

13 JUL. 1971

O. R. S. T. O. M.

Collection de Référence

n° B4847

## APPLICATION DU CALCUL AUTOMATIQUE À L'ÉTUDE DE LA RÉPARTITION DES PLUIES JOURNALIÈRES SUR UN BASSIN REPRÉSENTATIF

P. TOUCHEBEUF de LUSSIGNY\*

### Résumé

A partir de la pluie journalière ponctuelle  $P$  correspondant à une certaine probabilité en un point arbitraire d'un bassin de surface  $S$ , on cherche à déterminer la pluie moyenne  $P_m$  de même probabilité sur l'ensemble du bassin. On définit un coefficient d'abattement par le rapport  $K = P_m/P$ .

Pour étudier systématiquement les variations de  $K$  en fonction de  $P$  sur les quelques 170 bassins représentatifs exploités par l'ORSTOM depuis 1955 dans les régions tropicales et équatoriales, un programme de calcul automatique a été établi en langage FORTRAN. Ce programme comporte trois étapes principales :

1. Classement des pluies journalières observées sur un bassin dans un tableau dont les lignes et les colonnes correspondent respectivement aux pluies moyennes sur le bassin et aux pluies ponctuelles de  $K$  pluviomètres classées de 0 à 10, 10 à 20, 20 à 30 mm, etc.

\* Adjoint du Chef du Service Hydrologique de l'Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer (ORSTOM), Ingénieur en Chef à Electricité de France (IGECO).

Hydro

2. Application à chaque colonne du tableau précédent d'un facteur correctif, compte tenu de la loi de répartition des pluies ponctuelles obtenue à un poste pluviométrique de référence pour lequel on dispose d'observations de longue durée.
3. Détermination de la loi de répartition des pluies moyennes sur le bassin versant, à partir du tableau précédemment corrigé. Calcul du coefficient d'abattement pour diverses valeurs de la pluie ponctuelle (20, 30, 40 mm, etc....) en considérant la pluie moyenne de même fréquence que la pluie ponctuelle.

Les lois de variations de  $K$  en fonction de  $P$  pour différents types de climats seront d'un grand intérêt pour la détermination des crues de fréquence rare sur des bassins versants homogènes compris entre 5 et 100 km<sup>2</sup>.

#### SUMMARY

Starting from the daily rainfall amounts  $P$  corresponding to a given probability at a point into a river catchment area  $S$ , a reduction coefficient  $K = P_m/P$  is proposed to define the mean rainfall  $P_m$  extended to the entire catchment area and corresponding to the same probability.

A computer program has been prepared in FORTRAN language for systematic studies of the variation of  $K$  versus  $P$  on 170 representative basins operated by ORSTOM in tropical and equatorial zones since 1955. This program comprises 3 main steps:

1. Distribution of daily rainfall amounts observed on a catchment area into a table whose lines and columns correspond respectively to the main rainfall amounts on the basin and to the point rainfall amounts observed at  $K$  raingauges and classified by importance (0-10, 10-20, 20-30 mm...).
2. Application of a coefficient to each column of the above table. This coefficient takes in account the statistical distribution of point rainfall at a station of reference where a long term set of observations is available.
3. Determination of a distribution law of mean rainfall amounts on the catchment area from the table previously corrected. Calculation of the reduction coefficient for different values of the point rainfall amount (20, 30, 40 mm etc.) and taking in consideration the mean rainfall of same probability.

The law of variation of  $K$  versus  $P$  for different types of climates will be of great interest for the estimation of low frequency floods on homogeneous catchment areas between 5 and 100 sq. km

La répartition spatiale des pluies journalières sur un bassin représentatif dont la surface ne dépasse pas quelques dizaines de km<sup>2</sup>, est abordée ici sous l'angle du problème de l'« abattement » tel que l'a défini M. Roche et que l'on peut énoncer comme suit :

« La pluie ponctuelle en un point arbitraire d'un bassin de surface  $S$  ayant une probabilité donnée, quelle est la pluie moyenne de même probabilité sur cette surface ? »

Si à une probabilité de dépassement donnée correspond une pluie ponctuelle  $P$  et une pluie moyenne  $P_m$ , le coefficient d'abattement  $K$  est par le rapport :  $K = P_m/P$ .

Le problème ainsi posé suppose que la loi de répartition statistique de la pluie, dans le temps, est la même en tous les points du bassin versant, hypothèse qui peut être raisonnablement admise pour la plupart des petits bassins représentatifs étudiés par l'ORSTOM, en régions tropicales et équatoriales.

