

DÉFINITION D'UN MODELE GÉOLOGIQUE A PARTIR DE SA SIGNATURE MAGNÉTIQUE

**André LAPOUILLE, François MISSEGUE,
Annick LEGELEY, Yves ALBOUY**

I PRESENTATION DU PROBLEME

Les problèmes de géophysique interne ont en général pour but de déterminer, à partir d'un champ géophysique mesuré sur une surface (généralement la surface de la Terre), les structures géologiques responsables des variations, ou anomalies, de ce champ : il s'agit de définir les caractères physiques, la forme et la position des structures géologiques à partir de leur signature géophysique en surface.

Pour cela, on utilise souvent une méthode de résolution directe qui consiste à construire un modèle géologique qui rende compte des phénomènes observés : on se donne a priori un corps géologique caractérisé par ses paramètres physico-mathématiques qui servent à calculer l'anomalie géophysique correspondante sur la surface de mesure. Comparant l'anomalie calculée à l'anomalie observée, on modifie, par ajustements successifs, les caractères physiques (l'aimantation, ou la densité, ou la conductivité électrique ou thermique, ou la vitesse de propagation de telle ou telle onde,...) et/ou les paramètres géométriques du corps jusqu'à obtenir la meilleure concordance entre les deux anomalies. Dans le cas particulier où le phénomène géophysique mesuré est l'anomalie du champ magnétique, le problème revient à déterminer l'aimantation, outre la forme et la profondeur des structures.

Lorsque les isanomaies magnétiques sont allongées selon une direction préférentielle, le modèle géométrique le plus simple que l'on puisse utiliser est celui des prismes horizontaux de longueur infinie dans la direction des isanomaies (modèle bidimensionnel). Même lorsque l'hypothèse de la bidimensionalité n'est qu'approximative, elle donne néanmoins souvent une solution adéquate, bien qu'elle sous-estime les profondeurs par rapport à ce qu'elles sont réellement.

La section droite irrégulière de tout corps bidimensionnel pouvant être approximée par un polygone, le modèle est constitué de différentes structures prismatiques accolées affectées chacune d'une certaine aimantation $J(x,y) = J_A J(x,y)$ où J_A est le vecteur unitaire donnant la direction de l'aimantation supposée constante du prisme A et $J(x,y)$ est l'intensité scalaire de l'aimantation de ce prisme. On calcule les vecteurs correspondants du champ d'anomalies le long de la perpendiculaire aux structures sur la surface de mesure.

Le problème revient donc à proposer des distributions de sources dont les champs calculés rendent compte aussi bien que possible des champs observés sur la surface de la Terre. Or le champ magnétique terrestre dérivant d'un potentiel, il existe une infinité de distributions de sources qui donnent le même champ sur cette surface : une infinité de modèles peuvent satisfaire les conditions mathématiques.

Le nombre de solutions est cependant limité par des contraintes géologiques ou géophysiques : d'une part le principe de réalité géologique réduit le nombre de solutions mathématiquement acceptables, d'autre part ces solutions doivent être compatibles avec les ensembles de solutions déduites d'autres méthodologies géophysiques ou géologiques. Les contraintes géologiques sont, par exemple, la connaissance de l'aimantation par des mesures effectuées sur des échantillons en laboratoire, la connaissance de la profondeur du toit des sources déduite de la sismique-réflexion ou réfraction, l'estimation de la profondeur de la surface isotherme de Curie, représentant la température au-dessus de laquelle les minéraux ne sont pas aimantés (cette profondeur peut être obtenue approximativement par des mesures de flux de chaleur qui donnent une indication du gradient de température dans la zone étudiée).

La meilleure correspondance entre le profil d'anomalies calculé avec le profil observé se fait à l'oeil, par superposition des deux courbes. Il semble en effet difficile d'appliquer des critères mathématiques pour décrire la ressemblance des courbes : par exemple la cross-corrélation accorde beaucoup d'importance au maximum principal et peu de poids à la concordance des maxima secondaires qui ont cependant, d'un point de vue géophysique, autant d'importance, car c'est l'ensemble des variations des deux courbes qui sont à comparer, et non pas une anomalie individuellement.

