

UTILISATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT
POUR L'ETUDE DES ANOMALIES DE LA CONDUCTIVITE EN REPUBLIQUE DU MALI

M. RITZ

O.R.S.T.O.M. Fonds Documentaire

N° : 29165, ex 1

Cote : B

M'Bour avril 1974

UTILISATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT
 POUR L'ETUDE DES ANOMALIES DE LA CONDUCTIVITE EN REPUBLIQUE DU MALI

On se propose, pour l'ensemble des stations déjà faites en Afrique de l'ouest de déterminer la structure électrique du sous-sol, à partir des seules composantes magnétiques H, D et Z.

Pour cela, nous utilisons la méthode des fonctions de transfert largement employée par PARKINSON (1959) et WIESE (1962) et perfectionnée par SCHMUCKER (1964), EVERETT et HYNDMAN (1967), COCHRANE et HYNDMAN (1970).

I. Formulation de base

1. Introduction

Nous considérons qu'il existe une relation linéaire entre les transformés de Fourier des composantes normales et anormales du champ géomagnétique, observés en un point. Cette relation peut se définir par une matrice de fonctions de transfert, telle que:

$$\begin{pmatrix} H_a \\ D_a \\ Z_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_H & h_D & h_Z \\ d_H & d_D & d_Z \\ z_H & z_D & z_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_n \\ D_n \\ Z_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

avec $Z_a = Z - Z_n$ etc. (2)

Z est la valeur observée sur l'enregistrement.

Chaque terme de la matrice est complexe, et est une fonction de la fréquence.

Un champ "normal" se définit sur une structure de conductivité homogène stratifiée horizontalement et suffisamment éloignée des discontinuités latérales, de façon à ne pas être affectée par des courants internes anormaux. La réponse à une telle station, doit être indépendante de la direction du champ horizontal et la composante verticale ne doit montrer aucune corrélation entre H ou D.

En pratique, il est difficile de trouver de telles stations. Le sous-sol est rarement disposé en couches horizontales et en général de petites perturbations existent. Quelques remarques permettent cependant, de simplifier la relation (1).

- Z_n est petit en comparaison de Z
- aucune corrélation existe entre Z_n et H_n ou D_n
- H_n et D_n peuvent être remplacés respectivement par H et D.

Ainsi, les seuls termes qui restent dans la matrice de transfert Z_a sont Z_H et Z_D qui peuvent être déterminés à partir des 3 composantes magnétiques enregistrées à une station unique. La relation (1) devient:

$$Z_a = Z_H H + Z_D D + \epsilon_Z \quad (3)$$

ϵ_Z étant la partie résiduelle, qui doit être minimisée pour avoir la meilleure estimation de la fonction de transfert (Z_H, Z_D).

Dorénavant, nous utiliserons la relation (3) sous la forme

$$Z = A H + B D + \epsilon_Z \quad (4)$$

2. Calcul de la fonction de transfert (A, B) par la méthode des densités spectrales.

On minimise la densité spectrale du résidu:


$P_{\epsilon_Z} = \epsilon_Z \epsilon_Z$; l'équation (4) est alors exprimée en fonction des spectres d'auto et de cross - corrélation. Nous obtenons:

$$A = \frac{P_{ZH} P_{DD} - P_{ZD} P_{DH}}{P_{HH} P_{DD} - P_{DH} P_{HD}} \quad (5)$$

$$B = \frac{P_{ZD} P_{HH} - P_{ZH} P_{HD}}{P_{HH} P_{DD} - P_{DH} P_{HD}} \quad (6)$$

Des expressions identiques existent pour les fonctions de transfert des composantes horizontales. Nous nous sommes limités au couple (A, B), car il est nécessaire pour avoir les fonctions de transfert horizontales, d'avoir des enregistrements simultanément avec une station normale.

3. Signification physique des relations obtenues.

L'équation (4) définit un plan  préférentiel, le long duquel les variations du champ magnétique tendent à se produire. On définit la direction de ce plan par un vecteur unité, orthogonal à ce plan (PARKINSON 1959, 1962).

En général A et B sont des fonctions complexes de la période. On définit alors la longueur du vecteur réel et son azimut

$$C_u = (A_u^2 + B_u^2)^{1/2} \quad (7)$$

$$\text{tg } \theta_u = \frac{B_u}{A_u} \quad (8)$$

avec $A = A_u + i A_v$

$$B = B_u + i B_v$$

de même pour la partie imaginaire.

Ce vecteur ainsi défini est lié au plan préférentiel, et s'éloigne des courants internes.

En général, on renverse les deux vecteurs réel et imaginaire du 180° , de façon à définir le même vecteur que celui de Parkinson. Le vecteur réel est appelé vecteur d'induction en phase, il pointe vers les concentrations anormales de courants internes. Les parties imaginaires de A et de B définissent un vecteur d'induction en quadrature de phase.

Avec cette convention, les deux vecteurs réel et imaginaire pointent, en principe, tous les deux vers les conducteurs. Pour le vecteur réel, le flux de courant, dans le conducteur, est en phase avec le champ normal. Les vecteurs d'induction en quadrature de phase sont plutôt associés à des anomalies de surface, les vecteurs en phase à des anomalies plus profondes.

