# Analyse des facteurs responsables de la dispersion des mesures neutroniques dans un sol donné et application à la mesure de la variation du stock d'eau du sol

*Daniel* CARDON
Chargé de Recherches de l'O.R.S.T.O.M.
Laboratoire de Bioclimatologie, Centre d'Adiopodoumé.

RÉSUMÉ

*Par une série d'expériences, l'auteur a cherché quelles pouvaient être les causes et l'amplitude des erreurs entachant la mesure de la variation de l'humidité dans un profil de sol pour un intervalle de temps donné, au moyen d'une sonde à neutrons. Ces erreurs sont dues essentiellement à la sonde elle-même et à l'échantillonnage spatial (nombre et répartition des niveaux et des verticales de mesure). L'auteur déduit des résultats obtenus le protocole de mesure qui doit être adopté pour obtenir une précision donnée avec un risque donné.*

ABSTRACT

*Through a series of experiments, the author searched for what could be causes and magnitude of errors concerning the measurement of moisture variation in soil profile during a given time interval, by means of a neutronical probe. These errors are mainly due the probe itself and to the space sampling (number and distribution of levels and vertical lines of measurements). From obtained results, the author deduced what measurement program has to be carried out in order to obtain a given accuracy with a given chance.*

Dans un horizon donné on peut déterminer la variation du stock d'eau du sol par la mise en œuvre des techniques neutroniques. Il suffit d'implanter des tubages verticaux et d'estimer (MARCESSE 1970) cette grandeur à partir des profils d'humidité relevés.

Cette méthode apparemment commode souffre cependant de graves insuffisances. En effet, le volume exploré par la sonde au cours d'une mesure est très insuffisant pour permettre une intégration correcte de l'hétérogénéité de la répartition de l'eau dans le sol. Chaque profil relevé est un profil particulier dont les variations peuvent être dues non seulement au phénomène étudié, mais également à d'autres phénomènes aléatoires tels que la présence d'anciennes racines, de termitières ou encore de galeries de rongeurs ou d'insectes.

En multipliant le nombre des mesures faites par niveau, on peut espérer surmonter en partie ces difficultés et améliorer la précision. Néanmoins, pour un sol donné, on est bien incapable à priori de fixer l'erreur effectuée dans la détermination de la variation du stock d'eau du sol. Pour connaître ce dernier point, nous avons réalisé une étude statistique de la variation des mesures neutroniques à différents niveaux. Une conséquence immédiate de cette étude a été la mise au point d'un protocole expérimental permettant de connaître la variation du stock d'eau du sol avec la précision désirée moyennant un risque d'erreur $\alpha$ connu.

## 1. ÉTUDE PAR NIVEAUX.

On se propose, à partir de l'estimation de l'écart-type de la population étudiée, de fixer par niveau le nombre de mesures à effectuer pour connaître la variation d'humidité avec une précision et un risque d'erreur $\alpha$ donnés. Avant de passer à l'exposé proprement dit, il convient de définir la variable aléatoire sur laquelle va porter l'étude.

Soit :

X une mesure neutronique réalisée au temps t et à un niveau donné ;

X′ la même mesure au temps t′.

Posons $x = X' - X$ (*) ; x représente, à un coefficient près, la mesure de la variation d'humidité volumique au point considéré.

L'étude statistique portera sur la population des x.

### 1.1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.

Pour mener à bien une telle étude, il était nécessaire de réaliser par niveaux le plus grand nombre possible de mesures indépendantes. En fait, ce nombre de mesures est limité par :

(*) Toutes les mesures neutroniques considérées ont été pondérées pour être ramenées à celles d'une sonde idéale comptant 1 000 coups par seconde dans l'eau.

— le temps de mesure ; en effet, si les mesures sont trop étalées dans le temps, il est difficile de considérer que les dernières d'entre elles appartiennent à la même population que les premières, par suite de l'influence de l'évapotranspiration et des mouvements d'eau dans le sol ;

— le nombre de tubes disponibles.

