

OFFICE de la RECHERCHE
SCIENTIFIQUE et TECHNIQUE
OUTRE-MER

Service Hydrologique

Les CARACTERES PHYSIQUES et MORPHOLOGIQUES
des BASSINS VERSANTS

Leur DETERMINATION avec une PRECISION ACCEPTABLE

par

Pierre DUBREUIL

PARIS, Mars 1966

C.N.R.S. Fonds documentaire

N° : 32851

Cote ^{ord} B

S O M M A I R E

	page
<u>INTRODUCTION</u> -	1
I - <u>CARACTERES PHYSIQUES et MORPHOLOGIQUES des BASSINS</u> -	2
1.1 - <u>Caractères physiques</u>	2
1.2 - <u>Caractères morphologiques</u>	4
II - <u>METHODES de MESURE des CARACTERES PHYSIQUES et MORPHOLOGIQUES</u> -	6
2.1 - <u>Photographies aériennes et cartes</u>	7
2.2 - <u>Rappel ou description sommaire des procédés de mesure</u>	7
III - <u>CONDITIONS d'OBTENTION d'une PRECISION ACCEPTABLE</u> -	12
3.1 - <u>Règles de calcul des caractères physiques :</u>	12
3.1.1 - Surface A et périmètre P	12
3.1.2 - Correction éventuelle de distance	14
3.1.3 - Indice de compacité C et longueur du rectangle équivalent L	16
3.1.4 - Indice de pente I_p	17
3.1.5 - Indice de pente global I_g	19

	page
3.2 - <u>Règles de calcul des caractères morphologiques</u> :	20
3.2.1 - Nombre de cours d'eau N_x et rapport de confluence R_c	20
3.2.2 - Longueur moyenne des cours d'eau $\overline{L_x}$ et rapport de longueur R_l	20
3.2.3 - Densité de drainage D_d	21
<u>CONCLUSION</u> -	23
<u>BIBLIOGRAPHIE</u> -	

Cette note s'inscrit dans le cadre d'une étude générale de l'influence des caractères physiques et morphologiques des bassins versants sur l'écoulement (nature, forme, importance) à l'issue de ces bassins.

Bien que l'étude de l'écoulement se limite aux surfaces versantes inférieures à quelques centaines de km², les conclusions de la note ont une portée générale.

On rappelle d'abord brièvement les définitions des principaux caractères physiques de bassin qu'il est nécessaire et vraisemblablement suffisant de connaître.

On s'attache ensuite à examiner les méthodes de détermination de ces caractères et à mettre en évidence les erreurs de mesure probables.

Une erreur maximale étant choisie, on peut alors donner les règles pratiques de calcul de ces caractères.

Un travail analogue est ébauché pour quelques facteurs morphologiques sélectionnés dont l'emploi est susceptible de faciliter la synthèse régionale de l'étude d'écoulement mentionnée.

I - CARACTERES PHYSIQUES et MORPHOLOGIQUES des BASSINS -

Il s'agit de manière restrictive des seuls caractères préhensibles à l'examen de la carte altimétrique du bassin (photos aériennes ou carte planimétrique suffisent pour certains) à l'exclusion donc des caractères du sol et du sous-sol qui feront l'objet d'une note ultérieure.

1.1 - Caractères physiques :

Les caractères physiques d'un bassin sont très nombreux. On s'est attaché à ne retenir que ceux qui pouvaient s'exprimer par un nombre ; ainsi les courbes hypsométriques et les graphiques de profil en long ont-ils été écartés, certains caractères numériques choisis pouvant prétendre apporter une information équivalente.

Dans un bassin versant, on peut retenir 3 caractères physiques principaux :

- la surface A
- l'indice de compacité, ou coefficient de forme C
- l'indice de la pente I_p

un caractère secondaire, l'indice de pente global I_g , et 3 caractères intermédiaires de calcul : le périmètre P, la dénivelée totale D et la longueur du rectangle équivalent L.

La plupart de ces caractères physiques sont classiques et bien connus. On rappelle simplement ici leur formule d'établissement :

L'indice de compacité $C = 0,28 P.A^{-1/2}$; il est égal à 1 pour un bassin de forme circulaire et croît à mesure que la déformation s'accroît.

Le rectangle équivalent au bassin a même surface, même périmètre (donc même indice de compacité) et même hypsométrie. Ses côtés, longueur L et largeur l, sont tels que $L.l = A$ et $2(L + l) = P$. Ils sont égaux quand le bassin a la compacité d'un carré, alors $C = 1,12$. Moins de 3 % des bassins étudiés ont une meilleure compacité, ce qui justifie l'emploi du rectangle équivalent dont la formulation est plus simple que celle du cercle équivalent ; l'assimilation physique à un cercle est, en outre, plus irréaliste que celle à un rectangle.

$$\text{On a : } L = A^{1/2} \frac{C}{1,12} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{1,12}{C}\right)^2} \right]$$

L'indice de pente I_p a été défini par M. ROCHE. On le calcule en appliquant la relation :

$$I_p = L^{-1/2} \sum_{i=1}^n (a_i d_i)^{1/2}$$

dans laquelle : a_i représente la fraction en % de la surface A comprise entre les courbes de niveau voisines c_i et c_{i-1}

$d_i = c_i - c_{i-1}$ dénivelée entre les 2 courbes de niveau voisines cotées c_i et c_{i-1} .

Nous avons déjà défini l'indice de pente global I_G (2). Rappelons qu'il ne s'agit pas d'un indice de pente précis (c'est I_p) mais d'un indice simple que l'on calcule à l'estime rapidement au vu de la carte altimétrique sans tracer la courbe hypsométrique (dont I_p est la formulation algébrique) et qui est destiné à permettre rapidement :

- a) de situer un bassin donné dans une échelle de pente,
- b) de comparer entre eux plusieurs bassins,

opérations utiles au stade de l'implantation ou de la présynthèse, ou encore de l'extension analogique des résultats à d'autres bassins.

Le calcul de I_G est simple : $I_G = \frac{D}{L}$.

La dénivelée D est prise égale à celle qui sépare les altitudes ayant approximativement 5 % de la surface du bassin au-dessus et au-dessous d'elles ; H_5 et H_{95} se déterminent à l'estime visuelle : $D = H_5 - H_{95}$.

L'unité de base du calcul de tous ces caractères est le kilomètre ; P , L , l , d_i s'expriment en kilomètres, A en km^2 , C et I_p sont des nombres sans dimension.

Seul I_G fait exception ; pour être plus parlant cet indice s'exprime en m/km ou en ‰ unité usuelle des mesures de pente ; pour cela, D est pris en mètres et L en km .

1.2 - Caractères morphologiques :

Les géomorphologues américains (HORTON, LEOPOLD, MILLER, STRAHLER, SCHUMM etc...) ont établi de nombreuses "formules" exprimant généralement des liaisons statistiques observées entre divers caractères morphologiques et physiques des lits et des bassins (3, 4).

