Hydro-

O.R.S.T.O.M

Service Hydrologique

Note technique n° 1

Diffusion interne

UTILISATION de la LOI de PEARSON III

pour des échantillons de taille connue
et ayant $10 < \gamma < 100$

par

Y. BRUNET-MORET

Octobre 1966

L'échantillon devant être de taille connue, cette méthode d'utilisation n'est pas applicable aux séries de précipitations journalières, le nombre exact de jours de pluie n'étant jamais parfaitement défini par les observations.

CHAPITRE I

La LOI de PEARSON III

1.1 FORME -

Elle s'écrit :

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^x (ax)^{\gamma-1} e^{-ax} \, dax = \int_0^x f(x) \, dx$$

x variant de 0 à $+\infty$

a et γ positifs différents de zéro

F (x) fréquence au non dépassement, varie de 0 à 1

1.2 EXPRESSION des PARAMETRES d'une LOI CONNUE -

a) Valeurs tirées d'une loi (a, γ) connue par avance, et erreurs type pour un échantillon de taille N.

Mode $\frac{\gamma - 1}{a}$

Médiane $\frac{\gamma}{a} - \frac{1}{3a} + \frac{1}{a} \left(\frac{0{,}019753}{\gamma} + \frac{0{,}00721144}{\gamma^2} + \frac{0{,}00038554}{\gamma^3} + \dots \right)$

erreur type $1{,}2533 \, \frac{1}{a}\sqrt{\frac{\gamma}{N}}$

Moyenne $\frac{\gamma}{a} = m_1$ " $\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\gamma}{N}}$

Ecart-type $\frac{\sqrt{\gamma}}{a}$ " $\frac{1}{a}\sqrt{\frac{\gamma+3}{2\,N}}$

Variance $\frac{\gamma}{a^2}$ " $\frac{1}{a^2}\sqrt{\frac{2\gamma(\gamma+3)}{N}}$

b) Moments tirés d'une loi (a,γ) connue par avance. Le moment d'ordre **k** est :

$$m_k = \frac{1}{a^k}\, \gamma\, (\gamma+1)\ \ldots\ (\gamma+k-1)$$

dont la variance, pour un échantillon de taille N est :

$$\text{var } m_k = \frac{1}{N}\,(m_{2k} - m^2_{k})$$

c) Variance d'une fonction de plusieurs moments, tirés d'une loi (a,γ) connue par avance $\lambda(m_1 \ldots m_k)$:

$$\text{var } \lambda = \sum \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial m_i}\right)^2 \text{var } m_i \right] + 2 \sum \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial m_i}\right) \left(\frac{\partial \lambda}{\partial m_j}\right) \text{covar } m_i\, m_j \right]$$

où $\text{covar } m_i\, m_j = \frac{1}{N}\,(m_{i+j} - m_i . m_j)$

N étant la taille de l'échantillon.

Les relations données plus haut sont suffisantes pour vérifier les expressions données ci-dessous (§ 2).

1.3 ESTIMATIONS des PARAMETRES d'une LOI INCONNUE -

Les estimations absolument correctes, pour un échantillon de taille N tiré d'une population, suivant une loi de PEARSON III de paramètres inconnus, sont :

du moment d'ordre **k** $\frac{1}{N} \sum {x_i}^k$

de sa variance $\frac{1}{N-1} \left[\sum {x_i}^{2k} - \left(\sum {x_i}^k \right)^2 \right]$

CHAPITRE II

DETERMINATION des PARAMETRES 1/a et γ d'une LOI de PEARSON III, d'après un ECHANTILLON de TAILLE N

Plutôt que de déterminer la valeur du paramètre a, il est préférable de déterminer $(\frac{1}{a})$ dont l'équation de dimensions est celle de x.

2.1 DETERMINATION des PARAMETRES par la METHODE du MAXIMUM de VRAISEMBLANCE (ROCHE p. 42) -

γ est déterminé par :

$$\varphi(\gamma) = \log \bar{x} - \frac{1}{N} \sum \log x_i$$

Le graphique 3 donne la valeur de $\varphi(\gamma)$ suivant γ et $\frac{1}{a}$ est déterminé par $\frac{1}{a} = \frac{\bar{x}}{\gamma}$

2.2 DETERMINATION par l'EMPLOI du RAPPORT des MOMENTS CONSECUTIFS-

La méthode la plus simple est d'utiliser les rapports des moments consécutifs :

$$R_k = \frac{m_k}{m_{k-1}} = \frac{\gamma+k-1}{a} \qquad (\text{avec } m_o = 1)$$

