

W. J. J.

SYMPOSIUM SUR L'HYDROLOGIE DES CRUES

NAIROBI - Octobre 1975

===ooOoo===

CARTOGRAPHIE des PRECIPITATIONS et DETERMINATION  
de l'AVERSE de PROJET (DESIGN STORN)  
en AFRIQUE OCCIDENTALE

par Y. BRUNET-MORET  
Ingénieur Hydrologue de l'ORSTOM

Le Service Hydrologique avait été chargé de l'étude statistique des précipitations journalières en Afrique Occidentale en utilisant les observations effectuées dans les états suivants :

SENEGAL, MAURITANIE, MALI, HAUTE-VOLTA, NIGER, TCHAD, COTE d'IVOIRE,  
TOGO, DAHOMEY, CAMEROUN (partie Nord).

L'étude a été entreprise tout d'abord en cherchant pour les relevés de chaque station un ajustement graphique en distribution gaussienne logarithmique tronquée, en suivant la méthode exposée par M. ROCHE (1). Il est apparu, en utilisant une méthode de stations-années, que le nombre observé de précipitations journalières, supérieures ou égales aux totaux pluviométriques journaliers de fréquence une fois en cent ans déterminés pour chaque station par l'ajustement, était beaucoup trop faible à en être improbable : l'ajustement graphique de la distribution gaussienne-logarithmique tronquée conduisait à des estimations trop fortes des précipitations de fréquences rares au dépassement.

15 OCT. 1975  
O. R. S. I. O. M.

Collection de Référence  
n° B. 7762 Hydr.

B7762-Vier-1

L'étude a donc été entièrement reprise en cherchant pour les relevés de chaque station un ajustement par la méthode des moments à une distribution gamma incomplète (PEARSON III) tronquée. La méthode, utilisée avec une machine à calculer de bureau est exposée en (2). Il semble bien que le choix de cette loi de distribution soit satisfaisante comme nous le verrons plus loin. Mais il est probable qu'un ajustement par la méthode du maximum de vraisemblance, nécessitant l'usage d'un ordinateur puissant, conduirait à de meilleures déterminations des valeurs des paramètres des distributions et donc à de meilleures déterminations des précipitations journalières de fréquences rares.

## 1. DONNEES d'OBSERVATIONS.

1.1 Nous avons pu, heureusement, avoir entre les mains presque tous les originaux d'observation, écrits par les observateurs. Cela a permis de constater le grand nombre d'erreurs d'interprétations et de recopies qui se succèdent en s'ajoutant dans le passage du document original au document imprimé (ou ronéotypé

Nous avons, pour chaque station étudiée, utilisé le plus grand nombre possible d'années calendaires complètes de précipitations journalières. Les années supprimées (en séries de plusieurs années, quelque fois cinq) correspondent en général soit à des lectures manifestement fausses (l'observateur a toujours mis des zéros en unités de millimètres), soit manifestement inventées (l'observateur sans imagination n'utilise que des multiples de six par exemple).

Nous avons conservé les années d'observations "arrondies" à condition qu'elles ne le soient pas exagérément en centimètres, et les années d'observations cumulées à condition que les relevés ne deviennent pas pentadaires. Il est très fréquent que l'observateur néglige de relever les petites pluies, ne fasse pas de relevés les jours fériés, le nombre annuel de jours de pluie est très diminué, et le nombre de jours de fortes précipitations est augmenté comme leur total individuel.

Nous n'avons pas vérifié l'homogénéité des séries chronologiques. Nous pensions, à l'époque de cette étude, que ces erreurs d'homogénéité étaient peu importantes en nombre. Elles peuvent se classer en deux types.

En premier lieu, il a été fréquent que le pluviomètre installé dans une localité ait été déplacé au moment d'un changement d'observateur, ces déplacements ont pu atteindre ou dépasser le kilomètre et modifier la position du pluviomètre par rapport à l'orographie, au vent dominant. Mais nous ne pouvons avoir de précisions sur les anciens emplacements et il n'est pas possible de tenir compte de ces modifications que nous estimerons sans importance réelle pour l'étude des pluviométries journalières, étant donné le relief, en général peu accentué, des régions étudiées.