Il n'est pas dans notre propos de les présenter tous. Leur utilité dans l'analyse hydrologique reste à démontrer ; nombre d'entrées concernent plus particulièrement la forme et l'évolution des thalwegs (érosion, alluvionnement, sapement latéral..). Nous avons fait une sélection des caractères géomorphologiques des bassins les plus aptes a priori à servir la synthèse hydrologique ; mais cette sélection n'est qu'une hypothèse de travail à même d'être modifiée ultérieurement.

Nous proposons donc de calculer pour tous les bassins représentatifs et expérimentaux de l'ORSTOM les 3 caractères suivants :

- rapport de confluence : R_c

- rapport de longueur : R_l
- densité de drainage : D_d

ce qui implique la détermination de termes intermédiaires :

- l'ordre x des divers thalwegs (s pour le thalweg principal),
- le nombre N_x de cours d'eau d'ordre x ,
- la longueur moyenne $\overline{l_x}$ des cours d'eau d'ordre x .

La classification des thalwegs est assez délicate. Nous adopterons le schéma de HORTON, selon lequel un thalweg élémentaire sans affluent est d'ordre 1 ; tout cours d'eau ayant au moins un affluent d'ordre 1 est d'ordre 2, un affluent d'ordre x est d'ordre $x + 1$... etc ... (exemple du graphique 1). Un thalweg garde son ordre depuis sa source ; à un confluent, on lève l'indécision en donnant l'ordre supérieur au plus long des 2 affluents formateurs. Il y a là une imprécision qui a été tournée par SCHUMM dont la classification donne l'ordre x à un tronçon de rivière formé de 2 affluents ($x - 1$). Les "lois" de HORTON ne se vérifiant que d'après sa classification, nous adopterons celle-ci pour le moment :

Les formules des rapports sont simples :

$$R_c = \frac{N_x}{N_{x+1}} \quad \text{et} \quad R_l = \frac{\overline{l_x}}{\overline{l_{x-1}}}$$

Le rapport de confluence R_c est le rapport entre le nombre de cours d'eau d'ordre x et ($x + 1$) ; le rapport de longueur R_l est le rapport entre la longueur moyenne des cours d'eau d'ordre x et ($x - 1$). Evidemment, on a :

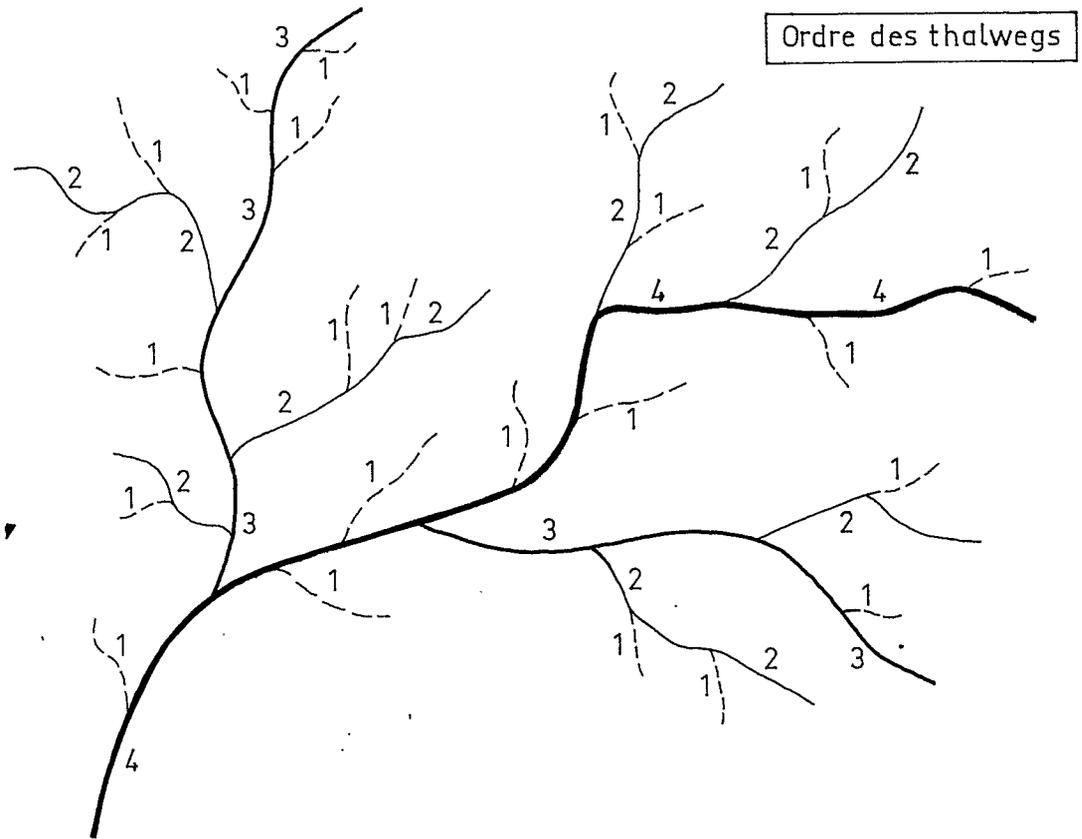
$$\overline{l_x} = \frac{\sum l_x}{N_x}$$

La densité de drainage D_d s'exprime comme étant le rapport de la longueur totale des thalwegs d'un bassin à sa surface :