L'estimation absolument correcte de m_k étant $\frac{1}{N} \sum {x_i}^k$, une estimation correcte de R_k est :

$$\frac{\sum {x_i}^k}{\sum {x_i}^{k-1}}$$

Nous partons du système suivant :

$$R_1 = \frac{\Sigma x_i}{N} \;\#\; \frac{\gamma}{a} \qquad \text{variance approchée } \frac{1}{Na^2}\,\gamma$$

$$R_2 = \frac{\Sigma x_i^2}{\Sigma x_i} \;\#\; \frac{\gamma}{a} + \frac{1}{a} \qquad \text{"} \quad \frac{1}{Na^2}\left(\gamma + 4 + \frac{3}{\gamma}\right)$$

$$R_3 = \frac{\Sigma x_i^3}{\Sigma x_i^2} \;\#\; \frac{\gamma}{a} + \frac{2}{a} \qquad \text{"} \quad \frac{1}{Na^2}\left(\gamma + 12 + \frac{34}{\gamma} + \frac{14}{\gamma(\gamma+1)}\right)$$

On déduit de ce système, en premier lieu, le test d'utilisation de la loi de PEARSON III : le résidu

$$R = R_1 + R_3 - 2\,R_2$$

a pour valeur moyenne zéro avec une variance approchée

$$\frac{1}{Na^2}\left(\frac{6}{\gamma} + \frac{14}{\gamma(\gamma+1)}\right)$$

Le graphique 1 qui donne suivant γ la valeur de

$$\sqrt{\frac{6}{\gamma} + \frac{14}{\gamma(\gamma+1)}}$$

permet de calculer rapidement l'erreur-type correspondant à cette variance (1).

Du même système, on déduit, en second lieu, les déterminations des paramètres :

$$\frac{1}{a} = R_2 - R_1 \qquad \text{variance approchée } \frac{1}{Na^2}\left(2 + \frac{3}{\gamma}\right)$$

$$\frac{\gamma}{a} = R_1 \qquad \text{"} \quad \frac{1}{Na^2}\,\gamma$$

$$\gamma = \frac{R_1}{R_2 - R_1} \qquad \text{"} \quad \frac{2}{N}\,\gamma^2\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)$$

---

(1) Si la loi suivie par la population était une loi de GAUSS, de moyenne $\overline{m} = \frac{\gamma}{a}$ et de variance $\sigma^2 = \frac{\gamma}{a^2}$, le résidu R aurait pour valeur moyenne $\frac{-2}{a(\gamma+1)}$ au lieu de zéro.

La variance de $R_3 - R_2$ est :

$$\frac{1}{Na^2}\left(2 + \frac{17}{\gamma} + \frac{14}{\gamma(\gamma+1)}\right)$$

Les variances des déterminations sont fortes et pour $\gamma > 10$ les coefficients de variation de $\frac{1}{a}$ et de γ sont de l'ordre de $\sqrt{\frac{2}{N}}$ soit 20 % pour N = 50.

2.3 AMELIORATION de la DETERMINATION des PARAMETRES -

Il est possible d'améliorer la détermination de $\frac{1}{a}$ en utilisant la liaison qui existe entre le résidu R et la différence $R_2 - R_1$ (la corrélation étant supposée linéaire, l'équation de la droite de régression s'écrit) :

$$\frac{1}{a} = (R_2 - R_1) - R\,\frac{4/\gamma}{6/\gamma + 14/\gamma(\gamma+1)}$$

$(R_2 - R_1)$ et R ayant été calculés, comme il est indiqué au paragraphe précédent et un γ approximatif ayant été déterminé, le graphique 2 donne, suivant ce γ, la valeur de :

$$\frac{4/\gamma}{6/\gamma + 14/\gamma(\gamma+1)}$$

D'autre part, la corrélation (supposée linéaire) entre R et R_1 est nulle. Il n'y a donc pas lieu de corriger R1 qui donne $\frac{\gamma}{a}$ d'où γ en utilisant la valeur améliorée de $\frac{1}{a}$.

En utilisant la liaison entre R et $R_3 - R_2$ (corrélation supposée linéaire) une autre détermination de $\frac{1}{a}$ est :

$$(R_3 - R_2) - R\left(1 + \frac{4/\gamma}{6/\gamma + 14/\gamma(\gamma+1)}\right)$$

CHAPITRE III

APPROXIMATION des LOIS de PEARSON III (WILSON) (1)

Cette approximation permet de ne pas passer par les tables de PEARSON d'un maniement compliqué.

On se ramène à l'utilisation d'une table de la loi normale en considérant que

$$\sqrt[3]{\frac{x_i}{\bar{x}}}$$

est distribué normalement avec pour moyenne $m = 1 - \frac{1}{9\gamma}$ et pour variance $s^2 = \frac{1}{9\gamma}$

L'approximation est d'autant meilleure que γ est grand. Dès $\gamma = 8$, l'erreur est < 1 % pour des probabilités au non-dépassement allant de 0,01 à 0,999 et même $<$ 1 ‰ pour des probabilités au non-dépassement allant de 0,05 à 0,99.

