

Étude théorique et méthodologique de l'abattement des pluies

1. — GÉNÉRALITÉS ET DÉFINITIONS

Les mesures relatives à la pluie sont toujours ponctuelles en ce sens que la surface réceptrice de l'appareil est toujours très petite par rapport à n'importe quelle surface sur laquelle on désire connaître la hauteur de précipitation. Or on sent bien, intuitivement, que si l'on a une certaine probabilité d'observer en un point donné d'une surface S une hauteur de précipitation supérieure à une hauteur P, la probabilité d'observer sur S une pluie moyenne P_m supérieure à P sera plus faible ou, en prenant le problème par l'autre bout, que, pour une probabilité donnée, P_m est inférieure à P.

M. ROCHE, dans une communication à l'A.I.H.S. (1), avait tenté une interprétation probabiliste du problème de l'abattement. Malheureusement, outre que cette étude exigeait l'introduction de quelques hypothèses difficilement vérifiables, la complexité des calculs interdisait pratiquement toute application courante. Nous n'en retiendrons que la définition absolument correcte de l'abattement :

« Étant donné que la pluie ponctuelle en un point arbitraire de la surface S a une probabilité donnée, quelle est la pluie moyenne de même probabilité sur cette surface? »

Il s'agit, bien entendu, de probabilité de dépassement. Si à une probabilité donnée correspond une pluie ponctuelle P et une pluie moyenne P_m , le coefficient d'abattement est défini par le rapport :

$$K = \frac{P_m}{P}$$

Tout cela ne vaut que si l'on peut admettre l'isotropie de la pluie sur la surface S, c'est-à-dire si la loi de répartition statistique de la pluie dans le temps est la même en chaque point de cette surface. De toute manière, comme nous le verrons par la suite, rien ne peut être fait, du point

* Ingénieur hydrologue de l'O.R.S.T.O.M.

** Ingénieur en Chef à Électricité de France, Chef du département de la Recherche fondamentale à la division « hydrologie » de l'O.R.S.T.O.M.

(1) Congrès de Berkeley, publication n° 65 de l'A.I.H.S., pp. 266-278.

de vue pratique, en matière d'abattement, si l'isotropie ne peut être admise. Certes, on peut très bien concevoir l'étude de la répartition spatiale de la pluie en zone anisotrope, et on la pratique, mais il n'est pas possible alors d'introduire une correction de longue durée provenant des données d'un seul appareil, correction qui fait tout l'intérêt de la présente étude. Nous nous bornerons, ici, au cas d'une zone isotrope, même si l'isotropie est toute relative.

Il faut de plus se donner l'intervalle de temps pour lequel on définit la hauteur de pluie. Théoriquement, la notion d'abattement peut s'appliquer à n'importe quelle valeur de cet intervalle (1). En pratique, c'est une autre histoire. En effet, si l'on s'intéresse à des durées très courtes, il faut disposer d'enregistrements très bien synchronisés; si, au contraire, on envisage des périodes de plusieurs jours, il va se poser un problème de découpage dans le temps et les résultats pourront différer assez sensiblement suivant le mode de groupement adopté pour les jours, surtout si la période d'observation est courte. C'est encore pour les hauteurs de précipitations journalières que le problème est le plus simple; de plus, il est souvent possible de ramener le problème des intervalles de temps courts à celui des études à l'échelle de la journée. Dans ce qui suit, nous nous occuperons uniquement des pluies journalières.

Pour accéder à la distribution spatiale de la pluie, il est évidemment nécessaire de faire des observations sur la surface étudiée ou sur un certain nombre de surfaces, au moyen d'un réseau pluviométrique le plus dense possible. L'exploitation de ce réseau est destinée surtout à fournir les « paramètres de liaison » qui, même non explicités, sont à la base de l'abattement. On pourrait théoriquement envisager des observations denses de longue durée qui fourniraient directement la distribution statistique de la pluie moyenne, mais cela ne conduirait pas à une possibilité directe d'extrapolation et il serait nécessaire de multiplier les aires d'expérimentation à tel point que cela serait extrêmement onéreux.

Pratiquement, on aura :

- des séries d'essais à forte densité sur différentes surfaces en différents climats;
- des observations ponctuelles de longue durée effectuées à des stations assez disséminées appartenant à un réseau régulier.

