Colloque sur la fertilité des sols tropicaux.
Tananarive (Madagascar). 19-25 Novembre 1967.
I.R.A.T. 1968.

SUGGESTIONS POUR UNE METHODOLOGIE DE L'ETUDE DES FUMURES PHOSPHOAZOTEES EN RIZICULTURE

Par
R. CHABROLIN
Chef du Service Riz à l I.R.A.T.

Nous savons que le rendement d'une culture à laquelle on apporte des doses croissantes de deux éléments nutritifs tels que le phosphore et l azote peut être représenté, d'une façon générale par une surface à 3 dimensions appelée surface de réponse, répondant à une équation du second degré.

L. RICHARD a démontré expérimentalement (Les études de nutrition minérale chez les végétaux - Contribution à leur méthodologie) qu en coupant une telle surface par une série de plans verticaux parallèles, on obtient des courbes d'allure parabolique, dont les sommets sont situés dans un même plan vertical. (Voir fig. 1). Ces sommets définissent donc une ligne de crêtes se projetant sur le plan horizontal suivant une droite qui est le lieu des concentrations relatives optimales entre les deux éléments.

RICHARD en a tiré la méthode des coupes, largement utilisée par l'Institut de Recherche sur le Coton et les Textiles tropicaux, qui consiste à explorer la surface de réponse en la coupant par des plans parallèles, d équation $A + n\ B = K$ (A et B étant les doses des deux éléments, K une constante et n un coefficient quelconque) et qui permet pour chaque valeur de la constante K de fixer les valeurs optimales de A et de B.

Cette méthode des coupes a déjà donné, en ce qui concerne la fumure du cotonnier, d excellents résultats.

Elle comporte toutefois une indétermination en ce qui concerne la valeur du coefficient n.

C'est en effet du coefficient n adopté que dépend, dans une assez large mesure l équation de la projection de la ligne de crête.

Examinons, pour la mettre en évidence, une surface de réponse, définie par l équation
$R = 100 + 60\ N + 80\ P - 4\ N2 - 5\ P2 - 5\ P2 + 5\ N\ P$ arbitrairement choisies.

Nous la coupons successivement par des familles de plans parallèles verticaux répondant aux équations ci-après.

$$N = K \quad (n = o)$$
$$2N+P = K \quad (n = 1/2)$$
$$N+P = K \quad (n = 1)$$
$$P+2N = K \quad (n = 2)$$
$$P = K \quad (n = \infty)$$

Les équations des projections des lignes de crêtes sont dans chaque cas :

Pour	$N = K$	$N - 2P + 16 = 0$
Pour	$2N + P = K$	$18N - 25P + 100 = 0$
Pour	$N+P = K$	$13N - 15P + 20 = 0$
Pour	$N + 2P = K$	$21N - 20P - 40 = 0$
Pour	$P = K$	$8N - 5P - 60 = 0$

Toutes ces projections se coupent en un même point d'ordonnées N = 18,2 P = 17,1 pour lequel la cote de la surface de réponse est maximum. Toutes les lignes de crête passent évidemment par ce sommet. Il existe ainsi toute une famille de lignes de crête, chacune d'entre elles correspondant à une valeur de n comprise entre les deux extrêmes définis par n = o et n = 00

Le fait qu'il y ait plusieurs lignes de crête peut paraitre surprenant. Il est cependant parfaitement concevable (fig. 3) que si SA et SB sont deux lignes de crête pour les plans tels que 2 N + P = K et 2 P + N = K, les hauteurs croissent de A et B vers S et que les points N et M sont la projection de points de la surface de réponse plus élevés que ceux correspondant à M' et N'.

Il existe certes une ligne de crête au sens absolu, c'est celle contenue dans un plan vertical perpendiculaire aux plans de coupe verticaux qui la déterminent (c'est à peu près le cas de celle représentée sur la fig. 2 pour N + P = K) mais on ne peut l'appréhender que par tâtonnements, et on risque de s'en éloigner beaucoup en fixant arbitrairement le coefficient n.

Par contre, dans le cas d'une étude agroéconomique de la fumure, il peut sembler particulièrement avantageux de fixer n en fonction des critères économiques qui régissent la rentabilité de la fumure.

Si l'on appelle UP le prix de l'unité fertilisante de phosphore (1 kg de P2O5) et UN le prix de l'unité fertilisante de l'azote (1 kg d'azote) le prix de la fumure est exprimé par :

$$F = N \times UN + P \times UP$$

Si l'on se fixe une valeur K pour F l'expression est alors de la forme A + nB = K. Elle détermine ainsi la direction des plans verticaux à utiliser pour la méthode des coupes.

Elle permet dans ce cas, non pas pour chaque poids, mais pour chaque valeur de la fumure d'en déterminer la composition optimum. La ligne de crête ainsi prospectée présente donc un intérêt extrême pour le praticien.

De plus, on pourra grâce à la méthode exposée maintenant, déterminer sans ambiguité la fumure optimum, celle qui apporte au cultivateur le bénéfice maximum.