D'où le calcul des valeurs de divers quantiles :

$\sqrt[3]{\frac{x}{\bar{x}}} \neq m$		pour la valeur médiane
$\neq$	$m \pm 0{,}2533\ s$	probabilités 0,40 et 0,60
$\neq$	$m \pm 0{,}5244\ s$	probabilités 0,30 et 0,70
$\neq$	$m \pm 0{,}6745\ s$	probabilités 0,25 et 0,75 (quantiles)
$\neq$	$m \pm 0{,}8416\ s$	probabilités $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$

(1) CHARTIER-MORICE "Méthode statistique" p. 153

	probabilités			probabilités
$\sqrt[3]{\frac{x_i}{\bar{x}}} \neq m \pm 1{,}2816\ s$	$\frac{1}{10}$ et $\frac{9}{10}$	:	$m \pm 2{,}5758\ s$	$\frac{1}{200}$ et $\frac{199}{200}$
$m \pm 1{,}6449\ s$	$\frac{1}{20}$ et $\frac{19}{20}$	:	$m \pm 2{,}8781\ s$	$\frac{1}{500}$ et $\frac{499}{500}$
$m \pm 2{,}0537\ s$	$\frac{1}{50}$ et $\frac{49}{50}$	:	$m \pm 3{,}0902\ s$	$\frac{1}{1000}$ et $\frac{999}{1000}$
$m \pm 2{,}3263\ s$	$\frac{1}{100}$ et $\frac{99}{100}$	:		

Cette méthode de calcul approchée, bien que beaucoup plus rapide que celle nécessitant l'emploi des tables de PEARSON, est encore assez longue si l'on a de nombreux ajustements à faire. On a donc calculé directement les valeurs du rapport $\frac{x_i}{\bar{x}}$ pour toute la gamme des valeurs de γ entre 10 et 100 et pour les principales fréquences évoquées ci-dessus.

Dans cette table, on donne les valeurs du rapport de la valeur de la variable à la valeur de sa moyenne pour différentes valeurs de la probabilité au dépassement et de γ. Ce rapport s'écrit : $\frac{x}{\gamma/a}$

Pour faire une table la plus courte possible et couvrant les valeurs de γ allant de 10 à 100, on a été conduit à prendre comme argument d'entrée : $\log\ 9\gamma$ (expression figurant dans les formules de m et s).

Pour utiliser la table, il suffit de prendre $\log 9\gamma$ sur la règle à calcul (par exemple, $\gamma = 31{,}65$ d'où $\log 9\gamma = 2{,}455$) et de faire les interpolations interlignes à la règle à calcul.

On obtient ainsi les valeurs des rapports avec une erreur toujours inférieure à 1 $^o/_{oo}$.

La table donne $\frac{x_i}{\bar{x}}$; on multiplie ce rapport par $\bar{x}$ (moyenne de l'échantillon) et l'on a la valeur de la variable x_i calculée pour la fréquence choisie F_i au dépassement.

La table de calcul direct de la loi de PEARSON III, pour $10 < \gamma < 100$, est donnée en annexe (2 tableaux).

C H A P I T R E IV

EXEMPLE d'UTILISATION d'une LOI de PEARSON III sur un ECHANTILLON de HAUTEURS ANNUELLES de PRECIPITATIONS

Echantillon - exemple

ABENGOUROU (Côte d'Ivoire) - 46 ans d'observation

Année	Valeur de la pluie annuelle (mm)	Année	Valeur de la pluie annuelle (mm)
1920	1 015	1944	1 177
21	1 562	45	1 088
22	1 254	46	854
23	1 337	47	1 578
24	1 201	48	1 187
25	1 385	49	1 503
26	1 380	1950	1 102
27	1 482	51	1 450
28	1 358	52	1 548
29	1 630	53	946
1930	1 135	54	1 243
31	1 833	55	1 545
32	1 109	56	1 115
33	1 596	57	1 370
34	1 498	58	1 160
35	1 188	59	1 535
36	1 583	1960	1 547
37	1 729	61	1 378
38	1 902	62	1 397
39	1 123	63	1 994
1940	1 288	64	1 377
41	1 364	65	1 207
42	1 160		
43	1 526		

Rang	Valeur classée	Valeur classée	Récurrence = 46+1/rang
1	854	1 994	47 ans
2	946	1 902	23,5
3	1 015	1 833	15,67
4	1 088	1 729	11,75
5	1 102	1 630	9,4
6	1 109	1 596	7,84
7	1 115	1 583	6,71
8	1 123	1 578	5,88
9	1 135	1 562	5,23
10	1 160	1 548	4,7
11	1 160	1 547	4,27
12	1 177	1 545	3,92
13	1 187	1 535	3,62
14	1 188	1 526	3,36
15	1 201	1 503	3,14
16	1 207	1 498	2,94
17	1 243	1 482	2,76
18	1 254	1 450	2,61
19	1 288	1 397	2,97
20	1 337	1 385	2,35
21	1 358	1 380	2,24
22	1 364	1 378	2,14
23	1 370	1 377	2,04