De la première série d'observations, on peut tirer une estimation des « paramètres de liaison » concernant l'abattement. De la seconde, on peut tirer les caractéristiques de longue durée concernant la pluie ponctuelle. Un des problèmes, et non des moindres, consiste précisément à introduire dans le schéma de l'abattement ces caractéristiques de longue durée. On verra par la suite que la réponse n'est pas aussi simple que pourrait le faire croire un examen superficiel de la question.

2. — ASPECT THÉORIQUE DU PROBLÈME

Il est pratique, pour exposer cet aspect théorique, de considérer l'abattement en un point quelconque de la surface S, c'est-à-dire le rapport :

$$K = \frac{P_m}{P}$$

L'ensemble des valeurs de K possibles est réparti suivant une certaine loi de distribution; autrement dit, K est une variable aléatoire. Si l'isotropie est réalisée sur la surface, la loi de distribution dans le temps de K ne dépend pas de l'emplacement du point choisi. De même, P est une variable aléatoire dont la distribution statistique ne dépend pas non plus du point choisi si la surface est isotrope.

(1) Bien entendu, la valeur de l'abattement varie avec la longueur de l'intervalle de temps considéré : elle se rapproche très rapidement de 1 lorsque cette longueur croît. Pour l'année, le coefficient d'abattement est égal à 1 quelle que soit la grandeur de la surface considérée.

Dans ces conditions, $P_m = K P$ est donc le produit de deux variables aléatoires. Le couple (K, P) est distribué suivant une certaine loi qui dépend des lois propres de K et de P , dites alors lois marginales, et de la nature et du degré des liaisons entre K et P . Cette distribution du couple est définie par une densité de probabilité $\rho(K, P)$. Elle peut être représentée dans un plan probabilisé par une colline de courbes dont chacune corresponde à une valeur donnée de ρ (figure 1).

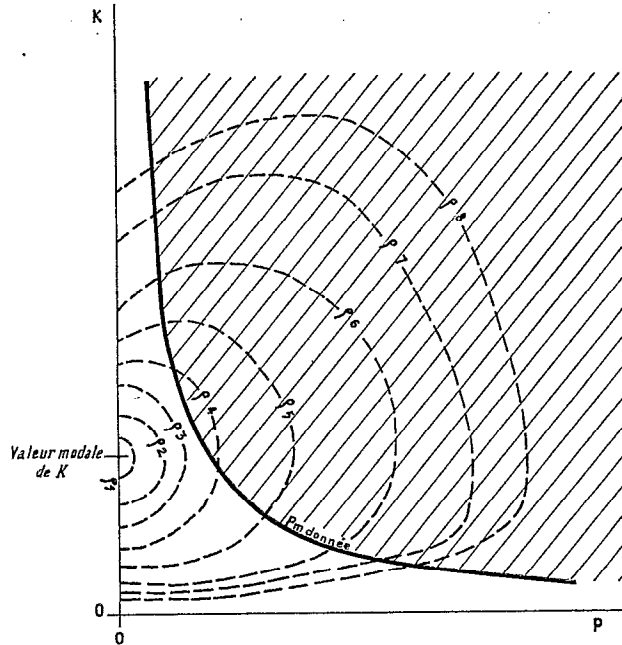


FIGURE 1.

Note : Dans la plupart des cas, la valeur modale de P est égale à zéro.

Considérons maintenant une valeur donnée de P_m . Le lieu géométrique des points correspondant à cette valeur de P_m est la branche positive de l'hyperbole équilatère d'équation :

$$K = \frac{P_m}{P}.$$

Il en résulte que tous les points du plan situés au-dessus de la courbe ainsi définie satisferont la condition « la pluie moyenne sur le bassin est supérieure à P_m donnée ». La probabilité de dépassement de la valeur P_m donnée est donc égale à :

$$\int_K^\infty \int_{\frac{P_m}{K}}^\infty \rho(K, P) dK dP$$

En d'autres termes, cette probabilité est égale à la masse de la partie du plan située au-dessus de la branche d'hyperbole (partie hachurée de la figure 1), la masse totale du plan étant égale à l'unité et la densité en un point (K, P) étant égale à $\rho(K, P)$.

Ceci montre clairement que l'on ne peut espérer une solution correcte du problème de l'abattement, si l'on n'introduit pas dans leur totalité les probabilités conditionnelles de K et de P et, partant, l'ensemble de leurs lois marginales.

La suite de l'exposé, qui a trait à la technologie de l'opération, précisera ces notions.

