

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHES DEMOGRAPHIQUEST1: Les outils de l'analyse démographiqueINTRODUCTION

"Analyser, c'est décomposer un tout en ses parties". L'observation des faits fournit des données brutes qui sont le résultat de nombreux facteurs. En traitant les données numériques d'observation, l'analyse permet de comprendre comment les phénomènes se déroulent et s'enchaînent.

Les phénomènes étudiés dans l'analyse démographique sont la mortalité, la fécondité, la nuptialité, les migrations. Ces phénomènes se traduisent par des événements qui sont les décès, les naissances, les mariages, les divorces, les migrations.

Dans l'étude de ces phénomènes extrêmement complexes et faisant intervenir de nombreux facteurs d'ordre biologique, économique, sociologique etc .., l'analyse démographique proprement dite, intervient essentiellement pour mettre en évidence l'influence du facteur temps.

Le temps apparait de trois façons différentes :

- par des périodes (Ex : les naissances de l'année 1972)
- des âges (les décès des personnes de 60 ans)
- par des durées (les divorces qui se produisent au bout de 7 ans de mariage)

Le temps est une variable continue, qui est traitée dans l'analyse démographique en constituant des classes d'un mois, d'une année, de cinq années, ... : les âges et les durées sont exprimés en années révolues, c'est-à-dire que l'on considère l'âge au dernier anniversaire et le nombre entier d'années écoulées.

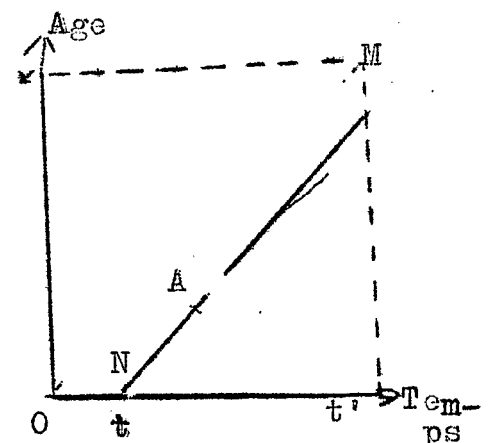
Cette variable temps privilégiée et sa mesure précisée, la démographie dispose pour mener à bien son analyse, d'outils dont les principaux sont une représentation graphique, le schéma de Lexis, et des indices (taux, quotients) et des tableaux statistiques. Ces outils sont d'ailleurs très généraux et permettent d'étudier d'autres événements tels que le servage, l'entrée à l'école ou dans la vie active, l'apparition des dents, ...

Le cours "Outils de l'analyse" comprend 3 chapitres :

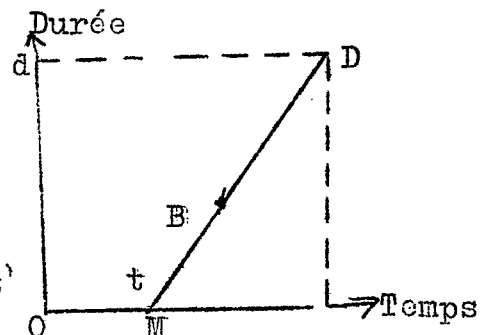
- le schéma de Lexis
- les taux et quotients
- une vue d'ensemble des phénomènes étudiés en démographie, qui montre de façon très générale la démarche suivie dans l'analyse.

### I Le schéma de Lexis

I/- L'âge d'un individu est lié au temps par une relation linéaire. On met ceci en évidence sur un graphique où le temps est porté en abscisses et les âges en ordonnées avec une échelle identique. Sur un tel schéma la "Ligne de vie" d'un individu est le segment de droite incliné à  $45^\circ$  ayant pour origine le point N de l'axe des temps, d'abscisse le jour de sa naissance,  $t$  et pour extrémité le point M d'abscisse le jour de sa mort  $t'$  et d'ordonnée l'âge exact auquel il est mort  $x$ .



2/- De même une durée est liée au temps par une relation linéaire. Ainsi sur le schéma ci-contre où les ordonnées sont des durées, le segment MD représente un mariage conclu en M à l'instant  $t$  et rompu par divorce en D, point ayant pour abscisse le jour du divorce,  $t'$  et pour ordonnée la durée  $d$  du mariage.