Le temps de récurrence, en années, est l'inverse de la fréquence. Pour calculer la fréquence expérimentale, nous utilisons le nombre d'observation plus un.

$$\text{fréquence } F = \frac{r}{N+1}$$

$$\text{récurrence } R = \frac{N+1}{r}$$

Nous calculons, à la Divisumma, les sommes des nombres, de leurs carrés, de leurs cubes :

$$\Sigma_3 = 129\ 202\ 118\ 987$$

$$\Sigma_2 = 88\ 832\ 221$$

$$\Sigma_1 \quad 62\ 939$$

d'où les rapports $R_3 = \frac{\Sigma_3}{\Sigma_2} = 1\ 454{,}45$

$$R_2 = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = 1\ 411{,}40$$

$$R_1 = \frac{\Sigma_1}{46} = 1\ 368{,}24 \text{ (moyenne)}$$

et les différences $R_3 - R_2 = 43{,}05$

$$R_2 - R_1 = 43{,}16$$

d'où le résidu $R = (R_3 - R_2) - (R_2 - R_1) = -\ 0{,}11$

Une première approximation de $\frac{1}{a}$ est $R_2 - R_1 = 43{,}16$, d'où une approximation de γ par $\gamma = \frac{R_1}{1/a} = 31{,}7$. Cette valeur de γ donne sur le graphique 2 $f\ (\gamma) = 0{,}62$ d'où la valeur définitive de $\frac{1}{a} = (R_2 - R_1) - R\ f\ (\gamma) = 43{,}23$ et la valeur de $\gamma = \frac{R_1}{1/a} = 31{,}65$.

Pour calculer et représenter la répartition, nous utilisons l'approximation qui ramène à une loi normale :

de moyenne $1 - \frac{1}{9\gamma} = 0{,}99649$

d'écart-type $\frac{1}{\sqrt{9\gamma}} = 0{,}05924$

Le calcul des hauteurs annuelles médianes, de probabilités 0,4 et 0,6 - 0,33 et 0,67 - 0,25 et 0,75 - 0,2 et 0,8 - 0,1 et 0,9 - 0,05 et 0,95 - 0,02 et 0,98 - 0,01 et 0,99 se fait très facilement à l'aide de la table de calcul direct, avec $\gamma = 31,65$ et log $9\gamma = 2,455$. Les rapports obtenus sont à multiplier par la moyenne 1 368,2 pour avoir les hauteur cherchées.

probabilité	hauteurs en mm		Temps de récurrence
0,5	médiane 1353,9		2 ans
0,4	1293,6 et	1416,0	2,5
0,3	1231,2	1484,5	3,33
0,25 quartiles	1197,5	1523,4	4
0,2	1160,7	1567,5	5
0,1	1067,4	1687,5	10
0,05	994,3	1791,2	20
0,02	916,1	1912,8	50
0,01	866,3	1996,9	100

Ce tableau nous permet de construire le graphique n° 4 où nous avons porté les points expérimentaux à leurs temps de récurrence. D'après ce graphique, il est facile de calculer un χ^2. Prenons par exemple 9 classes de probabilités théoriques égales, que nous écrivons en temps de récurrence :

∞	population théorique	population expérimentale
	46 x 0,111 = 5,11	4
9 ans		
		5,5
4,5		
		7,5
3		
		2
2,25		
		8
2,25		
		2
3		
		5,5
4,5		
		8,5

	population théorique	population expérimentale
9		
∞		3

d'où χ^2 = 10,14 pour 9 - 4 degrés de liberté (population théorique et observées égales, utilisation de $\sum 1, \sum 2, \sum_3$, pour le calcul des 2 paramètres).

CHAPITRE V

LOI de PEARSON III avec un PARAMETRE SUPPLEMENTAIRE

Dans certains cas, l'on peut être amené à écrire la loi sous la forme :

$$F\ (z) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^z z^{\gamma-1}\ e^{-z}\ dz \quad \text{avec} \quad z = ax + b$$

x variant de $\frac{b}{a}$ à $+\infty$ F probabilité au non-dépassement

a, b et γ positifs, différents de zéro

Le mode est $\frac{\gamma+b}{a} - \frac{1}{a}$

La moyenne $\frac{\gamma+b}{a}$

Le moment d'ordre 2 $\left(\frac{\gamma+b}{a}\right)^2 + \frac{\gamma}{a^2}$

Le moment d'ordre 3 $\left(\frac{\gamma+b}{a}\right)^3 + \frac{3\gamma}{a^2}\left(\frac{\gamma+b}{a}\right) + 2\,\frac{\gamma}{a^3}$