3. — DÉPOUILLEMENT DES DONNÉES « SURFACE »

Les observations du réseau de forte densité sur la surface S ont été poursuivies pendant N années. Il est souhaitable que ces observations portent sur des années entières; cependant, des lacunes durant la saison sèche ne conduiront pas à une distorsion appréciable sur le résultat final. Si la surface étudiée a été équipée de k pluviomètres, on dispose donc de 365 N k observations des pluies journalières ponctuelles, certaines de ces pluies pouvant être nulles. Bien entendu, la surface S peut être subdivisée en surfaces plus petites S₁, S₂,..., etc., pour permettre l'étude de l'abattement sur des zones de tailles différentes.

Les résultats relatifs à la surface totale S sont portés sur un tableau de la forme suivante :

Pluvio. N° →	1	2	3		k-1	k	P _m
Date ↓	P ₁	P ₂	P ₃		P _{k-1}	P _k	

Bien entendu, il est inutile de porter, sur ce tableau, les jours de pluie nulle. P_m désigne, pour un jour donné, la pluie moyenne sur la surface; on peut la déterminer à partir du tracé des isohyètes, mais il est beaucoup plus simple, et tout aussi efficace, de faire une moyenne arithmétique des différentes valeurs de P (pluie ponctuelle), soit simple si la répartition des appareils est suffisamment homogène, soit pondérée par les coefficients de Thiessen.

On établit alors une grille sur le modèle de la figure 2. Cette grille comporte, suivant les abscisses, une division de 10 mm en 10 mm pour les pluies ponctuelles. Suivant les ordonnées, on porte une division de 10 en 10 mm pour les valeurs de P_m. Si l'usage de $K = \frac{P_m}{P}$ est intéressant pour les démonstrations théoriques, il est plus simple en pratique d'utiliser directement P_m; l'hyperbole de la figure 1 (graphique en K, P) se transforme alors en horizontale d'ordonnée constante P_m (graphique en P_m, P). Le report des données du tableau se fait de la manière suivante :

Considérons une des lignes du tableau; elle correspond à une valeur constante de P_m. Si l'on a par exemple P_m = 58,5 mm, toutes les données P de cette ligne seront reportées à leur place dans la bande horizontale de la grille limitée par P_m = 50 et P_m = 60. Si l'une des valeurs de P est 42,3 mm, on cochera d'un trait vertical la case limitée par P_m (50, 60) et par P (40, 50). Si l'une des valeurs de P est 60,0, on cochera d'un trait horizontal chacune des cases P_m (50, 60), P (50, 60) et P_m (50, 60), P (60, 70).

Si la valeur de P_m tombe sur un trait de la grille, par exemple P_m = 40 mm, deux cas peuvent se présenter :

— P est compris entre 2 lignes verticales de la grille, par exemple P = 53,4 mm. On coche alors d'un trait horizontal chacune des deux cases adjacentes P_m (30, 40), P (50, 60) et P_m (40, 50), P (50, 60).

— P tombe sur une ligne verticale de la grille, par exemple $P = 80$ mm. On coche d'un trait oblique chacune des quatre cases adjacentes $P_m (30, 40) - P (70, 80)$, $P_m (40, 50) - P (70, 80)$, $P_m (30, 40) - P (80, 90)$ et $P_m (40, 50) - P (80, 90)$.

On procède ainsi, ligne après ligne, pour l'ensemble du tableau. On totalise ensuite les données introduites dans chaque case, en comptant :

- pour 1 les traits verticaux;
- pour $1/2$ les traits horizontaux;
- pour $1/4$ les traits obliques.

