHANT.:	VA	WA	WB	WC	WE	WF	Kr	Ko
	cm ³ /g							
LOHZ A	:0.746	:20.49	:24.62	:25.15	:36.03	:41.05	:0.73	:0.069
" AB	:0.713	:23.03	:25.24	:27.34	:30.08	:37.32	:1.06	:0.018
" BA	:0.728	:23.83	:25.63	:27.45	:30.46	:38.40	:1.08	:0.021
TNZI A	:0.749	:16.83	:20.24	:21.81	:30.61	:39.71	:0.51	:0.013
" AB	:0.665	:19.22	:21.44	:23.29	:25.91	:31.29	:0.80	:0
MSBA A	:0.589	:13.80	:16.09	:18.71	:21.31	:24.33	:0.67	:0.18
" AB	:0.585	:14.86	:16.96	:20.05	:21.42	:23.28	:0.64	:0.14
" BA	:0.617	:15.34	:17.59	:19.83	:22.06	:26.69	:0.69	:0.046
AGRI A	:0.613	:5.42	:8.64	:9.90	:14.90	:24.95	:0.37	:0.018
" AB	:0.611	:8.01	:11.08	:12.71	:17.48	:25.09	:0.47	:0
" BA	:0.616	:8.46	:10.39	:12.15	:16.13	:24.60	:0.42	:0

Tableau VI:- Valeurs des huit principaux paramètres du retrait, obtenus par optimisation de l'ajustement entre les courbes théoriques de $V_n=f(w_n)$ (équ. 6 et 10) et les données observées.

VI CONCLUSION

A partir d'un modèle de comportement structural du sol, mettant en jeu deux volumes fonctionnels emboîtés (V_{mi}) et w_a , on a pu établir l'équation paramétrique qui décrit entièrement le retrait d'échantillons de sol structurés. Le très bon accord obtenu, pour tous les échantillons de sols ferrallitiques étudiés, entre les points observés et calculés des courbes de retrait, atteste la validité du modèle, et de l'équation paramétrique qui le régit. Ceci a pour conséquence importante:

-la définition précise des volumes fonctionnels (V_{mi}) et w_a , et structuraux (V , V_{mi} , V_{ma} , w_i , w_a) du sol.

-l'existence de huit paramètres caractéristiques du sol, qui permettent de déterminer quantitativement l'ensemble de son comportement structural fonction de la teneur en eau.

VII BIBLIOGRAPHIE

BRAUDEAU E. 1987. *Sci. du Sol*, 25/2,85-93.

SPOSITO G. 1975. *Soil Sc. Soc. Amer. Proc.*,39: 1053-1056.

McGARRY D. et I.G. DANIELLS. 1987. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 51:1575-1580.

McGARRY,D. et K.W.J. Malafant. 1987. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 51:290-297.

SPOSITO,G. et J.V. GIRALDEZ. 1976. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 40:352-358.

GIRALDEZ J.V., G. SPOSITO. et C. DELGADO. 1983. *Soil Sci. Am. J.*, 47:419-422.

BRAUDEAU E. 1988. *Cr. Ac. Sci.* en cours de publication.