Coupons la surface de réponse R = f (N, P) pour une série de plans parallèles verticaux tels que PUP + NUN = K, K étant une constante susceptible de prendre une série de valeurs quelconques. Chaque intersection se fait suivant une courbe R = g (P) qui passe par un maximum pour la valeur de P qui annule R' = g' (P). A cette valeur de P correspond une valeur de N et donc un point dans le plan NP. Ces points sont alignés. Ils déterminent un plan vertical qui contient la ligne de crête correspondante de la surface de réponse.

Ce plan coupe la surface de réponse suivant une courbe R = k (P) dont on peut calculer l'équation.

Par exemple dans le cas de la surface de réponse étudiée précédemment $R = 100 + 60\,N + 80\,P - 4\,N^2 - 5P^2 + 5\,NP$ et pour des valeurs de 200 F pour le kilo d'azote et 100 F pour le kilo de P_2O_5 on aurait :

$$200\,N + 100\,P = K \quad \text{ou} \quad 2\,N + P = K$$

On retombe sur la projection horizontale de la ligne de crête dont l'équation est $18\,N - 25\,P + 100 = 0$ (voir figure 2).

Le plan vertical passant par cette projection coupe la surface de réponse suivant une courbe dont l équation est :

(1)
$$R = \frac{1}{162} \; (31.960\,P - 57.800 - 935\,P^2)$$

Il coupe le plan représentatif du prix F de la fumure suivant une droite dont l'équation est:

$$F = \frac{1}{9}\,(3400\,P - 10.000)$$

Pour une fumure d'une valeur donnée F le bénéfice est représenté par la différence entre le prix de l excédent de production UP (R - 100) qu'elle procure et le prix de cette fumure : B = UP (R-100) - F (Up étant le prix du produit).

On sait déjà que la composition de la fumure doit obéir à l équation $18\,N - 25\,P + 100 = 0$ représentative de la composition optimum d une fumure de valeur déterminée.

Le prix de l excédent de production est tiré de l'équation 1 et le bénéfice s'exprime en fonction de P, UP étant fixé à 20, par :

$$B = \frac{1}{81}\,(289.000\,P - 830.000 - 9350\,P^2)$$

Il est maximum pour la valeur de P qui annule B'

$$B' = \frac{1}{81}\,(289.000 - 18.700\,P)$$

d'où P pour $B' = 0 \qquad P = 15{,}4$

avec $N = 15{,}8$

Ce point est figuré en 0 sur la figure 2. Il est à remarquer qu il n aurait pu facilement être déterminé ni par un essai factoriel, donnant les cotes mentionnées dans un cercle sur la figure, ni par des essais doses croissantes d un seul élément. Cette détermination aurait exigé la passage par l'équation de la surface de réponse, donc un traitement mathématique relativement complexe des données expérimentales.

Il est cependant possible de déterminer expérimentalement la fumure optimum, et ceci sans avoir à établir l équation de la surface de réponse :

1/ En coupant la surface de réponse par deux plans verticaux représentant des fumures de valeurs croissantes F1, F2. Chacune de ces valeurs sera représentée par 4 fumures au moins, de composition différente. On déterminera le maximum de chacune des courbes obtenues représenté par un point dans le plan NP.

On établira l équation de la droite passant par ces deux points. Cette droite coupe la droite représentative de la fumure de valeur F en un point qui représente la composition optimum de cette fumure.

2/ Ensuite on effectuera un essai de doses croissantes de fumures obéissant à cette équation de façon à obtenir une courbe de réponse à de telles fumures.

Le résultat de cet essai sera représenté graphiquement en portant en ordonnées les prix de la production obtenue et de la fumure utilisée et en abscisses les fumures croissantes.

On égalera alors la dérivée de l équation représentative de la courbe obtenue, à la pente de la droite représentative du prix de la fumure, ou on déterminera graphiquement le point auquel la courbe admet une tangente parallèle à cette droite. On aura ainsi fixé la valeur de la fumure procurant le bénéfice maximum.

En pratique, l expérimentation comportera deux phases.

1/ Pour des valeurs différentes de la fumure, par exemple 4500 et 21.000 francs on comparera 4 compositions différentes.

Il y aurait intérêt à ce que les valeurs de ces deux fumures soient séparées par un intervalle aussi large que possible pour augmenter la précision de la méthode.

TRAITEMENTS	FORTE	FUMURE	FAIBLE	FUMURE
	Valeur de P205	Valeur de N	Valeur de P205	Valeur de N
1	0	21 000	0	4 500
2	7 000	14 000	1 500	3,000
3	14 000	7 000	3 000	1 500
4	21 000	0	4 500	0

On effectuera ainsi deux essais distincts, chacun comportant seulement 4 traitements. Ceci permet une bonne précision du dispositif expérimental grâce à un nombre élevé de répétitions (6 à 8). Chacun de ces essais livrera une courbe de réponse, du type représenté sur la figure 4.

Pour ces deux courbes on détermine les sommets M et M' et les valeurs de P et de N correspondantes.

Ces valeurs sont portées sur le plan NP et permettent de tracer la droite lieu des concentrations optimales des fumures d une valeur déterminée (fig. 5) dont on établit l équation.