3/- Un évènement concernant un individu pourra être marqué d'un point sur sa ligne de vie NM ou sur le segment MD  
 Par exemple le point A (1er schéma) peut représenter le succès au certificat d'étude et le point B (2e schéma) l'achat d'une maison.  
 Tout point du schéma de Lexis représente ainsi une certaine date et un certain âge ou une certaine durée.

4/- En fait la démographie, discipline statistique ne s'intéresse pas à chaque individu pris isolément, mais à des groupes d'individus constitués pour les besoins de l'analyse. Ces groupes sont appelés "cohortes"

Les cohortes les plus utilisées sont les générations, ou groupes d'individus nés au cours d'une même année de calendrier.

L'on utilise aussi les promotions de mariage pour les individus qui se sont mariés une même année.

Un individu peut être classé de multiples façons. Ainsi une femme née en 1940, mariée en 1956, ayant eu son premier enfant en 1957, et divorcée en 1960 appartient à la génération 1940, à la promotion de mariage 1956, à la cohorte des femmes ayant eu leur premier enfant en 1957, et à la cohorte des femmes divorcées en 1956.

5/- Un triangle élémentaire du schéma de Lexis est relatif à une génération observée au cours d'une année et dont les individus qui la composent ont le même âge (en années révolues) (voir Graphique). A l'intérieur de la surface ainsi délimitée on peut porter le nombre d'évènement qui s'y produisent. Pour pouvoir isoler les évènements à l'intérieur de chaque triangle élémentaire, il faut disposer pour une année d'observation du "double classement" des évènements (sous entendu par âge et par génération)  
 Les triangles élémentaires peuvent être regroupés deux à deux de trois façons différentes (voir graphique) selon que l'on s'intéresse à

- une seule génération et une seule année d'âge
- " " " " " " " d'observation
- " " " " " " " " " " " " " " " "

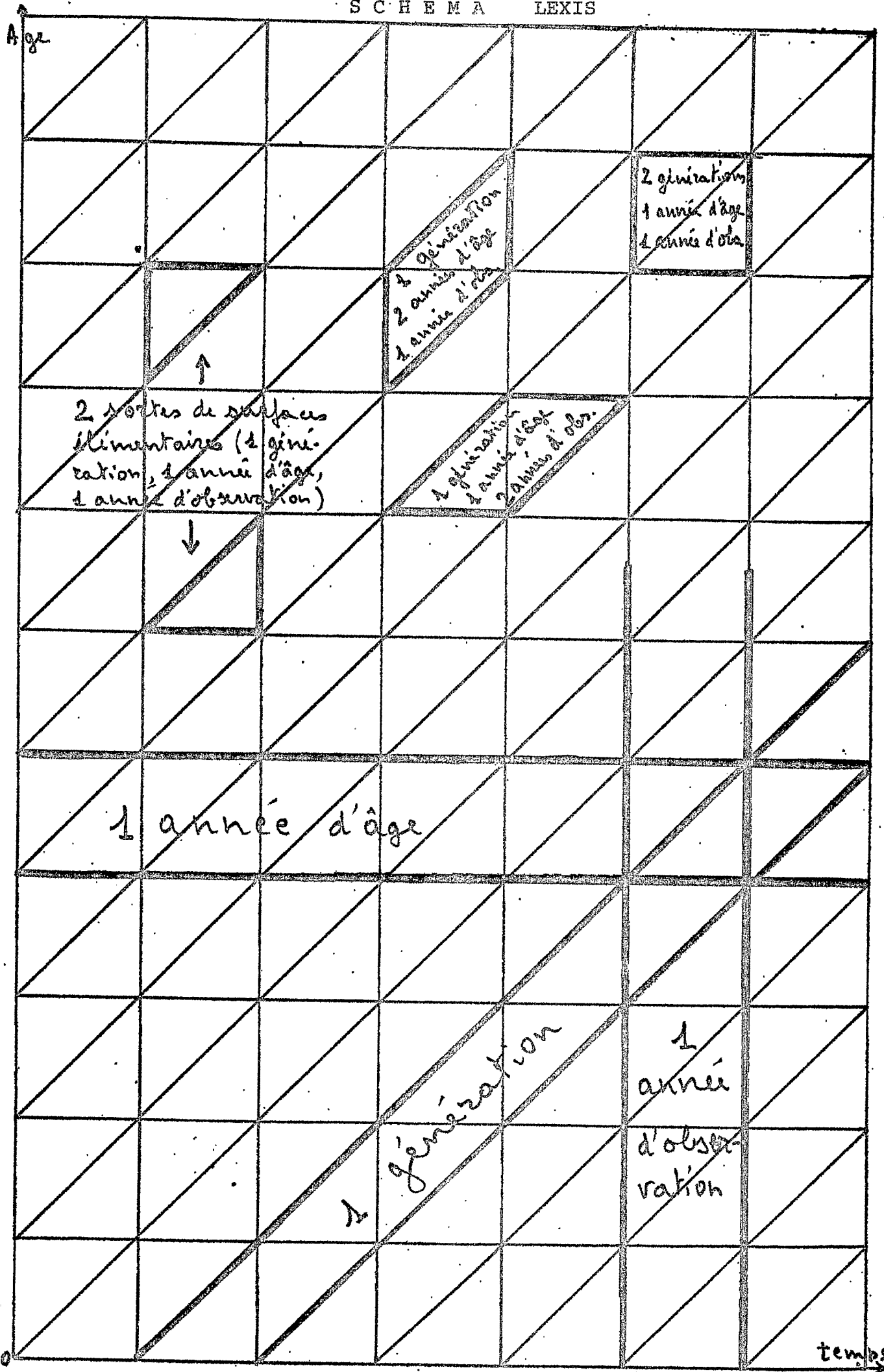
6/- L'analyse faite sur une cohorte est une analyse longitudinale  
 " " " " " " " " " " " " " " " "  
 dans une année donnée est une analyse transversale.  
 (ou dans une période de plusieurs années)

