

# Adaptativité et validation opérationnelle

## *Un cas simple sur un modèle élémentaire*

Jean-Claude MAILHOL (1)

### RÉSUMÉ

*On présente une modélisation simple à deux paramètres fondée sur un schéma classique de l'hydrologie analytique : production et transfert. Dans un premier temps, on identifie globalement les deux paramètres  $X1$  (paramètre de la fonction de transfert) et  $X2$  (paramètre de la fonction de production) sur un événement bien représentatif du phénomène « crue » sur le bassin. Puis, dans un deuxième temps, on vérifie la validité de la fonction de transfert (plus exactement son paramètre  $X1$ ) sur un ensemble d'événements extérieurs au calage. Pour ces mêmes événements,  $X2$ , paramètre de la fonction de production est partiellement ré-identifié.*

*Cette méthode a été utilisée pour l'étude de l'influence du drainage et de l'assainissement agricole sur les crues d'un petit bassin. On laisse également entrevoir la possibilité de la rendre opérationnelle pour la prévision, par une correction possible de  $X2$ , précédant chaque étape de prévision.*

**MOTS-CLÉS:** Hydrologie analytique — Fonction de production — Fonction de transfert — Modèle simplifié — Filtre adaptatif.

### ABSTRACT

#### ADAPTIVITY AND OPERATIONAL VALIDATION OF A SIMPLE MODEL.

*A simple model with two parameters is presented. It is based on the classical scheme of analytical hydrology : production and transfer.*

*In the first step we identify the two parameters  $X1$  (transfer parameter) and  $X2$  (production parameter) on a representative event of the typical floods of the basin. Then, in a second step, we verify the validity of the transfer function (in fact the confidence related to  $X1$ ) on a set of new events. For these events, only  $X2$  is fitted.*

*This method has been used to analyse the influence of drainage on floods for a small basin in France. We also propose to make it operational in real time, forecasting the discharges by correcting the  $X2$  parameter before each forecasting step.*

**KEY WORDS :** Analytical hydrology — Production parameter — Transfer parameter — Simplified model — Adaptive filter.

## 1. INTRODUCTION

On rappelle que la méthode dite de l'hydrogramme unitaire, dans son sens original, est relative à la fonction de transfert mais nécessite au préalable la détermination de la fonction de production (ou de rendement), assurant le passage de la pluie brute tombée à la pluie nette écoulée directement.

La méthode de l'hydrogramme unitaire (HU) présentée ici a été appliquée au pas de temps de deux heures sur le bassin du ru de Grandchain de superficie  $11,6 \text{ km}^2$  situé dans l'Eure, (France) et ceci afin de rechercher une éventuelle déformation significative de l'hydrogramme unitaire laquelle serait imputable à l'intensification du drainage et à l'assainissement agricole au cours de la période 1978-1983 (CEMAGREF, 1985).

La méthode a également été testée sur les bassins de l'Orgeval au Theil de superficie  $104 \text{ km}^2$ , situé en Seine-et-Marne (France) et de la Seille à Metz ( $1\,280 \text{ km}^2$  en Lorraine) dans une optique cette fois de prévision.

---

(1) Division Hydrologie-Hydraulique CEMAGREF, BP 121, 92185 Antony Cedex. (Actuellement Division Irrigation CEMAGREF, BP 5095, 34033 Montpellier Cedex 01).

Les bassins de Grandchain et de l'Orgeval sont situés dans les régions Ile-de-France et Normandie gérés comme des BVRE (Bassins Versants Représentatifs ou Expérimentaux).

## 2. PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE

La littérature abonde en méthodes d'identification, la plupart réalisant la déconvolution par résolution d'un système linéaire sous contraintes. L'inconvénient majeur de ces méthodes est qu'elles engendrent des instabilités tout en n'étant pas toujours faciles à mettre en œuvre. On sait aussi qu'il est relativement vain de centrer son effort sur la recherche d'une méthode sophistiquée de déconvolution pour la seule fonction de transfert, lorsqu'on est conscient que l'autre problème majeur est celui du rendement, c'est-à-dire la détermination exacte de l'entrée : pluie nette (directement écoulee) estimée par un schéma temporel (HORTON *et al.*) et/ou spatial (surfaces participantes variables).