D après la figure 4 les concentrations optimales sont pour la fumure forte, 90 unités de P2O5 et 60 unités d azote, pour la fumure faible 29 unités de P2O5 et 6 unités d azote

Elles sont représentées sur la figure 5 par les points A et B'. La droite recherchée joint ces points. Elle a pour équation :

$$61 N - 52 P + 1020 = 0$$

et permet pour chaque valeur prédéterminée de la fumure, d en fixer la composition optimale, soit graphiquement, soit par le calcul.

Si on connaît ainsi la composition d une fumure de valeur donnée, on n a par contre, jusqu ici, aucune idée (sinon par les rendements maximum M et M' observés dans la phase précédente), sur la valeur des doses qu il convient d appliquer pour obtenir le bénéfice maximum.

On peut alors procéder à un essai doses, avec des fumures de valeurs croissantes dont la composition est représentée par la droite AB.

Si on adopte, par exemple, les valeurs 3500, 6700, 9900, 14100 et 16 300 francs, les compositions des fumures correspondantes, représentées par les points 1, 2,3, 4 et 5 (fig.5) seront :

	N kg ha	P205 KG/ha	Valeur (2 N + P) × 100 en frs.
1	5	25	3 500
2	15	37	6 700
3	25	49	9 900
4	35	61	19 100
5	45	73	16 300

On établira ainsi une courbe de réponse représentée sur la figure 6 et on déterminera la fumure optimum de la façon exposée plus haut.

Un témoin absolu, sans aucune fumure, sera inclus dans l'essai pour permettre de mesurer le bénéfice réalisable.

Le rendement correspondant à la fumure nulle ne pourra toutefois pas figurer sur la courbe de réponse, puisque la fumure nulle n est pas représentée sur la droite AB précédemment définie (fig. 5).

Dans l exemple montré par la figure 6 on voit que le bénéfice maximum, M, serait obtenu pour une fumure valant 12 200 francs.

La production atteint alors 69 500 F. Le bénéfice est égal à 69 500 - 42 000 - 12 200 - 15 300.

La composition de la fumure correspondante peut être obtenue

a/ algébriquement grâce aux deux équations :

$$2N + P = 122$$
$$61N - 52P + 1020 = 0$$

d où $N = 32{,}2$ kg/ha $P = 57{,}6$ kg de P_2O_5 à l hectare.

b/ graphiquement sur la figure 5, à l intersection de la droite AB et de la droite représentative de la fumure valant 12 200 F, le point correspondant indiqué par C, donne la composition recherchée.

La méthodologie exposée ci-dessus, à condition que ses bases théoriques soient admises (existence d'un volume de réponse dont l équation puisse être assimilée à un polynôme du second degré de la forme $R = a + bN + cl + dN^2 + lP^2 + f\,NP$ parait présenter de nombreux avantages sur un grand nombre de celles qui sont actuellement en usage.

1/ Elle permet grâce à un nombre réduit d essais très simples de déterminer, pour chaque valeur monétaire que l on entend donner à la fumure, la composition optimum de celle-ci en deux des éléments principaux.

2/ Elle permet ensuite de déterminer grâce à un seul essai tout aussi simple, la dose optimum d une fumure comportant deux éléments (ce que ne permettent ni les essais factoriels N × P, ni les essais où la réponse à chaque élément est analysée séparément, en présence de doses arbitrairement fixées des autres éléments.)

Elle présente par contre l inconvénient d aboutir à des résultats étroitement dépendants des prix unitaires respectifs des engrais et du produit agricole.

Cet inconvénient n est cependant qu apparent car, qu on le veuille ou non, la rentabilité d une fumure est toujours profondément influencée par ces facteurs.

Tout changement notable dans ce domaine doit donc logiquement avoir des répercussions sur le volume et la composition des fumures appliquées par les cultivateurs en vue d un bénéfice maximum.

C est pourquoi l'auteur pense que l étude économique des fumures d entretien, qui va prendre une place croissante à l IRAT pendant les prochaines années maintenant que les problèmes concernant la correction des carences sont en passe d être résolus, devrait s inspirer dans une large mesure des principes exposés ci-dessus.

Il souhaite vivement que ce soit le cas, notamment en riziculture où l on voit de plus en plus le rôle prédominant de l azote et du phosphore dans la fumure minérale.