En utilisant les déterminations absolument correctes des moments centrés (échantillon de taille N)

$$\frac{\gamma}{a^2} = \frac{1}{(N-1)} \left[\sum x_i^2 - \frac{1}{N} \sum{}^2\ x_i\right]$$

$$\frac{2\gamma}{a^3} = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \left[\sum x_i^3 - \frac{3}{N} \sum x_i^2 \cdot \sum x_i + \frac{2}{N^2} \sum{}^3\ x_i\right]$$

$$\frac{\gamma}{a} + \frac{b}{a} = \frac{1}{N}\sum x_i$$

d'où γ , $\frac{1}{a}$ et b

Approximation de la répartition : on se ramène à l'utilisation d'une table de la loi normale en considérant que :

$$\sqrt[3]{\frac{x - b/a}{\bar{x} - b/a}}$$

est distribué normalement avec pour moyenne $1 - \frac{1}{9\gamma}$ et pour variance $\frac{1}{9\gamma}$ ($\gamma \geqslant 10$).

A N N E X E

Table de calcul direct pour la loi de PEARSON III

FREQUENCES au DEPASSEMENT

log 9γ	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70	0,60	mode
3,0	0,7926	0,8149	0,8492	0,8805	0,9194	0,9345	0,9482	0,9732	0,9910
	235	212	176	142	99	82	66	36	23
2,9	0,7691	0,7937	0,8316	0,8663	0,9095	0,9263	0,9416	0,9696	0,9887
	259	235	196	160	111	92	75	42	30
2,8	0,7432	0,7702	0,8120	0,8503	0,8984	0,9171	0,9341	0,9654	0,9857
	285	259	217	177	125	104	84	48	37
2,7	0,7147	0,7443	0,7903	0,8326	0,8859	0,9067	0,9257	0,9606	0,9820
	312	285	241	198	141	117	96	55	46
2,6	0,6835	0,7158	0,7662	0,8128	0,8718	0,8950	0,9161	0,9551	0,9774
	340	312	266	219	157	133	109	64	59
2,5	0,6495	0,6846	0,7396	0,7909	0,8561	0,8817	0,9052	0,9487	0,9715
	370	342	293	244	178	149	123	74	73
2,4	0,6125	0,6504	0,7103	0,7665	0,8383	0,8668	0,8929	0,9413	0,9642
	401	371	322	271	198	169	141	86	93
2,3	0,5724	0,6133	0,6781	0,7394	0,8185	0,8499	0,8788	0,9327	0,9549
	431	404	353	299	223	190	159	99	117
2,2	0,5293	0,5729	0,6428	0,7095	0,7962	0,8309	0,8629	0,9228	0,9432
	461	434	385	330	250	215	181	116	147
2,1	0,4832	0,5295	0,6043	0,6765	0,7712	0,8094	0,8448	0,9112	0,9285
	488	464	417	364	279	242	207	135	185
2,0	0,4344	0,4831	0,5626	0,6401	0,7433	0,7852	0,8241	0,8977	0,9100
	511	493	451	397	312	273	234	158	233
1,9	0,3833	0,4338	0,5175	0,6004	0,7121	0,7579	0,8007	0,8819	0,8867
	100	50	20	10	5	4	3,33	2,5	
	temps de récurrence = ans								