Le Service Hydrologique de l'ORSTOM compte étudier systématiquement sur les quelques 170 bassins représentatifs qu'il a exploités depuis 1955, les variations du coefficient d'abattement en fonction de la pluie ponctuelle. Il espère en dégager des lois générales valables pour différents types de climats et pour des surfaces variant entre 5 et 100 km<sup>2</sup>. Ces lois générales seront d'un grand intérêt pour la détermination des crues de fréquence rare.

Pour traiter rapidement l'ensemble des données pluviométriques recueillies depuis une quinzaine d'années par l'ORSTOM, un programme de calcul automatique, que nous allons décrire, a été établi en langage FORTRAN.

Ce programme s'inspire très étroitement de l'article de Y. Brunet-Moret et M. Roche intitulé « Étude théorique et méthodologique de l'abattement des pluies » (Cahiers ORSTOM, Service Hydrologique, n° 4, mai 1966). Il s'applique à un seul bassin représentatif ou expérimental, faisant partie le plus souvent d'un ensemble de bassins représentatifs emboîtés, adjacents ou voisins.

Le programme comporte trois parties que nous allons examiner successivement :

- Décompte des observations « surface »;
- Décompte après correction de longue durée;
- Détermination du coefficient d'abattement.

### 1. DÉCOMPTE DES OBSERVATIONS « SURFACE ».

On suppose que les précipitations journalières ont été observées sur le bassin versant à un nombre  $K$  de pluviomètres, pendant  $N$  années, durant une même période annuelle qui s'étend inclusivement entre les mois MØDEB ET MØFIN (repérés par leur numéro, de 1 à 12).

Il s'agit d'établir une grille dont les colonnes, repérées par l'indice  $KØ$  ( $KØ = 1, 2, 3 \dots KØMAX$ ), correspondent aux pluies ponctuelles observées classées de 0 à 10, 10 à 20, 20 à 30 mm ..., et dont les lignes, repérées par l'indice  $LI$  ( $LI = 1, 2, 3 \dots LIMAX$ ), correspondent aux pluies moyennes sur le bassin versant classées également par tranches de 10 mm.

Le décompte des observations « surface » revient à déterminer la matrice  $XNØMBR$  ( $LI, KØ$ ) donnant le nombre d'observations journalières classées dans chaque case de la grille.

Le diagramme de la figure 1 montre la logique suivie pour aboutir à ce résultat. Pour l'exécution de cette première partie du programme, les données d'entrée sont présentées dans l'ordre suivant :

- a) 1 carte d'identification de l'ensemble de bassins versants représentatifs ou expérimentaux dont fait partie le bassin versant étudié (modèle de carte ORSTOM CØH 501).
- b) 1 carte d'identification du bassin versant représentatif ou expérimental étudié (CØH 502).
- c) 1 carte donnant le numéro des mois MØDEB ET MØFIN : FØRMAT (212).
- d) 1 ou plusieurs cartes donnant les numéros de postes pluviométriques et les coefficients de THIESSSEN correspondants pour le calcul de la pluie moyenne sur le bassin. Les numéros de poste ne se suivent pas obligatoirement dans l'ordre arithmétique. Chaque carte peut contenir les données relatives à dix postes pluviométriques. Le nombre maximal de postes pluviométriques est de 99. Sur la première carte sont portés dans les dix premières positions le numéro de code de l'ensemble de bassins (7 chiffres), le numéro de la partie étudiée (1 chiffre) et le nombre de postes pluviométriques (2 chiffres) :  
FØRMAT (I7, I1, I2, 10 (12, F5.5))/(10 X, 10 (12, F5.5))
- e) 1 jeu de cartes donnant les pluviométries journalières observées sur le bassin, à raison d'une carte par poste et par quinzaine (modèle CØH 515). Ces cartes sont rangées par année et à l'intérieur de chaque année par postes, ceux-ci étant classés dans le même ordre que sur la ou les cartes des coefficients de THIESSSEN. Une carte blanche est insérée à la fin des données de chaque poste. Une deuxième carte blanche est insérée à la fin des données du dernier poste d'une année. Enfin, une troisième carte blanche est insérée à la fin des données du dernier poste de la dernière année