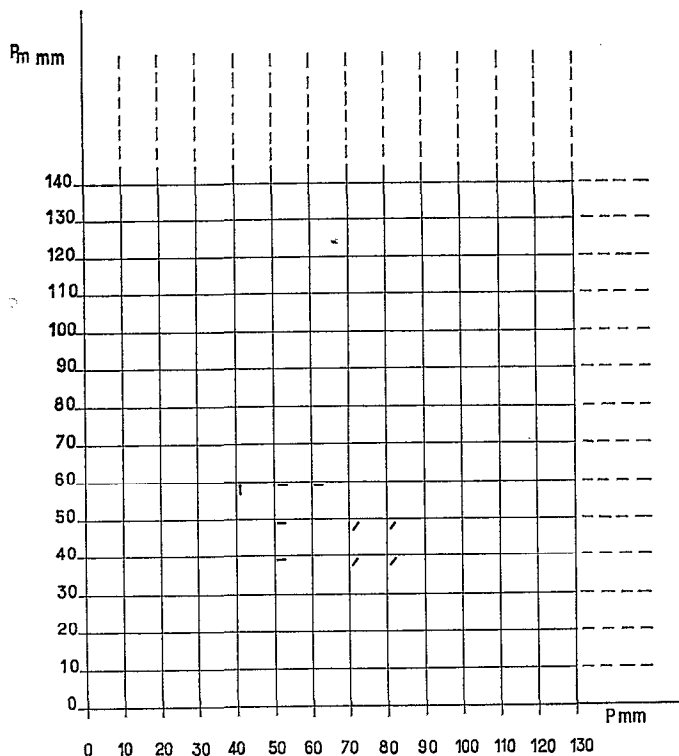


FIGURE 2.

Les chiffres trouvés sont reportés dans une autre grille disposée de la même manière que la précédente, mais dont les mailles peuvent être plus petites. On recommande, pour la grille de comptage, d'adopter des mailles de 2 cm de côté; si la dimension est insuffisante pour cocher toutes les pluies, on peut utiliser plusieurs grilles qui seront totalisées ensuite dans la grille de présentation des résultats. Pour cette dernière, on peut se contenter de mailles de 1 cm de côté. La figure 3 montre une telle grille établie pour un bassin de 82 km² observé durant 3 ans. Sur cette grille ne figurent pas certains résultats relatifs à une très forte pluie; l'examen de la loi marginale de P conduit en effet à attribuer à cette pluie une fréquence très rare et elle pèserait extrêmement peu dans le décompte final. Les pluviomètres utilisés pour cette étude sont au nombre de 14.

— par contre, si l'on dispose d'un échantillon de longue durée sur un pluviomètre isolé, et que les précipitations à ce pluviomètre puissent être considérées comme isotropes par rapport à la surface S, il est possible d'adopter une estimation plus précise de la loi marginale de P, en prenant pour cette loi marginale la loi de répartition obtenue à partir des observations de longue durée.

Dans l'exemple cité, la station de référence adoptée est celle de Koupéla, pour laquelle la distribution des pluies journalières a été ajustée sur une loi de Pearson III tronquée. L'estimation des paramètres, à partir de l'échantillon de 34 ans disponible, donne, pour la fréquence de non-dépassement :

$$F(x) = F_0 + (1 - F_0) \frac{1}{\sqrt{0,81}} \int_0^y e^{-y} y^{-0,19} dy$$

avec

$$y = 0,060 x \quad (x = P, \text{ pluie journalière en mm})$$

$$1 - F_0 = 0,165 = F_1(0)$$

Les paramètres à introduire dans les tables de Pearson pour trouver directement $F(x)$ sont :

$$u = y/0,90$$

$$p = -0,19$$

La loi de répartition de la fréquence de dépassement ($F_1(x)/F_1(0)$) est représentée graphiquement sur la figure 4. La distribution théorique de la fréquence tronquée pour chaque intervalle de P est donnée dans la table I (colonnes 1 et 2).