o

o o

Figure 1

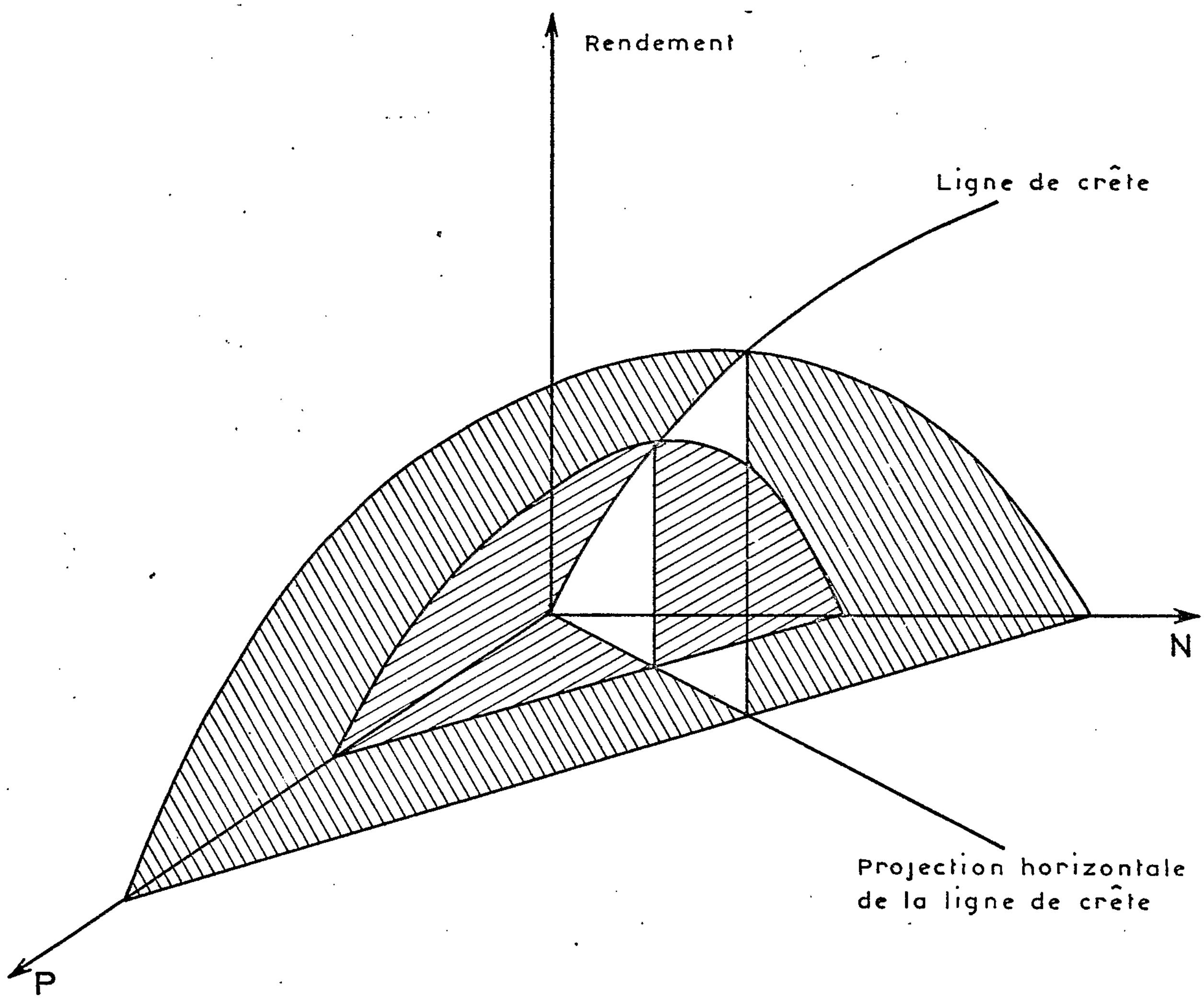

Rendement
Ligne de crête
N
Projection horizontale
de la ligne de crête
P

FIGURE 2

Volume $R = 100 + 60N + 80P - 4N^2 - 5P^2 + 5NP$