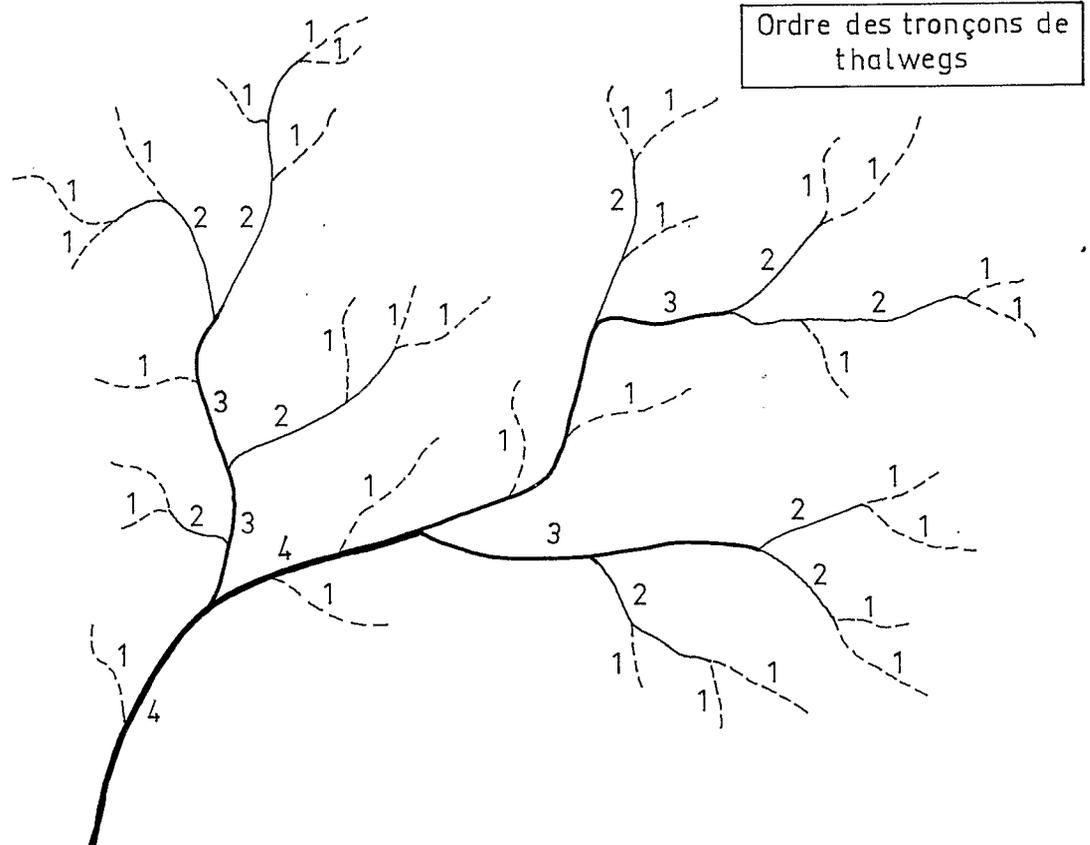
$$\frac{\sum \overline{l_x}}{A} \quad \text{avec par conséquent} \quad L_x = N_x \cdot \overline{l_x}$$

CLASSIFICATION DE HORTON

Gr.1



CLASSIFICATION DE SCHUMM



Les rapports R_c et R_l expriment simplement que le nombre des cours d'eau de chaque ordre forme, dans un bassin, une série géométrique inverse, et que les longueurs moyennes s'ordonnent selon une série géométrique directe. Ces "lois" de HORTON ne sont que des ajustements à des résultats observés sur échantillons et constituent donc simplement une tendance moyenne qui, pour un bassin donné, peut admettre une certaine dispersion. Le contrôle de cette dispersion et de la justesse de l'ajustement pour les cours d'eau intertropicaux est l'un des objectifs que nous visons en décidant la mesure systématique des caractères morphologiques choisis.

II - METHODES de MESURE des CARACTERES PHYSIQUES et MORPHOLOGIQUES -

Nous allons ici passer en revue les moyens matériels dont on dispose pour mesurer ces caractères (photographies aériennes et cartes) ainsi que les appareils et procédés employés à cet effet.

Les opérations de mesure sont de trois types :

- a) simple décompte,
- b) mesure de longueur au curvimètre,
- c) mesure de surface au planimètre.

Les notions d'échelle du document et de fidélité de l'échelle sur les reproductions de ce document, sont donc très importantes. Le contrôle de cette fidélité doit être fait à chaque fois que l'on emploie une nouvelle reproduction de carte ou de plan. Ainsi s'élimine l'erreur sur la grandeur de référence, comme s'élimine l'erreur d'étalonnage en contrôlant avant usage planimètre et curvimètre sur des bases connues.

2.1 - Photographies aériennes et cartes :

Le tableau 1 récapitule les caractéristiques d'échelle et de représentation de l'altimétrie des principales cartes publiées à ce jour par l'Institut Géographique National sur lesquelles la mesure des caractères physiques et morphologiques peut et doit se faire.

Toutes ces cartes ne couvrent ni la totalité de la FRANCE ni celle des pays d'OUTRE-MER ; il y a des lacunes et souvent n'existent encore que les fonds planimétriques. Le recours aux photographies aériennes peut être nécessaire. Or l'échelle de ces dernières varie avec la position de l'avion lors du vol de prise de vues ; elle doit donc être contrôlée soit à l'aide de la carte restituée soit à partir d'une base-repère au sol avant toute mesure. Ce travail est à refaire au moins pour chaque bande de photographies (une bande correspond à un passage de l'avion).

2.2 - Rappel ou description sommaire des procédés de mesure :

Au planimètre se mesurent la surface A du bassin et ses fractions a_i comprises entre courbes de niveau voisines (on mesure plus exactement les aires d'altitude supérieure ou inférieure à la cote C_i , en procédant par cumul).

Au curvimètre se mesurent le périmètre P et la longueur L_x des cours d'eau d'ordre x .

Pour la mesure du périmètre P , il faut styliser le dessin du contour du bassin en éliminant dentelures et festons qui n'ont aucune influence sur les temps de l'écoulement (d'autant plus longs que l'indice de compacité est élevé, toutes choses égales par ailleurs) et accroissent la valeur du périmètre. Ces irrégularités du contour dépendent de la minutie apportée au tracé du contour et leur dessin est donc très variable.

TABLEAU 1

Caractéristiques des principales cartes
de l'Institut Géographique National (IGN)

Pays	Echelle de cartes	Equidistance des courbes de niveau (m)			Observations
		plaine	en général	montagne	
FRANCE	10 000		5		cartes locales
	20 000		5 ou 10		Proj. Lambert
	25 000		5 ou 10		Dérivée de la 20 000
	50 000	5	10	20	"
	100 000		20	40	"
	250 000	20	40	80	"
	80 000	10	20	40	Proj. Bonne - noire
	200 000		20	40	Dérivée du 80 000
Afrique de l'Ouest	50 000		20		sporadique
	100 000		20		sporadique
	200 000		20 ou 25	50	
Afrique Centrale	50 000		20		sporadique
	100 000		20		sporadique
	200 000		40		
MADAGASCAR	50 000		25 ou 50		sporadique
	100 000		25 ou 50		

TABLEAU 1 (suite)

Pays	Echelle de cartes	Equidistance des courbes de niveau (m)			Observations
		plaine	en général	montagne	
REUNION NOUVELLE-CALEDONIE POLYNESIE	50 000		20		
GUYANE	50 000 100 000 200 000		20 25 ou 50 50		sporadique
GUADELOUPE	20 000 50 000		5 ou 10 20		
MARTINIQUE	20 000 50 000		10 20		

Il faut aussi tenir compte de l'augmentation fictive du périmètre dans les bassins où l'un des thalwegs principaux revient sur sa direction initiale après une série de coudes. Le graphique 2 montre l'intérêt et la nature de la stylisation du contour ainsi que le cas du bassin replié sur lui-même.

