

# Les pluies sur des petits bassins versants : une fonction aléatoire dont on peut estimer le variogramme

Jean-Pierre LABORDE <sup>(1)</sup>, Raymond LEMPEREUR <sup>(2)</sup>

## RÉSUMÉ

*Les besoins de l'hydraulique urbaine ont poussé les hydrologues à étudier les pluies pour de faibles durées et sur des surfaces restreintes. Dans ce contexte, il nous paraît possible d'étudier les précipitations en les modélisant par une fonction aléatoire.*

*Cette modélisation permet de simplifier bien des études qui, jusqu'à présent, laissaient une grande part à l'empirisme. Outre un formalisme plus satisfaisant pour l'esprit, l'étude des fonctions aléatoires permet de préjuger des fonctions analytiques à utiliser dans des domaines comme l'interpolation ou la cartographie automatique, l'étude des coefficients d'abattement, la génération d'averses synthétiques, etc.*

*Le but de cette note est de montrer qu'avec une information pluviométrique faible mais restreinte, une telle modélisation ne fait pas grande violence à la nature réelle des phénomènes observés.*

*L'aspect parfois un peu théorique des lignes qui suivent ne doit pas laisser penser que nous souhaitons privilégier le traitement au détriment de l'acquisition des données. Tout au contraire, nous pensons que bien souvent les possibilités de traitement de l'information sont hors de proportion avec la qualité des données disponibles. Les progrès à attendre dans l'étude des précipitations sur de faibles durées et des surfaces restreintes viendront essentiellement d'une amélioration des réseaux d'observations et de leur gestion.*

**MOTS-CLÉS :** Précipitations – Variogramme – Durée de pluie – Modélisation de la pluie – Fonction aléatoire stationnaire – Vallée de la Meurthe.

## ABSTRACT

**RAINFALL ON SMALL DRAINAGE BASINS : A RANDOM FUNCTION WHOSE VARIOGRAM CAN BE EVALUATED**

*The needs shown by the urban hydraulics led hydrologists to study rainfalls observed during short periods and over limited areas. Under these conditions, it seems to us that it is possible to study rainfalls by modelling them by a random function.*

*This modelisation allows to simplify many studies which, up to now, left much room to empiricism. In addition to a satisfactory formal approach, the study of the random functions allows to overestimate the use of the analytical functions in fields such as interpolation or automatic mapping, the study of the coefficients of reduction, the generation of synthetic showers, etc.*

*This memorandum aims at showing that through some reliable but limited rainfall information, such a modelisation does not act contrary to the true nature of the phenomena observed.*

*The somewhat theoretical aspect of the following lines must not suggest that we want to give preference to the data processing to the detriment of the data acquisition. On the contrary, we think that most often the potentialities of the data processing are out of proportion to the quality of the available data. The expected progress in the study of rainfalls over short durations and limited areas will come mainly from an improvement in the observational networks and their management.*

**KEY WORDS :** Precipitations – Variogram – Rainfall duration – Rainfall modelling – Stationary random function – The Meurthe river valley.

(1) Maître de Conférences à l'I.N.P. Lorraine, Délégué auprès du CEFIGRE.

(2) Chercheur à l'E.N.S.G. (I.N.P. Lorraine), rue du Doyen-Marcel-Roubault, B.P. 40, 54051 Vandœuvre-Lès-Nancy.

Les hydrologues s'intéressent de plus en plus fréquemment aux précipitations sur de petits bassins versants de l'ordre de quelques hectares à quelques dizaines de kilomètres carrés de surface. Les durées des précipitations qui les préoccupent sont alors de quelques minutes à quelques heures. Dans ces cas, la pluie n'est souvent mesurée qu'en un seul point et les études ont porté sur la statistique des pluies ponctuelles. Les observations pluviométriques sont alors considérées comme des réalisations d'une variable aléatoire que l'on peut modéliser par une fonction de distribution à  $n$  paramètres.

Depuis quelques années, les besoins de l'hydrologie urbaine font que certaines grandes agglomérations se sont dotées de réseaux de mesures pluviométriques avec de fortes densités spatiales. Dans la mesure où l'on dispose d'informations sur les pluies dans l'espace, il est possible de considérer les champs des précipitations comme des réalisations de fonctions aléatoires.

Les applications pratiques de ces considérations théoriques sur la modélisation statistique des précipitations, ont été réalisées grâce surtout aux Services Techniques du District de l'Agglomération Nancéenne (D.A.N.) qui nous a fourni ses observations pluviographiques pour la période 1977-1984, mais aussi avec l'aide du Centre International de l'Eau de Nancy (NANCIE) dans le cadre d'une étude conjointe NANCIE, D.A.N. et Société Lyonnaise des Eaux, qui a débuté en 1985.

## I. LA FONCTION ALÉATOIRE PLUIE

### I.1. DÉFINITION D'UNE FONCTION ALÉATOIRE STATIONNAIRE D'ORDRE 2

Soit  $R(\omega, \vec{x})$  une valeur numérique en un point  $\vec{x}$  d'un domaine  $D$  pour un événement  $\omega$  d'un ensemble  $\Omega$ , et soit  $P$  une mesure de probabilité [telle que  $P(\Omega) = \int_{\Omega} P(d\omega) = 1$ ]; les statisticiens disent que  $R(\omega, \vec{x})$  est une fonction aléatoire.