(200) VALEUR de R

× Position du sommet dans le plan vertical correspondant à $N + nP = K$

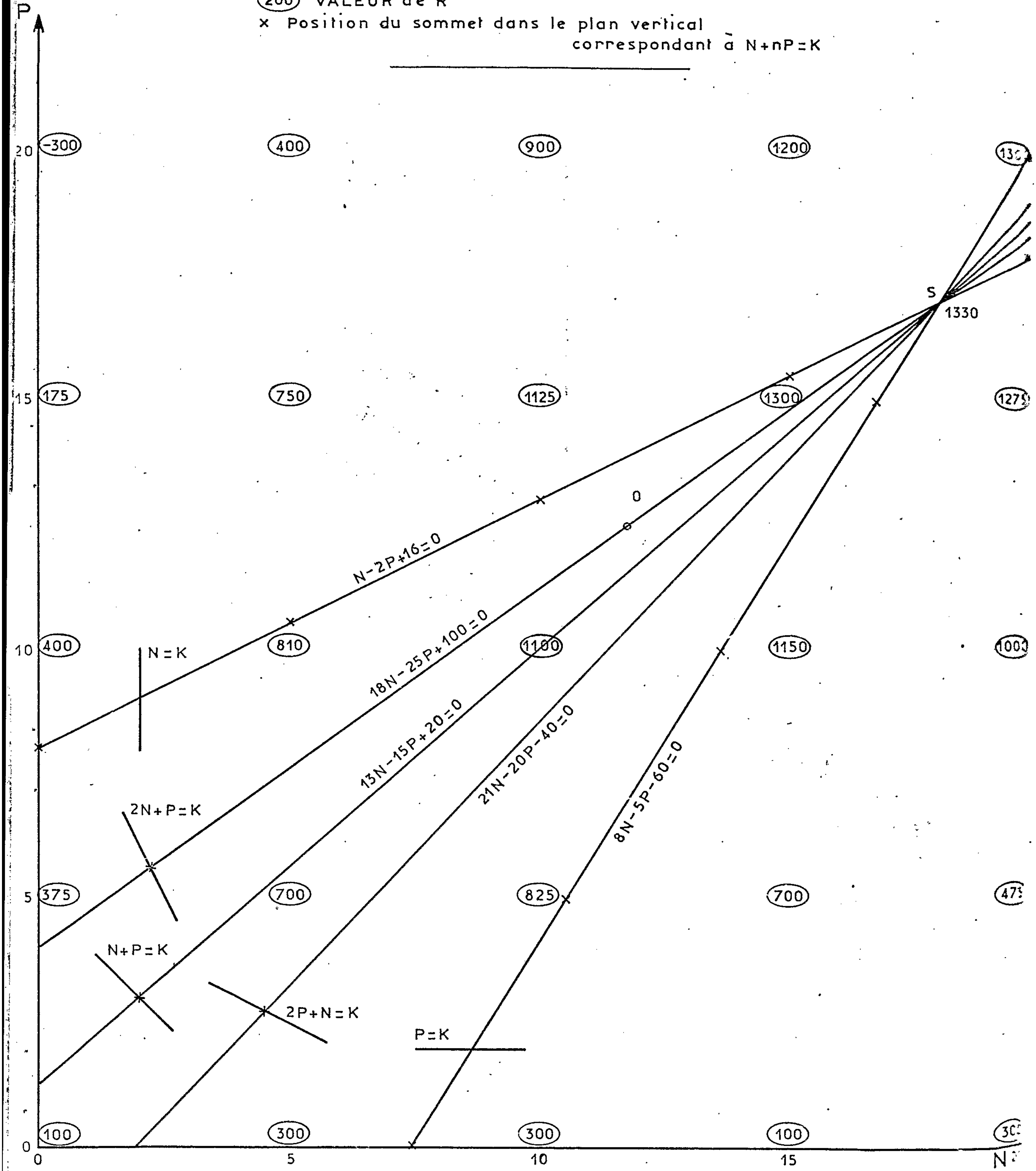


FIGURE 3

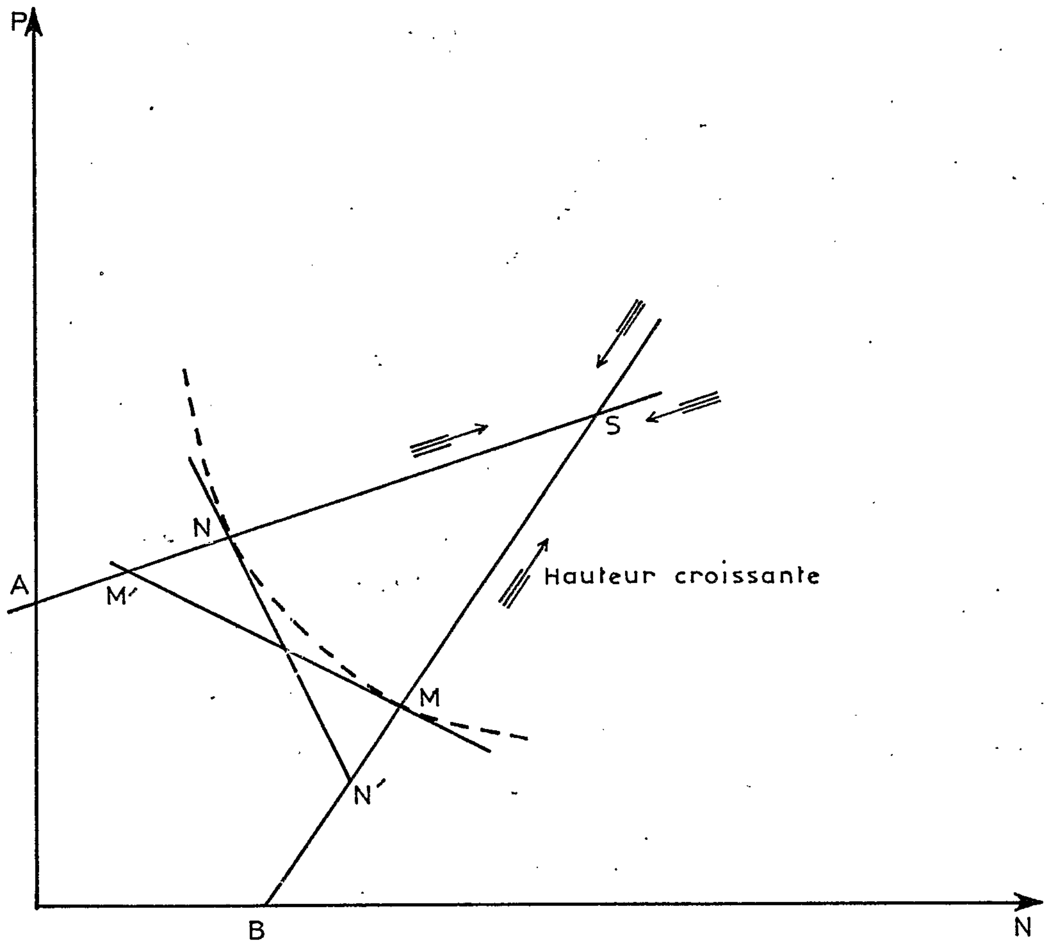