La mesure des caractères morphologiques n'offre pas de difficultés si elle s'effectue sur photographies aériennes. Mais sur carte, il y a 2 risques inhérents à la fidélité de transcription du cartographe et à l'échelle de la carte :

a) Certains cours d'eau d'ordres inférieurs (1, 2...) peuvent être omis dans le report d'autant plus que l'échelle est petite.

Selon F. HIRSCH (4) la fidélité de transcription sur les cartes de FRANCE donne la correspondance moyenne suivante entre l'ordre vu sur la carte et l'ordre réel, que révèle la photographie aérienne.

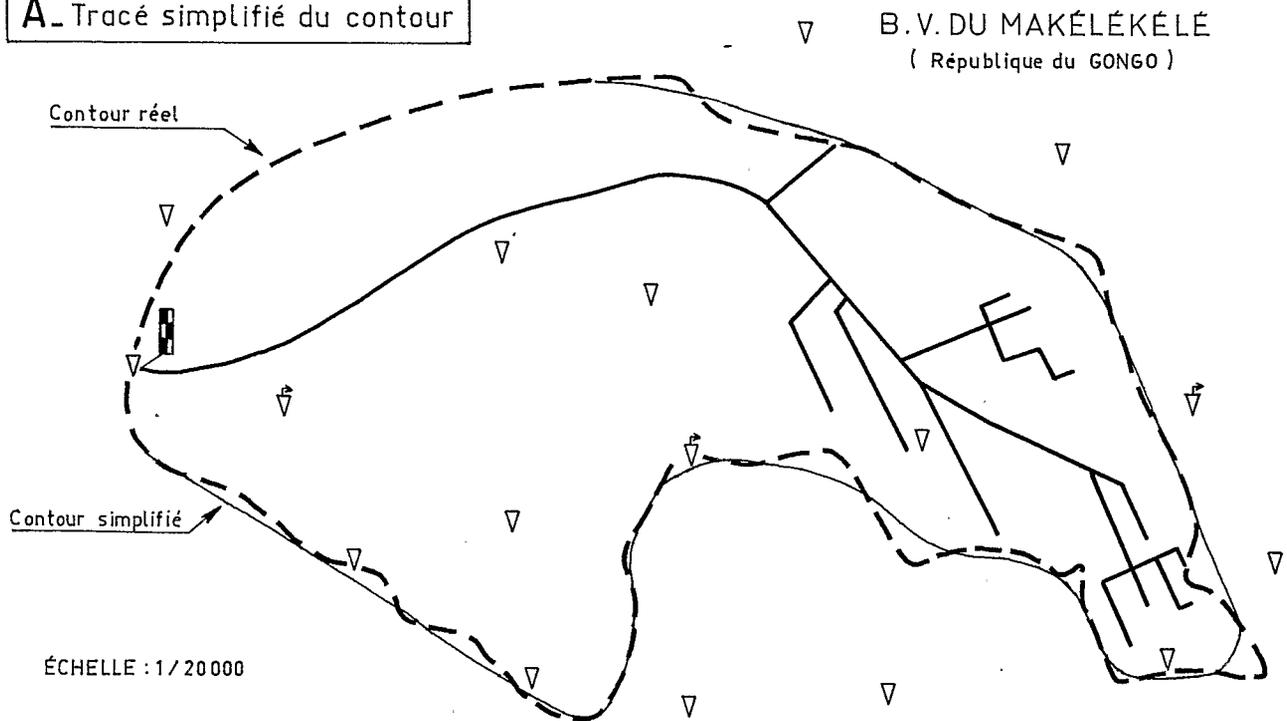
Ordre lu sur la carte	Carte	Ordre réel
1	20 000	2
1	50 000	3
1	100 000	4
1	200 000	5

Il est dans nos objectifs de vérifier cette correspondance pour les cartes des pays d'Outre-Mer.

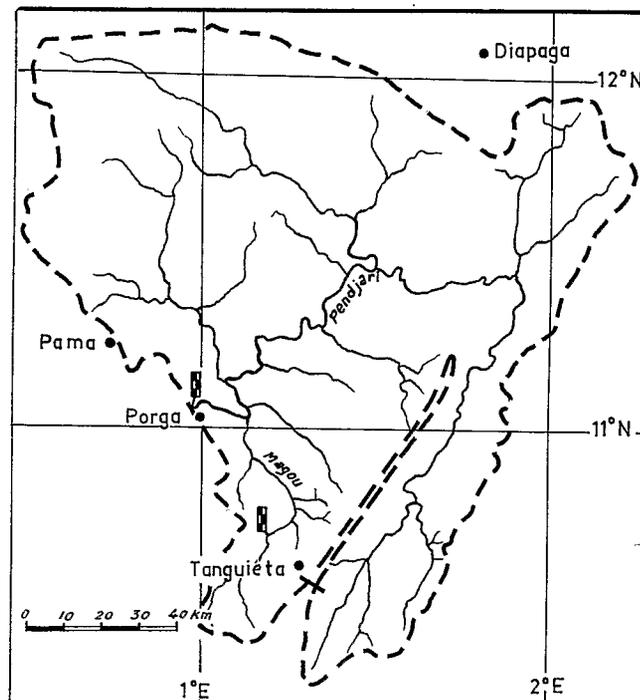
TRACÉ DU PÉRIMÈTRE D'UN BASSIN

Gr. 2

A. Tracé simplifié du contour



B. Allongement fictif du contour



b) Les sinuosités des thalwegs sont d'autant plus atténuées que l'échelle diminue.

Ces 2 risques d'erreurs accroissent la dispersion naturelle des relations de HORTON. La densité de drainage ne peut être calculée directement car $\sum L_x$ est sous-estimée par la carte.

On doit alors procéder comme suit :

- pour le rapport de confluence R_c , prendre la pente de la droite moyenne ajustée sur les points (N_x, x) portés sur un graphique semi-logarithmique - échelle log. pour N_x .

- pour le rapport de longueur R_l , prendre la pente de la droite pareillement ajustée sur un graphique semi-logarithmique (\bar{l}_x, x) avec échelle log. pour \bar{l}_x .

- pour la densité de drainage, on la calcule à partir des valeurs moyennes de R_c et R_l ainsi déterminées et en procédant à quelques transformations, sachant que :

$N_x = R_c s^{-x}$ et $\bar{l}_x = l_s R_l x^{-s}$, relations qui découlent des progressions géométriques admises pour ces caractères, on pose :

$$\varphi = \frac{R_c}{R_l} \text{ et l'on obtient :}$$

$$D_d = \frac{\varphi s}{A} \cdot \frac{1 - \varphi^s}{1 - \varphi}$$

Malgré tout, 2 imprécisions subsistent : d'une part sur la vraie valeur de s connue à 1 ordre près environ, d'autre part sur la véracité de φ déduit de moyennes pondérées.