On peut également représenter la fonction de transfert (A, B) par une ellipse dont la longueur des axes est R_M et R_m . L'azimut du grand axe de cette ellipse est obtenu en annulant l'expression suivante:

$$R^2 = (A \cos \theta + B \sin \theta) (A^* \cos \theta + B^* \sin \theta) \quad (9)$$

L'azimut θ_m est alors:

$$\operatorname{tg} 2\theta_m = \frac{A B^* + A^* B}{A A^* - B B^*} \quad (10)$$

Si une zone de haute conductivité se trouve près de la station, le grand axe de l'ellipse pointe alors au centre de cette zone.

L'excentricité de cette ellipse donne également un renseignement sur la nature de la structure. Dans le cas d'une structure à deux dimensions, l'ellipse dégénère en une ligne droite perpendiculaire à la direction de l'anomalie conductrice.

3. Calcul du champ vertical normal.

Si nous voulons, pour déterminer la structure électrique du sous-sol, utiliser la méthode des S.G. (M. RITZ: Sondages M.T. et S.G. en République du Mali, N° Bour, 1974), il est nécessaire de connaître le champ normal Z_n . Or, d'après l'équation (2):

$$Z_n = Z - Z_a$$

Or, d'après l'équation (4)

$$Z_a = A H + B D$$

d'où:

$$Z_n = Z - A H - B D$$

En utilisant les densités spectrales, nous obtenons:

$$P_{ZnZn} = P_{ZZ} - A P_{HZ} - B P_{DZ} \quad (11)$$

Le champ normal ainsi trouvé, est voisin de celui observé, s'il n'y avait pas des discontinuités latérales.

Nous définissons également ϵ_z telle que:

$$\epsilon_z = \left(\frac{P_{ZnZn}}{P_{ZZ}} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Le résidu ϵ_z de l'équation (3) représente le degré moyen de corrélation entre les parties normales et anormales des variations géomagnétiques observées à une station donnée. Plus cette corrélation est faible, meilleure est l'estimation faite pour l'équation (3).

Pour le vecteur d'induction, nous pouvons définir alors, un cercle de confiance de rayon:

$$\rho = C \epsilon_z \quad \text{avec } C = (C_u^2 + C_v^2)^{1/2} \quad (13)$$

II. Application à la station de Kobala (République du Mali).

Nous avons calculé la fonction de transfert (A,B) pour la station de Kobala (près de Bamako), à partir des densités spectrales d'orages modérés. Les enregistrements ont une durée d'environ 15 heures. Nous avons utilisé un pas de digitalisation de 1,5 minutes. Les enregistrements ont été obtenus à l'aide du variographe ASKANIA GV3 (vitesse 20 mm/h).

Sur la figure 1, sont représentés les résultats concernant la fonction de transfert (A,B).

Les figures 1 a et 1 b représentent le module et l'azimut du vecteur d'induction en phase.

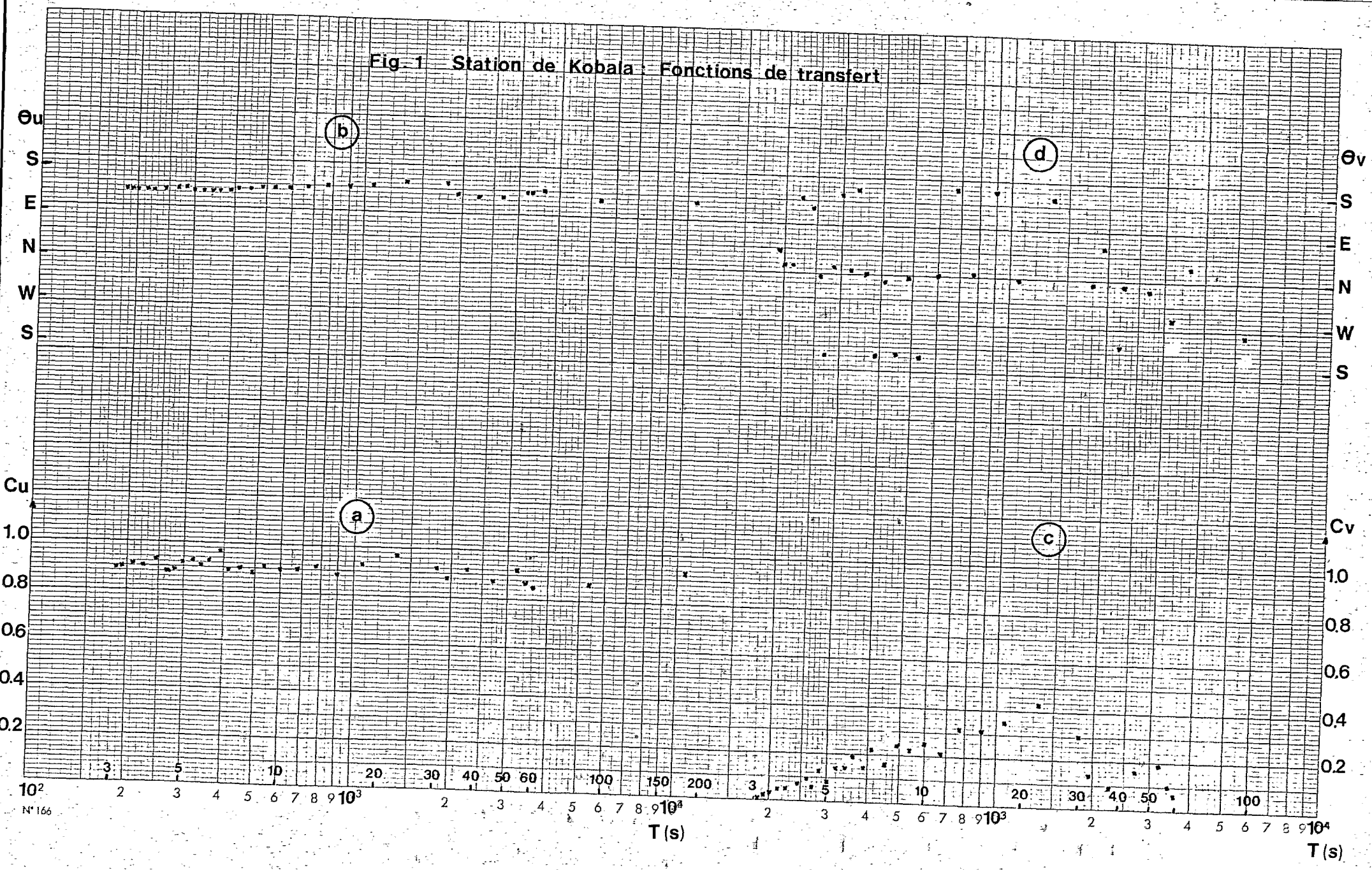
Les figures 1 c et 1 d représentent le module et l'azimut du vecteur d'induction en quadrature de phase.