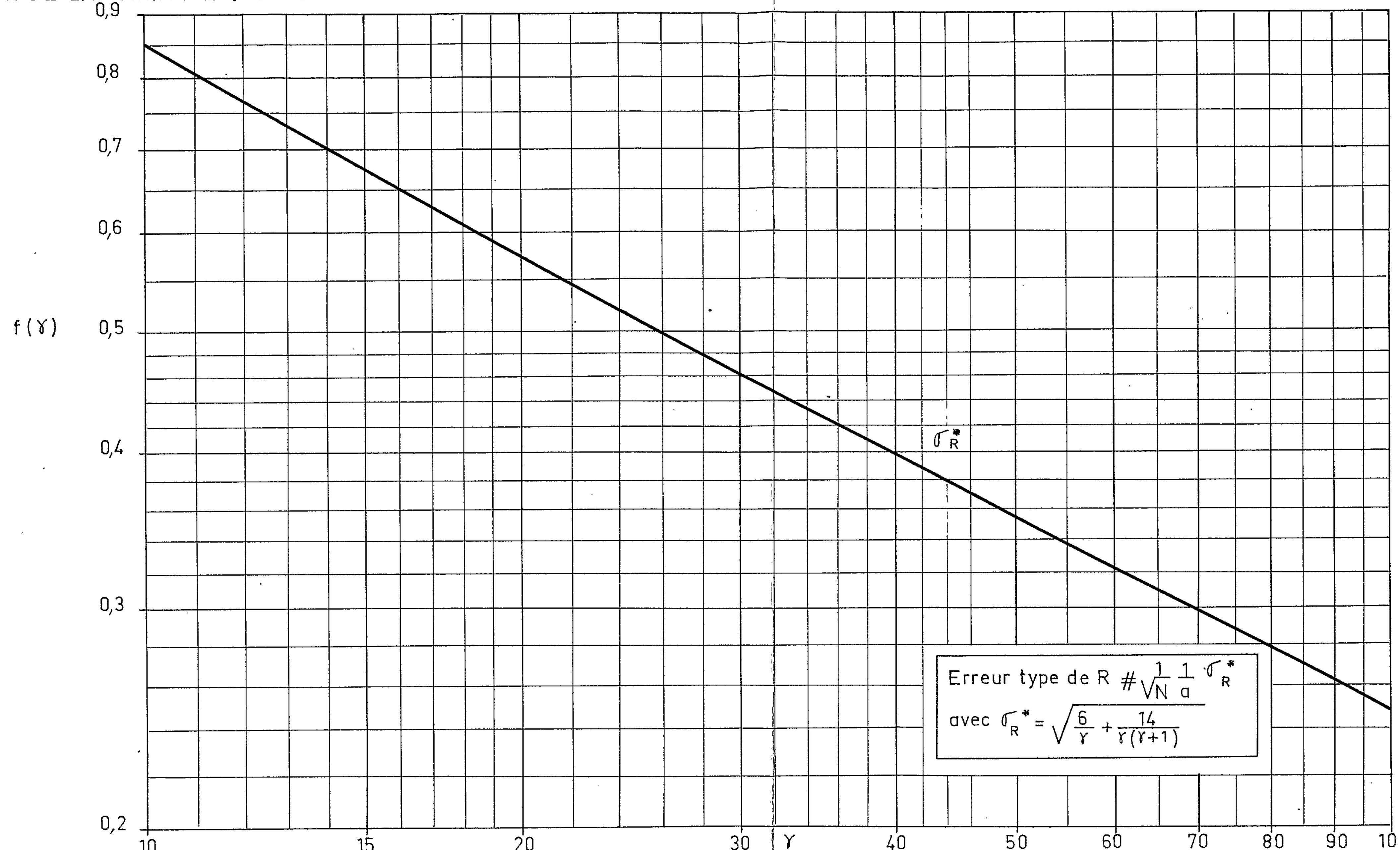
N.B. Le mode de $\frac{x_i}{\overline{x}}$ vaut $1 - \frac{1}{\gamma}$

FREQUENCES au DEPASSEMENT (suite)

log 9γ	médiane	0,40	0,30	0,25	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
3,0	0,9970	1,0212	1,0475	1,0622	1,0788	1,1233	1,1610	1,2043	1,2339
	8	22	55	74	95	153	203	263	303
2,9	0,9962	1,0234	1,0530	1,0696	1,0883	1,1386	1,1813	1,2306	1,2642
	9	23	60	81	105	172	229	297	345
2,8	0,9953	1,0257	1,0590	1,0777	1,0988	1,1558	1,2042	1,2603	1,2987
	13	25	67	91	118	193	259	338	393
2,7	0,9940	1,0282	1,0657	1,0868	1,1106	1,1751	1,2301	1,2941	1,3380
	15	27	73	100	132	228	294	384	448
2,6	0,9925	1,0309	1,0730	1,0968	1,1238	1,1979	1,2595	1,3325	1,3828
	20	27	81	112	146	234	331	438	512
2,5	0,9905	1,0336	1,0811	1,1080	1,1384	1,2213	1,2926	1,3763	1,4340
	24	28	88	123	163	275	377	498	585
2,4	0,9881	1,0364	1,0899	1,1203	1,1547	1,2488	1,3303	1,4261	1,4925
	31	29	96	135	181	310	427	570	671
2,3	0,9850	1,0393	1,0995	1,1338	1,1728	1,2798	1,3730	1,4831	1,5596
	38	27	103	148	200	349	484	650	771
2,2	0,9812	1,0420	1,1098	1,1486	1,1928	1,3147	1,4214	1,5481	1,6367
	48	26	111	162	222	392	549	745	887
2,1	0,9764	1,0446	1,1209	1,1648	1,2150	1,3539	1,4763	1,6226	1,7254
	61	21	119	176	244	441	625	855	1022
2,0	0,9703	1,0467	1,1328	1,1824	1,2394	1,3980	1,5388	1,7081	1,8276
	76	15	125	191	268	495	709	981	1182
1,9	0,9627	1,0482	1,1453	1,2015	1,2662	1,4475	1,6097	1,8062	1,9458
	2	2,5	3,33	4	5	10	20	50	100
		temps de récurrence = ans							