L'emploi de la carte est donc un pis-aller puisqu'il introduit une erreur expérimentale supplémentaire difficile à évaluer en comparaison des photographies aériennes qui restent le support vivement conseillé pour les mesures des caractères morphologiques, tout au moins lorsque la surface du bassin ne dépasse pas quelques centaines de km².

III - CONDITIONS d'OBTENTION d'une PRECISION ACCEPTABLE -

Les erreurs susceptibles d'affecter la mesure des caractères physiques et morphologiques sont le fait soit du document-support, soit de l'appareil de mesure, soit enfin de l'application d'une formule.

Les caractères qui nécessitent toutes ces opérations et qui se déduisent des valeurs d'autres caractères sont a priori ceux sur lesquels l'erreur sera la plus grande. Il en est ainsi de l'indice de pente et de la densité de drainage. Le choix d'une précision acceptable, donc d'une erreur maximale probable, sur la mesure de ces 2 caractères entraîne automatiquement des règles strictes d'obtention des autres caractères.

Après quelques essais, on a convenu de tolérer une erreur maximale probable * de 25 % sur l'indice de pente et sur la densité de drainage (40 % pour l'indice global de pente). On en a déduit les conditions de mesure des autres caractères qui sont présentées dans l'ordre normal d'obtention.

3.1 - Règles de calcul des caractères physiques :

3.1.1 - Surface A et périmètre P

L'expérience montre en ces domaines qu'un opérateur soigneux peut sans difficulté atteindre une précision du tracé

* Cette notion est équivalente à celle que recouvre la considération du double de l'erreur-type qui définit un intervalle à l'intérieur duquel on a 95 % de chance de trouver la valeur vraie du caractère mesuré.

de la ligne de partage des eaux conduisant à une erreur maximale probable de 2 % sur la valeur de la surface ; les difficultés de stylisation élèvent cette erreur à 5 % pour la mesure du périmètre.

Le contrôle de l'échelle du document-support étant fait, l'erreur tient uniquement au tracé, à son parcours par l'instrument de mesure et à la lecture de ce dernier. En supposant raisonnablement que ces trois sources d'erreur sont d'égale importance, on trouve que chacune d'elles équivaut à 1,16 % ou 2,9 % suivant qu'il s'agit de la mesure de A ou de P*.

En moyenne, dans les conditions normales de travail, l'erreur de lecture est au plus égale à $\frac{1}{2}$ division du vernier pour le planimètre, c'est-à-dire à 0,05 cm² quand on emploie l'échelle de 1/1000 ; elle est égale à $\frac{1}{4}$ de graduation pour le curvimètre soit à 0,25 cm avec l'échelle 1/100 000.

On est assuré d'obtenir les précisions désirées de 2 et 5 % si l'aire à balayer ou la longueur à mesurer sont telles que l'erreur de lecture reste inférieure à 1,16 % de l'aire ou à 2,9 % de la longueur, c'est-à-dire pour les échelles classiques d'appareil mentionnées ci-dessus lorsque l'aire est supérieure à 4,3 cm² arrondie à 5 cm², et le périmètre supérieur à 8,6 cm arrondi à 10 cm.

Pour les 8 échelles de carte de l'IGN (tableau 1), ces limites définissent 8 surfaces A₁ et 8 périmètres P₁, limites inférieures d'emploi de la carte d'échelle donnée pour obtenir les précisions fixées.

* Ces 3 sources étant indépendantes, c'est la somme de leurs carrés qui est égale au carré de l'erreur totale 2 ou 5 %, et chacune d'elle vaut :

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ ou } \frac{5}{\sqrt{3}} \text{ pour cent.}$$

Or P et A sont liés dans un bassin ; pour P fixé, la surface est au plus égale à celle calculée avec la valeur minimale de C = 1,12. En procédant ainsi avec les 8 bornes P₁ on obtient 8 valeurs de A supérieures à A₁. On retient les 8 valeurs ainsi calculées comme limites inférieures d'emploi des cartes ; elles garantissent, avec une marge de sécurité confortable, l'obtention d'une surface à 2 % et d'un périmètre à 5 % (tableau 2).

3.1.2 - Correction éventuelle de distance

Qu'il s'agisse d'une projection équivalente conservant les surfaces (anciennes cartes E.M. de FRANCE au 80 000e et 200 000e dérivée) ou d'une projection conforme conservant les angles (projection LAMBERT, cartes modernes de FRANCE aux 20, 25, 50, 100 et 250 000e), les distances sont altérées.

L'erreur sur la distance est négligeable tant qu'elle est inférieure au 1/5 de l'erreur admise, soit ici à 1 %.

La correction de distance doit donc être envisagée quand $\text{Cos}\alpha < 0,99$ avec α angle de pente, D_r distance réelle et D_m distance mesurée puisque $D_m = D_r \cdot \text{Cos}\alpha$. Cette limite correspond à :

$$\alpha > 9^\circ \quad \text{et} \quad \text{tg}\alpha > 0,15$$

Des pentes supérieures à 15 % sont rares. On a seulement eu jusqu'ici 2 cas parmi les petits bassins étudiés à l'ORSTOM présentant une pente moyenne qui dépassait 15 % : la TCHAMBA en NOUVELLE-CALEDONIE (18,5 %) et la rivière du PLESSIS (19 %) en GUADELOUPE.

Conclusion : il faut corriger les distances mesurées si la pente dépasse 15 % (indice global de pente I_G > 150 m/km).

TABLEAU 2

Limites d'emploi des documents cartographiques pour
le calcul des paramètres physiques avec une précision acceptable

Echelle de carte	Limite inférieure de surface admissible en km ²	Equidistance des courbes de niveau d (m)	Limites inférieures de dé- nivelée D (m) recommandée pour le calcul de I _p et de I _q : D = 3d.
250 000	40	20	60
		40	120
		80	240
<u>200 000</u>	25	<u>20</u>	60
		<u>25</u>	75
		<u>40</u>	120
<u>100 000</u>	7	<u>50</u>	150
80 000	4	10	30
		20	60
		40	120
<u>50 000</u>	1,6	5	15
		10	30
		<u>20</u>	60
		<u>25</u>	75
25 000	0,40	<u>5</u>	15
<u>20 000</u>	0,25	<u>10</u>	30
10 000	0,07	5	15

N.B. Les échelles et équidistances soulignées correspondent aux cartes des pays d'Outre-Mer.

3.1.3 - Indice de compacité C et longueur du rectangle équivalent L

A et P étant des grandeurs liées, on peut simplement poser :

$$\frac{\Delta C}{C} \leq \frac{P}{P} + \frac{1}{2} \frac{\Delta A}{A} \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta C}{C} \leq 6 \%$$

La longueur du rectangle équivalent se calcule en appliquant la formule donnée au § 1.1, de la forme :

$L = A^{1/2} f(C)$. Un graphique donne $L.A^{-1/2}$ en fonction de C (graphique n° 3).