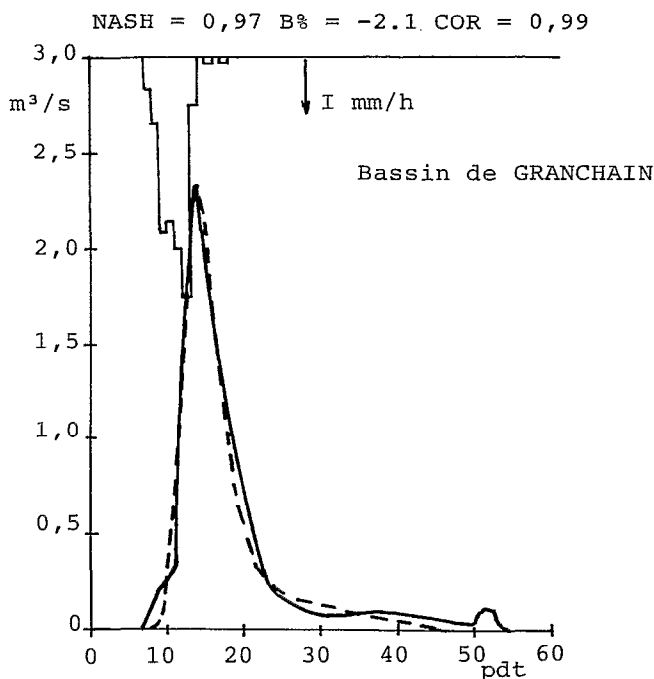


FIG. 1. — Crue de calage XI — pdt indique le nombre de pas de temps.  
Les unités des intensités du hyétogramme changent avec chaque dessin.

La modélisation ici utilisée emprunte le schéma temporel global de la fonction de production (génération de la pluie nette) du SCS :

$$R(t) = (P(t) - 0,2 J)^2 / (P(t) + 0,8 J)$$

où :

P(t) : Pluie brute cumulée (mm)

J : Paramètre (mm)

R(t) : Pluie nette cumulée (mm)

et on propose une formule analytique de NASH (1957) pour l'hydrogramme unitaire H(t) (transfert). On a choisi de prendre « n », paramètre de forme, égal à 3 (n : nombre de réservoirs de la formule de NASH) :

$$H(t) = qp (t/tp)^{n-1} \exp \{ (1 - n) \cdot (t/tp - 1) \}$$

La variable qp (débit de pointe) est liée à tp (temps de montée) de sorte que (fig. 2) :

$$\int_0^\infty H(t) dt = 1 \quad \text{et n'est donc plus un paramètre indépendant}$$

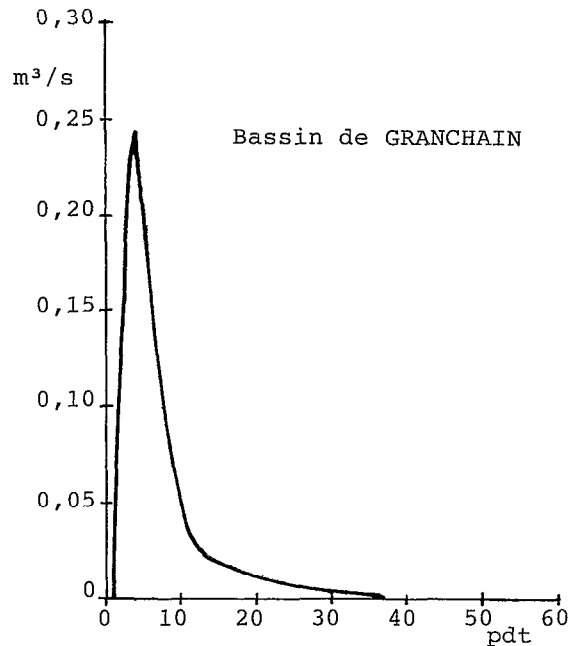


FIG. 2. — Hydrogramme unitaire.

soit ici pour  $n = 3$  :  $qp \# 0,541/tp$

$$\text{et } H(t) = \frac{1}{tp} \left( 2 \cdot \frac{t}{tp \cdot \exp(t/tp)} \right)^2$$

## 2.1. IDENTIFICATION GLOBALE

Le modèle ne comporte alors que 2 paramètres :

$$X1 = tp, X2 = J$$

que l'on identifie globalement par une technique d'optimisation (méthode de Rosenbrock) (ROSENBRÖCK, 1960) sur une crue type (la crue simple la plus forte de l'échantillon disponible par exemple : fig. 1), en minimisant la fonction critère.

$$FC = \sum_i (Q_D - \hat{Q}_D)^2 \quad \text{i étant le n}^\circ \text{ de pas de temps (pdt) retenu pour discrétiser le temps t, } Q_D \text{ étant le débit relatif à l'écoulement direct et } \hat{Q}_D \text{ son estimation, aux pas n}^\circ \text{ i}$$

## 2.2. IDENTIFICATIONS SUCCESSIVES

On a également essayé une identification séparée de X1 et X2, de manière « inverse » à celle utilisée par la DPFT (DURAND et GUILLOT, 1980) en optimisant d'abord X2 sur le critère :

$$F' = \text{ABS (volume pluie nette - volume ruisselé observé)} * 100 \text{ puis } X1$$

La méthode d'optimisation utilisée est une technique de recherche unidimensionnelle. Le jeu de paramètres ainsi obtenu est quasiment le même qu'avec la méthode globale.