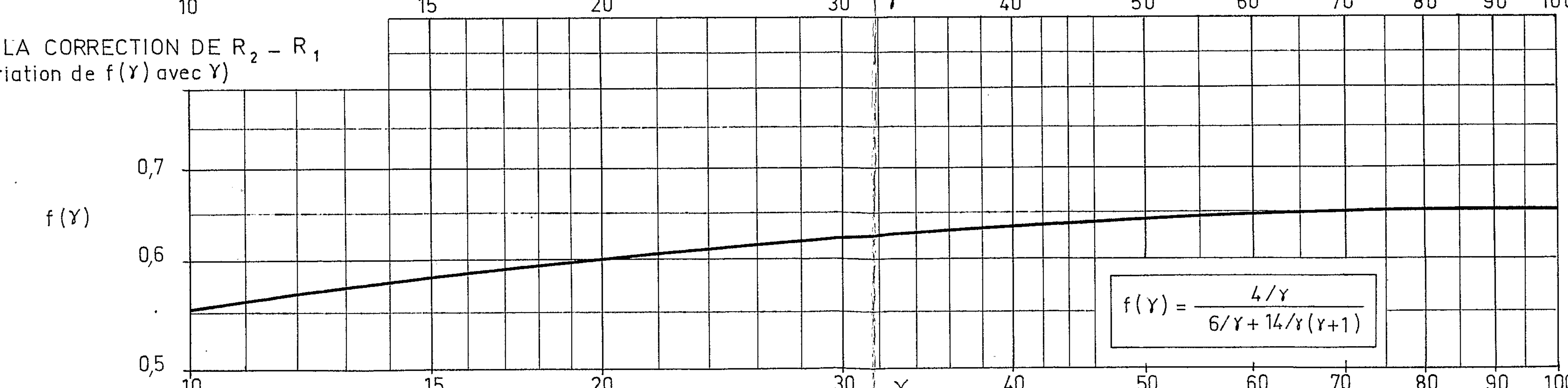
Gr-1

DÉTERMINATION DE LA VARIANCE σ DE R



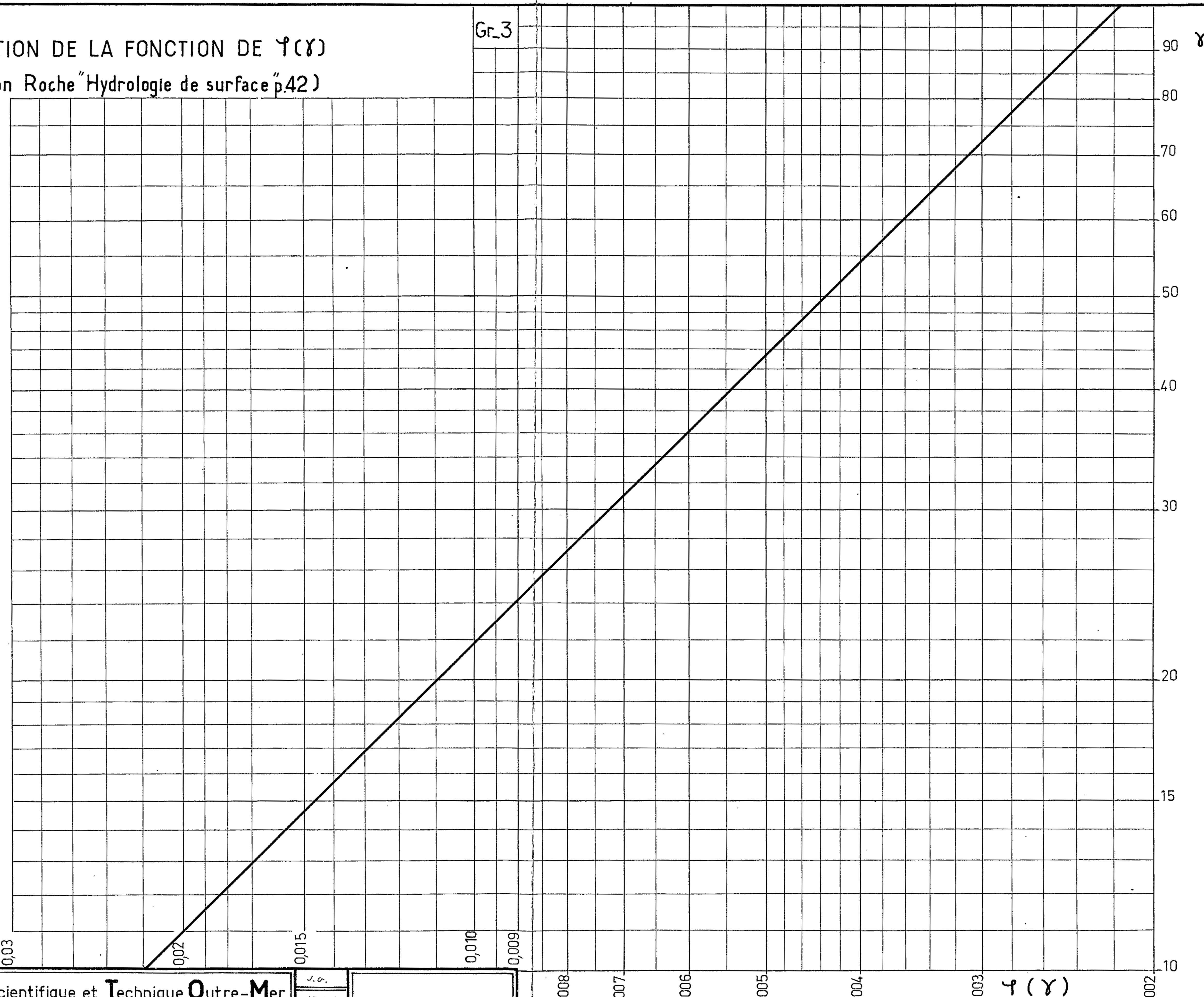
Gr-2

CALCUL DE LA CORRECTION DE $R_2 - R_1$
(variation de f(γ) avec γ)



VARIATION DE LA FONCTION DE $\varphi(\gamma)$