Les vecteurs d'induction n'ont pas été renversés de 180° . Les amplitudes et les azimuts de ces vecteurs sont représentés en fonction de la période exprimée en secondes et en minutes. L'azimut est compté à partir du nord magnétique, positivement vers l'est.

On constate (fig. 1 b) que l'azimut du vecteur croît légèrement entre 3 et 200 minutes, avec un maximum à 160° pour une période de 25 minutes, les valeurs extrêmes sont voisines de 135° . Le vecteur imaginaire présente une dispersion considérable (fig.1d). Cependant les vecteurs imaginaires ont un azimut différent de celui des vecteurs réels et seraient donc associés à une autre anomalie de la conductivité qui serait en surface. L'anomalie correspondante à la partie réelle serait plus profonde.

Le module C_u du vecteur réel fluctue autour d'une valeur moyenne voisine de 0,90 entre 3 et 200 minutes. L'amplitude du

Fig. 1 Station de Kobala : Fonctions de transfert



N°166

vecteur imaginaire est faible, indiquant que les variations du champ vertical sont en phase avec les variations horizontales.

La fonction de transfert (A,B) présente un maximum pour la période de 25 minutes, aussi bien pour les modules C_u et C_v que pour les azimuts θ_u et θ_v .

En comparant les données expérimentales, avec celles obtenues à l'aide d'un modèle à deux dimensions (JONES et PRICE 1970) nous pourrions en déduire la structure de la conductivité.

Nous nous proposons ainsi, pour chaque station de déterminer leur fonction de transfert (A,B). L'analyse de ces fonctions sur tout le profil, pour une certaine période, nous permettra de voir s'il existe de grandes anomalies magnétiques en Afrique de l'ouest.

Remarque:

Si l'on compare ces résultats (vecteur réel), avec ceux obtenus par les méthodes de WIESE ou de PARKINSON, on constate une nette différence dans la direction et le module de la flèche d'induction (M. RITZ: Sondages M.T. et S.G. en République du Mali, M^e Bour, avril 1974).

Nous avons trouvé en utilisant ces méthodes, une amplitude du vecteur de 0,64 et un azimuth de 102° (par rapport au nord magnétique), et ceci pour des phénomènes du type baie (périodes comprises entre 30 et 90 minutes).

Cette différence est sans doute le fait, que nous avons utilisé au cours du dépouillement manuel, un très petit nombre de baies pour le calcul de la flèche de WIESE.

Références:

Cochrane, N.A. and Hyndman, R.D., 1970. Can. J. Earth Sci.,
7: 1208.

Everett, J..E. and Hyndman, R.D., 1967. Phys. Earth Planet.
Inter., 1: 24.

Parkinson, W.D., 1959, Geophys. J., 2: 1

Parkinson, W.D., 1962, Geophys. J. 6: 441

Schmucker, U., 1964. J. Geomagn. Geoelectr., 15: 193.

Schmucker, U. 1970. Bull. Scripps Inst. Oceanogr. Univ.
Calif., 13.

Wiese, H., 1962 Geofis. Pura Appl., 52: 83