Nous avons limité notre étude à trois niveaux (— 25 cm, — 75 cm, — 125 cm).

A chaque niveau, 4 tubes horizontaux de 2,5 m de long ont été implantés par groupes de 2 ; la distance entre deux groupes est de 4 m en moyenne, les 2 tubes de chaque groupe étant à 50 cm l'un de l'autre.

Dans chaque tube les mesures ont été faites de 20 cm en 20 cm.

On peut considérer que deux mesures de x sont indépendantes lorsqu'elles ne risquent pas d'être influencées par une même hétérogénéité. Dans le cas du sol utilisé pour l'expérience, ces hétérogénéités étant le plus souvent de grandeur inférieure au volume exploré par la sonde, nous avons considéré que deux mesures étaient indépendantes si leurs sphères d'influence ne se recoupaient pas. D'autre part, les couches de sol situées à plus de 10 cm de la sonde n'ont qu'une faible influence sur le résultat de la mesure. On a donc estimé que 2 mesures faites à 20 cm l'une de l'autre étaient pratiquement indépendantes.

Dans ces conditions, nous avons pu disposer d'échantillons de taille comprise entre 40 et 50.

En fait, le terrain sur lequel nous avons expérimenté était irrigué par aspersion ; l'apport d'eau, quand il avait lieu, était hétérogène et il nous a parfois fallu séparer les mesures effectuées à un niveau suivant 2 populations distinctes correspondant chacune à un couple de tubes.

Les mesures ont été réalisées de la fin du mois d'août 1971 au début du mois de décembre ; elles couvrent donc une large gamme d'humidités différentes à chaque niveau considéré.

### 1.2. NORMALITÉ DES POPULATIONS ÉTUDIÉES.

Tous les calculs ultérieurs reposant sur l'hypothèse de normalité de la population, avant toute exploitation des résultats acquis il importait de vérifier la validité de cette hypothèse.

Une variable aléatoire suit approximativement une loi de Gauss notamment si elle est engendrée par un grand nombre de phénomènes ayant des effets additifs, aucun d'entre eux n'ayant pas rapport aux autres une part prépondérante. Ce n'est pas le cas de la mesure neutronique à un niveau donné, une hétérogénéité locale pouvant constituer le facteur déterminant de la grandeur de cette mesure. Par contre, l'effet de cette hétérogénéité sur la variation de la mesure dans le temps est vraisemblablement négligeable et il apparaît probable que la loi suivie par les x soit voisine de la loi normale, encore convient-il de le vérifier sur les échantillons.

Afin de tester cette hypothèse, nous avons appliqué un test de $\chi^2$ chaque fois que l'effectif de la population a atteint ou dépassé 40.

Pour appliquer le test, nous avons considéré 5 classes équiprobables. Sur 12 populations testées, le $\chi^2$ de 7 d'entre elles est inférieur à la valeur correspondant au seuil de probabilité 0,2, pour 3 autres la probabilité de dépassement est comprise entre 0,2 et 0,05. Seules 2 populations sont rejetées, dont l'une correspond à des mesures faites juste après un apport d'eau important.

Ces résultats paraissent à priori encourageants, mais il faut noter que le $\chi^2$, utilisé comme test de normalité est surtout efficace pour la partie centrale de la distribution. On peut donc espérer que la loi de probabilité suivie par les populations étudiées est suffisamment proche de la loi normale, au moins dans ses valeurs centrales, pour que les calculs qui suivent demeurent justifiés.

### 1.3. ESTIMATION PAR NIVEAU DE L'ÉCART-TYPE $\sigma$ DE LA POPULATION ÉTUDIÉE.

Pour la commodité des calculs nous avons d'abord estimé la variance $\sigma^2$ à partir de l'estimateur sans biais

$$s'^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

où N est la taille et x la moyenne de l'échantillon. Les résultats obtenus pour les différents niveaux sont mentionnés sur les tableaux I, II et III.