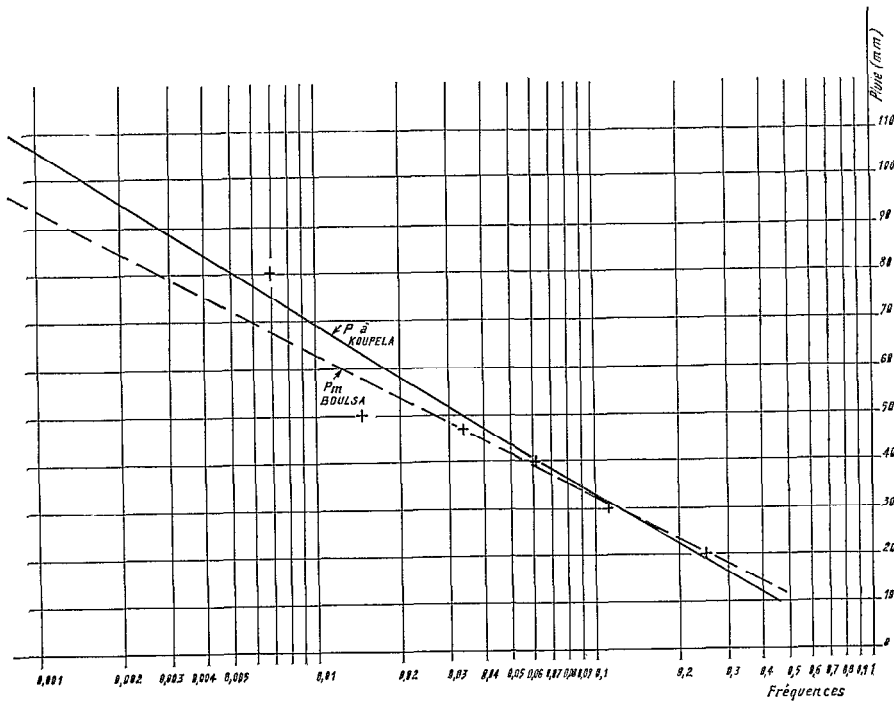


FIGURE 4.

Il faut maintenant calculer le nombre de jours qui aurait dû être théoriquement observé dans chaque classe pendant la période d'observations « surface » si la répartition statistique de la pluie ponctuelle avait été la même que durant la période de longue durée. Ce nombre, que nous désignerons par n_{LD} , est égal à la fréquence dans la classe multipliée par $365 N k F_1(o)$, N étant le nombre d'années d'observations « surface » et k le nombre de pluviomètres utilisés. Nous avons ici : $N = 3$, $k = 14$ et $F_1(o) = 0,165$, d'où $365 N k F_1(o) = 2\ 530$.

On notera en passant que $365 F_1(o)$ est le nombre théorique moyen de jours de pluies dans l'année. Il suffit de multiplier les chiffres de la colonne 2 par 2 530 pour obtenir, dans la colonne 3, les valeurs des n_{LD} .

On porte dans la colonne 4, pour chaque classe de P , le nombre réel n_o de jours observés durant la période restreinte (observations « surface »): ce sont les totaux des colonnes portés sur la figure 3. La correction de longue durée consiste à ramener ces nombres de jours observés durant l'opération « surface » aux nombres obtenus par la considération de l'échantillon « longue durée », c'est-à-dire à multiplier les chiffres contenus dans chaque colonne de la figure 3 par le rapport n_{LD}/n_o correspondant. Les valeurs des rapports n_{LD}/n_o sont portées dans la colonne 5 du tableau I.

TABLEAU I
Recherche des coefficients de correction « longue durée »

1	2	3	4	5
Valeurs de P (mm)	$\Delta F_1 / F_1(o)$ Répartition de la fréquence tronquée	n_{LD} Nombre de jours théorique ramené à l'échantillon « Surface » (longue durée)	n_o Nombre de jours observés d'après l'échantillon « Surface »	Rapport $\frac{n_{LD}}{n_o}$
10	0,219	555	404	1,374
20	0,111	281	249,5	1,126
30	0,0571	144	141,5	1,018
40	0,0306	77,5	53,5	1,448
50	0,01570	40,0	39,5	1,013
60	0,00827	21,0	15,0	1,400
70	0,00443	11,2	8	1,400
80	0,00235	5,95	4	1,488
90	0,00127	3,21	1	3,21
100	0,00065	1,64	5	0,328

Les résultats de cette dernière opération sont portés dans la grille de la figure 5.

On remarquera que la méthodologie mise en œuvre n'exige aucune hypothèse sur la répartition statistique de P . On a choisi ici une loi de Pearson tronquée, on aurait tout aussi bien pu prendre une autre loi tronquée, log-normale ou autre, ou se contenter d'introduire la distribution empirique de P telle qu'elle apparaît sur l'échantillon brut d'observations longue durée (1).

On remarquera également que les $P < 10$ mm n'ont pas été comptabilisés. En effet, l'étude de l'abattement présente peu d'intérêt pour les faibles valeurs de la pluviométrie; dans l'exemple choisi, on a affaire à une surface assez réduite et la probabilité pour avoir $P_m > 20$ mm pour $P < 10$ mm est très faible. En ne tenant pas compte de ces pluies, on introduit donc une erreur négligeable dans le décompte horizontal qui sera fait par la suite. Pour de grandes surfaces, il peut se faire que cette omission ne soit pas admissible.

On pourrait enfin se demander si l'échantillon corrigé est plus significatif que l'échantillon brut. En effet, on corrige, dans l'exemple cité, une distribution obtenue par 42 stations années

(1) On ne fait pas davantage d'hypothèse explicite ou implicite sur la répartition spatiale d'une pluie journalière.