Le principal inconvénient propre à toute méthode directe est qu'elle nécessite de nombreux tâtonnements et essais pour déterminer des paramètres rendant compte de l'anomalie observée. Un palliatif à cet inconvénient est de mettre en oeuvre un système interactif visualisant immédiatement le modèle et l'anomalie correspondante sur une console graphique au fur et à mesure des modifications apportées.

II CALCUL DE L'ANOMALIE MAGNETIQUE D'UN PRISME INFINIMENT LONG D'AIMANTATION CONSTANTE

II.1 COMPOSANTES DU VECTEUR ANOMALIE MAGNETIQUE

Considérons (Figure 1) un élément de volume $\Delta x \Delta y \Delta z$, de section droite ABCD dans le plan xOz, situé à la distance $R(x, y, z)$ du point O et d'aimantation constante (J).

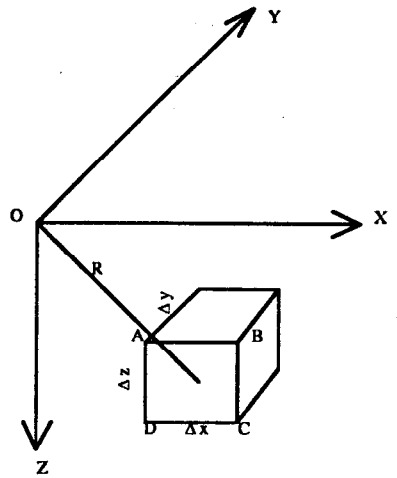


Figure 1

Son moment magnétique est

$M = J \Delta x \Delta y \Delta z$, et son potentiel magnétique au point O est :

$$M = \frac{M \cdot R}{R^3} = \frac{J \cdot R}{R^3} \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$\text{soit : } V = \frac{J_x \cdot X + J_y \cdot Y + J_z \cdot Z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \Delta x \Delta y \Delta z .$$

J_x, J_y, J_z étant les composantes du vecteur J selon les axes Ox, Oy, Oz .

Le potentiel d'un élément de prisme infini dans la direction Oy est :

$$V = \Delta x \Delta z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{J_x \cdot X + J_y \cdot Y + J_z \cdot Z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dy$$

$$\text{soit : } V = \frac{J_x \cdot X + J_z \cdot Z}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \Delta x \Delta z$$

et son champ magnétique est $H_a = - \text{grad } V$ dont les composantes selon les trois axes sont :

$$X = - \frac{\delta V}{\delta x}, Y = - \frac{\delta V}{\delta y}, Z = - \frac{\delta V}{\delta z},$$

$$\text{Soit : } X = \frac{2}{(x^2 + z^2)^2} [(x^2 - z^2) J_x + 2 xzJ_z] \Delta x \Delta z$$

$$Y = 0$$

$$Z = \frac{2}{(x^2 + z^2)^2} [2 xzJ_x - (x^2 - z^2) J_z] \Delta x \Delta z$$

La composante selon l'axe Oy est nulle, et le vecteur anomalie magnétique H_a est donc dans le plan xOz, ses composantes pouvant s'écrire d'une façon générale :

$$X = K_1 J_x + K_2 J_z$$

$$Z = K_2 J_x - K_1 J_z$$

avec

$$K_1 = 2 \frac{x^2 - z^2}{(x^2 + z^2)^2} \Delta x \Delta z$$

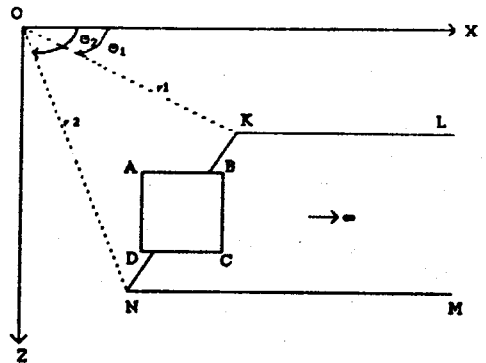
$$K_2 = 2 \frac{xz}{(x^2 + z^2)^2} \Delta x \Delta z$$

Pour le prisme dont la section droite dans le plan xOz est le polygone KLMN (Figure 2) infini dans la direction Ox et dont les coordonnées des sommets sont :

$K(x_1, z_1)$ où (r_1, θ_1)

$N(x_2, z_2)$ où (r_2, θ_2)