TABLEAU I
S′ moyen = 5,7

| Nombre d'apports d'eau entre les mesures de X et X′ | | — 25 cm | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | S′ | 5,5 | 4,4 | 5,1 | 3,9 | 5,6 |
| | $\bar{x}$ | — 11,0 | 29,2 | 9,5 | 23,7 | — 15,0 |
| 2 | S′ | 6,7 | 4,0 | 5,9 | 6,6 | 5,3 |
| | $\bar{x}$ | 1,6 | 38,3 | — 89,1 | — 13,8 | 11,5 |
| 3 | S′ | 4,3 | 7,5 | 6,6 | 4,6 | 5,4 |
| | $\bar{x}$ | 40,7 | 20,8 | — 67,5 | 24,9 | — 65,4 |
| 3 | S′ | 6,4 | 5,3 | 7,2 | 5,2 | 9,5 |
| | $\bar{x}$ | 50,12 | 2,2 | — 38,3 | — 37,4 | — 54,9 |

D'une façon générale, il apparaît que s′ est plus grand en surface qu'en profondeur. Cela ne saurait surprendre ; c'est en effet en surface que les hétérogénéités (termitières, racines, etc.) sont les plus nombreuses. D'autre part, le travail du sol, même ancien, a sans doute un effet important.

Enfin, on constate une certaine dispersion dans les valeurs de s′ ; c'est pourquoi nous avons multiplié les mesures à chaque niveau afin de tenter l'analyse des causes de cette dispersion.

TABLEAU II
S' = 4,5

| — 75 cm | |
|---|---|
| S' | $\bar{x}$ |
| 1,6 | — 1,3 |
| 4,1 | 2,8 |
| 2,8 | 3,4 |
| 4,9 | 1,9 |
| 2,7 | 1,36 |
| 11,5 | 15,8 |
| 5,5 | — 7,1 |
| 4,7 | 6,9 |
| 4,8 | — 84,5 |
| 2,7 | 0,0 |

TABLEAU III
S' = 4,8

| — 125 cm | |
|---|---|
| S' | $\bar{x}$ |
| 4,3 | — 3,8 |
| 5,1 | 13,9 |
| 4,1 | 6,2 |
| 8,4 | — 2,5 |
| 2,5 | — 0,6 |
| 4,1 | 3,2 |
| 3,3 | 7,4 |
| 4,0 | 7,1 |
| 5,1 | — 0,6 |
| 7,7 | 5,0 |

### 1.4. INFLUENCE DES DIFFÉRENTS FACTEURS SUR LA VALEUR DE $\sigma$.

Les valeurs prises par $\sigma$ peuvent être attribuées à 2 types de paramètres indépendants :

— les paramètres liés au principe et au fonctionnement de la sonde,

— ceux qui sont liés à l'hétérogénéité du sol en place.

Considérons à un niveau donné les points $p_1$, $p_2$, ..., $p_i$, ...

Soit $x_{ij}$ la $j^{ieme}$ valeur de x mesurée au point $p_i$.

Nous pouvons écrire :

$$x_{ij} = m_i + \varepsilon_{ij}$$

$m_i$ représente l'espérance mathématique de x au point $p_i$,

$\varepsilon_{ij}$ est la partie aléatoire due à la sonde.

On pose :

$$m_i = m + a_i$$

m étant la moyenne des $m_i$ au niveau considéré, et

$a_i$ représentant, pour un niveau donné, la partie aléatoire due à l'hétérogénéité de la répartition de l'humidité.

On a alors :

$$x_{ij} = m + a_i + \varepsilon_{ij}$$

Nous avons vu que les $x_{ij}$ suivent des lois de Gauss; leurs valeurs étant voisines, il en est de même de leurs écart-types. Nous sommes dans les conditions d'application de l'équation d'analyse de la variance et nous pouvons écrire :

Variance totale =

Variance due à la sonde + Variance due au terrain

ou :

$$\sigma^2 = S^2 + S^2_a \qquad (1)$$

#### 1.4.1. *Influence des paramètres liés au principe et au fonctionnement de la sonde.*

Supposons que, dans un matériau donné, on répète au temps t la même mesure neutronique un certain nombre de fois. Soit X cette mesure ; X suit une loi normale ($X \in \mathcal{N}(m, \sigma_1)$), et la variabilité observée dans la mesure est due uniquement au fonctionnement de la sonde.