Pour une valeur donnée de C, on détermine celle de $L.A^{-1/2}$ et les erreurs maximales telles que :

$$L.A^{-1/2} \pm \Delta(L.A^{-1/2}) \quad \text{correspond à} \quad C \pm 6 \%$$

L'erreur relative sur L est donc de la forme :

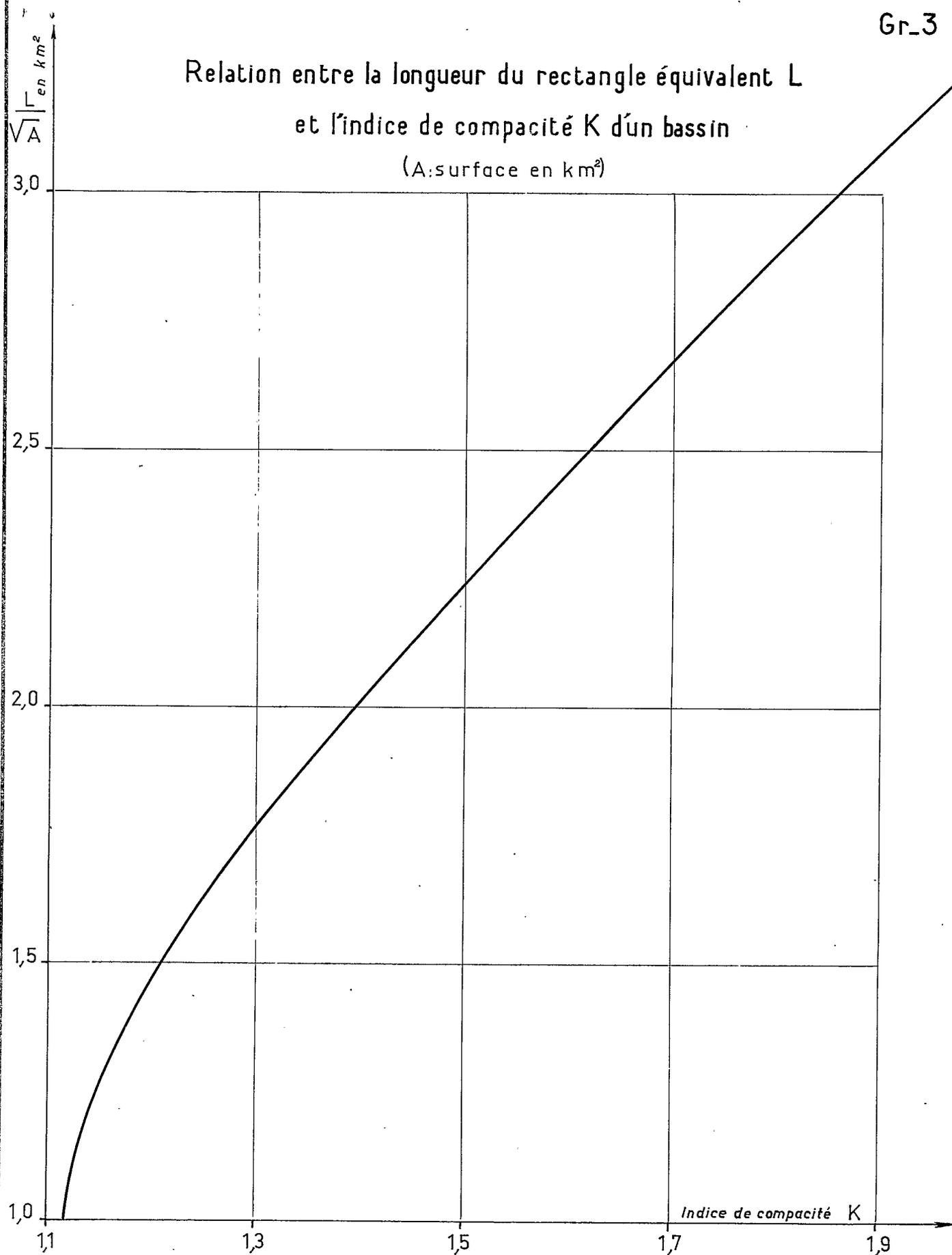
$$\frac{\Delta L}{L} \leq \frac{\Delta(L.A^{-1/2})}{L.A^{-1/2}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta A}{A} \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta L}{L} \leq \frac{\Delta(L.A^{-1/2})}{L.A^{-1/2}} + 1 \%$$

car l'erreur de lecture du graphique est négligeable devant l'erreur provoquée par l'imprécision ΔC sur la connaissance de C.

$\frac{\Delta L}{L}$ est uniquement fonction de C. Le graphique n° 4 en donne une représentation. Cette erreur est de l'ordre de 8 % pour $C > 1,35$ (environ 20 % des valeurs de C calculées sur les petits bassins représentatifs de l'ORSTOM) et croît ensuite sensiblement linéairement pour atteindre 23 % pour $C = 1,12$. Cette variation est due à la diminution de sensibilité de la transformation $f(C)$ pour les faibles valeurs de C.

Gr.3

Relation entre la longueur du rectangle équivalent L
et l'indice de compacité K d'un bassin
(A: surface en km²)



L'erreur relative maximale probable sur L est inférieure à 23 %, quel que soit C, et inférieure à une limite s'abaissant jusqu'à 8 % quand C atteint 1,35.

3.1.4 - Indice de pente I_p

Expression mathématique de la courbe hypsométrique, l'indice I_p voit sa précision entachée des erreurs dues aux causes suivantes :

- tracé de la courbe hypsométrique ou découpage en fractions d'aire du bassin d'altitudes variables :
- mesure des fractions d'aire
- appréciation des altitudes
- calcul après prise en compte de la longueur du rectangle équivalent.

L'erreur expérimentale sur le tracé de la courbe hypsométrique est négligeable devant les autres erreurs si l'on possède pour un bassin donné un minimum de 4 courbes de niveau. Cette condition initiale est transcrite en termes de dénivelée pour les diverses cartes IGN sur le tableau n° 2, puisqu'elle correspond à un minimum de 3 fois l'équidistance d entre courbes de niveau voisines.

Cette condition remplie, l'erreur sur la mesure de I_p est calculable. Sachant qu'il y a n courbes de niveau traversant un bassin (n >> 4), on y compte (n-1) intervalles centraux (>> 3) à équidistance constante d pour une carte donnée et 2 intervalles extrêmes à dénivelées variables d₁ et d_{n+1} ≤ d. La formule de calcul de I_p peut s'écrire :

$$I_p = L^{-1/2} \left[\sum_1^{n-1} \sqrt{a_1 d} + \sqrt{a_1 d_1} + \sqrt{a_{n+1} d_{n+1}} \right]$$

Dans l'expression entre crochets, on considère séparément les termes :

- $\sum_1^{n-1} \sqrt{a_i} d$ représente les intervalles centraux où la dénivelée d est supposée connue avec une erreur négligeable devant celle qui est due à la mesure des aires. Pour chaque intervalle, l'erreur est inférieure à $\frac{1}{2} \frac{\Delta A}{A}$ donc à 1 %. Le nombre d'intervalles est inférieur à 6 dans tous les bassins à pente moyenne ou faible et inférieur à 10 pour ceux dotés de fortes pentes. L'erreur sur la somme est donc inférieure à 6 et 10 % selon l'importance du relief.