$L(\infty, z_1)$ et $M(\infty, z_2)$



Les valeurs de K_1 et K_2 s'obtiennent par double intégration :

$$K_1 = 2 \int_{z_1}^{z_2} \int_x^{\infty} \frac{x^2 - z^2}{(x^2 + z^2)^2} dx dz$$

$$K_2 = 4 \int_{z_1}^{z_2} \int_x^{\infty} \frac{xz}{(x^2 + z^2)^2} dx dz$$

soit :

$$K_1 = \frac{z_2 - z_1}{(z_2 - z_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \left[(z_2 - z_1)(\theta_1 - \theta_2) + (x_1 - x_2) \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

$$K_2 = \frac{z_2 - z_1}{(z_2 - z_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \left[(x_2 - x_1)(\theta_1 - \theta_2) + (z_1 - z_2) \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$

Enfin, l'anomalie magnétique du prisme dont la section droite est le polygone irrégulier KNPQR (Figure 3) s'obtient en faisant la somme des anomalies produites par les polygones tels que KLMN, avec leur signe propre.

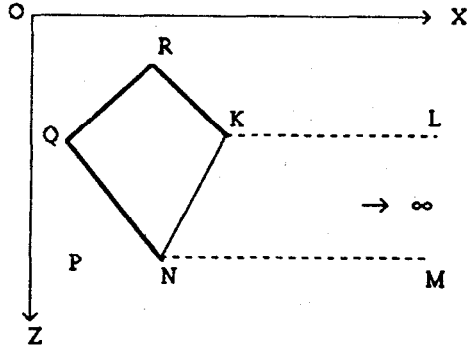


Figure 3

Le profil magnétique est alors calculé en déplaçant le point 0 le long de l'axe Ox.

II.2 COMPOSANTES DU VECTEUR AIMANTATION

On calcule les composantes J_x , J_y , J_z du vecteur aimantation J dans le système d'axes tri-orthogonaux précédent lié au prisme de section droite KNPQR (Figure 4)

Soient :

A : l'angle du vecteur aimantation avec le plan horizontal ;

B : l'angle de la projection horizontale JH du vecteur aimantation avec le nord géographique ;

C : l'angle entre la direction positive du profil et le nord géographique

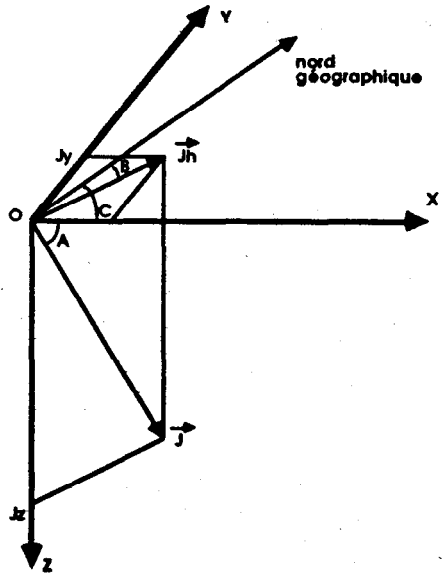


Figure 4

Dans le plan horizontal, les angles B et C sont mesurés positivement dans le sens des aiguilles d'une montre à partir du nord géographique ; dans le plan vertical, l'angle A est mesuré positivement vers le bas.

Les composantes du vecteur J sont :

$$J_x = J \cos A \cos (C-B)$$

$$J_y = J \cos A \sin (C-B)$$

$$J_z = J \sin A$$

II.3 ANOMALIE DE L'INTENSITÉ DU CHAMP MAGNÉTIQUE NORMAL

Soient H_n et le champ magnétique normal, H_a l'anomalie magnétique et

$H_t = H_n + H_a$ le champ magnétique total dont on mesure l'intensité OT (Figure 5).

Les mesures sont effectuées sur un plan horizontal dans un domaine dont les dimensions sont suffisamment restreintes pour que la surface terrestre soit considérée comme plane.