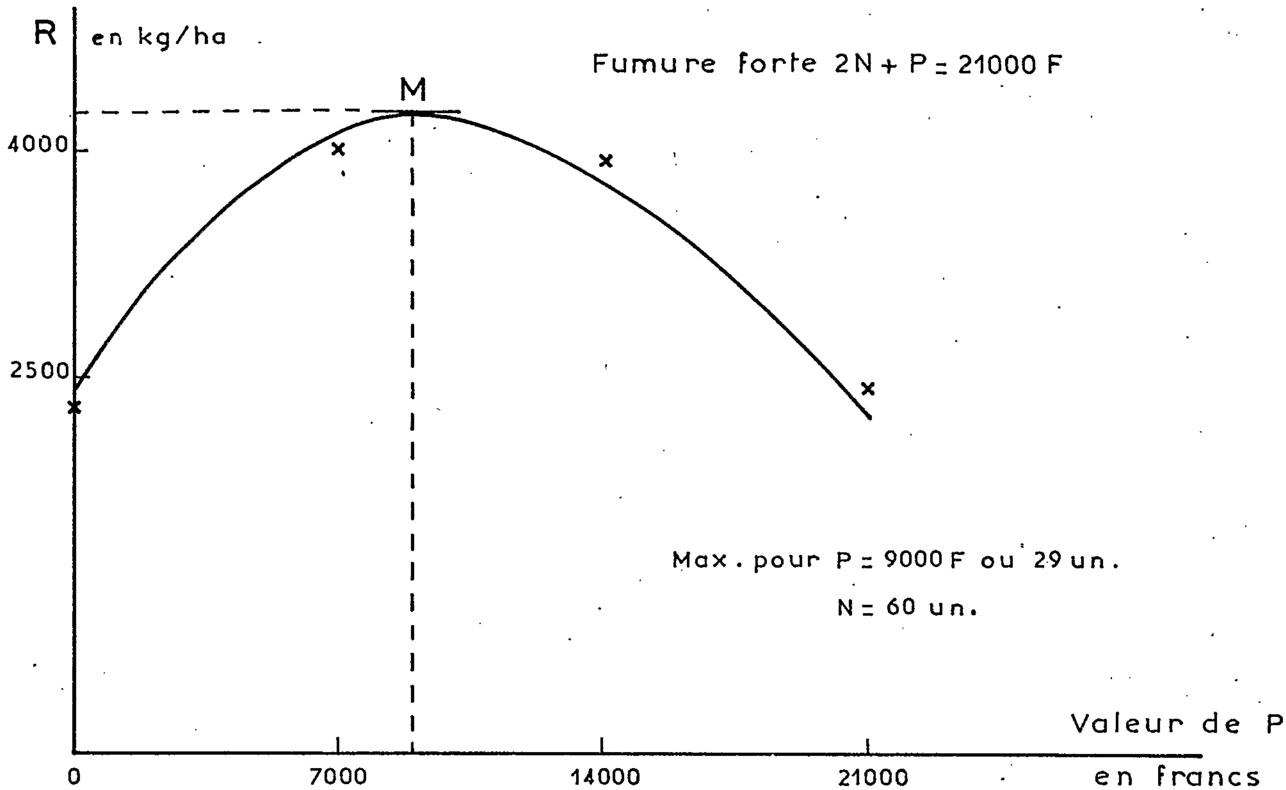


Figure 4


R en kg/ha
Fumure forte 2N + P = 21000 F
M
4000
2500
Max. pour P = 9000 F ou 29 un.
N = 60 un.
Valeur de P
en francs
0
7000
14000
21000