- $\sqrt{a_1} d_1$ et $\sqrt{a_{n+1}} d_{n+1}$ représentent les intervalles extrêmes. L'erreur sur la mesure des aires y est négligeable devant celle de l'appréciation de la dénivelée qui dépend des altitudes maximale et minimale généralement inconnues. Dans les cas les plus difficiles, l'erreur sur d_1 ou d_{n+1} n'excède pas 25 %. L'erreur maximale sur chaque terme vaut donc au plus 12,5 %.

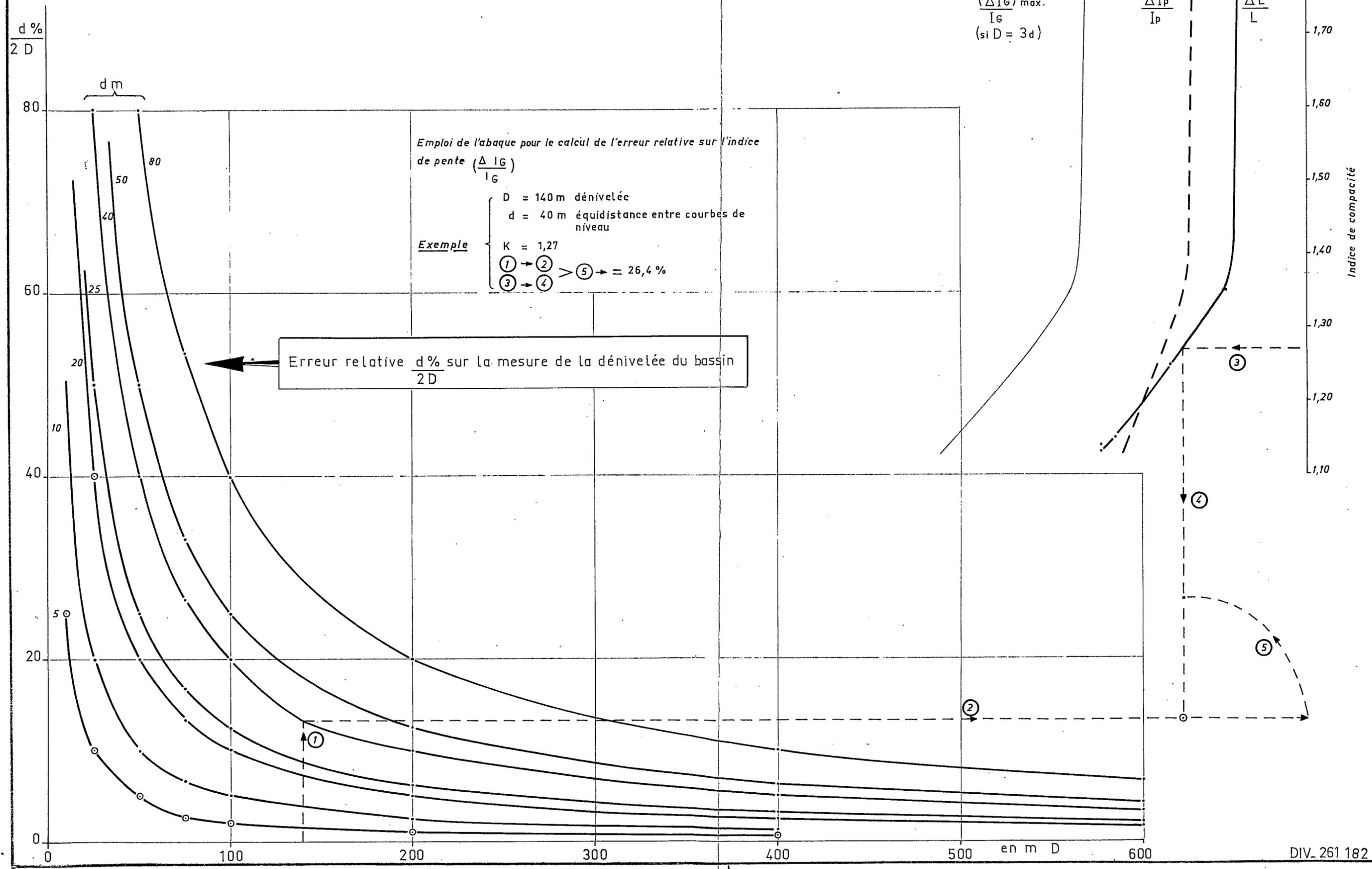
Pour calculer l'erreur sur $F(a_i d_i)$ l'expression entre crochets, on doit passer par les carrés des erreurs absolues des 2 termes composants. On a vérifié sur une centaine d'exemples que l'erreur relative $\frac{\Delta F}{F}$ était peu variable et toujours inférieure, mais de peu, à 9 %.

En définitive, l'erreur sur I_p s'exprime ainsi :

$$\frac{\Delta I_p}{I_p} \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta F}{F} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2} \frac{\Delta L}{L} + 9 \% \text{ au maximum.}$$

Cette erreur dépend de C à travers $\frac{\Delta L}{L}$. Elle est constante et égale au plus à 13 % pour $C > 1,35$ puis croît régulièrement jusqu'à 20 % pour $C = 1,12$ (graphique 4).

Calculs d'erreurs sur les indices de pente



3.1.5 - Indice de pente global I_G

Moyen rapide d'appréciation de la pente, cet indice ne peut évidemment pas être obtenu facilement avec la précision choisie a priori de 25 % au moins.

La cause principale d'erreur vient de l'appréciation à l'estime des altitudes extrêmes H_{05} et H_{95} ; cette erreur est au plus égale à $\pm \frac{d}{4}$ pour chaque altitude soit $\pm \frac{d}{2}$ pour la dénivelée D .

L'erreur relative $\frac{\Delta I_G}{I_G}$ est inférieure à $\frac{d}{2D} + \frac{\Delta L}{L}$.

Le graphique n° 4 donne dans sa partie gauche une représentation du premier terme "erreur relative sur la dénivelée" pour les valeurs de d dans les cartes IGN : 5, 10, 20, 25, 40, 50 et 80 m.