Méthode globale : X1 = 5,74 heures, X2 = 3,17 mm.

Méthode séparée : X1 = 5,64 heures, X2 = 3,10 mm.

Ce qui semble a priori confirmer, tout au moins sur cet exemple là (cf. fig. 1 et 2) le schéma analytique adopté depuis 50 ans par les hydrologues, et qui consiste à considérer production et transfert comme deux processus pouvant être considérés comme relativement indépendants.

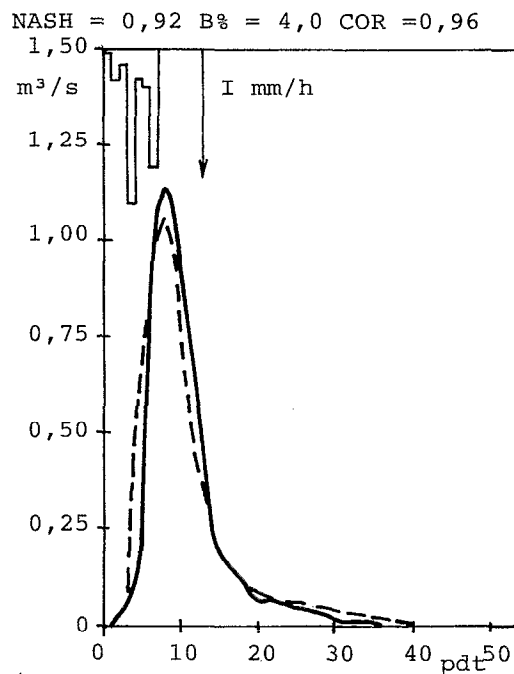
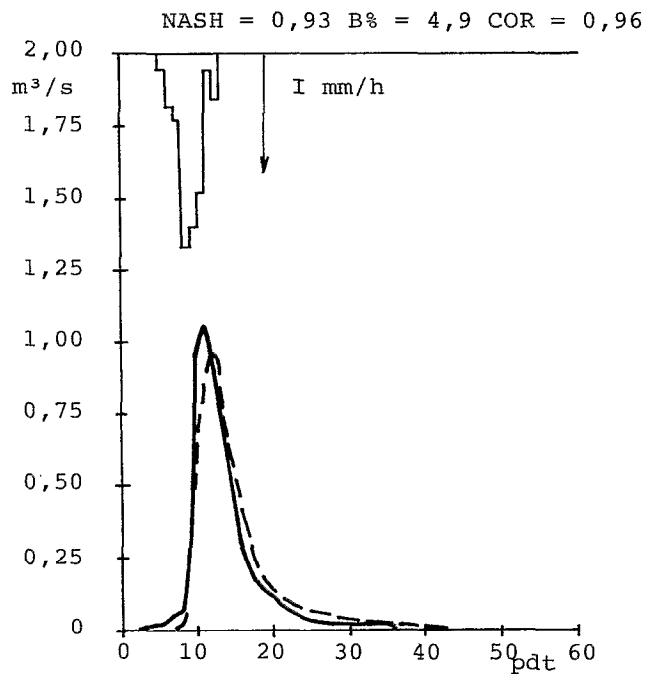
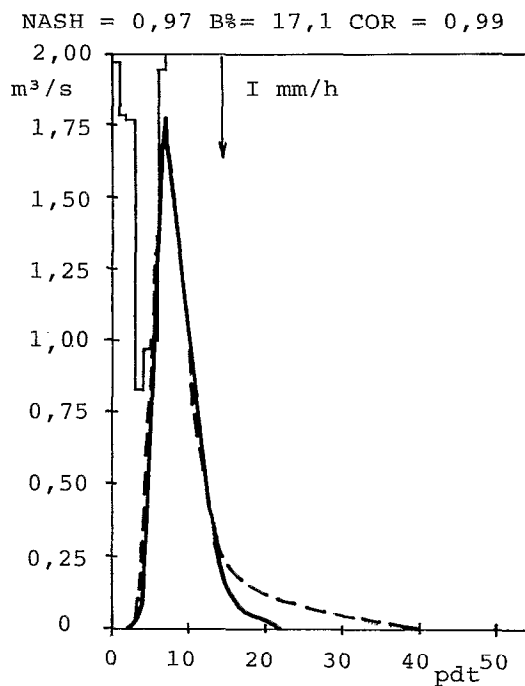
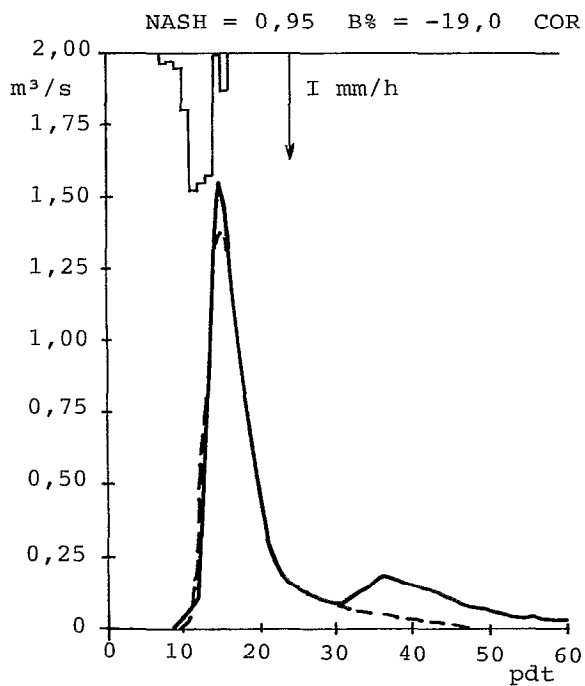