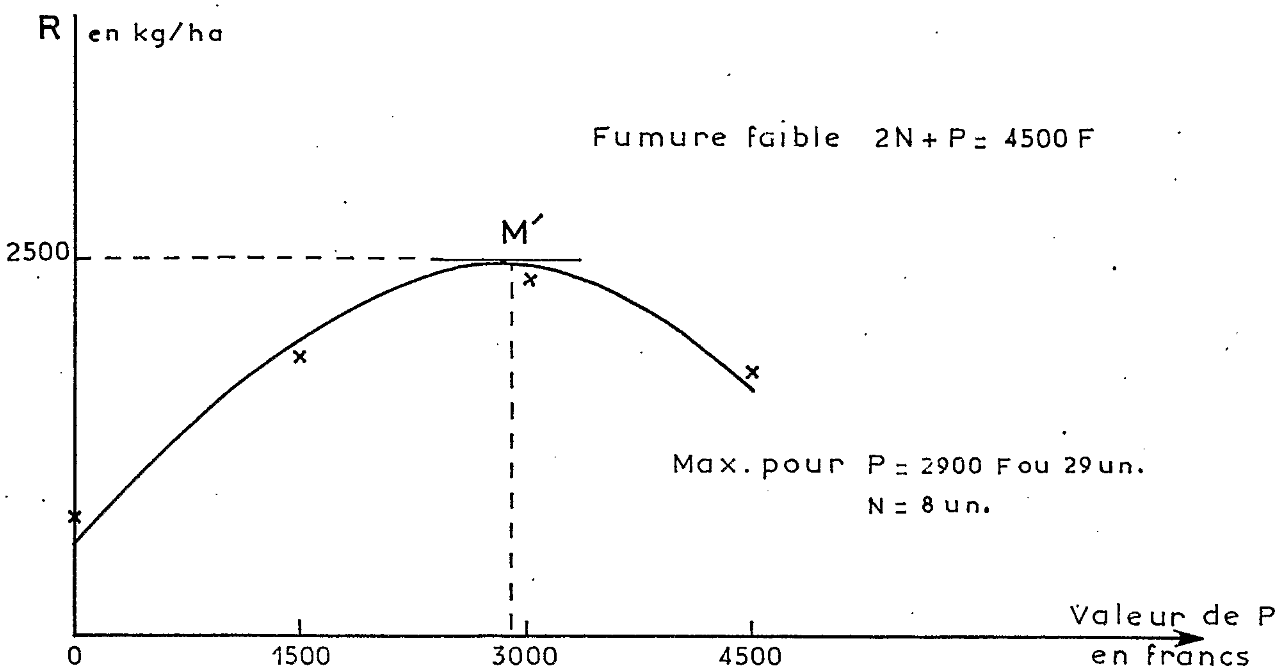

R en kg/ha
Fumure faible 2N + P = 4500 F
M'
2500
Max. pour P = 2900 F ou 29 un.
N = 8 un.
Valeur de P
en francs
0
1500
3000
4500

