

DÉFINITION D'UN INDICE
 CARACTÉRISANT L'IRRÉGULARITÉ DES PROFILS GRAVIMÉTRIQUES

par Y. CRENN

(Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer)

RÉSUMÉ. — L'indice choisi pour représenter l'irrégularité d'un profil gravimétrique diminue rapidement quand la profondeur des masses perturbantes augmente. En Afrique Occidentale il varie peu sur les formations précambriennes à dominante granitique ; sa valeur beaucoup plus faible sur les formations sédimentaires postérieures peut donner une indication sur l'épaisseur des terrains homogènes. Essai d'application au Bassin Parisien.

SUMMARY. — An index is adopted to measure the unsteadiness of gravimetric profiles. The index rapidly decreases when the depth of perturbing bodies increases. In western Africa it changes very little on predominantly granitic precambrian areas ; it is much lower on younger sediments, affording thus an information on the thickness of the homogeneous layers. A tentative application to Parisien Basin follows.

Резюме. — Показатель выбранный для представления неравномерности гравиметрического профиля быстро уменьшается когда увеличивается глубина возмущающих масс. В Западной Африке он мало изменяется на докембрийских формациях с преобладанием может дать представление о мощности однородных пород. Опыт применения к Парижско-Бассейну.

Les bassins sédimentaires apparaissent nettement sous forme d'anomalies négatives sur les cartes gravimétriques à la double condition que :

— les sédiments soient plus légers que les terrains, généralement métamorphiques et granitiques, sous-jacents ;

— il n'y ait pas eu, depuis le dépôt, de réajustement isostatique total.

En Afrique Occidentale il est fréquent que ces conditions ne soient pas remplies ; on a cependant constaté que, quelles que soient les valeurs de l'anomalie, les profils traversant les bassins sédimentaires sont beaucoup plus réguliers que ceux situés sur les terrains métamorphiques ; on a donc essayé de définir un indice mesurant cette notion de régularité et de calculer l'influence des différents facteurs dont il dépend.

DÉFINITION DE L'INDICE J

Soient sur un profil, 3 stations consécutives A, B et C séparées par la distance d , et g_A , g_B et g_C , les anomalies de BOUGUER correspondantes ; les gradients de pesanteur moyens dans la direction du profil sont :

- entre A et B $g'_{AB} = (g_B - g_A)/d$
- entre B et C $g'_{BC} = (g_C - g_B)/d$.

On calcule pour chaque groupe de 3 stations la variation par unité de longueur du gradient moyen, autrement dit la différence seconde de l'anomalie :

$$\Delta_B = (g'_{BC} - g'_{AB})/d = (g_A + g_C - 2g_B)/d^2$$

Si g était une fonction continue de x le long du profil et si d était infiniment petit, Δ_B serait la dérivée seconde de g par rapport à x au point B. Dans la pratique Δ_B a, selon les documents existants, été évalué par différentes méthodes, comme il est indiqué en annexe.

Δ_B est évalué sur un profil ou dans une région géologique sur un minimum de 50 groupes de stations, et le résultat est porté sur un graphique analogue à celui de la figure 1 ; il représente, en abscisse la valeur absolue de Δ_B , et en ordonnée le pourcentage des groupes de stations pour lesquels $|\Delta_B|$ est plus petit que l'abscisse. L'indice de régularité choisi, J , est la valeur de $|\Delta_B|$ telle que 80 % des valeurs lui soient inférieures. La valeur de 80 % a été choisie parce que :

— une valeur grande dépend d'un nombre faible de stations, donc est très sensible à l'emplacement du profil dans la zone étudiée,

— une valeur faible est fortement affectée par les erreurs accidentelles de mesures et les écarts entre le profil réel et une coupe rectiligne, comme il est calculé plus loin.