DÉBUT DE PROGRAMME

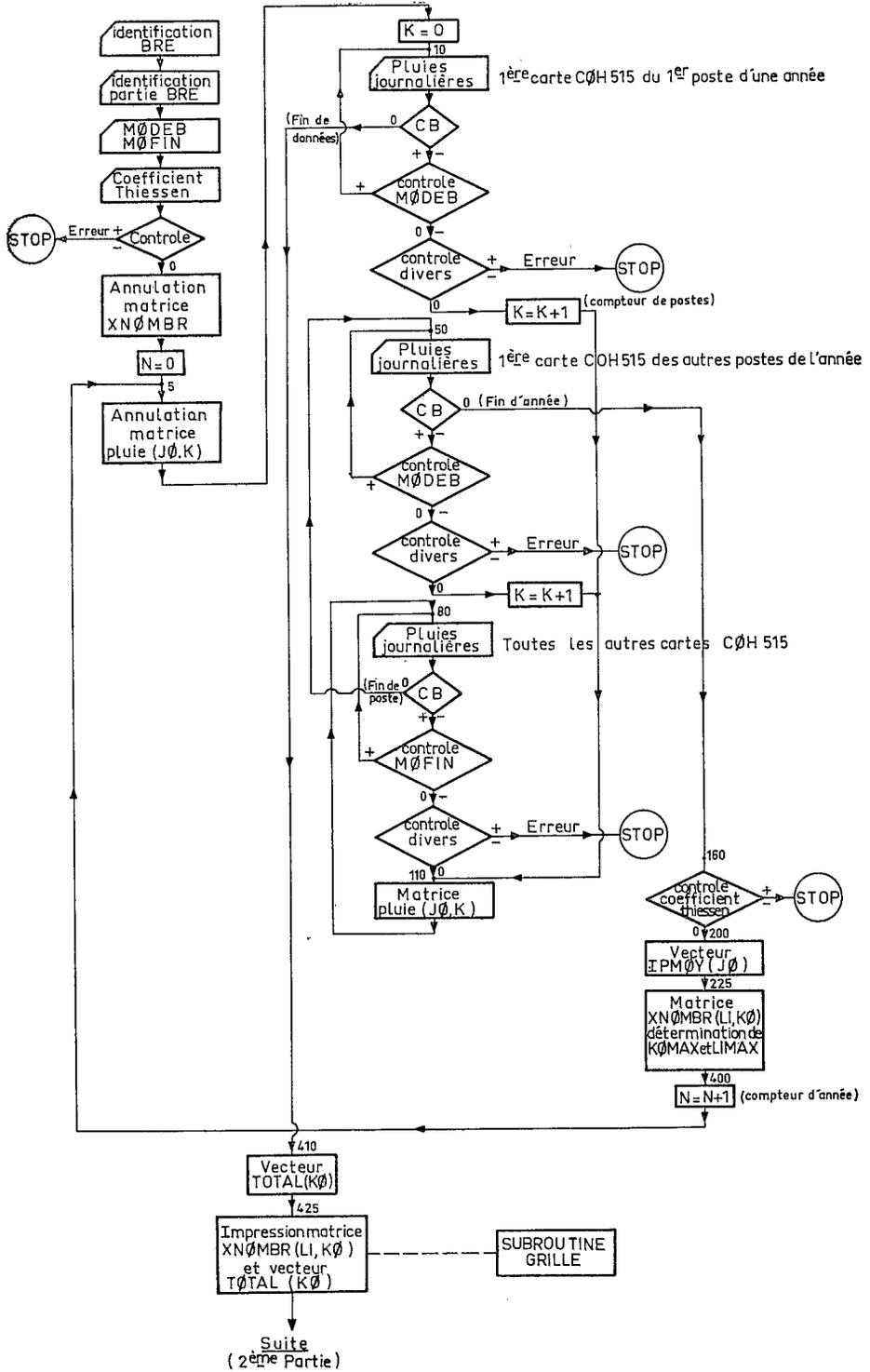


FIG. 1.

d'observations. Les précipitations non observées sont perforées conventionnellement avec la valeur négative  $-10$  et sont signalées lors de l'exécution du programme par un message spécial. Cependant, lorsque pour une journée les observations manquantes portent sur moins d'un tiers des postes, elles sont, avant perforation, évaluées approximativement par comparaison avec les postes voisins, de façon à ne pas perdre complètement les informations fournies pour cette journée par les autres postes.