(N k), pour la rendre conforme à une distribution obtenue à une seule station en 34 ans seulement. C'est qu'en réalité les résultats obtenus aux 14 pluviomètres pour une même journée sont fortement liés, de sorte que le gain d'information obtenu par le jeu des stations années, concernant la répartition de P, est minime. Le problème pourrait se poser autrement si l'on traitait des observations relatives à une surface de plusieurs milliers de km²; il faudrait faire alors appel à une autre méthode bien connue, celle des intensités-surfaces-fréquences. Toutefois, ce genre de problèmes est intéressant surtout pour les petites surfaces et, alors, il n'y a pas de doute que la méthode proposée ici fournit un meilleur échantillon.

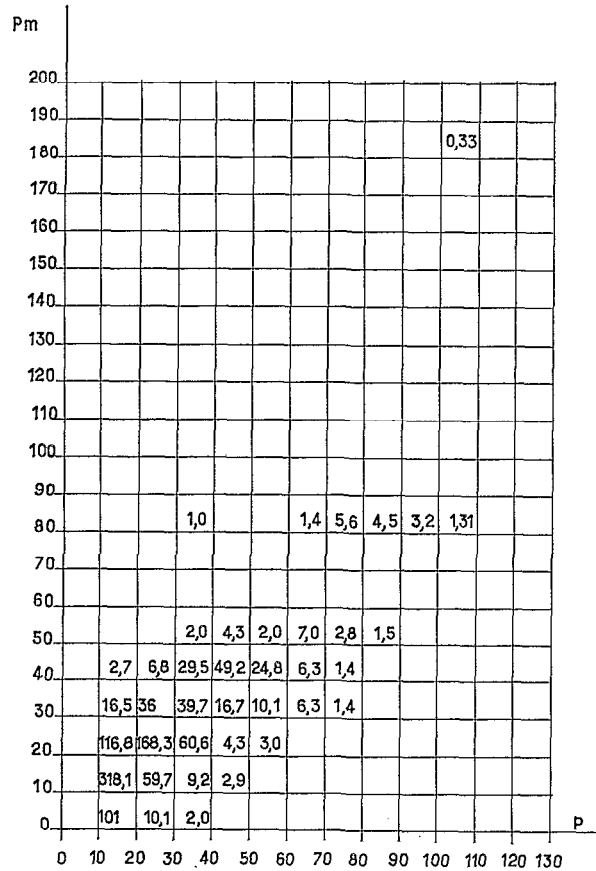


FIGURE 5.

Décompte après correction de longue durée.

5. — DÉTERMINATION DU COEFFICIENT D'ABATTEMENT

Nous avons vu que la probabilité pour que P_m soit dépassée est égale à :

$$\int_{P=0}^{+\infty} \int_{P_m}^{+\infty} \rho(P_m, P) dP dP_m.$$

Dans le plan probabilisé de l'échantillon corrigé (figure 5), cette formule se traduit par la masse de la partie du plan située au-dessus de l'horizontale d'ordonnée P_m , c'est-à-dire, fina-

lement, à une certaine échelle, par la somme des chiffres figurant sur la grille au-dessus de cette horizontale. En se limitant aux pluies supérieures à 20 mm, on obtient :

pour

$P_m > 80$ mm :	17,34
$P_m > 50$ mm :	36,94
$P_m > 40$ mm :	157,64
$P_m > 30$ mm :	284,34
$P_m > 20$ mm :	637,34

Transformons ces chiffres en fréquences tronquées pour les rendre comparables aux fréquences de P représentées sur la figure 4. Il suffit de les diviser par $365 \sum_{k=1}^n F_1(o)$ et l'on trouve :

Pluie en mm	Fréquence tronquée de dépassement
> 80	0,00686
> 50	0,0146
> 40	0,0622
> 30	0,412
> 20	0,25

On a reporté ces valeurs sur la figure 4. Les points obtenus permettent de se faire une idée de la distribution marginale de P_m , meilleure que celle qu'on pourrait tirer directement de la grille de la figure 3, puisque corrigée avec des éléments de longue durée. La courbe moyenne de distribution est tracée de manière à minimiser la somme des écarts absolus, compte tenu du nombre d'observations sur lequel s'appuie chaque point.

L'exemple que nous présentons n'est pas des plus favorables et n'a pas été choisi en vue de masquer la dispersion à laquelle on peut s'attendre. Il suffit que la méthodologie soit correcte d'un bout à l'autre et aucun artifice de calcul tel que porter les pluies en échelle logarithmique, ne peut pallier la dispersion des données expérimentales.