FIG. 3, 4, 5, 6. — Vérification de la validé de X1 (seul X2 est identifié). Bassin de Grandchain.

Voici les valeurs de sensibilité des paramètres du modèle :

$$\frac{\Delta X1}{X1} = 17 \% = > \frac{\Delta QP}{Q} = 15 \%$$

$$\frac{\Delta X2}{X1} = 32 \% = > \frac{\Delta QP}{Q} = 20 \%$$

### 2.3. VALIDATION DE X1

On a ensuite testé la validité de la fonction de transfert (HU) en conservant la même valeur pour X1 sur d'autres crues. Pour ces crues test, seul X2 est identifié, ce paramètre variant bien entendu avec les conditions de sol (saturation) au moment où se produit la crue (Nash : critère de Nash ; cor : coefficient de corrélation). La qualité des résultats est dans l'ensemble bonne (cf. fig. 3, 4, 5, 6).

### 3. PROBLÈME DE LA SÉPARATION DES ÉCOULEMENTS

En vue de l'application à des cours d'eau pérennes, il importait de résoudre, toujours avec un souci de simplicité, le problème de la séparation : écoulement direct/écoulement de base. On propose ici deux options :

1. Qb (débit de base) = DI (débit initial avant la crue),
2. Qb = DI . exp( $\alpha t$ ),

$\alpha$  est choisi en fonction de l'aptitude qu'a l'écoulement souterrain à réagir rapidement.

Ce paramètre peut être choisi sans trop de problème par analyse de quelques hydrogrammes de crues. Mentionnons toutefois que ce paramètre est d'importance très secondaire, et que l'erreur que l'on peut commettre est du même

de temps est inférieure à 1 mm, alors on amorce la décroissance du débit de base avec  $\alpha = -\alpha$  ( $\alpha$  peut à nouveau s'inverser lorsque le cumul redevient supérieur à 1 mm, cas des crues complexes).

Le modèle a donc été testé sur le bassin de l'Orgeval au Theil (104 km<sup>2</sup>) en Seine-et-Marne. Notons que c'est l'option 2 qui a conduit aux meilleurs résultats. La crue de calage est celle du 14 mars 1980, où X1 et X2 ont été identifiés globalement. Le résultat est présenté à la figure 7, la figure 8 représentant, elle, l'hydrogramme unitaire identifié pour lequel X1 = tp = 13 heures.

La crue du 14 juillet de la même année nous permet de vérifier que la fonction de transfert identifiée sur l'événement du 14 mars 1980 peut être retenue comme opérateur de transfert « pluie nette - débit direct » sur le bassin de l'Orgeval au Theil (cf. fig. 9).

### 4. POSSIBILITÉ D'ADAPTATION A LA PRÉVISION

Le problème de la prévision concernant le modèle lui-même (il va de soi que pour réaliser une prévision on va devoir anticiper sur (ou prévoir) les pluies à venir) peut être résolu si l'on sait, à chaque étape de prévision, se donner une valeur de X2. On peut pour cela proposer 3 méthodes, dont une seule pour l'instant a été testée sur le bassin de l'Orgeval et de la Seille à Metz (1 280 km<sup>2</sup>). Il s'agit de la deuxième, parmi celles ci-après exposées.

4.1. ON RELIE X2 à un antécédent de pluie ou de débit ; c'est la méthode adoptée dans la DPFT 1980 (DUBAND et GUILLOT, 1980).

4.2. ON CALE X2 par optimisation sur les trois derniers pas de temps pour critère (les 3 dernières valeurs reçues).

$$\sum_{i=1}^3 (\Delta Q_{D(i)} - \hat{\Delta Q}_{D(i)})^2$$

où  $\Delta Q_{D(i)}$  : accroissement du débit direct sur le pdt i.