II- Les taux utilisés en démographie

I- Utilité

Les nombres absolus d'évènements ne se prêtent pas facilement aux comparaisons dans le temps et dans l'espace. Aussi on calcule des indices relatifs en rapportant ces nombres absolus à l'effectif de la population.

S C H E M A L E X I S



2/- Définitions

Un taux se calcule en rapportant un nombre annuel d'évènements à la population moyenne au cours de l'année considérée.

Un quotient est rapporté à la population initiale. On les exprime généralement en " pour mille" (noté %)

3/- Taux bruts

- Taux brut de natalité: 
$$\frac{\text{Nombre de naissances survenues une année}}{\text{Population totale moyenne au cours de cette année}}$$

- Taux brut de mortalité: 
$$\frac{\text{Nombre de décès survenus une année}}{\text{Population totale moyenne au cours de cette année}}$$

- Taux d'accroissement naturel: Différence entre les taux bruts de natalité et de mortalité.

(il est généralement exprimé en %)

- Taux brut de nuptialité: 
$$\frac{\text{Nombre de mariages survenus une année}}{\text{Population totale moyenne au cours de cette année}}$$

4/- Insuffisance des taux bruts

L'inconvénient des taux bruts est qu'il n'y a pas homogénéité entre le numérateur et le dénominateur. En effet, d'une part ce dernier comprend des effectifs non concernés par les évènements pris en compte au numérateur, d'autre part ils masquent les effets produits par les structures par âge.

On calcule donc des "taux spécialisés"

5/- -Taux global de fécondité : il est obtenu en rapportant les naissances survenues une année à la population féminine moyenne de 15-49 ans au cours de cette année.

6/- -Les taux par âge,

Taux à l'âge x (en années révolues) 
$$tx = \frac{Ex}{\frac{Px + P'x}{2}}$$
 Nombre d'évènements survenus une année concernant la population d'âge x 
$$\frac{\text{Population moyenne d'âge x au cours de cette année}}$$

7/- -Les taux par génération

Soit g la génération atteignant l'âge exact x au cours de l'année considéré.