Manifestement, si on appelle  $R$  la hauteur de pluie tombée sur un pluviographe situé en un point  $\vec{x}$  du bassin versant noté  $D$  et durant un intervalle de temps  $\omega$  (de durée  $t$ ) pris dans la nuit des temps  $\Omega$ , la pluie  $R(\omega, \vec{x})$  est une fonction aléatoire.

Si l'on se fixe le point de mesure  $\vec{x}_i$ , les valeurs  $R^i(\omega) = R(\omega, \vec{x}_i)$  constituent les réalisations d'une variable aléatoire. On débouche alors sur l'étude classique de la distribution statistique des pluies ponctuelles.

Si on se donne au contraire un événement pluvieux  $\omega_k$ , la fonction  $\varphi_k(\vec{x}) = R(\omega_k, \vec{x})$  est une trajectoire de  $R(\omega, \vec{x})$ . C'est le second problème classique, celui du tracé des courbes isohyètes pour une averse donnée.

Revenons à la fonction aléatoire  $R(\omega, \vec{x})$  pour laquelle on peut définir une moyenne  $m_R(\vec{x}_i)$  qui est la fonction telle que :

$$m_R(\vec{x}_i) = E \{ R^i(\omega) \} = \int_{\Omega} R^i(\omega) P(d\omega)$$

La signification physique de  $m_R(\vec{x}_i)$  est simple : c'est la pluie moyenne observée en un point noté  $\vec{x}_i$ . De même, on peut définir, lorsqu'elle existe, une fonction de covariance dans l'espace  $C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_j)$  :

$$C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = E \{ R^i(\omega) R^j(\omega) \} - m_R(\vec{x}_i) m_R(\vec{x}_j)$$

Une fonction aléatoire est dite d'ordre 2 si moyenne et fonction de covariance existent.

On en déduit immédiatement que si la fonction aléatoire est d'ordre 2, elle a, en tout point, une variance  $\sigma^2(\vec{x})$  finie :

$$\sigma^2(\vec{x}) = C_{RR}(\vec{x}, \vec{x})$$

La variance  $\sigma^2(\vec{x})$  ou l'écart-type  $\sigma(\vec{x})$  ont une signification physique bien connue. Pour la fonction de covariance, on peut se rattacher à la notion de coefficient de corrélation  $\rho(\vec{x}_i, \vec{x}_j)$  entre les pluies enregistrées aux points  $\vec{x}_i$  et  $\vec{x}_j$  ; nous obtenons alors :

$$\rho(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = \frac{C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_j)}{\sqrt{C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_i) C_{RR}(\vec{x}_j, \vec{x}_j)}}$$

Enfin, on dira qu'une fonction aléatoire est stationnaire d'ordre 2 dans un domaine D s'il existe des constantes  $\sigma^2$  et  $m$  ainsi qu'une fonction  $\gamma$  de type positif tels que :

$$\begin{aligned} m_R(\vec{x}) &= m \\ C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_j) &= \sigma^2 - \gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_j) \\ \forall i \text{ et } j \text{ tels que } \vec{x}_i, \vec{x}_j \text{ et } \vec{x}_j &\in D \end{aligned}$$

La fonction  $\gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_j)$  appelée variogramme est symétrique...

$$\gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_j) = \gamma(\vec{x}_j - \vec{x}_i) \quad [C_{RR}(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = C_{RR}(\vec{x}_j, \vec{x}_i)]$$

... et l'on a nécessairement :

$$\gamma(\vec{x} - \vec{x}) = 0 \quad [C_{RR}(\vec{x}, \vec{x}) = \sigma^2 = \sigma^2 - \gamma(\vec{x} - \vec{x})]$$

L'étude des fonctions aléatoires est beaucoup plus simple lorsque l'on peut faire l'hypothèse que le variogramme  $\gamma(\vec{x}_i - \vec{x}_j)$  ne dépend en fait que de la distance  $h$  entre les points  $\vec{x}_i$  et  $\vec{x}_j$  indépendamment de leur position et de leur orientation relative. On a alors :

$$\rho(h) = 1 - \frac{\gamma(h)}{\sigma^2}$$

Il s'agit d'une hypothèse qui exige que la pluviosité potentielle soit identique sur le domaine D (isotropie).

## I.2. LES FONCTIONS VARIOGRAMMES ET CORRÉLOGRAMMES

Depuis plusieurs dizaines d'années, les géostatisticiens ont développé tout un arsenal de fonctions variogrammes. Les multiples modèles proposés étaient censés représenter la réalité observée sur les gisements miniers et bien souvent, on leur a demandé, de plus, de se prêter à des intégrations analytiques simples. Parmi elles, nous avons retenu deux modèles qui « a priori » nous paraissent les mieux adaptés à l'étude des pluies.

### I.2.1. Le modèle sphérique

L'expression mathématique de  $\rho(h)$  est alors :

$$\begin{aligned} \rho(h) &= 1 - 1.5 h/p + 0.5 (h/p)^3 & \text{si } h < p \\ \rho(h) &= 0 & \text{si } h \geq p \end{aligned}$$

Manifestement, le coefficient de corrélation est égal à 1 si les deux points  $\vec{x}_i, \vec{x}_j$  sont confondus ( $h = 0$ ) et  $\rho(h)$  décroît jusqu'à 0 lorsque  $h$  croît jusqu'à  $p$  appelée la portée. Pour des distances  $h$  supérieures à  $p$ , les pluies ponctuelles sont indépendantes [ $\rho(h > p) = 0$ ].