En second lieu le manque d'homogénéité peut provenir de l'utilisation d'une éprouvette non adaptée à la surface réceptrice du pluviomètre, sans correction des valeurs mesurées, ou avec un coefficient de correction erroné. Il nous semble, maintenant, que le fait se soit produit fréquemment, et soit encore actuel. En général la faute consiste dans l'utilisation d'une éprouvette pour pluviomètre de 314 cm<sup>2</sup> de surface avec un pluviomètre de 400 cm<sup>2</sup>.

1.2 Pour conclure ces remarques sur la valeur des observations, nous pensons cependant que, dans l'ensemble, elles sont bonnes, sinon il n'aurait pas été possible de dégager les tendances générales de la distribution telles qu'elles seront précisées plus loin. Nous avons utilisé les relevés des stations pour lesquelles nous avons au moins dix années de relevés journaliers conservés :

SENEGAL	41 stations soit	1195 années (1961 inclus)	
MAURITANIE	18	546	(1963 " )
MALI	60	1569	(1961 " )
HAUTE-VOLTA	30	714	(1960 " )
NIGER	37	958	(1965 " )
TCHAD	65	1074	(1963 " )
Nord du CAMEROUN	11	165	(1965 " )

COTE d'IVOIRE	39 stations soit	1063 années (1964 inclus)
TOGO	47	968 (1964 " )
DAHOMY	35	1021 (1964 " )
Total	363 stations	9273 stations années

Ne sont pas comprises dans cet effectif :

- les stations côtières, c'est-à-dire celles qui se trouvent à moins de 10 km du bord de la mer ou d'une lagune,
- les stations au Nord du 19° N de latitude ou les stations de pluviométrie moyenne annuelle inférieure à 100 mm.

Les premières ont été éliminées a posteriori lorsque nous nous sommes aperçus que la distribution des pluies journalières à ces stations ne pouvait pas être assimilée à une distribution gamma incomplète ou bien pouvait l'être mais avec des valeurs de paramètres de distribution ne suivant pas les mêmes lois que ceux des stations de l'intérieur.

Les secondes ont été éliminées a priori, d'une part, parce que leur densité spatiale est trop faible, d'autre part, parce qu'aux latitudes correspondantes les pluies d'hiver deviennent trop importantes par rapport aux pluies d'été.

## 2. METHODE d'ETUDE.

2.1 La représentation mathématique choisie pour la loi de probabilité de répartition des précipitations journalières est une distribution gamma incomplète (PEARSON III) tronquée :

$$F_1(x) = F_1(0) \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_x^{\infty} \left(\frac{x}{s}\right)^{\gamma-1} e^{-x/s} \frac{dx}{s}$$

$F_1(x)$  est la probabilité pour que la valeur de la précipitation journalière soit supérieure ou égale à  $x$

$F_1(0)$  est la probabilité pour que cette précipitation ne soit pas nulle, paramètre de tronquage.

$\gamma$  paramètre de forme, positif, sans dimensions

$\lambda$  paramètre d'échelle, positif, s'exprimant dans la même unité que la précipitation (en mm)

$\Gamma(\gamma)$  fonction gamma complète (Eulerienne de seconde espèce)

$$\Gamma(\gamma) = \int_0^{\infty} u^{\gamma-1} e^{-u} du$$

## 2.2 Détermination des valeurs des paramètres.

On pourrait prendre  $F_1(0)$  égal à  $\frac{M}{365,25}$   $M$  étant le nombre de jours de pluie par an. Ce nombre est mal connu : nombre de jours de précipitations inférieures à 0,1 mm non comptabilisé, relevés de petites pluies non effectués, rosées comptées comme pluies.

Nous avons déterminé les paramètres  $F_1(0)$ , (plus exactement  $M$ ),  $s$  et  $\gamma$  par la méthode des moments, avec une amélioration. Nous ne reprendrons pas ici l'exposé de la méthode exactement suivie : il peut se lire en [2].