Taux pour cette génération 
$$\frac{\text{Nombre d'évènements la concernant survenus cette année}}{\text{Population moyenne de cette génération au cours de cette année}}$$

### 8/- Quotients

Quotient à l'âge exact x =  $\frac{\text{Nombre d'événements survenus au cours d'une année d'âge pour une génération}}{\text{Population initiale de cette génération}}$

$$q = \frac{E'x}{S'x}$$

### 9/- Quotients perspectifs

Quotient perspectif pour la génération g =  $\frac{\text{Nbre d'événements survenus au cours d'une année d'observation pour cette génération}}{\text{Population de cette génération au début de l'année.}}$

$$k_x = \frac{E'x}{Px - I}$$

### 10/- Principales applications de ces définitions

#### a) Mortalité :

- généralement on calcule séparément pour chacun des deux sexes les séries de taux et de quotients.
- Le taux de mortalité infantile est en fait un quotient car les décès de moins d'un an sont rapportés aux naissances. Il peut être calculé soit pour une année d'observation, soit pour une génération :

$$m_0 = \frac{D_0}{N} \quad \text{ou} \quad m'_0 = \frac{D'_0}{N}$$

#### b) Fécondité

- seule la population féminine est considérée
- on distingue parfois la fécondité légitime de la fécondité illégitime, lorsque cette distinction apparaît nécessaire.