### I.2.2. Le modèle exponentiel

La formulation de  $\rho(h)$  est plus simple :

$$\rho(h) = e^{-h/a}$$

On constate bien sûr que  $\rho(0) = 1$  et que  $\rho(h)$  tend vers 0 lorsque  $h$  tend vers l'infini. Il n'y a plus explicitement de portée, mais dès que  $h$  devient supérieur à  $3a$ ,  $\rho(h)$  est inférieur à 0.05. On peut donc considérer que là encore, il existe une portée virtuelle (distance limite d'indépendance) qui est de l'ordre de  $3a$ .

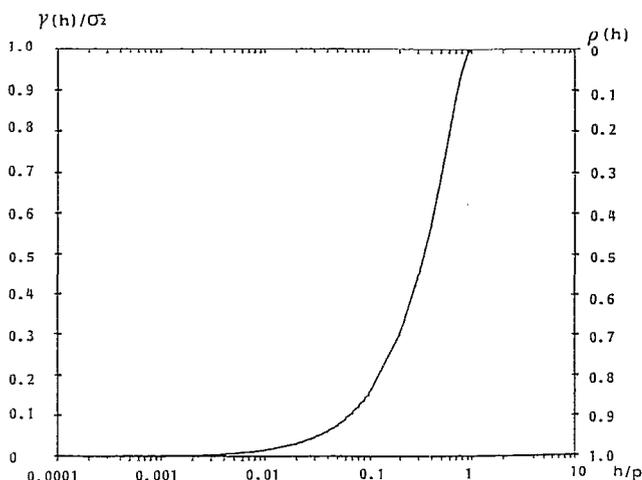


FIG. 1. - Variogramme et corrélogramme de modèle sphérique.

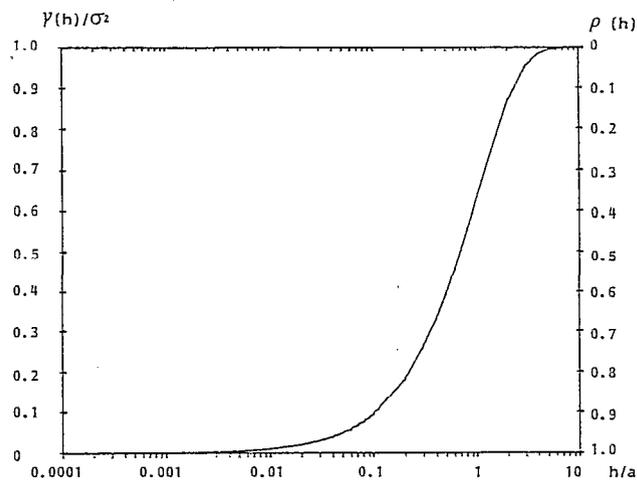


FIG. 2. - Variogramme et corrélogramme de modèle exponentiel.

1.2.3. Estimation ponctuelle de  $\rho(h)$

$\rho(h)$  représente pour nous le coefficient de corrélation entre les hauteurs de pluies tombées lors des différents événements pluvieux, sur deux points  $\vec{x}_i$  et  $\vec{x}_j$  distants de  $h$ . Nous utiliserons l'estimateur classique  $\hat{\rho}(h)$  suivant...

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\sum_{k=1}^{n\omega} [R^i(\omega_k) \cdot R^j(\omega_k)] - n\omega \hat{m}_R(\vec{x}_i) \hat{m}_R(\vec{x}_j)}{(n\omega - 1) \hat{\sigma}(\vec{x}_i) \hat{\sigma}(\vec{x}_j)}$$

... où  $\hat{m}_R(\vec{x}_i)$  est l'estimateur de  $m_R(\vec{x}_i)$  :

$$\hat{m}_R(\vec{x}_i) = \frac{\sum_{k=1}^{n\omega} R^i(\omega_k)}{n\omega}$$

... et  $\hat{\sigma}(\vec{x}_i)$  l'estimateur sans biais de  $\sigma(\vec{x}_i)$  :

$$\hat{\sigma}(\vec{x}_i) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n\omega} R^i(\omega_k)^2 - n\omega \hat{m}(\vec{x}_i)^2}{n\omega - 1}}$$

avec  $n\omega$  : nombre d'événements observés ;  
 $R^i(\omega_k)$  : pluies observées au point  $(\vec{x}_i)$  durant l'événement  $\omega_k$ .

L'estimation de  $\rho(h)$  ne nécessite absolument pas que la fonction aléatoire soit stationnaire dans tout le domaine  $D$ . Notre étude des corrélogrammes ou des variogrammes sera donc tout à fait valable, même si dans certains cas on ne peut faire l'hypothèse de stationnarité, autour du point choisi comme pivot ( $i$  ou  $j$ ).

Évidemment, l'équation  $\rho(h)$  est entachée d'une certaine incertitude et l'on sait que la transformée de Fischer  $\hat{Z}(h)$  de  $\hat{\rho}(h)$ ...

$$\hat{Z}(h) = 1/2 \text{Ln} \frac{1 + \hat{\rho}(h)}{1 - \hat{\rho}(h)}$$

... suit sensiblement une loi de Gauss de moyenne...

$$\bar{z}(h) = 1/2 \cdot \text{Ln} \frac{1 + \rho(h)}{1 - \rho(h)}$$

... et d'écart-type :

$$\sigma_{z(h)} = \frac{1}{\sqrt{n\omega - 3}}$$

... ceci bien sûr, si les  $n\omega$  événements pris en compte sont indépendants. Par la suite, nous serons amenés à utiliser le fait que la variable  $\hat{Z}(h)$  est gaussienne mais nous laisserons  $\sigma_{z(h)}$  de côté.