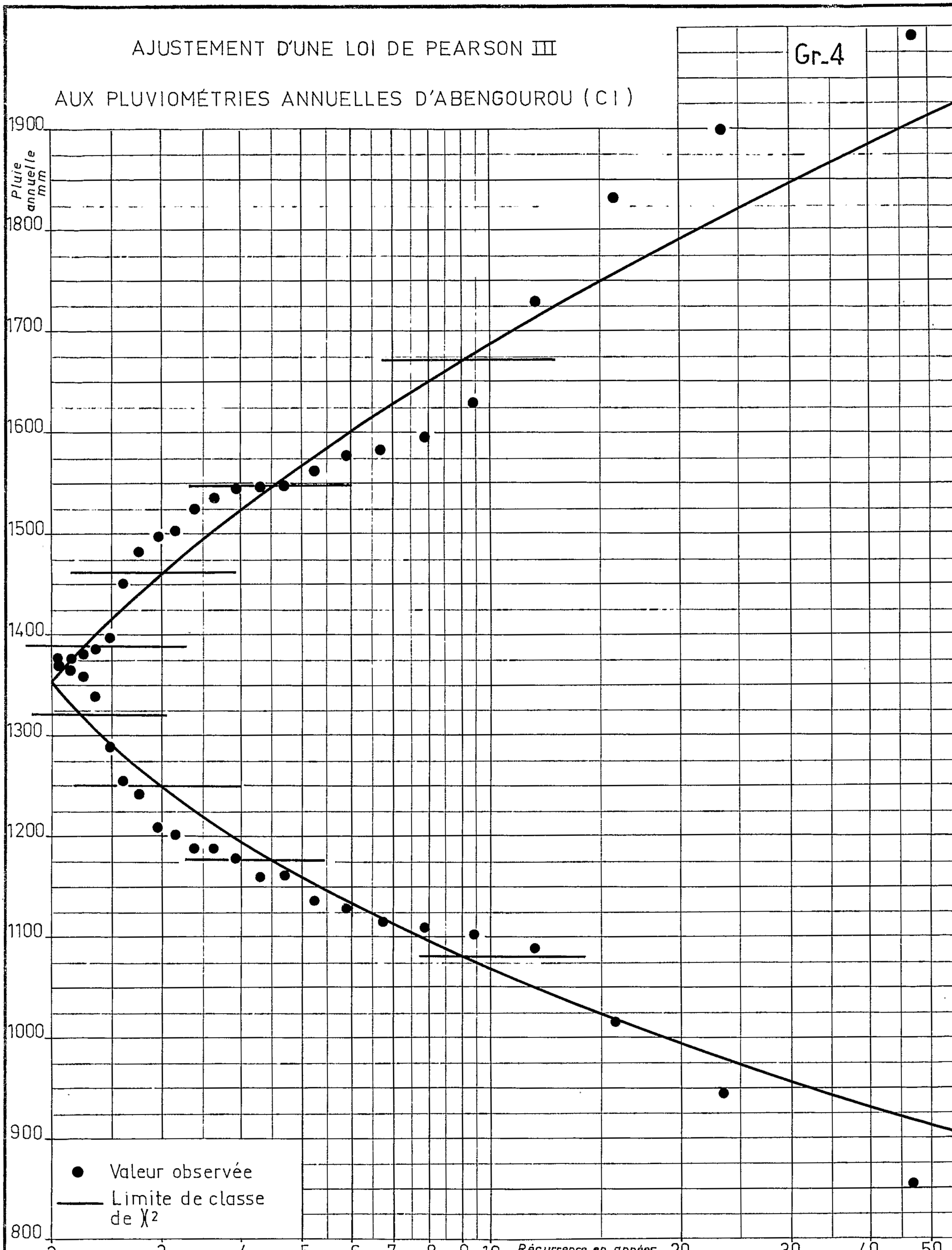
(selon Roche "Hydrologie de surface" p.42)



Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer

J.G.

13.11.66



Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer

J. G.

17.11.66