Si le matériau ne subit aucune modification dans le temps t'—t, la mesure X' effectuée au temps t' suivra la même loi de probabilité $X' \in \mathcal{N}(m', \sigma'_1)$ avec : $m = m'$ et $\sigma_1 = \sigma'_1$.

Le matériau intervenant de la même façon dans les deux cas, les mesures X et X' ont leur partie aléatoire indépendante et :

$$x = X' - X \in \mathcal{N}(O, \sqrt{2}\,\sigma_1)$$

La variance sur x est égale à $2\,\sigma_1^2$, elle est due uniquement à la sonde et dépend de la valeur de m [MARCESSE 1963]

Dans le cas des mesures faites dans le sol choisi pour l'expérience, m et m', et par conséquent $\sigma_1$ et $\sigma'_1$, restent du même ordre de grandeur, même si l'état hydrique évolue entre les temps t et t'.

$2\,\sigma_1^2$ représente donc la variance partielle $S^2$ attribuable à la sonde.

Afin de connaître l'ordre de grandeur de $S^2$ nous avons effectué plusieurs fois 50 répétitions de la même mesure neutronique X. Il serait fastidieux de reproduire l'ensemble de ces valeurs. Indiquons simplement que, pour un comptage de l'ordre de 200 coups par seconde pendant 100 secondes, nous avons obtenu pour $\sigma_1$ la valeur de $\sqrt{2}$ coups/s et par conséquent

$$S^2 = 4 \text{ (coups}^2/\text{s}^2)$$

1.4.2. *Influence des facteurs liés à l'hétérogénéité du matériau exploré.*

Dans cette analyse, seuls 2 facteurs ont retenu l'attention :

— l'action de la variation d'humidité ;

— le nombre d'apports d'eau séparant les mesures X et X'.

On a cherché si ces 2 facteurs avaient une influence significative sur les valeurs prises par $\sigma$.

Le modèle probabiliste adopté, ainsi que le détail des calculs, sont exposés en Annexe.

Aucune influence significative des facteurs considérés n'ayant été mise en évidence, on a pris comme estimation de $\sigma$, à un niveau donné, la moyenne des valeurs de S' à ce niveau.

Ainsi et d'après les résultats des tableaux (I), (II), (III), on a obtenu :

| Niveau | $\sigma$ en coups/s |
|---|---|
| — 25 cm | 5,7 $\simeq$ 6 |
| — 75 cm | 4,6 $\simeq$ 5 |
| — 125 cm | 4,8 $\simeq$ 5 |

Reprenons l'équation d'analyse de la variance :

$$\sigma^2 = S_a^2 + S^2$$

Nous connaissons $S^2$ ; $\sigma^2$ est fixé à partir du tableau précédent ; on en déduit immédiatement la variance due au terrain, soit $S_a^2$ :

| | — 25 cm | — 75 cm | — 125 cm |
|---|---|---|---|
| $S_a^2$ en (coups²/s²) | 32 | 21 | 21 |

On a étudié ensuite l'influence du temps de comptage et pour cela on a fait de nouvelles expériences en le réduisant de 100 s à 25 s. Si $S'^2$ est la variance partielle due à la sonde et $\sigma'^2$ la variance de m au niveau considéré, on peut écrire [MARCESSE 1963] :

$$S'^2 = 4\,S^2$$

Soit, en reprenant l'équation (1) :

$$\sigma'^2 = S_a^2 + S'^2 = S_a^2 + 4\,S^2$$

On obtient le tableau de valeurs suivant :

| | — 25 cm | — 75 cm | — 125 cm |
|---|---|---|---|
| $\sigma'^2$ en (coups²/s²) | 48 | 37 | 37 |
| $\sigma'$ en (coups/s) | 6,9 | 6,3 | 6,3 |

Sans être négligeable, l'effet de la division par 4 du temps de comptage reste faible. On peut donc envisager avec profit une réduction de ce temps de comptage au bénéfice du nombre de mesures.