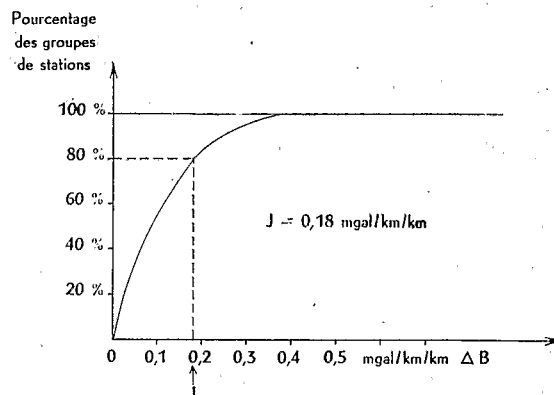


FIG. 1. — Détermination graphique de l'indice J.

L'expérience montrant que les variations de structure des terrains sédimentaires ne produisent pas, en général, d'anomalies à fort gradient, on considère schématiquement que les régions étudiées sont formées d'un socle métamorphique hétérogène, recouvert par

29 1001 1087

une épaisseur h de terrains sédimentaires homogènes ; dans ces conditions l'indice J dépend, de l'hétérogénéité du socle et de l'épaisseur h ; pratiquement il faut d'autre part connaître, pour pouvoir les éliminer, les variations de J en fonction de la distance d entre les stations, et en fonction des erreurs accidentelles de mesure.

INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR h DE TERRAINS HOMOGÈNES

La variation de J en fonction de h a été calculée dans l'hypothèse d'une répartition de masse donnant, sur le toit du métamorphique de côte $z = 0$, la variation de pesanteur $g = g_0 \cos 2\pi x/\lambda$, et des valeurs constantes dans la direction perpendiculaire Oy .

La pesanteur $g_{(x,z)}$ à la hauteur z dérive du potentiel V tel que :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 ;$$

donc

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0.$$

Les conditions aux limites sont :

$$g_{(x,0)} = g_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$g_{(x,\infty)} = 0$$

Ce qui donne pour $z = h$:

$$g_{(x,h)} = g_0 e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

Les variations de pesanteur dues à une hétérogénéité du socle, infinie dans une direction et de longueur d'onde λ dans l'autre, sont donc affaiblies dans le rapport $e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}$ par une épaisseur h de terrains sédimentaires ; la dérivée seconde de g est affaiblie dans le même rapport, donc l'indice J .

Pour $\lambda = 40$ km, J varie de la façon suivante :

Surface	$h = 1$ km	2 km	3 km	4 km	5 km
J	$J \times 0,85$	$J \times 0,73$	$J \times 0,62$	$J \times 0,53$	$J \times 0,45$

La décroissance de J en fonction de h est plus forte dans le cas de masses de plus faibles dimensions. Pour une anomalie due à une sphère située à 5 kilomètres de profondeur au-dessous du plan de côte 0, on trouve :

Surface	$h = 1$ km	3 km	5 km
J	$J \times 0,78$	$J \times 0,61$	$J \times 0,35$

INFLUENCE SUR L'INDICE J DE LA DISTANCE d ENTRE LES STATIONS

a) Anomalies constantes dans la direction Oy , sinusoïdales dans la direction Ox $g = g_0 \cos 2\pi x/\lambda$.

Soit x , l'abscisse de la station B, celle de A est $x - d$, celle de C est $x + d$

$$\begin{aligned} \Delta_B &= (g_A + g_C - 2g_B)/d^2 \\ &= \frac{g_0}{d^2} \left(\cos 2\pi \frac{x-d}{\lambda} + \cos 2\pi \frac{x+d}{\lambda} - 2 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \\ &= 2 \frac{g_0}{d^2} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \left(\cos \frac{2\pi d}{\lambda} - 1 \right). \end{aligned}$$

Si la distance des stations est faible par rapport à la longueur d'onde

$$\Delta_B = \frac{4 \pi^2 g_0}{\lambda^2} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

Δ_B est indépendant de d au second ordre près, et J également.

b) Anomalies n'affectant qu'un seul point.

Dans un profil fictif où toutes les anomalies n'affectent qu'un seul point, les valeurs de g en A, B et C sont indépendantes et la différence $g_A + g_C - 2g_B$ ne dépend pas de d ; Δ_B , donc J est proportionnel à $1/d^2$.

c) Détermination expérimentale.

L'indice J a été évalué de 2 façons pour un ensemble de profils du Mali pour lesquels l'écartement des stations était en moyenne de 2,5 km :

— en considérant toutes les stations,

— en ne considérant qu'une station sur deux, ce qui ramène au cas d'une distance de 5 kilomètres entre les stations.