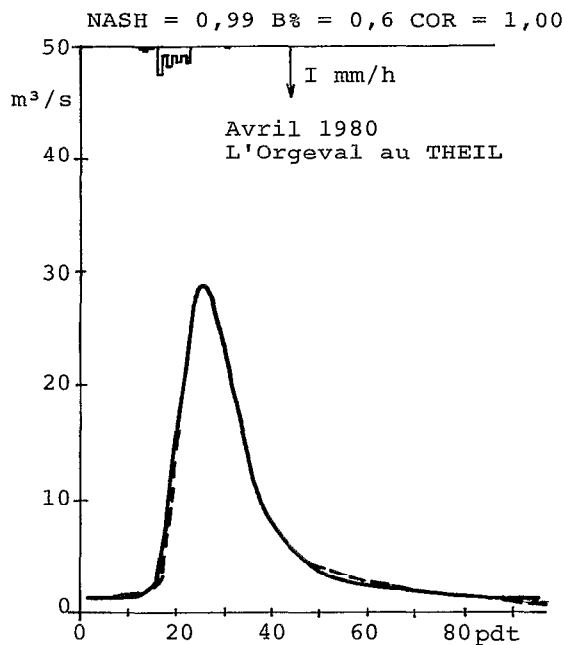


FIG. 7. — Crue de calage de X1.

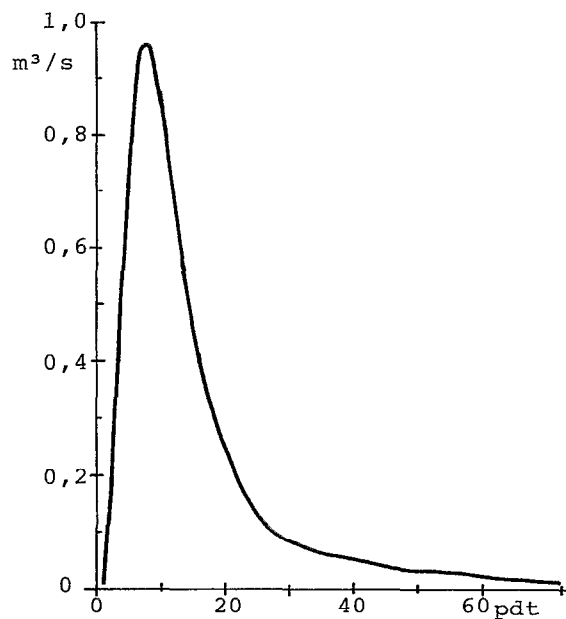


FIG. 8. — Hydrogramme unitaire (dérivé de la fig. 7).

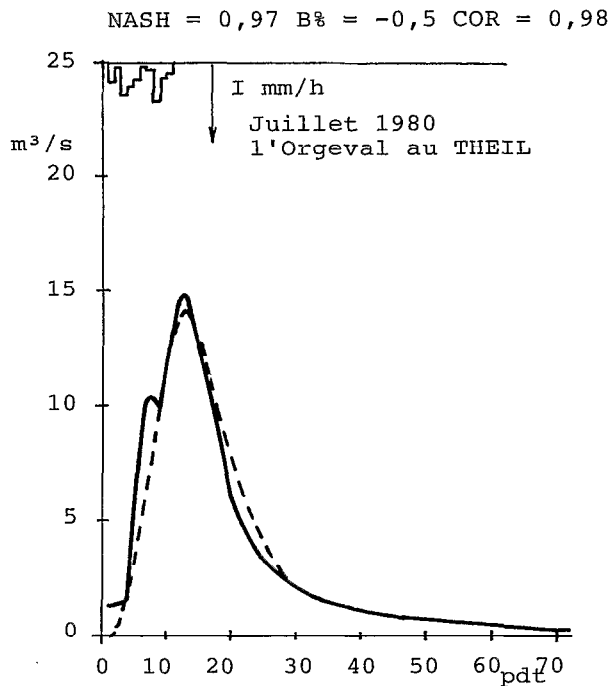


FIG. 9. — Crue test de X1 (seul X2 est identifié).

Cette technique s'est avérée efficace dans le cas d'un modèle conceptuel concernant la remise à jour du niveau du réservoir. L'inconvénient est qu'ici nous devons en quelque sorte sacrifier les trois premiers pas de temps, étant entendu qu'il faut optimiser le critère sur un nombre minimal de pas de temps. Le nombre 3 s'est avéré satisfaisant. La figure 10 donne un exemple d'application de cette méthode sur le bassin de l'Orgeval.