Par mesure de simplicité, on peut choisir comme pour le calcul de I_p une condition minimale de liaison entre d et D , à savoir $D \gg 3d$ (tableau 2). On constate alors que $\frac{d}{2D}$ dans l'hypothèse limitée de l'égalité est constant et égal à $\frac{1}{6}$ soit 16,7 %.

L'erreur relative sur I_G est dans ce cas uniquement fonction de l'erreur sur L donc de la forme du bassin. Égale au plus à 40 % pour toute valeur de C , elle diminue régulièrement jusqu'à 25 % pour $C = 1,35$ et reste ensuite constante quand C croît (graphique 4, partie droite).

Cette position maximale de $\frac{\Delta I_G}{I_G}$ diminue d'autant plus que la dénivelée croît et s'éloigne de $3d$. On voit donc que l'appréciation à l'estime de l'indice de pente global n'est pas trop imprécise.

Etant donné l'influence de la compacité (8 à 23 % d'erreur due à L), on peut, dans certains cas, ne pas dépasser le seuil critique ici admis égal à 40 % avec une dénivelée un peu inférieure à 3d. C'est pourquoi le graphique 4 fournit un abaque de calcul de $\frac{\Delta I_G}{I_G}$ pour des valeurs quelconques de D et C, d'étant donné par la carte utilisée.

3.2 - Règles de calcul des caractères morphologiques :

Il s'agit plutôt de consignes initiales que l'expérience à venir pourra tendre à modifier.

3.2.1 - Nombre de cours d'eau N_x et rapport de confluence R_c

Si l'on opère sur photographies aériennes, il ne doit y avoir aucune erreur sur le décompte des N_x . A partir de cartes par contre, la plus ou moins grande fidélité du cartographe fait craindre des résultats sous-estimés sans savoir de combien.

Dans le premier cas, l'erreur sur R_c est uniquement due à la dispersion de l'hypothèse de HORTON, dispersion que seule l'expérimentation permettra d'évaluer.

3.2.2 - Longueur moyenne des cours d'eau $\overline{l_x}$ et rapport de longueur R_l

La mesure de $\overline{l_x}$ s'effectue au curvimètre. Toutes les remarques relatives à la mesure du périmètre P sont valables. On peut escompter (à vérifier par l'expérimentation) que l'erreur relative sera ici aussi au plus égale à 5 %, compte tenu des sinuosités des thalwegs, si l'on opère sur photographies aériennes ; sur cartes, un accroissement de l'erreur est à craindre.

L'erreur sur le rapport de longueur est égale au double de celle sur $\overline{l_x}$ puisque $R_l = \frac{\overline{l_x}}{l_x - 1}$, soit 10 % sur photographies aériennes. Il n'est pas impossible que la dispersion sur l'hypothèse de HORTON augmente un peu l'erreur.

3.2.3 - Densité de drainage D_d

Dans le cas d'un calcul direct, c'est-à-dire en possession des photographies aériennes, l'erreur sur D_d est de la forme :

$$\frac{\Delta D_d}{D_d} \leq \frac{\Delta(\sum l_x)}{\sum l_x} + \frac{\Delta A}{A}$$

Comme $l_x = N_x \cdot l_x$, on admet que $\frac{\Delta l_x}{l_x} = \frac{\Delta N_x}{N_x} = 5 \%$.

L'erreur sur $\sum l_x$ est inférieure à la somme des erreurs sur l_x , les diverses valeurs de l_x n'étant pas totalement indépendantes.

On peut donc conclure :

$$\frac{\Delta D_d}{D_d} \leq \frac{\Delta l_x}{l_x} + 2 \%$$

$$\frac{\Delta D_d}{D_d} \leq 7 \%$$

La précision a priori de 25 % est assurée de toutes façons si l'on possède les photographies aériennes.

Si l'on ne possède pas les photographies, l'emploi des cartes rend nécessaire l'usage de la formule :

$$D_d = \frac{l_s}{A} \cdot \frac{1-p^S}{1-p}$$

Dans ce cas, l'erreur relative sur la densité est inférieure à la somme des erreurs relatives sur les termes du produit du 2ème membre, et l'on a :

$$\frac{\Delta D_d}{D_d} \leq 7 \% + \frac{\Delta f(P)}{f(P)}$$

Comme $P = \frac{R_c}{R_l}$, l'erreur sur f est inférieure à la somme des erreurs sur les 2 rapports. Cette erreur est au minimum de 10 % (pas d'erreur sur R_c). La fonction $f(P)$ croît fortement avec s dans le domaine de variation normale de P (0,5 à 1,5), ce qui provoque une augmentation très importante de l'erreur sur f . L'obtention de la précision a priori de 25 % qui exige ici $\frac{\Delta f(P)}{f(P)} < 18 \%$ est impossible.

Ultérieurement, lorsque l'erreur sur f pourra être mieux évaluée, on établira un abaque de calcul de l'erreur sur $f(P)$ et sur D_d .

De toute façon, il faut s'attendre à des erreurs relatives égales ou supérieures à 50 %, dès que P dépasse 1 et $s,3$, ce qui risque d'être la généralité.

Conclusion provisoire : calculer les caractères morphologiques sur photographies aériennes.

Attention à la vérification d'échelle des photos et à la correction des distances pour des pentes supérieures à 15 %.

C O N C L U S I O N

La détermination des caractères physiques des bassins doit se faire en respectant les consignes d'emploi des documents cartographiques inscrites sur le tableau n° 2.

La détermination des caractères morphologiques doit se faire sur les photographies aériennes.

Dans tous les cas, le contrôle précis de l'échelle des photographies aériennes est nécessaire avant tout travail.

Si, pour un bassin donné, les documents cartographiques disponibles ne permettent pas d'obéir aux consignes du tableau n° 2, il faut :

- soit procéder à un lever topographique détaillé à l'échelle adéquate si l'obstacle est relatif à la consigne de surface minimale,

- soit procéder à l'établissement d'une carte altimétrique plus détaillée (équidistance d des courbes à tracer telle que $d < \frac{D}{3}$) par photogrammétrie et nivellement barométrique d'appoint, si l'obstacle est relatif à la condition de dénivelée minimale, qui paraît être beaucoup plus fréquente que la précédente.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - M. ROCHE : "Hydrologie de surface" ORSTOM et Gauthier-Villars Ed. PARIS 1963 (Cf. chap. III : Le complexe physique du bassin versant).
- 2 - P. DUBREUIL : "Contribution à l'étude d'implantation de bassins représentatifs de régions hydrologiques homogènes". Cahiers Hydrologie ORSTOM, n° 2 Février 1965.
- 3 - KRIMGOLD D.B. : "Quantitative géomorphology in Soil and Water Conservation Research" U.S. Dep. Agriculture 1963.
- 4 - HIRSCH F. : "Analyse morphométrique des réseaux fluviaux - Application à la prévision des débits des cours d'eau" Rev. Géom. Dyn. 3 p 97-106, 1962.