On trouve en moyenne : $J_5 \text{ km} / J_{2,5 \text{ km}} = 1/2,3$.

d) En conclusion.

J étant indépendant de d pour les anomalies à grand rayon de courbure, proportionnel à $1/d^2$ pour les anomalies locales, et trouvé dans un cas particulier proportionnel à $1/d$ à 15 % près, on admet empiriquement, pour comparer des indices J relatifs à des distances d assez voisines, une proportionnalité à $1/d$.

INFLUENCE SUR L'INDICE J DES ERREURS ACCIDENTELLES DE MESURES ET DE LA NON LINÉARITÉ DES PROFILS

Dans un profil où chaque anomalie n'intéresse qu'une station, ces erreurs se traduisant aussi fréquemment par une augmentation de Δ_B que par une diminution, n'affectent pas J ; cependant dans le cas général elles interviennent de façon comparable, avec la seule différence, figure 2, que les erreurs accidentelles sont indépendantes de g , tandis que l'influence de la non linéarité sur la valeur de l'anomalie en une station est proportionnelle au gradient de g le long du profil.

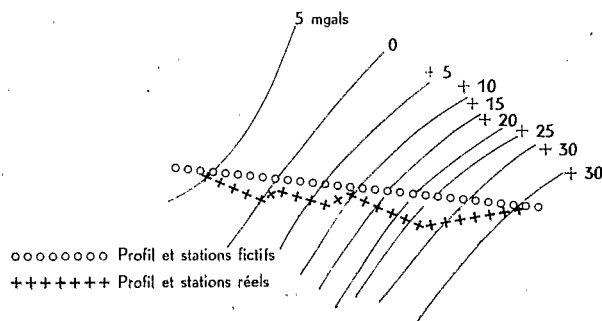


FIG. 2. — Erreur de non linéarité des profils.

Dans le calcul, on traite la somme de ces 2 erreurs comme une erreur accidentelle $\delta\Delta_B$ en notant que le résultat trouvé peut être à majorer dans le cas de profils coupant une vaste anomalie à fort gradient.

$$|\Delta_B| = |g_A + g_C - 2g_B|/d^2$$

devient

$$|\Delta_B + \delta\Delta_B|$$

avec

$$\delta\Delta_B = |\delta g_A + \delta g_C - 2\delta g_B|/d^2$$

Δ_B^2 devient

$$(\Delta_B + \delta\Delta_B)^2 = \Delta_B^2 + \delta\Delta_B^2 + 2\delta\Delta_B \times \Delta_B.$$

Les erreurs faites sur g_A , g_B , g_C étant indépendantes des valeurs de g , sont indépendantes de Δ_B , et pour le grand nombre de stations qui sert à évaluer l'indice J le produit $2\Delta_B \times \delta\Delta_B$ est nul en moyenne.

Pour la valeur J de Δ_B

$$(\Delta_B + \delta\Delta_B)^2 = (\Delta_B)^2 + \frac{(\delta g_A + \delta g_C - 2\delta g_B)^2}{d^4}.$$

Les produits tels que $\delta g_A \delta g_C$ sont aussi nuls en moyenne ; les termes tels que $(\delta g_A)^2$ sont en moyenne égaux à $(\delta g)^2$, δg étant l'erreur quadratique moyenne.

$$(\Delta_B + \delta\Delta_B)^2 = (\Delta_B)^2 + \frac{6(\delta g)^2}{d^4} = \Delta_B^2 \left(1 + \frac{6(\delta g)^2}{d^4 \Delta_B^2}\right)$$

$$|\Delta_B + \delta\Delta_B| = \left(1 + \frac{3(\delta g)^2}{d^4 \Delta_B^2}\right) \Delta_B \quad \delta J = 3(\delta g)^2/d^4 J.$$

L'erreur sur J se traduit toujours par une augmentation de l'indice, augmentation inversement proportionnelle à J , raison qui a conduit, comme on l'a vu précédemment, figure 1, à choisir comme caractéristique d'un profil une valeur grande de Δ_B .