1.5. NOMBRE DE MESURES A EFFECTUER POUR CONNAITRE LA VARIATION D'HUMIDITÉ AVEC UNE PRÉCISION ET UN RISQUE D'ERREUR DONNÉS.

Prélevons à un niveau donné un échantillon de taille n, et soit $\sigma$ l'écart-type de la population de x à ce niveau :

$$x \in \mathcal{N}(m, \sigma)$$

En vertu des propriétés de la loi normale nous pouvons écrire :

$$\bar{x} \in \mathcal{N}\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

si U est la variable normale centrée réduite on a alors :

$$\mathcal{P}\left\{\left|\bar{x} - m\right| \leqslant \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,U_{1-\alpha/2}\right\} = 1 - \alpha \qquad (2)$$

(probabilité de) $\qquad \alpha$ = risque d'erreur accepté

$U_{1-\alpha/2}$ représentant le quantile de la fréquence $1-\alpha/2$ de la loi normale réduite et $|\bar{x} - m|$ l'erreur absolue sur la valeur de m.

Soit $\Delta m$ l'erreur maximale admissible sur m.

On tire de (2) :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,U_{1-\alpha/2} \leqslant \Delta m$$

Soit :

$$n \geqslant \left(\frac{\sigma}{\Delta m}\,U_{1-\alpha/2}\right)^2 \qquad (3)$$

L'étalonnage de la sonde à neutrons nous permet de relier $\Delta m$ à la variation d'humidité volumique $\Delta H$. Soit à Adiopodoumé :

$$\Delta m = 15{,}66\,\Delta H$$

Soit $\delta(\Delta H)$ l'erreur absolue acceptable sur la variation d'humidité volumique $\Delta H$ exprimée en pourcentage.

Si on se fixe $\delta(\Delta H) = 0{,}25$, d'où $\Delta m \simeq 4$, et si on prend $\alpha = 0{,}05$, l'équation donne pour le nombre de mesures à effectuer aux 3 niveaux étudiés pour obtenir une telle précision, les résultats ci-dessous :

| Niveau d'étude | — 25 cm | — 75 cm | — 125 cm |
|---|---|---|---|
| Nombre de mesures | 9 | 7 | 7 |

## 2. MISE AU POINT DU PROTOCOLE DE MESURES

Connaissant le nombre de mesures nécessaire pour obtenir à chaque niveau la variation d'humidité $\Delta H$

avec un risque de 5% et une erreur absolue $\delta(\Delta H)$, nous sommes maintenant en mesure de déterminer avec quelle précision sera connue la variation du stock d'eau du sol.

Pour mener à bien ce dernier calcul nous considérons que chaque niveau étudié est représentatif d'une certaine épaisseur de sol. La variation du stock d'eau est alors donnée par la somme des x pondérés par l'épaisseur de la tranche de sol représentée.

Le passage au cas général n'introduisant aucun problème nouveau, nous prenons dans l'étude qui va suivre des niveaux équidistants.

### 2.1. LOI DE DISTRIBUTION SUIVIE PAR LES VARIATIONS DU STOCK D'EAU DU SOL.

Considérons p niveaux équidistants. Au $i^{eme}$ niveau posons respectivement :

$m_i$ = valeur moyenne de la variation de l'humidité entre t et t′
$n_i$ = nombre de mesures
$\bar{x}_i$ = estimation de $m_i$ à partir des $n_i$ mesures
$\sigma_i$ = écart-type sur $x_i$
$\sigma^*_i$ = l'écart-type sur $\bar{x}_i$

Posons également

$$Z = \sum_{i=1}^{p} \bar{x}_i$$

$\Delta Z$ est, à un coefficient k près, l'estimation $\Delta S$ de la variation du stock d'eau du sol [MARCESSE 1970].