Après lecture des cartes a, b, c et d, le programme prévoit la lecture des cartes de pluviométrie journalière suivant une logique qui, outre divers contrôles d'erreur, permet :

- l'élimination des données pluviométriques qui ne se rapportent pas à la période annuelle comprise entre les mois MØDEB et MØFIN;
- le comptage, répété chaque année, des postes pluviométriques (compteur K);
- l'établissement, quinzaine par quinzaine, de la matrice annuelle des précipitations ponctuelles PLUIE (JØ, K), JØ étant le numéro d'une journée comptée à l'intérieur de l'année de 1 à 365 ou 366;
- la détermination, en fin de chaque année, du vecteur annuel IPMØY (JØ), IPMØY étant la pluviométrie moyenne sur le bassin versant;
- la détermination, en fin de chaque année, de la matrice XNØMBR (LI, KØ). Cette matrice se cumule d'année en année, contrairement à la matrice PLUIE (JØ, K) et au vecteur IPMØY (JØ) qui, eux, ne sont pas conservés d'une année à l'autre. Le nombre de lignes et de colonnes de la matrice XNØMBR est limité à un maximum de 40. Si par extraordinaire une ou plusieurs pluies journalières observées dépassent 400 mm, elles ne sont pas prises en compte dans la matrice mais sont signalées par un message spécial;
- la détermination de KØMAX et LIMAX en fonction des plus fortes valeurs observées pour la pluie ponctuelle et la pluie moyenne;
- le comptage des années d'observation (compteur N).

Lorsque la lecture des données pluviométriques arrive à sa fin (signalée par trois cartes blanches successives), le programme prévoit le calcul du vecteur TØTAL (KØ) qui correspond aux totaux par colonne de la matrice XNØMBR (LI, KØ).

La première partie du programme s'achève par l'impression de la matrice XNØMBR et du vecteur TØTAL en faisant appel à la sous-routine GRILLE. Cette sous-routine prévoit pour la matrice un nombre maximal de 40 lignes et 40 colonnes, mais se contente de ne faire imprimer que le nombre utile de lignes et de colonnes défini par LIMAX et KØMAX. La largeur de la bande de papier ne permettant pas d'imprimer plus de 15 colonnes, la matrice est imprimée sur un, deux ou trois tableaux successifs suivant que la valeur de KØMAX ne dépasse pas 15, est comprise entre 16 et 30 ou se situe entre 31 et 40.

## 2. DÉCOMPTE APRÈS CORRECTION DE LONGUE DURÉE

La matrice XNØMBR (LI, KØ) donne une estimation numérique du champ de la densité de probabilité  $\rho$  du couple de variables aléatoires constitué par la pluie moyenne  $P_m$  et la pluie ponctuelle  $P$ .

Si l'on dispose d'observations de longue durée à une station pluviométrique de référence, il est possible d'obtenir une estimation plus précise de la loi marginale de  $P$  en adoptant la loi de répartition obtenue à partir des observations de la station de référence. On est ainsi amené à appliquer à la matrice précédente un facteur correctif qui varie selon les colonnes, c'est-à-dire suivant les tranches de pluies ponctuelles. Pour plus de détails d'ordre théorique et méthodologique, on se reportera à l'article déjà signalé de MM. Brunet-Moret et Roche.

La figure 2 montre dans ses grandes lignes la logique de cette deuxième partie du programme. Les données d'entrée sont fournies par :

- f) 1 carte indiquant en clair le nom de la station pluviométrique de référence choisie, puis les valeurs des 4 paramètres de la distribution des pluies journalières ajustée sur une loi de PEARSON III tronquée (paramètre de forme, d'échelle, de position et de tronquage FØ) :

FØRMAAT (6 A4, F7.4, F9.4, I3, F8.5).

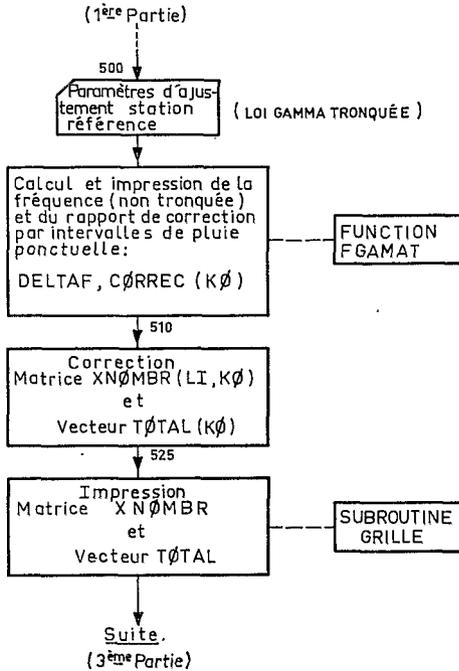


FIG 2.