Pour un intervalle de stations de 4 kilomètres et une erreur quadratique moyenne de 0,5 ou de 1 milligal, $J + \delta J$ est donné par le tableau suivant :

J	$J + \delta J$ erreur 0,5 mgal	$J + \delta J$ erreur 1 mgal
0,08 mgal/km/km	0,12	0,22
0,10	0,13	0,22
0,20	0,215	0,26
0,30	0,31	0,34

Il doit donc être tenu compte de l'influence des erreurs de mesures dans les régions où les profils sont très continus.

VALEUR DE J EN AFRIQUE OCCIDENTALE

En Afrique Occidentale, J atteint pour une distance d de 4 km, la valeur de 0,40 mgal/km/km dans la zone de fractures du méridien 0°, au Sud de Tessalit, au Mali et au Nord de Niamey, au Niger ; sa valeur moyenne est de l'ordre de 0,25 en Côte d'Ivoire, où le socle affleure presque partout ; la valeur la plus faible rencontrée sur le socle métamorphique est de

l'ordre de 0,20 au Sénégal, au Sud-Est de la ligne de fracture de Youkounkoun.

En dehors des grandes lignes de fractures, la valeur la plus probable sur le socle métamorphique en Afrique Occidentale est de l'ordre de 0,25 mgal/km/km.

Les valeurs les plus faibles trouvées sont :

- 0,11 à l'Est du bassin du Sénégal (les valeurs au centre n'ont pas été calculées) ;
- 0,15 dans le bassin de Taoudenni ;
- 0,13 dans le bassin de la République du Niger ;
- 0,14 sur le synclinal primaire de la Boucle du Niger.

Dans ces 4 bassins sédimentaires on obtient donc des valeurs de J prouvant une grande épaisseur de terrains homogènes, alors que les valeurs moyennes de l'anomalie isostatique sont très différentes :

- de l'ordre de — 30 milligals sur le bassin de Taoudenni (au Sud seulement) et sur celui du Niger,
- à peu près nulle à l'Est du bassin du Sénégal où le jeu d'une faille profonde semble avoir permis le retour à l'équilibre,
- de l'ordre de + 20 milligals sur le synclinal de la Boucle du Niger formé de schistes lourds.

L'évaluation quantitative de la régularité des valeurs de g , peut donc aider à l'interprétation des anomalies gravimétriques.

QUELQUES VALEURS DE L'INDICE DE RÉGULARITÉ ÉVALUÉES EN FRANCE

A titre de comparaison, l'indice de régularité a été évalué sur quelques cartes gravimétriques au 1/200 000 établies par le Bureau de Recherches Géologiques et Minières (1) ; ces cartes sont plus précises et plus denses que celles de l'Afrique, ce qui permet la lecture de l'anomalie de BOUGUER par interpolation sur des profils rectilignes ; l'erreur accidentelle est réduite, d'où des valeurs plus faibles de J dans les régions calmes.

Les valeurs trouvées sur le socle précambrien sont, comme en Afrique Occidentale, très variables :

- région d'Angers 0,25 mgal/km/km ;
- région de La Roche sur Yon 0,40 mgal/km/km.

Dans le bassin parisien, J a été évalué sur les cartes gravimétriques au 1/200 000 d'Amiens, Paris, Melun, Mézières, Chalons, Troyes, Dijon, où l'on trouve, au Nord, des affleurements dévoniens, et au Sud-Est, des affleurements métamorphiques et granitiques précambriens ; les zones ont été délimitées en fonction de la profondeur du socle antépermien d'après la carte du bassin parisien (2). Les résultats sont les suivants :

PROFONDEUR DU SOCLE ANTÉPERMIEN

PROFONDEUR DU SOCLE ANTÉPERMIEN	J
plus de 2750 m	0,115 mgal/km/km
entre 2000 m et 2500 m	0,095 »
entre 1250 m et 2000 m	0,095 »
entre 500 m et 1250 m	0,105 »
moins de 500 m	0,16 »

Ces résultats d'ensemble sont à première vue aberrants ; cependant, en évaluant J de façon moins globale pour différentes régions du bassin parisien, on

constate que les anomalies sont dues aux différences de nature du socle antépermien : compte tenu de la couverture récente, J est le plus fort dans les zones où les sondages ont touché le cristallin sous le permien, alors qu'il est plus faible quand ils ont rencontré le dévonien :