## 2. LES DONNÉES UTILISÉES DANS L'EXEMPLE

Le District de l'Agglomération Nancéienne (D.A.N.) a installé depuis 1977 un réseau de 5 pluviographes à augets basculeurs. Entre 1977 et 1984, les trois premiers (1 : Jardin Botanique ; 2 : Maxéville ; 3 : Laneuveville) disposent de huit années de mesures ; la station 4 du Haut-du-Lièvre présente une lacune en 1977 et la station 5 de Fléville, plus au sud, ne dispose que de quatre années de mesures (de 1979 à 1982).

Comme l'illustre la figure 3, toutes les stations sont implantées dans la vallée de la Meurthe, à l'exception du poste du Haut-du-Lièvre, situé sur le plateau dominant la ville.

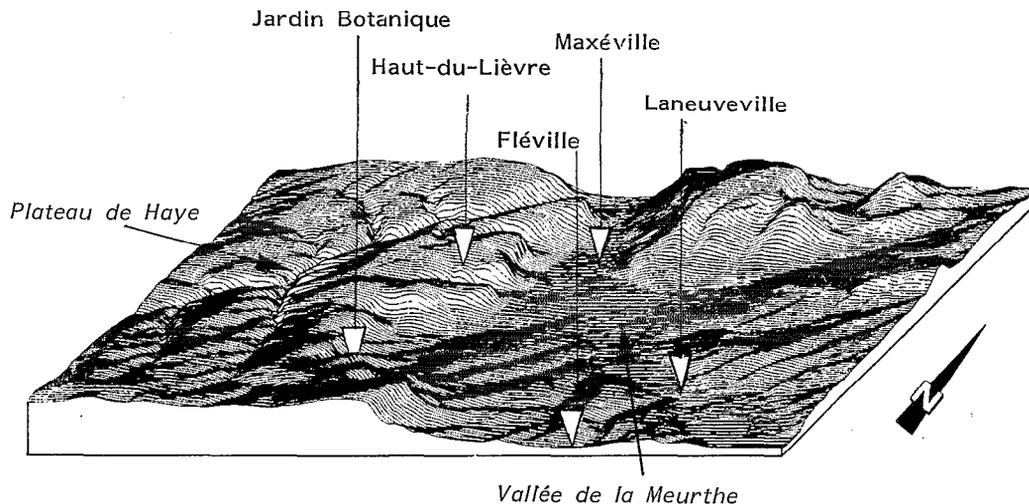


FIG. 3. - Schéma d'implantation des pluviographes.

### 2.1. NATURE ET PRÉCISION DES DONNÉES

Le D.A.N. nous a communiqué les originaux des enregistrements papiers hebdomadaires. Ceux-ci ont été digitalisés sur support magnétique. Compte tenu des échelles utilisées sur le papier d'enregistrement et de la précision du pointage du stylet de la table à digitaliser, on peut admettre que les erreurs sont inférieures à 0,2 mm pour les hauteurs de pluie et à 15 mm pour les temps. Par contre, en ce qui concerne ces derniers, il faut noter que les observateurs ont souvent eu une fâcheuse tendance à arrondir les heures de mise en place et de relevé du pluviogramme au quart d'heure le plus proche. Nous avons donc pensé qu'il n'était pas raisonnable de travailler à une échelle de temps inférieure à l'heure. L'information pluviométrique est pour nous la succession des pluies enregistrées heure par heure (origine fixe, entre 1 et 2 h, 2 et 3 h, 3 et 4 h, etc.).

2.2. DÉFINITION DES ÉVÉNEMENTS PLUVIEUX  $\omega$  DE DURÉE  $t$

Les événements pluvieux  $\omega$  de durée  $t$  sont tous les événements qui constituent des averses. Une averse est elle-même définie comme la période durant laquelle il a plu en un point au moins du domaine d'étude et où sur un point au moins du domaine, on a observé plus de 2 mm de pluie en 1 h ou 5 mm de pluie en 24 h. Cette définition présente l'avantage d'éliminer tous les événements de faible importance du point de vue du ruissellement. Cependant, dans l'utilisation des résultats, il faudra garder présent à l'esprit que l'on travaille sur des valeurs supérieures à un seuil et qu'il faudrait donc également étudier la probabilité de dépasser ce seuil.

2.3. LES EVENEMENTS PLUVIEUX OBSERVES

Évidemment, pour savoir si une averse a dépassé l'un des deux seuils fixés, nous ne pouvons nous baser que sur les observations aux cinq points de mesures. On peut penser, compte tenu de la densité du réseau devant l'extension spatiale des averses, que toutes les averses définies ci-avant ont provoqué un dépassement de seuil sur un des postes.

Au total, nous avons détecté plus de 500 averses en huit ans. Ces 500 averses correspondent à environ 5 700 événements pluvieux de durée une heure. Mais, nous avons également travaillé sur des événements de durées 2, 3, 4, 5 et 6 h, leur nombre décroissant évidemment par rapport aux 5 700 précédents.

Pour tous ces événements, nous avons calculé les 10 coefficients de corrélation interpostes et avons fait varier la durée de l'événement de 1 h à 6 h. Les résultats sont les suivants :

TABLEAU I  
Coefficients de corrélation interpostes pour des durées de 1 à 6 heures.