On a adopté l'hypothèse que les pluies à venir (délai : 4h), postérieures de deux pas de temps consécutifs à la phase de remise à jour de X2, étaient nulles. On note une sensible amélioration par rapport à la figure 9 ; la crue, quant à sa pointe, est prévue avec une légère avance. L'amélioration est également très sensible sur le cas de la Seille à Metz (fig. 11 et 12) dans le cas d'une prévision à 6 heures. Notons encore ici que, comme pour l'Orgeval et Grandchain :

$$tp \approx 2/3 D \text{ (SØCØSE)}$$

4.3. ON JUXTAPOSE au 1<sup>er</sup> modèle, donnant des résultats notés Q, un second modèle stochastique, de type ARMA, donnant des corrections notées E, le nouveau résultat étant noté Y tel que  $Y = Q + E$ . Ce second modèle complémentaire exploite l'analyse des erreurs E observées entre réalisations et prévisions (SZÖLLÖSI NAGY *et al.*, 1984). Pour simplifier, nous prenons le cas d'un modèle ARMA d'ordre 1, ARMA (1). L'erreur est donc définie par :

$$E_t = Q_t - \hat{Q}_t(t-k)$$

où  $\hat{Q}_t(t-k)$  est la prévision de Q à t faite au temps (t-k), k étant donc le délai de prévision.

Une analyse préliminaire des E peut renseigner sur la faisabilité d'une représentation de la chronique des E par un modèle ARMA (1), et donc sur la faisabilité de la correction envisagée ici. Le modèle de correction proposé est donc le suivant :

$$E_t = a_1 \cdot E_{t-1} + a_2 + U_{t-1} \quad \text{avec } U_t \in \mathcal{N}(0,s)$$

c'est-à-dire que l'erreur E prévue au temps t est supposée être une combinaison linéaire de celle observée au temps immédiatement précédent (t-1), additionnée d'un terme aléatoire U supposé appartenir à une loi normale de moyenne m nulle et d'écart-type s. L'analyse préliminaire citée permet à la fois de vérifier les présentes hypothèses et d'avoir des valeurs (initiales pour la suite) des variables m, s, a1 et a2.

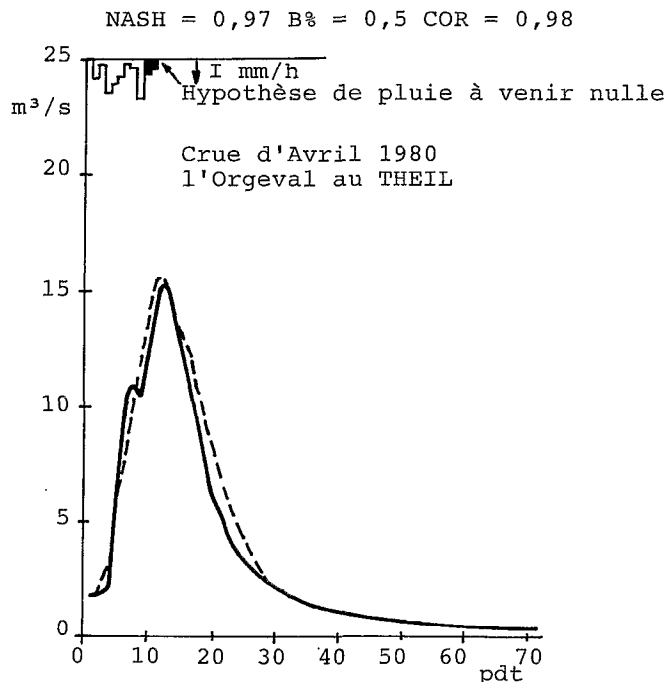


FIG. 10. — Prévision avec remise à jour de X2.