Nous devons faire remarquer que la variance des paramètres est très grande. Pour 3 600 jours d'observations de précipitations (non nulles) les coefficients de variation sont :

pour  $\lambda$  de l'ordre de 15 %

pour le produit  $\lambda \gamma$  de l'ordre de 19 %

et pour  $\gamma$  de l'ordre de 30 %.

Mais, d'une part, le paramètre  $\delta$  n'est pas très sensible : une erreur de 10 % sur la valeur de  $\delta$  conduit (en conservant la valeur du produit  $M \delta$  égale à la pluviométrie annuelle moyenne) à une différence de 2 % sur la détermination de la hauteur de précipitation journalière de fréquence centenaire. D'autre part, quelle que soit la loi de représentation choisie, les coefficients de variation des déterminations des paramètres seront du même ordre, imposés par la forme de la répartition réelle.

2.3 Calcul de la hauteur journalière de précipitation ponctuelle correspondant à une fréquence choisie à l'avance.

Pour faire ce calcul, nous avons établi des tables donnant  $\log 1/F$

$$\text{avec } F = \int_0^{\infty} u \sqrt{\delta} (u \sqrt{\delta})^{\delta-1} e^{-u \sqrt{\delta}} du \sqrt{\delta}$$

et  $u \sqrt{\delta} = \frac{x}{\delta}$  en fonction de  $u$  croissant de dixièmes en dixièmes pour des valeurs de  $\delta$  allant de 0,05 en 0,05 de 0,2 à 1,1. Comme  $\delta$  est un paramètre peu sensible, l'erreur commise en utilisant la valeur  $\delta_t$  tabulée la plus proche, au lieu de la vraie valeur  $\delta$ , est insignifiante comme nous l'avons montré ci-dessus. Il suffit d'utiliser des valeurs  $M_t$  et  $\delta_t$  des autres paramètres, telles que  $\delta - \delta_t M_t = \delta m$  et  $\delta_t (\delta_t + 1) = \delta (\delta + 1)$

### 3. RESULTATS GLOBAUX de l'ANALYSE.

L'effectif global des stations analysées par la méthode décrite ci-dessus se monte à 383 stations correspondant à 9 273 années.

Ont été calculées pour chacune de ces stations :

- les valeurs des paramètres de la distribution gamma incomplète tronquée :  $\delta$ ,  $\delta$  et  $M$
- les valeurs de ces paramètres choisies pour entrer dans les tables,
- d'après les tables : le nombre moyen annuel de jours de pluie  $\geq 10,0$  mm, les valeurs des hauteurs pluviométriques journalières ponctuelles de récurrence 1, 2, 5, 10, 20, 50 et 100 ans,
- d'après les observations : les nombres d'observations égalant ou dépassant les hauteurs calculées des récurrences ci-dessus.

Les résultats globaux sont les suivants :

- sauf rares exceptions, le nombre M calculé, nombre moyen de jours de pluie par an, est légèrement supérieur au nombre observé, ce qui est normal ;
- le nombre calculé de jours de précipitation supérieure à 10,0 mm est, par station-année, en moyenne supérieur de 0,2 jour au nombre observé de jours de précipitation égale ou supérieure à 10,1 mm : on peut admettre que l'accord est très bon ;
- le tableau ci-dessous compare les nombres d'observations égalant ou dépassant les hauteurs calculées de diverses récurrences et les nombres théoriques correspondant.