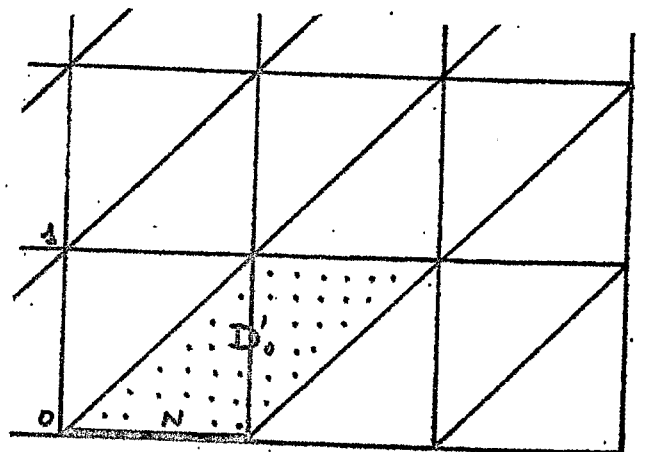
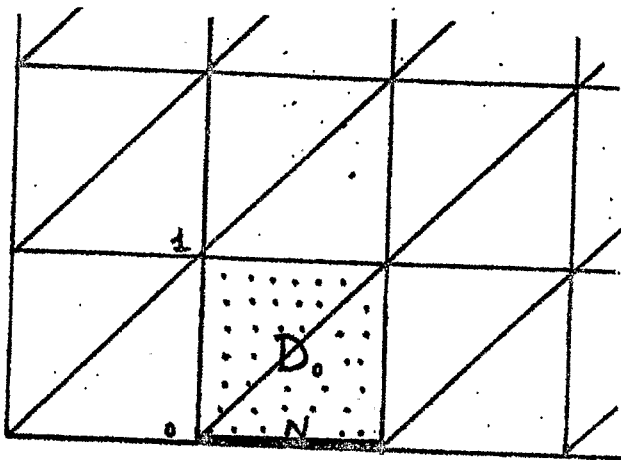
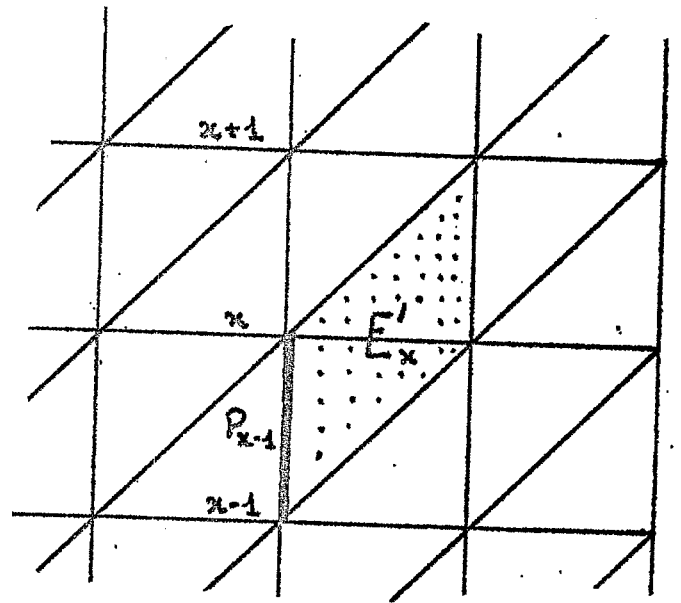
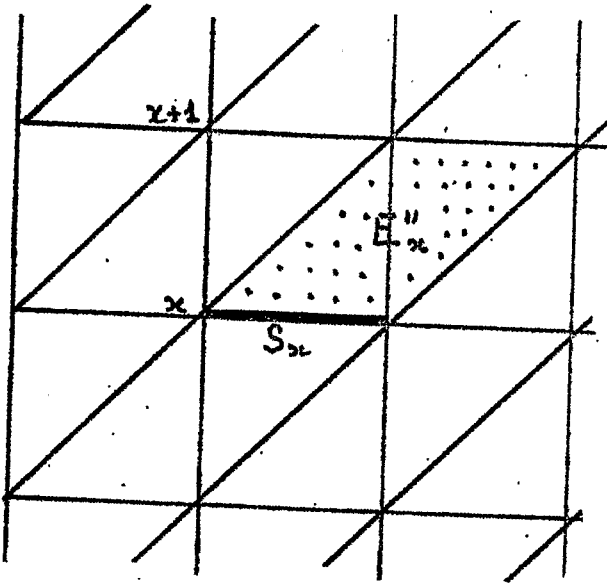
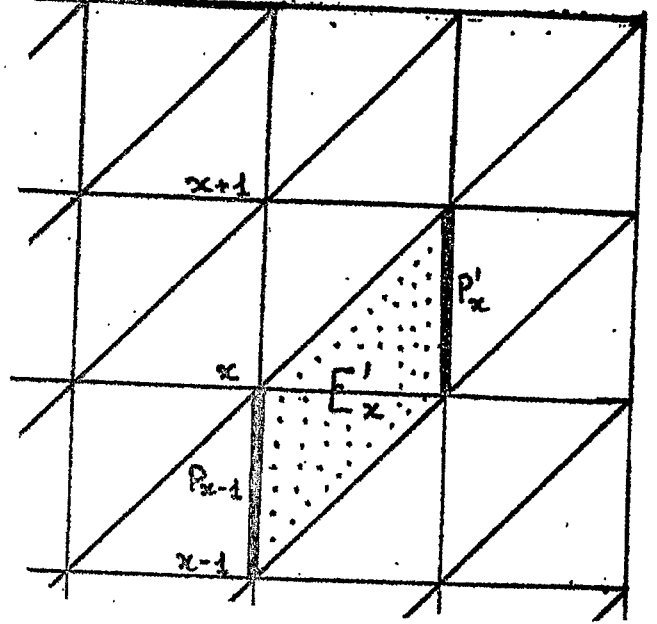
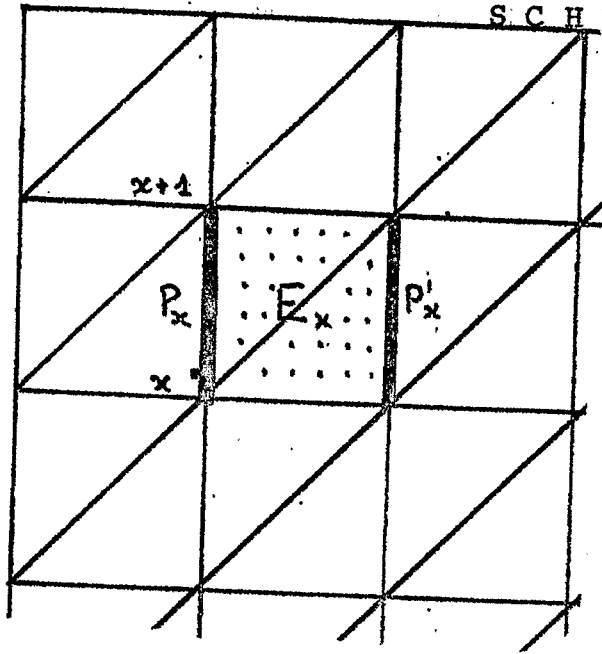
#### c) Nuptialité :

- comme pour la mortalité on considère les deux sexes séparément
- on considère parfois la seule nuptialité soit des célibataires, soit des veufs, soit des divorcés

### II/- Remarques :

- on est souvent amené à ne pas calculer de taux ou de quotients pour une seule année d'âge ou une seule génération, mais pour un groupe d'âge ou un groupe de générations (généralement groupes quinquennaux)
- pour les définitions des taux et des quotients, se reporter au graphique joint.