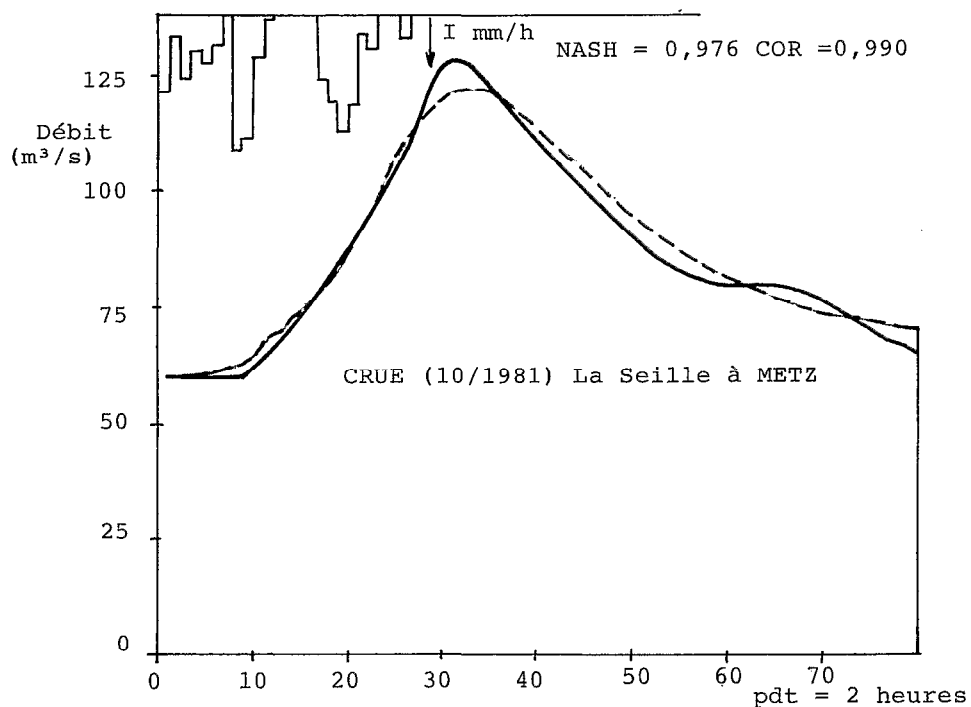


FIG. 11. — Crue test : X1 = 32,5 h, X2 = 24,0 mm.

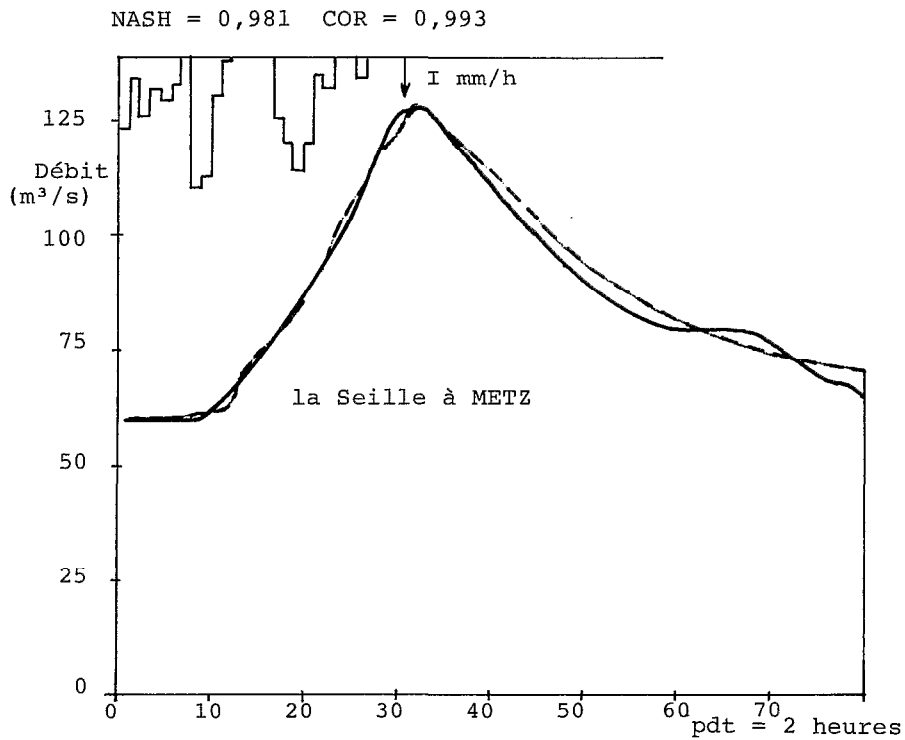


FIG. 12. — Prédiction à 6 heures (3 pdt) avec remise à jour de X2 sur les 3 dernières valeurs présentes au fichier (hypothèse de pluie à venir nulle).



La remise à jour, pour un temps donné  $t$  (à reprendre à chaque nouveau temps), du vecteur-colonne  $[a]$  des deux paramètres  $a_i$  se fait par une méthode adaptative de Kalman.

On écrit l'équation d'état du vecteur  $[a]$  au temps  $t$  :

$$[a_t] = [a_{t-1}] + [V_{t-1}]$$

avec  $[V_t]$  vecteur-colonne d'erreur (écart) sur les paramètres  $a_i$ , de moyenne nulle :

$$\text{Esp}[V_t] = [0]$$

et de matrice variance-covariance notée :

$$\text{Esp}[V_t \cdot V_t^T] = [P_t] \quad (\text{Application particulière de la méthode de Kalman})$$

L'équation dite de mesure du scalaire  $E_t$  s'écrit :

$$E_t = [H_t] \cdot [a] + U_{t-1}$$

avec :  $[H_t] = [E_{t-1} \ 1]$ , et donc :  $[a] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$

On procède comme suit.