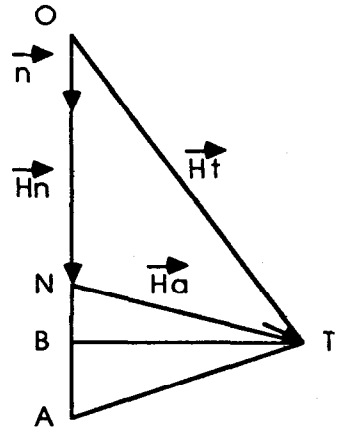


Figure 5

L'anomalie A de l'intensité (par rapport à celle du champ normal H_n) est :

$$A = OT - ON = OA - ON = NA$$

L'intensité NT de l'anomalie H_a étant petite (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-2}) par rapport à celle ON du champ normal H_n , considéré comme uniforme dans le domaine étudié, on a $NA \approx NB$.

On peut donc considérer l'anomalie A de l'intensité comme la projection du vecteur anomalie sur la direction du champ normal :

$$A = H_a \cdot n = -n \cdot \text{grad } V = -\frac{\delta V}{\delta n}$$

L'anomalie de l'intensité du champ magnétique normal est la dérivée du potentiel selon la direction de ce champ ; elle est donc égale à la somme des projections des composantes du vecteur anomalie sur cette direction.

Soient (Figure 6) :

I : l'angle du vecteur champ normal avec le plan horizontal (inclinaison) ;

D : l'angle de la projection horizontale H du champ normal avec le nord géographique (déclinaison) ;

C : l'angle entre la direction positive du profil et le nord géographique.

Les orientations des angles I, D, C sont les mêmes que celles des angles A, B, C du paragraphe 2, relatif au repérage du vecteur aimantation.

On a alors :

$$A = Z \sin I + A_n \cos I,$$

et comme $A_n = X \cos(C - D) + Y \sin(C - D)$ et que $Y = 0$ dans le cas du prisme infini dans la direction Oy, l'anomalie de l'intensité du champ normal se réduit à :

$$A = Z \sin I + X \cos I \cos(C-D)$$

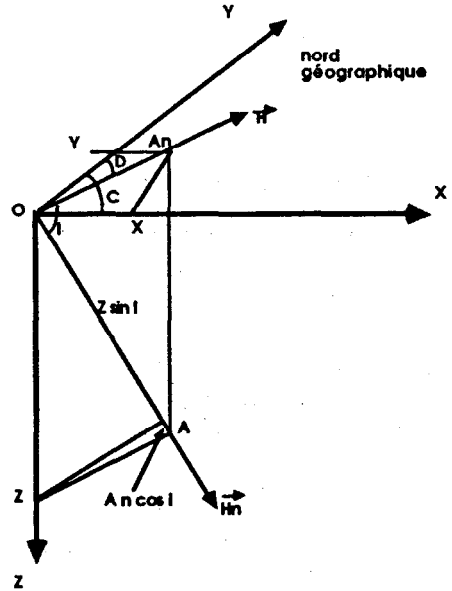


Figure 6

III. EXEMPLE DE MODELISATION BIDIMENSIONNELLE.

On présente ici un exemple de programme de calcul du champ magnétique dans le plan de la section droite d'un corps bidimensionnel et sa représentation graphique.