S C H E M A L E X I S



III - Vue d'ensemble sur les événements étudiés en démographie

1/- Il faut distinguer entre événement renouvelable et événement non renouvelable :

- Evénement non renouvelable (par nature ou par suite de l'ordre qu'on y introduit) : la naissance, la mise au monde du nième enfant, le premier mariage, la mort ;
- Evénement renouvelable (lorsqu'on n'y introduit pas d'ordre) la mise au monde d'un enfant, le mariage, le changement de profession...

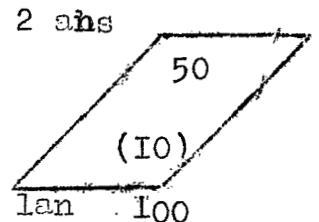
2/- De façon générale un phénomène s'étudie toujours par rapport à un phénomène antérieur qui a rendu son apparition possible. Ainsi la mort s'étudie par rapport à la naissance, la naissance de deuxième rang par rapport à la naissance de premier rang, le divorce par rapport au mariage, le remariage des veufs par rapport au veuvage, ... Pour cela, l'on constitue des cohortes d'individus ayant vécu cet événement "Origine" : ce sera par exemple la génération 1940 pour l'étude de la mortalité, la cohorte de femme ayant en leur premier enfant en 1957 pour l'étude de la naissance de deuxième rang, ...

3/- Et l'on décrit l'apparition de l'événement étudié en donnant :  
- L'intensité du phénomène par le nbre moyen d'événement par individu ou la proportion des individus de la cohorte auxquels arrive l'événement étudié (événements ou non renouvelables)  
- la distribution de la durée qui s'est écoulée entre l'événement origine et l'événement étudié (calendrier du phénomène)

4/- Pour réaliser cette analyse, une difficulté apparaît immédiatement : c'est que les phénomènes considérés ne sont jamais observés isolément. L'étude d'un phénomène à l'état pur n'est pas possible car il est perturbé par des phénomènes parasites : les migrations perturbent l'étude de la mortalité d'une génération; la mortalité perturbe l'étude de la nuptialité des célibataires; et le sevrage perturbe l'étude de la mortalité des enfants non sevrés. Ces perturbations sont bien entendu réciproques : la mortalité perturbe l'étude des migrations, la nuptialité l'étude de la mortalité des célibataires, et la mortalité l'étude du sevrage.

5/- Exemple

Dans une génération, parmi 100 enfants non sevrés atteignant leur 1er anniversaire, 50 sont sevrés et 10 meurent avant 2 ans du



L'étude intrinsèque /sevrage est perturbée par ces 10 décès, car en l'absence de mortalité, il y aurait eu plus de sevrages, et avec une mortalité différente il y aurait eu un nombre différent de sevrages : une mort prématurée empêche certains enfants d'être sevrés.

6/- Traitement du problème

L'on fait l'hypothèse que si les 10 enfants n'étaient pas morts, ils auraient été sevrés comme les autres, et l'on aurait observé parmi eux x sevrages. Soit k la proportion d'enfants qui, en l'absence de mortalité, seraient sevré avant 2 ans :

$$k = \frac{50 + x}{100}$$

Si les 10 enfants non sevrés sont morts juste avant 2 ans le nombre de sevrages observés parmi eux serait voisin de 0 en l'absence de mortalité ; si au contraire ils sont morts juste après leur premier anniversaire, le nombre de sevrage serait voisin de 10 k (d'après l'hypothèse précédente), toujours en l'absence de mortalité.

En première approximation l'on peut estimer x par la moyenne arithmétique de 0 et 10k, soit 5k.

$$\text{D'où } k_e = \frac{50 + 5k}{100} \quad \text{et} \quad k_e = \frac{50}{95} = \frac{10}{19}$$

7/-

Ce raisonnement peut être généralisé de la façon suivante : soient, dans une génération, les trois séries observées suivantes :

- $\Gamma_x$  l'effectif des enfants non sevrés d'âge exact x
- $\delta(x, x+1)$  le nombre de sevrages observés entre les âges x et x + 1
- $\zeta(x, x+1)$  le nombre de décès d'enfants non sevrés entre les âges x et x + 1.