a. Remise à jour du vecteur-colonne paramètre  $[a]$  : après réception au temps  $t$  de la nouvelle valeur du débit observé  $Y_t = Q_t$  :

$$[\hat{a}_t] = [\hat{a}_{t-1}] + [G_t] \cdot (Y_t - [H_t] \cdot [\hat{a}_{t-1}])$$

$G$  étant défini ci-après.

b. Remise à jour de  $[P_t]$  et de la matrice  $[G_t]$ , dite matrice de gain, et définie ainsi :

$$[G_t] = [P_{t-1}] \cdot [H_t^T] \cdot ([H_t] \cdot [P_{t-1}] \cdot [H_t^T] + S^2)^{-1}$$

avec :

$$[P_t] = [P_{t-1}] + [G_t] \cdot [H_t] \cdot [P_{t-1}]$$

et enfin :

$$[\hat{E}_{t+1}] = [H_{t+1}] \cdot [a_t]$$

Comme pour  $a$  et  $s$ , toutes les initialisations ( $V$ ,  $H$ ,  $P$  et  $G$ ) se font à partir d'un jeu observé des erreurs  $E$  sur les résultats du modèle initial, sans correction, qui donne les résultats  $Q$ .

c. Préviation corrigée au délai  $k$  :

$$\hat{Y}_{t+k/t} = \hat{Q}_{t+k} + \hat{E}_{t+1}$$

## 5. VERSION OPÉRATIONNELLE

Le modèle simple présenté ici est écrit en Fortran V (77) ; il permet :

— soit d'effectuer le calage, sur une crue choisie, des deux paramètres  $X_1$  et  $X_2$  ;

— soit de faire des prévisions de débit à l'aide d'un modèle de transfert initial (1) sur un minimum de trois valeurs au fichier pour démarrer une prévision) ; dans ce cas, on suppose que  $X_1$  est connu (HU du bassin préalablement identifié selon la méthode proposée) et seul  $X_2$  est remis à jour.

## 6. CONCLUSION

Les avantages de cette méthode sont à souligner :

- souplesse d'utilisation ;
- absence d'instabilité de la fonction de transfert, liée au choix a priori d'une forme analytique adéquate ;
- 2 paramètres seulement, de ce fait reliables plus facilement aux caractéristiques physiques du bassin :

$$X_1 \# 0,67 \cdot D \quad (D \text{ de } S\text{ØC}\text{ØSE})$$

et d'antécédent de pluies ( $X_2$ ).

Pouvoir relier X2 à un antécédent de pluie ou à un débit antérieur devrait permettre de rendre la méthode opérationnelle pour la prévision. Dans le cas contraire, on peut proposer deux méthodes :

— l'une consiste à remettre à jour X2 par une optimisation sur les 3 derniers pas de temps ; sur deux cas testés, cette méthode s'est avérée prometteuse ;

— l'autre consiste à utiliser un filtre de Kalman pour optimiser la correction d'erreur de prévision ; cette méthode n'a pas été testée ici, mais seulement proposée.

On souligne à nouveau l'importance de la fonction de production vis-à-vis de celle du transfert, puisqu'en effet la modification seule de X2, paramètre de la production, donne lieu à des simulations de qualité tout à fait acceptable.

La non pérennité du cours d'eau a permis, dans le cas Grandchain, de nous affranchir de la séparation conventionnelle entre l'écoulement de base et l'écoulement direct, opération qui doit être réalisée dans le cas des cours d'eau pérennes. On propose ici une méthode simple pour résoudre ce problème, conscient que toute « recette » employée est source d'erreur.

Les conditions propres à l'exemple de Grandchain sont peut-être relativement favorables, mais comme elles pourront se retrouver dans bon nombre de petits bassins ruraux, cet outil devrait pouvoir rendre des services, plus particulièrement dans les problèmes d'analyse des influences humaines sur l'hydrologie du territoire rural. Quant à son utilisation pour la prévision, le nombre de test est ici trop faible pour juger de sa fiabilité.

#### BIBLIOGRAPHIE

- CEMAGREF, 1985. — Contribution à l'analyse de l'influence du drainage sur les crues de Grandchain. Rapport d'étude, contrat n° 960021 avec l'AFBSN, (division Hydrologie-Hydraulique, Antony, Juillet).
- NASH (J.), 1957. — The form of the instantaneous unit hydrograph. *Proc. IASH assemb.* 3 : 114-131, Toronto, Ontario.
- ROSENBROCK (H.), 1960. — An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *Computer J.*, 3,3 (oct. 1960) : 175-184.
- BUBAND (D.), GUILLOT (P.), 1980. — Une méthode de transfert pluie-débit par régression multiple. Symposium AISH, Oxford, avril, pub. n° 129.
- SZÖLLÖSI NAGY (A.) *et al.*, 1984. — On the use of recursive algorithm in real-time river flow forecasting. Ifac, World Congress, vol. IV, Budapest.