SISMOLOGIE (DYNAMIQUE DES SYSTÈMES DE CORPS RIGIDES OU FLEXIBLES). — Ondes sismiques en termes de perturbations lagrangiennes, influence de la précontrainte.

Note de **Bernard Valette**, présentée par Georges Jobert.

Remise le 14 mai 1984.

L'objet de cette Note est d'établir les équations qui régissent les perturbations lagrangiennes d'un corps déformable autogravitant au voisinage d'un état d'équilibre. Il apparaît que la précontrainte dans le corps peut induire une forme d'anisotropie et ne peut être totalement négligée dans le cas de la Terre.

SEISMOLOGY (RIGID AND DEFORMABLE BODIES DYNAMICS). — Seismic Waves as Lagrangian Perturbations, Influence of Prestress.

In this paper our purpose is to establish the lagrangian perturbation equations for a self-gravitating deformable body in the neighbourhood of an equilibrium state. It appears that prestress may induce a kind of velocity [redacted]

Nous considérons un corps déformable repéré par un système de coordonnées curvilignes dans un espace où il est en état d'équilibre. Une déformation de ce corps autour de cette position est définie à chaque instant par une application f_t :

$$\forall a \in V, \quad a \to f_t(a) = x(a, t) = a + u(a, t) \in V_t,$$

où $u(a, t)$ est le déplacement lagrangien du point matériel a du domaine de référence V, de sa position au repos à celle qu'il occupe en $x(a, t)$ dans le domaine déformé V_t.

[redacted]

de toutes natures; Φ, la densité des forces surfaciques et χ, la dilatation surfacique [$\chi = \operatorname{div} u - \mathrm{D}u(n) . n$ au premier ordre en u].

Ces équations présentent le désavantage d'être hybrides; cela est dû au caractère mixte du tenseur de Piola-Kirchhoff qui opère sur le produit des espaces tangents en a et en x. Pour se ramener à une formulation totalement lagrangienne il convient de multiplier l'expression (3) par $(\mathrm{D}f_{ta}^{-1})^l_j$; en effet; après sommation sur j, et tenant compte de (1) nous obtenons au premier ordre en u :

(4) $$\mathrm{D}_p\,\sigma^{pl} + \sigma^{pm}\,\mathrm{D}_p\,\mathrm{D}_m\,u^l + \rho\,(\mathrm{F} - \mathrm{D}u\,(\mathrm{F}))^l = 0 \quad \text{dans V.}$$

A l'équilibre, le tenseur des précontraintes, $\sigma_0 = \mathrm{T}_0$, vérifie :

(5) $$\mathrm{D}_p\,\sigma_0^{pl} + \rho\,\mathrm{F}_0^l = 0 \quad \text{dans V}, \qquad \sigma_0\,(n) = 0 \quad \text{sur } \partial\mathrm{V}.$$

Des expressions (4) et (5) nous déduisons, supposant $\sigma - \sigma_0$ du premier ordre en u :

Au premier ordre en u :

$$g-g_0=G\int_V\left\{\frac{u'-u}{|a'-a|^3}-3\,(a'-a)\,\frac{(a'-a)\,.\,(u'-u)}{|a'-a|^5}\right\}dm'. \tag{10}$$

Il en découle l'expression habituellement utilisée :