Récurrence	observé	théorique
annuelle	9229	9273
2 ans	4630	4636,5
5 ans	1881	1854,6
10 ans	978	927,3
20 ans	509	463,65
50 ans	220	185,46
100 ans	116	92,73

On semble déceler, par cette méthode de stations-années, un déficit des effectifs théoriques par rapport aux effectifs observés, à partir de la récurrence décennale. Ceci est indiscernable sur chaque station prise isolément. Les valeurs calculées d'après une distribution gamma incomplète tronquée semblent déficitaires par rapport aux observations et en moyenne de moins de 1 % pour la fréquence d'une fois en 10 ans

1,5 %	20 ans
2 %	50 ans
2,5 %	100 ans

Mais nous avons utilisé beaucoup d'années à observations cumulées (3.1.) et les nombres observés du tableau ci-dessus peuvent être considérés comme supérieurs aux nombres qui auraient été observés s'il n'y avait jamais eu cumul. En fin de compte, la distribution gamma incomplète tronquée semble représenter très convenablement la distribution des précipitations journalières ponctuelles en Afrique Occidentale (régions côtières exceptées).

#### 4. ETUDE des VARIATIONS des VALEURS des PARAMETRES.

##### 4.1. Variations de la valeur du paramètre de forme $\chi$ .

La valeur, moyenne et médiane, de  $\chi$  est de 0,70. Les deux tiers des déterminations de  $\chi$  sont comprises entre 0,45 et 1,10. L'effet de ces variations du paramètre de forme est moins important qu'on pourrait le penser : à pluviométries moyennes annuelles égales, les précipitations journalières ponctuelles de fréquence une fois en 100 ans, par rapport à la valeur obtenue pour

$$\chi = 0,7$$

de 14 % plus fortes	lorsque	$\chi$ vaut	0,45
7 %	"	"	0,55
6 % moins	"	"	0,90
11 %	"	"	1,10

et ces écarts diminuent avec la récurrence.

4.2. Nous n'avons pu trouver de relations entre la latitude, la longitude ou l'altitude et les valeurs ponctuelles de  $\chi$ , sauf que ces valeurs diminuent lorsqu'on se rapproche de la mer et plus nettement vers l'Océan Atlantique que vers le Golfe de GUINEE.

Par contre, les conditions géographiques proches du poste pluviométrique expliquent bien la variation de la valeur du paramètre de forme :

- . si le relief qui domine le poste est au Sud ou à l'Ouest,  $\chi$  est d'autant plus supérieur à 0,7 que le relief est proche ;
- . si le relief est à l'Est ou au Nord,  $\chi$  est d'autant plus inférieur à 0,7 que le relief est proche, mais il semble bien que la zone d'action des reliefs Est ou Nord (5 km ?) soit moins étendue que celle des reliefs Sud ou Ouest (15 km ?).

L'existence d'un fleuve important (NIGER, SENEGAL) à proximité immédiate de la station équivaut à un relief situé dans l'azimuth opposé.

S'il y a du relief dans diverses directions, l'effet du relief au Sud prime l'effet du relief au Nord ou à l'Est, l'effet du relief au Nord prime l'effet du relief à l'Ouest, l'effet du relief à l'Ouest prime l'effet du relief à l'Est, compte tenu des distances relatives des reliefs à la station.

La situation en forêt humide ou en zone d'inondation très étendue diminue la valeur de  $\chi$ .

4.3. Les valeurs des autres paramètres sont liées à la valeur de la précipitation moyenne annuelle  $\bar{P}$  et à celle de  $\chi$ . La valeur du paramètre M peut se calculer par

$$M = \bar{P} / (\Delta \chi)$$

et la valeur du produit  $(\Delta \chi)$  qui permet de calculer  $\Delta$  lorsque la valeur de  $\chi$  est connue est donnée dans le tableau ci-dessous :

$\bar{P}$ en mm	100	200	300	400	500	600
$\Delta \chi$	7,15	9,51	10,61	11,28	11,76	12,12
$\bar{P}$ en mm	800	1000	1200	1500	2000	2500
$\Delta \chi$	12,62	12,93	13,11	13,22	13,23	13,24

Les valeurs du produit  $(\Delta \chi)$  ci-dessus sont bien entendu des valeurs moyennes.