— dans la zone la plus profonde du bassin, sous 3 000 mètres de sédiments, les sondages rencontrent le cristallin et la valeur de 0,115 en surface correspond à peu près à celle de 0,25 valable pour le précambrien, transportée à la hauteur de 3 kilomètres ;

— au Nord du bassin, sous des profondeurs post-dévonienne inférieures à 500 mètres, J n'est que de 0,08, mais tous les sondages touchent le dévonien dont la profondeur ne semble pas connue ; on pourrait donc conclure à une grande profondeur de sédiments primaires.

ANNEXE

MÉTHODES ÉVALUÉES POUR L'ÉVALUATION DE Δ_B

Le cas d'un profil rectiligne avec stations équidistantes ne se rencontre jamais en Afrique Occidentale ; d'autre part tous les profils caractéristiques (3) des différentes régions avaient été dessinés en vue des interprétations géologiques en corrigeant légèrement la non-linéarité ; leur échelle est de 1 mm pour 1 mgal et 1 kilomètre. Δ_B a été évalué sur ces profils à partir

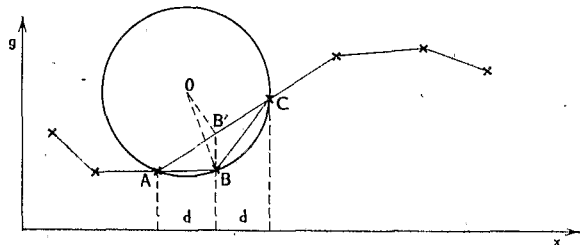


FIG. 3. — Détermination pratique de Δ_B le long d'un profil dessiné.

du rayon du cercle passant par les points représentatifs de chaque groupe de 3 stations consécutives A, B et C.

α étant l'angle de AC sur l'axe des x et r le rayon du cercle, on trouve dans le triangle OBB', figure 3,

$$\begin{aligned} OB'^2 &= r^2 - d^2/\cos^2 \alpha & OB^2 &= r^2 = BB'^2 \\ & & &+ OB'^2 + 2 OB' \cdot BB' \cos \alpha \\ BB' &= 1/2 (g_A + g_C - 2g_B) = 1/2 d^2 \Delta_B. \end{aligned}$$

D'où

$$r^2 \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos^2 \alpha d^2 \Delta_B^2}{\Delta_B^2 \cos^4 \alpha} - d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Pour les valeurs de α petit et pour les valeurs de Δ_B plus petites que 0,10 mgal r est à peu près égal à $1/\Delta_B$. Pratiquement un tableau à double entrée, donne en fonction de r et de α la valeur de Δ_B .

Sur les cartes à grande densité de stations établies en France par le BRGM, les courbes tracées de milligal en milligal définissent les anomalies ; on n'a pas utilisé les stations mais les courbes, que l'on a coupées pour chaque carte par une dizaine de profils rectilignes ; les différences $g_A + g_C - 2g_B$ ont été interpolées sur ces profils, à partir des courbes, pour une distance d de 4 kilomètres exactement.

Ce procédé élimine évidemment les anomalies locales plus faibles que 0,5 milligal si le tracé des courbes n'en a pas tenu compte.

Manuscrit reçu le 27 janvier 1962.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Bureau de recherches géologiques et minières. Carte gravimétrique de France.
- [2] LIÉNARD, Étude stratigraphique et pétrographique structurale du socle du bassin parisien, *Bulletin de la Société Géologique du Nord* (sous presse).
- [3] — Centre de Géophysique de M'Bour. Mesures gravimétriques en Afrique Occidentale de 1956 à 1958. Publ. ORSTOM (sous presse).
- Centre de Géophysique de M'Bour. Mesures gravimétriques de 1958 à 1960. (Rapports inédits ORSTOM).

CRENN (Yvonne)

Définition d'un indice caractérisant l'irrégularité des
profils gravimétriques .

EXTRAIT DES
ANNALES DE GÉOPHYSIQUE

Tome 18, 1962

B 11858