DISTANCE (km)	DUREE DE L'EVENEMENT PLUVIEUX						NUMEROS DES POSTES
	1	2	3	4	5	6	
5.55	0.53	0.63	0.67	0.70	0.75	0.79	3 - 5
8.25	0.50	0.56	0.58	0.61	0.65	0.67	3 - 2
6.00	0.56	0.66	0.71	0.76	0.78	0.81	3 - 1
8.35	0.52	0.58	0.61	0.63	0.67	0.71	3 - 4
10.30	0.44	0.50	0.51	0.54	0.56	0.59	5 - 2
5.25	0.57	0.68	0.72	0.76	0.79	0.80	5 - 1
9.50	0.58	0.66	0.69	0.72	0.74	0.75	5 - 4
5.90	0.50	0.57	0.61	0.63	0.66	0.69	2 - 1
2.25	0.53	0.65	0.70	0.72	0.74	0.77	2 - 4
4.35	0.52	0.61	0.66	0.68	0.71	0.77	1 - 4

3. PEUT-ON MODÉLISER LES CORRÉLOGRAMMES EXPÉRIMENTAUX ?

Modéliser un corrélogramme expérimental revient à choisir une formulation mathématique de la fonction  $\rho(h)$  et à en ajuster les paramètres. Nous avons vu que l'on pouvait hésiter au moins entre deux modèles : le modèle sphérique et le modèle exponentiel. Nous choisirons évidemment d'ajuster les paramètres  $a$  (exponentiel) ou  $p$  (sphérique) de façon que les coefficients de corrélation théoriques soient les plus proches possibles des coefficients expérimentaux. Compte tenu de l'« anormalité » de la distribution des coefficients  $\hat{\rho}(h)$ , il nous a paru judicieux de travailler sur leurs transformées de Fischer  $\hat{z}(h)$ . Soit  $Z(h)$  la valeur théorique donnée par le modèle, on choisira  $a$  ou  $p$  de telle façon que...

$$\sum_{1}^{10} \left[ \hat{z}(h) - Z(h) \right]^2$$

... soit minimum.

### 3.1. CHOIX D'UN MODÈLE THÉORIQUE

Comme décrit plus haut, nous avons ajusté pour les 6 durées d'événements pluvieux, les modèles sphériques et exponentiels. Le modèle adopté sera celui qui nous donnera erreur moyenne sur  $\hat{Z}(h)$  et erreur-type les plus faibles.

L'examen du tableau II montre clairement que le schéma exponentiel est le mieux adapté. En effet, les erreurs-types ET sont systématiquement plus faibles. Dans les deux cas, les erreurs moyennes sont très faibles et négligeables devant les écarts-types.

TABLEAU II  
Ajustement à des modèles sphériques et exponentiels pour des durées de 1 à 6 heures.

SCHEMA EXPONENTIEL				SCHEMA SPHERIQUE			
D = 1 h	A = 9.105	ET = 0.203	ME = 0.0097	D = 1 h	P = 18.911	ET = 0.255	ME = -0.0090
D = 2 h	A = 12.176	ET = 0.189	ME = 0.0047	D = 2 h	P = 23.513	ET = 0.228	ME = -0.0086
D = 3 h	A = 13.980	ET = 0.184	ME = 0.0030	D = 3 h	P = 26.185	ET = 0.216	ME = -0.0076
D = 4 h	A = 15.551	ET = 0.194	ME = 0.0027	D = 4 h	P = 28.560	ET = 0.221	ME = -0.0070
D = 5 h	A = 17.566	ET = 0.191	ME = 0.0017	D = 5 h	P = 31.565	ET = 0.215	ME = -0.0064
D = 6 h	A = 19.934	ET = 0.191	ME = 0.0013	D = 6 h	P = 35.128	ET = 0.211	ME = -0.0058

$$\left[ ME = 1/10 \sum_{i=1}^{10} [z(h) - \hat{Z}(h)] \right] ; ET = \sqrt{\frac{10 \sum_{i=1}^{10} [z(h) - \hat{Z}(h)]^2 - 10 ME^2}{9}}$$

### 3.2. ÉVOLUTION DES PARAMETRES a ET p AVEC LA DURÉE

Plusieurs auteurs ont déjà signalé que la « portée » variait selon des fonctions puissances de la durée. Leurs observations n'étaient pas de même nature ni exploitées dans un même contexte. Cependant, il était intéressant de vérifier si cette formulation était adaptée à nos résultats. La figure 4 ci-dessous présente les points expérimentaux (a ou p en fonction de la durée) dans un graphique doublement logarithmique.

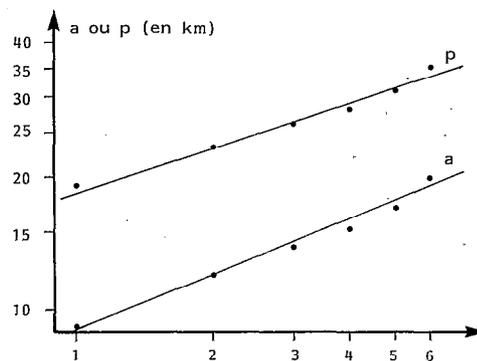


FIG. 4. - Évolution des paramètres a et p avec la durée.

Manifestement, il est possible d'approcher les variations de a et p par des fonctions puissances :

- . modèle exponentiel :  $a = 9 t^{0.47}$  (a et p en km, t en heures)
- . modèle sphérique :  $p = 19 t^{0.33}$

3.3. MODELISATION GLOBALE

Nous venons de voir qu'il paraissait possible de modéliser les corrélogrammes par une fonction exponentielle du type...

$$\rho(h) = e^{-h/a}$$

... et que le paramètre  $a$  variait comme une fonction puissance de la durée  $t$  :  $a = a_1 t^b$ . Nous avons donc repris la matrice des coefficients de corrélation et ajusté conjointement  $a_1$  et  $b$  pour minimiser la valeur de...