## 5. PRESENTATION des RESULTATS.

La synthèse de l'étude des précipitations ponctuelles journalières en Afrique Occidentale est présentée dans le rapport (2) sous la forme de cartes à l'échelle de  $1/5 \cdot 10^6$  figurant

- les isohyètes interannuelles de 100 mm en 100 mm et les valeurs du paramètre  $\delta$ , influence du relief non prise en compte ;
- les précipitations journalières, de 5 mm en 5 mm, de fréquence annuelle ;
- les précipitations journalières, de 10 mm en 10 mm, de fréquence une fois en deux ans ;
- les précipitations journalières, de 10 mm en 10 mm, de fréquence une fois en cinq ans ;
- les précipitations journalières, de 10 mm en 10 mm, de fréquence une fois en dix ans ;
- les précipitations journalières, de 20 mm en 20 mm, de fréquence une fois en vingt ans.

## 6. AVERSE de PROJET.

L'étude des averses, afin de proposer une "averse de projet" est plus difficile que l'étude des précipitations journalières. Nous n'avons pu la mener à terme que pour les averses à une seule pointe d'intensité.

Nous ne nous étendrons pas sur les données d'observation utilisées ni sur la méthode graphique employée, ces points étant détaillés en (3), et nous nous contenterons de spécifier les résultats obtenus.

Dans l'averse à un seul corps montrant une seule pointe d'intensité, genre de précipitation la plus fréquente dans la zone tropicale lorsque la pluviométrie moyenne annuelle est inférieure à 1000 mm, nous pouvons distinguer :

- une pré-averse, très souvent absente, de courte durée, à des intensités inférieures à 18 mm/heure ;
- l'averse proprement dite, réduite à un corps de fortes précipitations tombant à des intensités supérieures à 18 mm/heure, l'intensité croissant très rapidement jusqu'à une pointe unique et décroissant ensuite;
- la traîne, rarement absente, durant souvent plusieurs heures, à des intensités inférieures à 18 mm/heure et variables.

6.1. La partie intéressante de l'averse est le corps : dans le cas d'une seule averse dans la journée, la hauteur C de précipitation correspondant au corps est :

$$C \text{ mm} = 0,9 \left[ \text{précipitation de la journée} - 5 \text{ mm} \right]$$

La durée de ce corps est

$$D \text{ min} = 14,9 (C + 1,82)^{1/3} - 18,2$$

Les intensités classées du corps, suivant le temps t en minutes sont

$$I(t) \text{ mm/h} = 6 \left[ \frac{D - t + 18,2}{10,5} \right]^2$$

d'où l'intensité maximale en 5 minutes autour de la pointe d'intensité

$$I_s \text{ mm/h} = 12,06 \left[ C + 1,8 \right]^{2/3} - 4,05 \left[ C + 1,8 \right]^{1/3} + 0,45$$

Par exemple, pour une précipitation journalière de 184 mm

$$C = 161 \text{ mm}$$

$$D = 63,2 \text{ min}$$

$$I_s = 338 \text{ mm/h}$$

$$I \text{ max instantanée} = 360 \text{ mm/h}$$

Dans cet exemple, d'ailleurs, on est au-delà des limites pratiques d'application des formules, l'intensité maximale est surestimée car des averses de cette importance ne sont pas en général à corps simple de pointe unique et de plus pour une telle précipitation journalière il y a probablement plusieurs averses.

On passe facilement du graphique des intensités classées du corps à celui du hyétogramme du corps en prenant un temps de montée en intensité de 8,8 min (quelle que soit la hauteur du corps) à croissance linéaire en intensité suivant le temps.

6.3. Nous attirons l'attention sur le fait que le hyétogramme ainsi dessiné en partant d'une précipitation journalière de fréquence déterminée aura nécessairement une fréquence plus rare que celle de la précipitation journalière.

#### Références :

- (1) M. ROCHE - Hydrologie de Surface - Paris, 1963.
- (2) Y. BRUNET-MORET - Etude générale des averses exceptionnelles en Afrique Occidentale. ORSTOM Paris 1968.
- (3) Y. BRUNET-MORET - Complément à l'étude générale des averses exceptionnelles en Afrique Occidentale, République du TCHAD. ORSTOM Paris 1966.