Le seuil de tronquage est pris égal à 10 mm. Les paramètres d'ajustement sont déterminés au préalable par un autre programme (PØH 098 A) en ne considérant que les pluies journalières tombées entre les mois MØDEB et MØFIN.

Après lecture de ces données d'entrée, le programme prévoit le calcul par tranches de 10 mm de la fréquence partielle non tronquée (DELTAF) des pluies ponctuelles supérieures à 10 mm observées à la station de référence. Pour ce calcul, il est fait appel à un un sous-programme FUNCTION FGAMAT (PØH 018). On en déduit le facteur de correction CØRREC (KØ) à appliquer à chaque colonne de la matrice, qui n'est autre que :

$$CORREC (KØ) = \frac{DELTAF (KØ) \times N \times K \times 365}{TOTAL (KØ)}$$

Après impression d'un tableau donnant les valeurs de la fréquence partielle et du facteur de correction pour les diverses tranches de pluies ponctuelles, le programme applique le facteur de correction à la matrice XNØMBR (LI, KØ) et au vecteur TØTAL (KØ) qui conservent leur nom.

Cette matrice et ce vecteur ainsi corrigés sont ensuite imprimés en faisant appel, comme pour la première partie, à la sous-routine GRILLE.

### 3. DÉTERMINATION DU COEFFICIENT D'ABATTEMENT

Le coefficient d'abattement est défini comme le rapport de la pluie moyenne de fréquence donnée à la pluie ponctuelle de même fréquence. Son calcul nécessite donc que l'on connaisse non seulement la loi marginale des pluies ponctuelles  $P$  — assimilée, comme on l'a vu, à la loi de répartition des pluies journalières d'une station de référence — mais aussi la loi marginale des pluies moyennes  $P_m$ , laquelle peut être déterminée approximativement en considérant les totaux par ligne de la matrice  $XN\text{Ø}M\text{B}R$  corrigée.

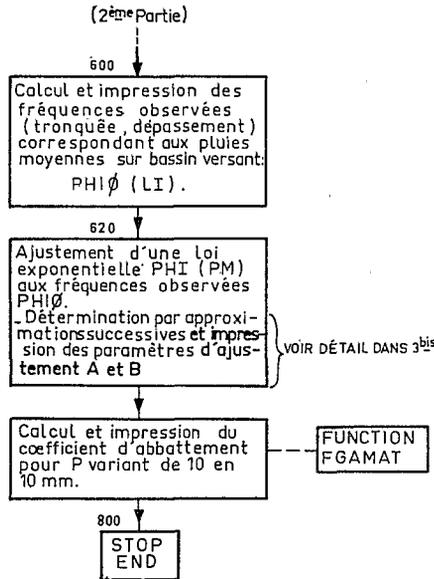


FIG. 3.

La troisième partie du programme (voir fig. 3) ne comporte pas de données d'entrée particulières. Elle commence par calculer les totaux par lignes TØT (LI) de la matrice  $XN\text{Ø}M\text{B}R$  (en laissant de côté les valeurs de la ligne 1 et de la colonne 1). Elle calcule ensuite les fréquences tronquées au dépassement des pluies moyennes observées ( $\text{PHI}\text{Ø}$  (LI)), en descendant les lignes de la grille (de LIMAX à 2) et en cumulant progressivement les totaux par lignes divisés par  $365 \times N \times K (1 - F\text{Ø})$ . Les résultats obtenus sont imprimés en regard de la pluie moyenne ( $P_m = 10 \times \text{LI}$ ).

Le programme ajuste alors les fréquences de dépassement observées à une loi de répartition tronquée de forme exponentielle :

$$\Phi(P_m) = e^{-(P_m - B)/A}$$

Il serait plus satisfaisant du point de vue théorique d'ajuster la distribution des pluies moyennes sur une loi de PEARSON III tronquée, comme cela a été fait pour les pluies ponctuelles. Mais ce raffinement serait inutile, étant donné que l'échantillon des



pluies moyennes est généralement assez restreint. La loi exponentielle tronquée présente l'avantage de faciliter l'ajustement, car elle permet d'explicitier la fonction inverse sous la forme d'une relation linéaire entre  $P_m$  et  $\log \Phi$  :

$$P_m = -A \log \Phi + B$$

La détermination des paramètres d'ajustement  $A$  et  $B$  se fait par approximations successives en donnant à  $B$  une valeur initiale nulle et à  $A$  celle qui correspond à  $P_m = 40$  mm et  $\text{PHi}\emptyset$  (4). On peut au besoin calculer la valeur initiale de  $A$  en s'appuyant sur une fréquence observée correspondant à une pluie moyenne différente de 40 mm. Il suffit de donner à la variable  $\text{LiA}$  du programme une valeur différente de 4.