Figure 5

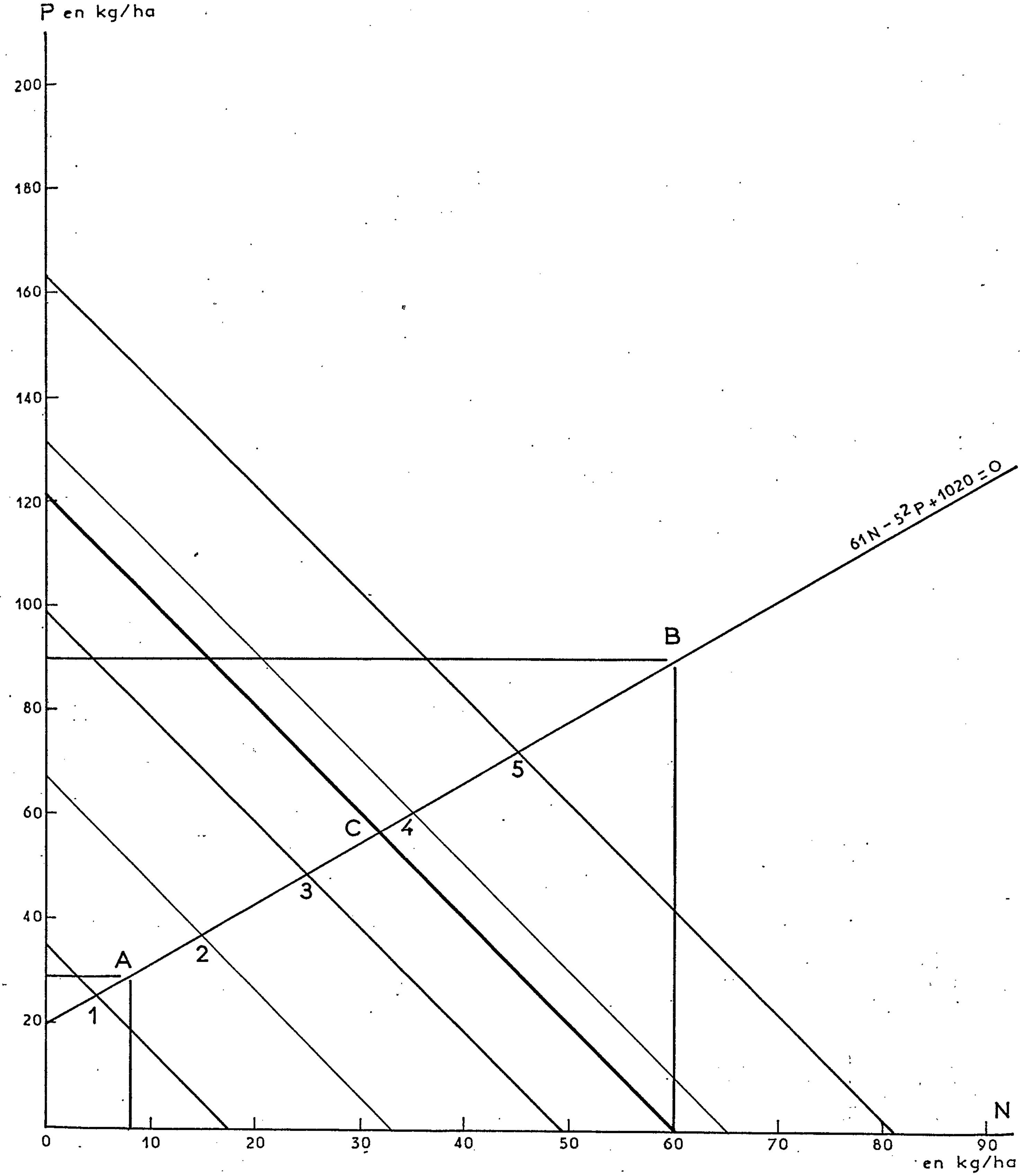
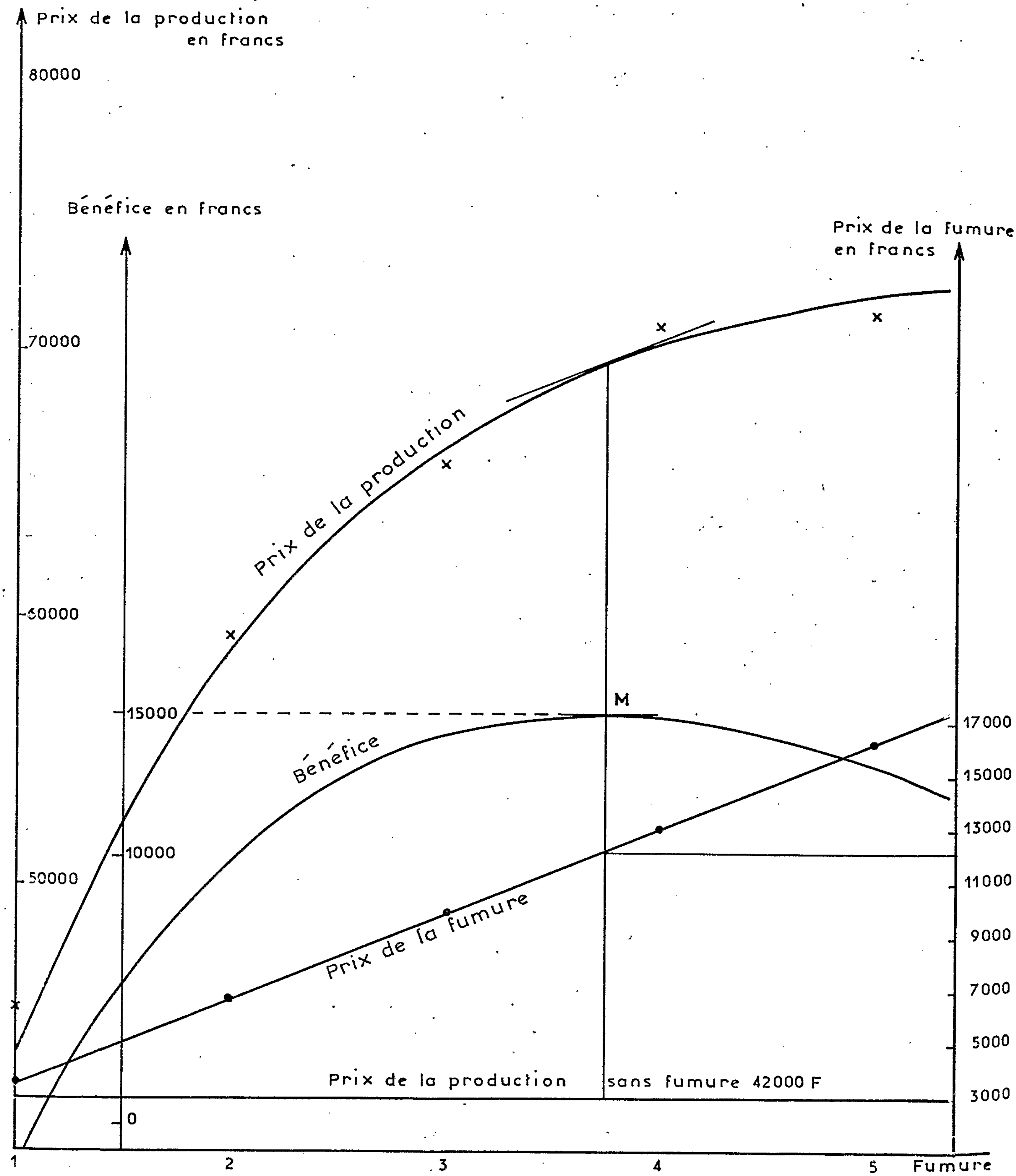

P en kg/ha
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
N
en kg/ha
61 N - 5² P + 1020 = 0
A
B
C
1
2
3
4
5

Figure 6



Prix de la production en francs
80000
70000
60000
50000
Bénéfice en francs
15000
10000
0
Prix de la fumure en francs
17000
15000
13000
11000
9000
7000
5000
3000
Prix de la production
M
Bénéfice
Prix de la fumure
Prix de la production sans fumure 42000 F
1
2
3
4
5
Fumure