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{10} \left[ z(h) - \hat{z}(h) \right]^2$$

... sur toutes les distances et toutes les durées.

Comme le montre le tableau III, les corrélogrammes peuvent être représentés par la fonction :

$$\rho(h) = e^{-h/9 t^{0.42}}$$

TABLEAU III  
Ajustement global au modèle exponentiel.

SCHEMA EXPONENTIEL			
B = 0.40	A = 9.20	ET = 0.1845	ME = 0.0040
B = 0.41	A = 9.09	ET = 0.1844	ME = 0.0044
B = 0.42	A = 9.00	ET = 0.1844	ME = 0.0037
B = 0.43	A = 8.90	ET = 0.1844	ME = 0.0042
B = 0.44	A = 8.79	ET = 0.1845	ME = 0.0048
B = 0.45	A = 8.70	ET = 0.1846	ME = 0.0043

L'erreur moyenne sur l'estimation  $\hat{z}(h)$  est de 0.0037, soit sensiblement nulle devant l'erreur-type 0.1844. (Nous avons bien sûr vérifié que de cette façon aussi le schéma sphérique est moins bien adapté avec  $p = 18.6t^{0.33}$  mais avec  $ET = 0.2156$  et  $ME = -0.0072$ ).

Sur la figure 5, nous avons reporté l'ensemble des points expérimentaux avec en abscisses  $\log(h/9 t^{0.42})$  et en ordonnées les valeurs expérimentales et théoriques de  $\rho(h)$ .

Le modèle théorique passe bien au milieu du nuage de points, mais on constate que quelques séries s'écartent manifestement de la tendance centrale. Or, il s'avère que ces séries sont celles issues des corrélations entre le poste pluviographique du Haut-du-Lièvre et les autres stations.

Nous avons vu que ce poste était le seul situé sur le plateau dominant Nancy. Si on effectue un travail analogue mais uniquement sur les postes situés dans la vallée de la Meurthe, le modèle exponentiel s'adapte beaucoup mieux et les paramètres en sont :

$$\rho(h) = e^{-h/9.9 t^{0.41}}$$

avec  $ET = 0.0755 << 0.1844$  et  $RE = 0.0005$ .

La figure 6 illustre cet ajustement sur les observations faites aux quatre stations situées dans la vallée. Nous y avons superposé l'intervalle de confiance à 90 % sur l'estimation de  $\rho(h)$  [ $z(h) \pm 1.645 * 0.0755$ ].

Pour les postes situés dans la vallée de la Meurthe, on peut donc admettre que l'hypothèse où  $p(h)$  est une fonction qui ne dépend que de la distance interposte est vérifiée.

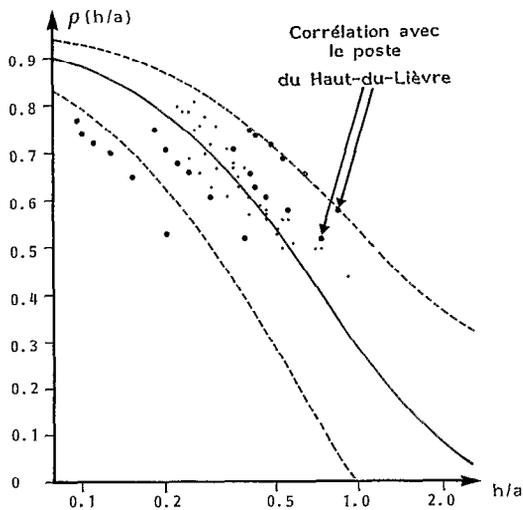


FIG. 5. - Ajustement à un modèle exponentiel sur 5 pluviographes et 6 durées.

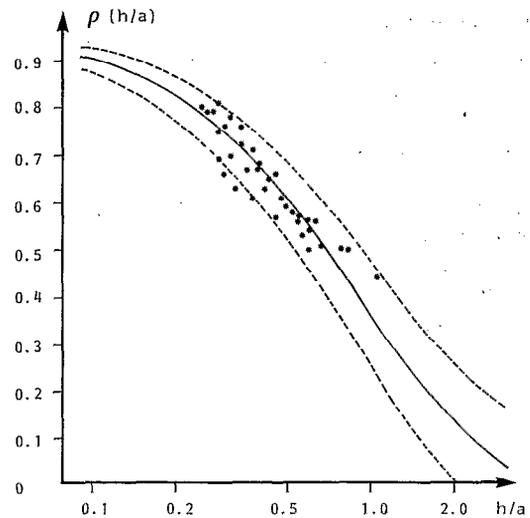


FIG. 6. - Ajustement à un modèle exponentiel sur 4 pluviographes et 6 durées.

#### 4. COHÉRENCE AVEC D'AUTRES ÉTUDES ET CONCLUSION

Cette étude a été menée sur un nombre restreint de points d'observations où l'on disposait de séries relativement courtes. Il ne nous a pas encore été possible de regarder en détail si la fonction aléatoire était bien stationnaire. En effet, les différences interpostes sur moyennes et écarts-types des pluies ne sont guère significatives, d'autant plus que les pluviographes à augets basculeurs n'ont pas été tarés systématiquement.

Par contre, les coefficients de corrélation ne sont pas affectés par un détarage (sauf s'il est progressif dans le temps ou si la fonction aléatoire n'est pas stationnaire). De ce point de vue, il nous a paru possible de modéliser les fonctions corrélogrammes par une fonction exponentielle où le paramètre a varié comme une fonction puissance de la durée de l'événement pluvieux. Ces résultats sont-ils compatibles avec ceux obtenus précédemment et sont-ils extrapolables ?