Ces résultats étant obtenus, on peut alors, mais seulement alors, parler de coefficient d'abattement, ce coefficient étant égal au rapport de la pluie moyenne de fréquence donnée à la pluie ponctuelle de même fréquence; on a en effet, par les opérations précédentes, intégré toutes les informations possibles concernant la distribution du couple (P_m , P).

Il est pratique, pour l'utilisation du coefficient d'abattement, de rapporter sa variation à celle de P.

Dans l'exemple cité, on trouve :

P	K	P	K
20	1,08	80	0,90
30	1,00	90	0,89
40	0,96	100	0,88
50	0,94	110	0,88
60	0,93	120	0,87
70	0,91	130	0,87
		150	0,86

Les points correspondants reportés sur le graphique de la figure 6 montrent comment varie le coefficient d'abattement avec la valeur de la pluie ponctuelle.

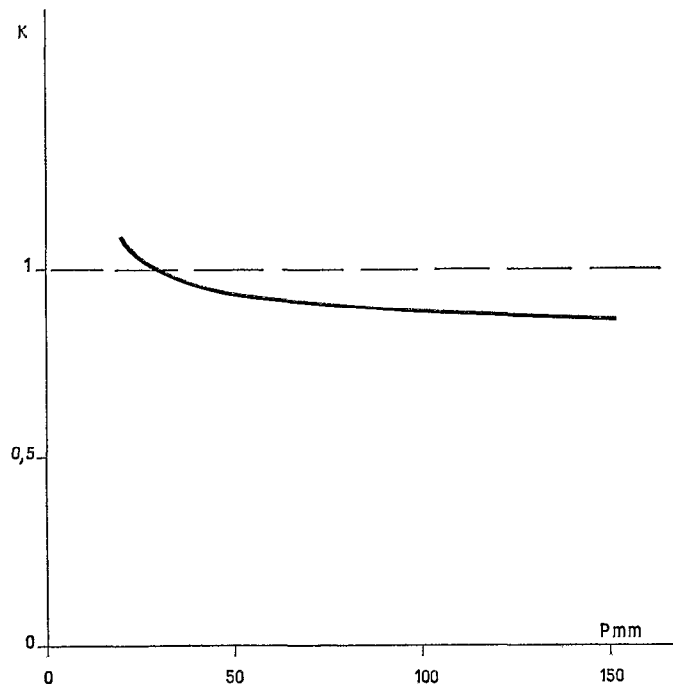


FIGURE 6.

Bassin de Boulsa (82 km²)
Variation du coefficient d'abattement avec la pluie ponctuelle.

6. — UTILISATION DU COEFFICIENT D'ABATTEMENT

Jusqu'à ce jour, nous nous sommes attachés à mettre au point une méthodologie correcte concernant le problème de l'abattement afin de clarifier totalement cette notion. Ce n'est pas avec les quelques études effectuées que l'on est d'ores et déjà capable d'indiquer le coefficient à utiliser pour appliquer à tel bassin non étudié telle distribution de pluies journalières ponctuelles que l'on jugera convenable.

La prochaine étape sera le dépouillement systématique de toutes les données en notre possession concernant des dizaines de bassins dont les superficies varient entre moins de 1 km² et un millier de km².

A l'issue de ce dépouillement, nous pourrons faire état d'un nombre respectable de courbes, telles que celle de la figure 6, pour des climats variés. On pourra passer alors au traitement statistique de cet ensemble et, tout au moins nous l'espérons, dégager des lois générales, peut-être simplement empiriques, se traduisant par des faisceaux de courbes moyennes d'abattement graduées en superficie.

Il est peu probable qu'un seul faisceau puisse s'appliquer à tous les types de climat, même si l'on se cantonne aux seules variantes des climats tropicaux. Mais on peut espérer, et ceci dépend surtout de la plus ou moins bonne conservation de la forme des courbes de distribution des pluies journalières, que la définition correcte de l'abattement conserve un sens pratique dans d'assez vastes régions climatiques.

Pour terminer, nous insisterons une dernière fois sur la condition d'isotropisme sans laquelle rien de ce qui a été dit précédemment n'est valable. Nous envisageons, par la suite, de nous attaquer au problème de l'abattement en zone anisotrope, mais ceci est une autre histoire...