S est également, à un coefficient près, une somme de variables aléatoires dont nous allons vérifier l'indépendance.

En effet, considérons aux $I^{eme}$ et $J^{eme}$ niveaux les mesures $x_{ik}$ et $x_{jl}$ effectuées aux points $M_{ik}$ et $M_{jl}$ respectivement.

On peut toujours écrire :

$$x_{ik} = m_i + \varepsilon_{ik}$$

et :

$$x_{jl} = m_j + \varepsilon_{jl}$$

$\varepsilon_{ik}$ et $\varepsilon_{jl}$ représentent alors les parties aléatoires de $x_{ik}$ et $x_{jl}$.

$$\text{cov}(x_{ik}, x_{jl}) = E\left[(x_{ik} - m_i)\ (x_{jl} - m_j)\right]$$

Soit :

$$\text{cov}(x_{ik}, x_{jl}) = E\ (\varepsilon_{ik} \cdot \varepsilon_{jl})$$

$m_i$ et $m_j$ sont en général dépendants l'un de l'autre, mais si la distance $(M_{ik}, M_{jl})$ est supérieure ou égale à 20 cm, nous avons vu que les parties aléatoires $\varepsilon_{ik}$ et $\varepsilon_{jl}$ n'avaient aucune raison d'être dépendantes l'une de l'autre.

Par suite $E(\varepsilon_{ik} \cdot \varepsilon_{jl}) = 0$ et les mesures $x_{ik}$ et $x_{jl}$ sont *indépendantes* statistiquement ; ce résultat va nous permettre, connaissant la distribution des $x_{ij}$, et donc celle des $x_i$, de connaître celle de :

$$\bar{x} \in \left[\mathcal{N}\left(m_i\ ,\ \frac{\sigma_i}{\sqrt{n_i}}\right) = \mathcal{N}(m_i, \sigma_i^*)\right]$$

et par conséquent :

$$Z \in \mathcal{N}\left(\sum_{i=1}^{p} m_i\ ,\ \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \sigma_i^{*2}}\right)$$

et en posant :

$$m_z = \sum_{i=1}^{p} m_i$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \sigma^*{}_i^2}$$

nous avons :

$$Z \in \mathcal{N}(m_z, \sigma_z)$$

On en déduit immédiatement :

$$\Delta S \in \mathcal{N}(km_z, k\ \sigma_z)$$

Connaissant la loi de probabilité suivie par la variation du stock d'eau du sol, nous pouvons désormais calculer l'erreur faite dans sa détermination, et par conséquent mettre au point un protocole de mesures satisfaisant à nos exigences.

### 2.2. MISE AU POINT DU PROTOCOLE DE MESURES.

La variance $\sigma^2_z$ sur la somme des $x_i$ dépend de la valeur des $\sigma_i^{2*}$ :

$$\sigma^2_z = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{*2}$$

Appelons $\bar{\sigma}^*$ la moyenne des $\sigma_i^*$

Il est aisé de vérifier que pour un $\bar{\sigma}^*$ donné la variance $\sigma_z^2$ est la plus faible lorsque tous les $\sigma_i^*$ sont égaux à $\bar{\sigma}^*$. C'est pourquoi dans le protocole de mesures adopté nous ferons, par niveau, un nombre de mesures tel que les $\sigma_i^*$ soient tous égaux entre eux.

Nous aurons alors :

$$\sigma_i^* = \bar{\sigma}^* = \sigma^*$$

et

$$\sigma_z = \sqrt{p}\sigma^*$$

On en déduit immédiatement l'écart-type sur $\Delta S$ :

$$\sigma_{\Delta S} = k\ \sqrt{p}\ \sigma^*$$

Si $\alpha$ est le coefficient d'étalonnage de la sonde et h l'épaisseur en dm de la tranche de sol représentée par niveau de mesure, nous aurons alors $\sigma_{\Delta S}$ exprimé en millimètres d'eau :

$$\sigma_{\Delta S} = \frac{h\ \sqrt{p}}{\alpha}\ \sigma^*$$

Appelons $H_s$ l'épaisseur de sol explorée.