##### 4.1. COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS ANTERIEURS

En France, quelques auteurs se sont déjà intéressés à la forme des variogrammes ou corrélogrammes. T. LEBEL (1984) a constaté dans la région des Cévennes que pour des pluies de 1 h à 72 h, la portée variait comme la durée à la puissance 0.3. Indirectement, les formules proposées par le ministère de l'Agriculture pour l'évaluation des coefficients d'abattement sous-entendent, comme nous l'avons montré (LABORDE, 1986), que les portées devraient varier comme le temps à la puissance 0.33 et que la portée pour une pluie de 1 h devrait être de l'ordre de 3 à 4 km.

Nous en concluons que nos observations, aussi critiquables soient-elles, laissent penser que les corrélogrammes dans la région de Nancy ont des portées plus grandes (10 km au lieu de 4) et varient plus vite avec la durée (0.4 au lieu de 0.3). Cependant, les résultats sont du même ordre de grandeur. Ces écarts ne peuvent s'expliquer par des erreurs de mesures ; en effet, ils auraient pour effet de diminuer les corrélations donc les portées et les coefficients b. (Nous avons bien sûr vérifié que ces coefficients  $\rho$  ne sont pas dus à une ou quelques rares valeurs exceptionnelles).

Cette plus grande homogénéité des précipitations dans la région nancéienne que dans les Cévennes ou le Bassin Parisien peut très bien trouver son explication dans le fait que cette région connaît des pluies de front très importantes, comparables parfois aux pluies convectives d'été. Cette remarque nous conduit à étudier en ce moment la nature des variogrammes en fonction du type de temps ayant généré l'averse.

4.2. EXTRAPOLATION VERS DES DURÉES INFÉRIEURES A 1 h

Nous avons signalé que les données dont nous disposions ne permettaient pas de travailler sur des durées inférieures à 1 h. Cependant, durant le printemps 1985, le District de l'Agglomération Nancéienne a installé six pluviographes équipés d'un dispositif d'enregistrement des données sur mémoires mortes et de télétransmission en temps réel de ces données sur le VAX 780 du D.A.N. Dans le cadre d'un projet de recherche mené par le Centre international de l'Eau de Nancy (NAN.C.I.E.), nous avons pu exploiter ces données. La période dont nous disposions était extrêmement courte (juillet et août 1985), mais nous n'avons pas résisté à l'envie de comparer ces premières observations sur des pluies de 5 mn à 30 mn aux résultats obtenus sur la période ancienne. En gardant présent à l'esprit que ces données sont bien peu représentatives, on est quand même frappé par l'analogie des résultats : en leur faisant subir le même traitement que celui décrit au paragraphe 4.1, on obtient les résultats suivants à partir de la matrice des coefficients de corrélation :

TABLEAU IV  
Coefficients de corrélation interpostes pour des durées de 5 à 30 minutes.

DISTANCE (km)	DUREE DE L'EVENEMENT PLUVIEUX					
	5 mn	10 mn	15 mn	20 mn	25 mn	30 mn
3.450	0.389	0.453	0.474	0.481	0.481	0.478
3.075	0.554	0.631	0.678	0.707	0.722	0.732
1.350	0.518	0.552	0.572	0.587	0.598	0.608
1.750	0.709	0.795	0.824	0.840	0.848	0.851
8.450	0.205	0.262	0.300	0.330	0.351	0.365
0.975	0.665	0.728	0.757	0.774	0.786	0.794
2.170	0.546	0.626	0.675	0.703	0.722	0.736
4.500	0.436	0.516	0.565	0.601	0.626	0.644
5.930	0.319	0.436	0.525	0.572	0.599	0.617
1.870	0.578	0.641	0.675	0.696	0.710	0.722
3.750	0.521	0.604	0.664	0.706	0.734	0.752
5.630	0.274	0.382	0.476	0.543	0.584	0.612
2.480	0.452	0.521	0.569	0.603	0.629	0.651
7.350	0.301	0.380	0.454	0.502	0.532	0.551
8.250	0.285	0.353	0.417	0.466	0.503	0.527

TABLEAU V  
Ajustement global au modèle exponentiel.

SCHEMA EXPONENTIEL				SCHEMA SPHERIQUE			
D = 5 mn	A = 3.95	ET = 0.1524	ME = 0.0194	D = 5 mn	A = 7.85	ET = 0.2213	ME = 0.0576
D = 10 mn	A = 5.13	ET = 0.1768	ME = 0.0134	D = 10 mn	A = 10.70	ET = 0.2443	ME = 0.0013
D = 15 mn	A = 6.09	ET = 0.1991	ME = 0.0102	D = 15 mn	A = 12.38	ET = 0.2583	ME = -0.0083
D = 20 mn	A = 6.83	ET = 0.2159	ME = 0.0092	D = 20 mn	A = 13.58	ET = 0.2695	ME = -0.0106
D = 25 mn	A = 7.38	ET = 0.2268	ME = 0.0086	D = 25 mn	A = 14.46	ET = 0.2769	ME = -0.0119
D = 30 mn	A = 7.79	ET = 0.2332	ME = 0.0078	D = 30 mn	A = 15.13	ET = 0.2808	ME = -0.0130

Quelle que soit la durée, c'est toujours le modèle exponentiel le mieux adapté et l'évolution des paramètres a avec la durée est tout à fait compatible avec les résultats précédents comme le montre la figure 7.