Le programme prévoit deux boucles d'itération imbriquées qui évitent tout problème de convergence dans l'optimisation de  $A$  et  $B$ .

Dans la boucle interne, on détermine la valeur de  $\Sigma_2$ , somme des écarts absolus pondérés entre les logarithmes des fréquences calculées et des fréquences observées  $\text{PHi}\emptyset$  ( $\text{Li}$ ). La pondération tient compte du nombre d'observations sur lequel s'appuie chaque point, c'est-à-dire de la valeur de  $\text{T}\emptyset\text{T}$  ( $\text{Li} + 1$ ) affectée d'un exposant inférieur à 1 pour ne pas donner un poids excessif aux petites pluies moyennes qui sont généralement de beaucoup les plus nombreuses, mais qui sont moins intéressantes que les pluies plus fortes pour l'extrapolation de la loi de répartition vers les valeurs exceptionnelles. Après divers essais, cet exposant a été pris égal à 0,5. Au besoin, il est possible de le modifier en changeant dans le programme la valeur de la variable  $\text{P}\emptyset\text{ND}$ .

A chaque parcours de la boucle, la valeur de  $A$  est augmentée d'un incrément constant en valeur absolue (0,01), tandis que la valeur de  $\Sigma_2$  est conservée par  $\Sigma_1$  pour le parcours suivant. L'incrément est positif au premier tour et le reste aux tours suivants tant que  $\Sigma_2 - \Sigma_1$  est négatif, c'est-à-dire tant que l'ajustement s'améliore. Lorsque  $\Sigma_2 - \Sigma_1$  devient positif pour la première fois, l'incrément devient négatif. L'ajustement s'améliore alors à nouveau pendant un tour ou éventuellement pendant plusieurs tours, si dès le second tour  $\Sigma_2 - \Sigma_1$  a été positif. Lorsque cette expression devient négative pour la seconde fois, le programme prévoit une sortie de la boucle interne avec une valeur de  $A$  correspondant à celle de l'avant-dernier tour qui a donné le meilleur ajustement.

La boucle externe fonctionne d'une manière analogue. A chaque parcours la valeur de  $B$  est augmentée d'un incrément constant en valeur absolue (0,2), tandis que la valeur de  $\Sigma_2$ , correspondant à la valeur optimale de  $A$  pour une valeur donnée de  $B$ , est conservée par  $\Sigma_0$  pour le parcours suivant. L'incrément est d'abord positif puis négatif quand  $\Sigma_2 - \Sigma_0$  devient positif pour la première fois. Lorsque  $\Sigma_2 - \Sigma_0$  devient positif pour la seconde fois, une sortie de la boucle externe est prévue vers la suite du programme. Les valeurs définitives de  $A$  et  $B$  sont celles de l'avant-dernier tour de la boucle externe qui a donné la plus faible valeur de  $\Sigma_2$  et donc l'ajustement optimal. Ces valeurs de  $A$  et  $B$  sont imprimées, de même que celles des compteurs de tours  $\text{KA}$  et  $\text{KB}$ .

Le programme s'achève par le calcul du coefficient d'abattement pour diverses valeurs de la pluie ponctuelle : 20, 30, 40 mm etc... et extrapole ce calcul jusqu'à une valeur excédant de 50 mm la plus forte pluie observée, de façon à permettre son utilisation pour les pluies exceptionnelles.

A l'aide de la `FUNCTION FGAMAT`, le programme calcule la fréquence tronquée au non-dépassement d'une pluie ponctuelle donnée, puis détermine la pluie moyenne correspondant à cette même fréquence en utilisant les paramètres d'ajustement  $A$  et  $B$ . Le coefficient d'abattement se calcule alors très simplement par le rapport de la pluie moyenne à la pluie ponctuelle de même fréquence. Les résultats obtenus sont imprimés dans un tableau final.

Faute de place, les listes complètes des instructions `FORTRAN` du programme et des sous-programmes utilisés pour l'abattement des pluies n'ont pu être données ici. Le lecteur intéressé pourra les trouver dans les « Cahiers ORSTOM-Série Hydrologique ».