$$H_s = hp$$

Il vient finalement :

$$\sigma_{\Delta S} = \frac{H_s}{\sqrt{p}}\ \frac{\sigma^*}{\alpha} \tag{4}$$

Nous acceptons un risque de 5 % ; supposons que nous voulions connaître la variation hebdomadaire du stock d'eau d'une tranche de sol de 2 m avec une erreur maximale acceptable de 0,25 mm par jour, soit 1,75 mm pour la semaine. On doit avoir, avec le risque accepté :

$$2\,\sigma_{\Delta S} = \frac{H_S}{\sqrt{p}}\,\frac{2\,\sigma^*}{\alpha} \leqslant 1{,}75$$

Si les mesures sont effectuées à $p = 8$ niveaux, on obtient par application de la formule (4) :

$$\frac{2\,\sigma^*}{\alpha} \leqslant 1{,}75\,\frac{\sqrt{8}}{20} \simeq 0{,}25$$

ou

$$\sigma^* = \Delta m \leqslant 4$$

Si on considère, qu'en dehors du niveau (— 25 cm), l'écart-type de x est égal à 5, on devra réaliser 9 mesures à (— 25 cm) et 7 mesures à tous les autres niveaux pour obtenir la précision recherchée avec le risque accepté, soit un total de 58 mesures neutroniques pour une détermination de variation hebdomadaire du stock d'eau en un point donné.

### 2.3. LIMITES DE VALIDITÉ DES CALCULS PRÉCÉDENTS.

Un point important reste à discuter : la somme neutronique $\Delta S$ représente-t-elle vraiment la variation de stock d'eau du sol ?

Nous n'avons effectué aucune étude précise pour le vérifier, mais il est clair que pour aboutir à ce résultat un grand nombre de niveaux d'étude serait nécessaire. En effet, la sonde explore un certain volume [MARCESSE 1963] variable avec l'humidité ; la densité de neutrons thermiques et les chances pour un neutron d'être détecté diminuent avec l'éloignement de ce neutron à la source ; seule une multiplicité des niveaux de mesure permettrait de pondérer ces facteurs.

En pratique, nous avons tenté par une étude succincte de définir une distance entre niveaux au-delà de laquelle $\Delta S$ perd la signification que nous lui accordons. Dans la gamme d'humidités usuelles, le poids des couches explorées au cours d'une mesure diminuant surtout à partir de 10 à 15 cm de la source, nous avons fixé à 25 cm la distance entre niveaux dans le paragraphe précédent.

## CONCLUSION

Ce travail permet de connaître le nombre de mesures à effectuer si on veut mesurer la variation du stock d'eau du sol en un point donné, avec la précision recherchée. A condition de choisir judicieusement l'emplacement du dispositif de mesures, il apparaît que ces résultats pourraient être étendus à l'ensemble d'une parcelle d'essai tout entière, l'hétérogénéité n'étant pas plus grande à l'échelle de la parcelle qu'à l'échelle de notre dispositif [PEYREMORTE, 1971].

Si on veut une précision correcte, on constate que le nombre de mesures est considérable dans un sol pourtant réputé homogène. Or le temps écoulé entre la première et la dernière mesure ne saurait excéder 2 à 3 heures. On est donc rapidement limité dans la précision accessible, c'est pourquoi, conformément à nos résultats, nous envisageons de réduire le temps de comptage afin de multiplier le nombre de mesures.

Il vient d'être porté à notre connaissance que MM. P. PEYREMORTE, G. PHILIPPEAU, J. MARCESSE, par un travail indépendant du nôtre sont arrivés à des conclusions analogues (cf. International Atomic Energy Agency - sous presse).

## BIBLIOGRAPHIE

MARCESSE (J.) – 1970 – Note technique du C.E.A. Exploitation des mesures neutroniques.

MARCESSE (J.) – 1963 – Juin - Revue de l'eau.

PEYREMORTE (P.) – 1971 – Communication écrite.