Si l'on fait l'hypothèse d'indépendance des deux phénomènes sevrage et mortalité, c'est-à-dire si l'on suppose que les probabilités  $q_x$  et  $k_x$  pour un enfant non sevré d'être sevré et de décéder sont indépendantes, l'on peut construire le tableau de probabilités suivant :

sevrage	pas de sevrage	sevrage	Total
Mortalité			
pas de décès	$(1-q_x)(1-k_x)$	$(1-q_x)k_x$	$1-q_x$
Décès	$q_x(1-k_x)$	$q_x k_x$	$q_x$
Total	$1-k_x$	$k_x$	$1$

La probabilité  $q_x k_x$  qui se produisent à la fois un décès et un sevrage peut se décomposer en première approximation en  $\frac{q_x k_x}{2}$  sevrages suivis de décès et en  $\frac{q_x k_x}{2}$  décès qui auraient dû être suivis de sevrage.

A l'aide des données observées, l'on peut alors écrire :

$$\delta(x, x+1) = \Gamma_x \left[ (1-q_x)k_x + \frac{q_x k_x}{2} \right] = \Gamma_x \left( 1 - \frac{q_x}{2} \right) k_x$$

$$\zeta(x, x+1) = \Gamma_x \left[ q_x(1-k_x) + q_x \frac{k_x}{2} \right] = \Gamma_x \left( 1 - \frac{k_x}{2} \right) q_x$$

d'où approximativement

$$k_x = \frac{\delta(x, x+1)}{\Gamma_x - \frac{\delta(x, x+1)}{2}}$$

$$\text{et}$$

$$q_x = \frac{\zeta(x, x+1)}{\Gamma_x - \frac{\zeta(x, x+1)}{2}}$$



8/-

Grâce à la solution proposée ci-dessus, l'on peut alors à partir des séries observées, en construire de nouvelles, décrivant le phénomène étudié à l'état pur.

Dans le cas d'un évènement non renouvelable, une table donnera les effectifs des individus n'ayant pas encore vécu le phénomène aux anniversaires successifs, les nombres d'évènements se produisant entre deux anniversaires successifs, et les quotients correspondants.

Dans le cas d'un évènement renouvelable, un tableau donnera les nombres d'évènements se produisant entre deux anniversaires successifs ; une colonne supplémentaire pourra donner la somme des évènements cumulés

9/-

Seule la mort est un évènement fatal, et la série des "survivants" de la table de mortalité décroît jusqu'à 0. Pour les autres phénomènes, la série des effectifs des individus n'ayant pas vécu le phénomène considéré décroît sans s'annuler.

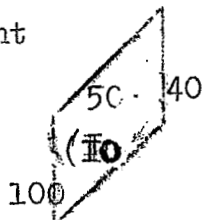
Remarque importante

Dans l'observation d'un phénomène non renouvelable dans une génération, les effectifs des individus n'ayant pas vécu l'évènement étudié décroît (d'un anniversaire au suivant ou d'un 1er janvier au suivant) du fait de la mortalité, des émigrations, et de l'apparition du phénomène.

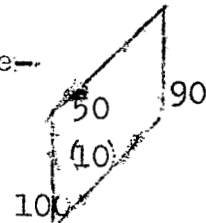
Alors que dans l'observation d'un phénomène renouvelable, cette décroissance est le seul fait de la mortalité et des migrations

Exemple

Evènement  
non renou-  
velable



Evène-  
ment  
renouve-  
lable



Dans les deux cas l'on trouve  $k=50$ . Mais dans le second cas, le dénominateur est égal à la demi-somme des effectifs encadrants :  $\frac{95}{2}$  le quotient, dans le cas d'un évènement renouvelable est un taux.

BIBLIOGRAPHIE

- CROZE (M), 1965 " Cours de démographie. Tome I"ENSAE,  
257 p
- HENRY (L.), 1964 " Leçon d'analyse démographique", CDU-  
SEDES, 127p.
- "-" 1966 " Analyse et mesure des phénomènes dé-  
mographiques par cohortes", population  
n° 3, pp 465-482
- "-" 1972 " Démographie, analyse et modèles",  
Larousse, Paris, 341p.
- PRESSAT(R) 1961 "L'analyse démographique", PUF, Paris 402p
- "-" 1966 "Principes d'analyse", INED, 153p
- "-" 1969 "L'analyse démographique" PUF, 321 p