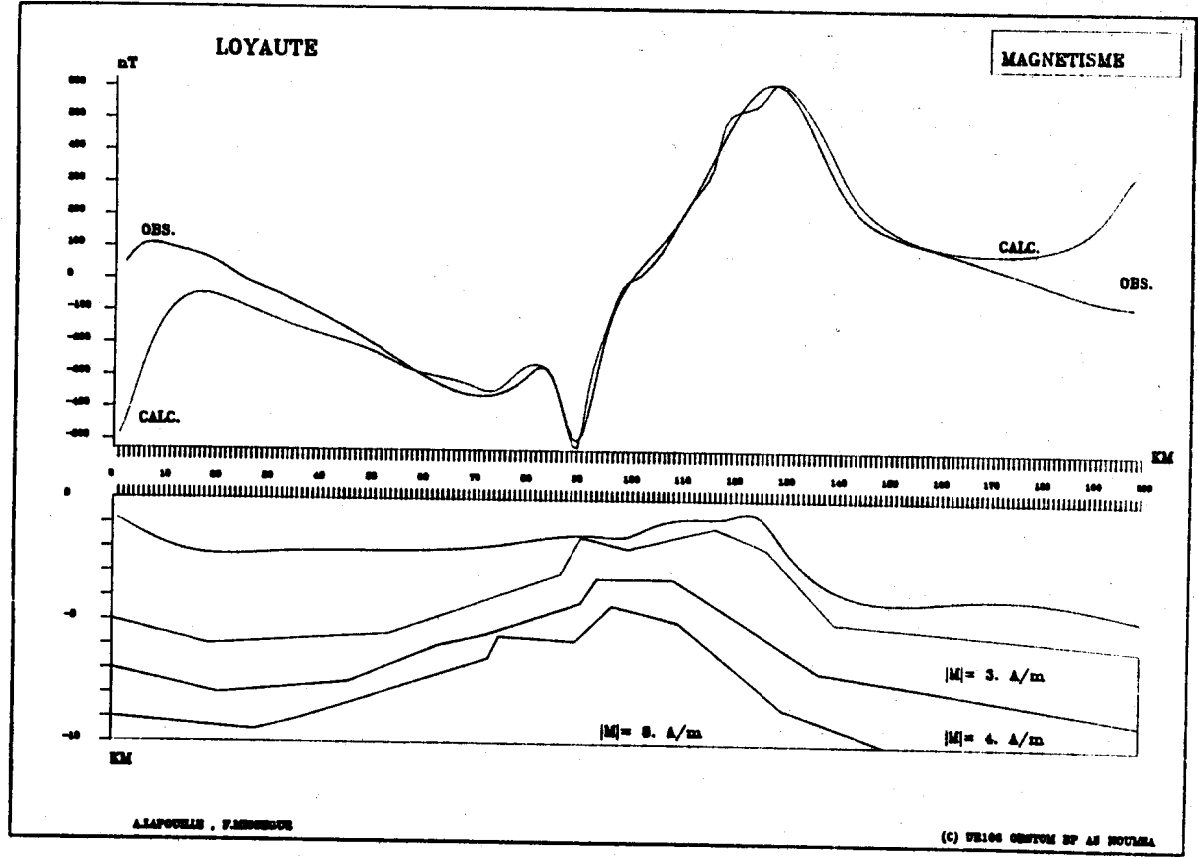


Figure 7

Ceprogramme, que l'on a fait exécuter par un micro-ordinateur COMMODORE PC 20 de 512 Ko de mémoire vive avec sortie graphique sur une imprimante BROTHER-M 1509, a pour origine un programme édité par TALWANI et HEIRTZLER pour la partie calcul ("Computation of magnetic anomalies caused by two-dimensional structures of arbitrary shape". Stanford Un. Publ. Geol. Sc., 1964). Nous y avons adapté un programme de saisie des caractéristiques géométriques et magnétiques des polygones constituant la section droite du modèle et des programmes de tracés de ce modèle et de son champ magnétique calculé ainsi que des tracés de l'anomalie magnétique observée et du fond bathymétrique, ces deux courbes étant définies, à partir de quelques points de mesures, par un programme d'interpolations cubiques.

L'exemple utilisé représente une coupe transversale de la ride sous-marine des Loyaute, structure située au nord-est de la Nouvelle Calédonie et parallèle à celle-ci.

L'aimantation, ou moment magnétique par unité de volume, est exprimée en Ampères/mètre dans le système MKSI. Les champs magnétiques calculés et observés sont exprimés en nanoteslas, ou 10^{-9} Weber/m², tandis que les distances ont pour unité le kilomètre sur notre représentation graphique.

Le modèle finalement adopté est constitué d'un noyau central représentant le corps de la ride, de composition basaltique, fortement aimanté ($M = 8$ A/m), entouré par des couches à aimantation décroissante ($M = 4$ à 3 A/m). Il est surmonté par des dépôts sédimentaires dont l'aimantation est négligeable par rapport à celle du socle océanique modélisé.

On a pris pour direction de l'aimantation : A (inclinaison) = -45° et B (déclinaison) = 0° , le champ actuel étant défini par : DIP (inclinaison) = -45° , D (déclinaison) = 12° E et F (intensité) = 45000 nanoteslas.

A chacune des extrémités du modèle on constate une divergence, avec tendance vers l'infini, de la courbe calculée par rapport à la courbe observée. Cet "effet de bord" est dû à ce que le champ magnétique observé en un point quelconque est créé par un volume infini de croûte terrestre, le poids de chaque élément de volume étant proportionnel à l'inverse du cube de la distance, alors que le modèle présenté a une largeur finie.