DUGUE (D.), GIRAULT (M.), DARMOIS (G.) – 1969 – Analyse de la variance et plans d'expérience. Dunod, p. 33-36.

## ANNEXE

Parmi les facteurs susceptibles d'influencer l'écart-type des valeurs de x nous en avons retenu deux :

— la valeur de $\bar{x}$ que nous appellerons $x'$ dans cette annexe,

— le nombre d'apports d'eau séparant les mesures de X et X'.

Les valeurs de $\sigma$ obtenues au niveau — 25 cm ont été divisées en 4 classes de même taille appelées $F_1$, $F_2$, $F_3$, $F_4$ correspondant respectivement à 1, 2, 3 ou plus de 3 apports d'eau entre les mesures de X et X'.

Afin de tester l'influence simultanée des deux facteurs nous avons adopté le modèle probabiliste suivant :

Nous avons posé dans la classe $F_i$ :

$$y = a_i\,x' + b_i + \varepsilon_i\,; \qquad (y = \sigma)$$

$a_i$ et $b_i$ sont des paramètres inconnus,

$x'$ la moyenne des x pour le $\sigma$ considéré et les $\varepsilon_i$ des variables aléatoires centrées appartenant à la même loi de Gauss.

Nous avons obtenu pour les estimations $a_i^*$ et $b_i^*$ de $a_i$ et de $b_i$ le tableau de valeurs suivant :

| | i = 1 | i = 2 | i = 3 | i = 4 |
|---|---|---|---|---|
| $a_i^*$ | — 0,024 | — 0,011 | — 0,008 | — 0,018 |
| $b_i^*$ | + 4,73 | + 5,81 | + 5,67 | + 6,98 |

Compte tenu des faibles valeurs prises par les $a_i^*$ nous avons testé l'hypothèse $H_A$ suivante :

$$H_A : a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$$

Le détail et la justification des calculs qui ont suivi peuvent être retrouvés dans l'ouvrage de DUGUE et al., (1969).

*Test de $H_A$.*

Si $H_A$ est réalisée, nous aurons :

$$F_a = \frac{S_a^2}{2} \in S\,(3{,}12)$$

S étant la loi de Snedecor

$$S_a^2 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} a_i^* \sum_{j=1}^{5} \left(x'^j_i - \bar{x}'_i\right)^2$$

et :

$$S^2 = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left[\left(y^j_i - \bar{y}_i\right)^2 - a_i^*\left(x'^j_i - \bar{x}_i'\right)^2\right]$$

Tous calculs effectués, on trouve $F_a = 0{,}64$.

Or $S_{0,05}\,(4{,}12) = 3{,}26$.

Donc l'hypothèse $H_A$ est tout à fait justifiée et la valeur de $\sigma$ est indépendante de $\bar{x}$.

Dans ces conditions, appelons $b'_i{}^*$ la nouvelle estimation de $b_i$ ; nous aurons le tableau de valeurs suivant :

| | i = 1 | i = 2 | i = 3 | i = 4 |
|---|---|---|---|---|
| $b'_i{}^*$ | 4,9 | 5,7 | 5,6 | 6,7 |

L'hypothèse $H_A$ étant réalisée, testons l'hypothèse $H_A$ définie par :

$$b'_1{}^* = b'_2{}^* = b'_3{}^* = b'_4{}^* = b'^*$$

On a :

$$F_b = \frac{S^2_b}{S'^2} \in S(3{,}16)$$

Avec :

$$S_b^2 = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left(b'^* - b'_i{}^*\right)^2$$

Et :

$$S'^2 = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}\left(y^j_i - \bar{y}_i\right)^2$$

Tous calculs effectués, on trouve $F_b = 1{,}64$.

D'autre part, $S_{0,05}\,(3{,}16) = 3{,}24$.

Il est tout à fait possible que le nombre d'apports d'eau ait une influence, mais le test adopté n'est pas assez puissant pour la mettre en évidence; il semble donc qu'on puisse considérer que $\sigma$ est indépendant des deux facteurs analysés.