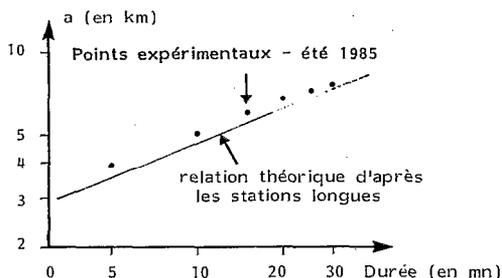


FIG. 7. - Évolution des paramètres a avec la durée pour les observations de l'été 1985.

Les portées sont supérieures d'environ 10 % à ce que l'on pouvait prévoir avec la relation  $a = 9.9 t^{0.41}$ .

## 4.3. CONCLUSION

La première conclusion de ce travail concerne l'acquisition des données. Les observations pluviographiques qui ne sont pas dépouillées dans un laps de temps de l'ordre de quelques semaines après leur acquisition sont très difficiles à exploiter. Par exemple, une panne qui n'a pas été signalée se traduit par une absence de pluie : deux ans après, comment savoir si l'appareil était bouché ou s'il n'a réellement pas plu ? A qui poser la question ? S'en rappellerait-il bien ? L'exploitation de 35 stations-années nous a pris un temps considérable et bien des observations nous laissent encore perplexes. En ce qui concerne les données actuellement enregistrées en temps réel, des anomalies persistent encore. Avec le seul recul de cette étude, nous avons pu proposer de mettre en oeuvre des traitements des observations permettant de signaler immédiatement toutes « anomalies ». Celles-ci sont alors suffisamment récentes pour que les observateurs puissent valider ou infirmer ces observations.

Sur le plan plus fondamental de la modélisation statistique des pluies, nous avons montré qu'il était possible d'utiliser les notions de fonction aléatoire stationnaire d'ordre 2. Cette modélisation est applicable au moins sur des surfaces de quelques kilomètres carrés et si la topographie (effet particulier du plateau par rapport à la vallée) ne joue pas un très grand rôle. Dans ces conditions, il semble qu'un nombre restreint (4, 5, 6) de postes pluviographiques bien implantés et bien gérés, suffisent à mettre en évidence une fonction corrélogramme.

Enfin, nous n'avons pas détecté, sur des durées de 1 h à 6 h (voire de 5 mn à 6 h), de discontinuités nettes dans les fonctions aléatoires. Il nous semble que des progrès sensibles sont à attendre dans ce domaine avec le développement de réseaux pluviographiques fiables et avec la prise en compte de la nature des phénomènes météorologiques engendrant les précipitations.

*Manuscrit accepté par le Comité de Rédaction le 25.6.1986.*

## BIBLIOGRAPHIE

- BRUNET-MORET (Y.), ROCHE (M.), 1966. – Étude théorique et méthodologique de l'abattement des pluies. *Cah. ORSTOM, sér. Hydrol.*, n° 4, mai.
- GALEA (G.), MICHEL (C.), OBERLIN (G.), 1982. – Abattement sur une surface des averses de 1 h à 24 h. CEMAGREF, étude 54.
- JOURNEL (A.), HUIJBRECKTS (C.), 1980. – Mining geostatistics. Academic Press, London, England.
- LABORDE (J.P.), 1984. – Analyse des données et cartographie automatique en hydrologie. Éléments d'hydrologie lorraine. Thèse d'État, I.N.P.L.
- LABORDE (J.P.), 1986. – Pour une approche géostatistique des coefficients d'abattement. *La Houille Blanche (à paraître)*.
- LAHAYE (J.P.), MEUNIER (M.), TARTES (R.), 1979. – Méthode d'étude des pluies de courtes durées. *La Houille Blanche*, n° 4-5.
- LEBEL (T.), 1984. – Moyenne spatiale de la pluie sur un bassin versant : estimation optimale, génération stochastique et gradex des valeurs extrêmes. Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- LEVIANDIER (T.), 1980. – Liaison spatiale entre postes pluviométriques, corrélation en fonction de la distance et du temps – Un modèle de simulation. *La Météorologie*, 6<sup>e</sup> série, n° 20.
- MALLET (J.L.), 1974. – Présentation d'un ensemble de méthodes et techniques de la cartographie automatique numérique. *Sciences de la Terre, série Informatique Géologique*, n° 4.
- MATHERON (G.), 1970. – La théorie des variables régionalisées et ses applications. *Cahiers du Centre de Morphologie mathématique de Fontainebleau*, fasc. 5.
- Ministère de l'Agriculture, 1980. – Synthèse nationale sur les crues des petits bassins versants. Fascicule 1 : éléments de pluviométrie.
- ROYER (J.J.), 1983. – Géostatistique. Cours E.N.S.G., Nancy.
- SERRA (J.), 1967. – Échantillonnage et estimation locale des phénomènes de transition minces. Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut de Recherche de la Sidérurgie.
- SLIMAN (M.), 1985. – Étude des pluies de fréquence rare à faible pas de temps sur la région Cévennes-Vivarais. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- TOUCHEBEUF DE LUSSIGNY (P.), 1970. – Calcul automatique de l'abattement des pluies journalières. *Cah. ORSTOM, sér. Hydrol.*, vol. VII, n° 1.
- VUILLAUME (G.), 1974. – L'abattement des précipitations journalières en Afrique tropicale. Variabilité et précision de calcul. *Cah. ORSTOM, sér. Hydrol.*, vol. XI, n° 3.