1970

J.C. KLEIN — non trouvé en Bque — " en CR. Note du 28-12-69

REMARQUE sur les LIENS EXISTANT entre les RAPPORTS de CONFLUENCE et de LONGUEURS DEFINIS à PARTIR des CLASSIFICATIONS de HORTON et de SCHUMM

L'examen d'un cas particulier (bassin DU PLESSIS à la GUADELOUPE) a conduit à se demander comment varient les rapports de confluence et de longueurs selon qu'on adopte la classification des affluents retenue par HORTON ou celle proposée par SCHUMM. D'où les quelques réflexions qui suivent.

1. RELATION entre le CLASSEMENT des AFFLUENTS selon HORTON et SCHUMM

Sur un bassin où l'ordre le plus élevé est x, désignons par h_1, h_2...

La suite des affluents classés selon S s'obtient simplement en cumulant les termes de la suite des affluents classés selon H, en partant de l'affluent d'ordre le plus élevé.

$$R_h = \frac{1}{x-1}\left(\frac{h_1}{h_x} + \frac{h_2}{h_3} + \dots + \frac{h_{x-1}}{h_x}\right)$$

$$R_s = \frac{1}{x-1}\left(\frac{s_1}{s_2} + \dots + \frac{s_{x-1}}{s_x}\right) = \frac{1}{x-1}\left(\frac{h_1 + h_2 + \dots + h_x}{h_2 + \dots\dots + h_x} + \frac{h_2 + h_3 + \dots h_x}{h_3 + \dots\dots + h_x} + \dots + \frac{h_{x-1} + h_x}{h_x}\right)$$

On peut exprimer la différence $R_s - R_h$ en fonction des seules valeurs h_1, h_2 ..., h_x. On montre facilement que $R_s - R_h$ peut s'écrire également :

$$R_s - R_h = 1 - \frac{1}{x-1}\left(\frac{\frac{h_1}{h_2}}{\frac{s_2}{s_3}} + \frac{\frac{h_2}{h_3}}{\frac{s_3}{s_4}} + \dots + \frac{\frac{h_{x-2}}{h_{x-1}}}{\frac{s_{x-1}}{s_x}}\right)$$

Dans le cas assez fréquent où le thalweg à l'exutoire est d'ordre 4 on a :

$$R_s - R_h = 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\frac{h_1}{h_2}}{\frac{s_2}{s_2}} + \frac{\frac{h_2}{h_3}}{\frac{s_3}{s_4}}\right) \text{ avec } s_4 = 1$$

On voit bien que si $\frac{h_1}{h_2}$, $\frac{h_2}{h_3}$, $\frac{h_3}{h_4}$ sont à peu près égaux c'est s_3, c'est-à-dire le nombre d'affluents d'ordre 3 qui va être déterminant :

- si s_3 est assez élevé : $R_s > R_h$
- si s_3 est faible (2, 3 parfois) : $R_s < R_h$

<u>Exemple</u> : le Bassin DU PLESSIS

<u>Réseau "Photo"</u>		<u>Réseau "Carte au 1/20 000"</u>	
$\frac{h_1}{h_2} = \frac{137}{20} = 6,85$	$\frac{s_1}{s_2} = \frac{162}{25} = 6,48$	$\frac{h_1}{h_2} = \frac{19}{5} = 3,8$	$\frac{s_1}{s_2} = \frac{26}{7} = 3,72$

$$\frac{h_2}{h_3} = \frac{20}{4} = 5{,}0 \quad \frac{s_2}{s_3} = \frac{25}{5} = 5{,}0 \quad \frac{h_2}{h_3} = \frac{5}{1} = 5 \quad \frac{s_2}{s_3} = \frac{7}{2} = 3{,}5$$

$$\frac{h_3}{h_4} = \frac{4}{1} = 4{,}0 \quad \frac{s_3}{s_4} = \frac{5}{1} = 5{,}0 \quad \frac{h_3}{h_4} = \frac{1}{1} = 1 \quad \frac{s_3}{s_4} = \frac{2}{1} = 2$$

$$R_s - R_h = 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{6{,}85}{5{,}0} + \frac{5{,}0}{5{,}0}\right) = +\,0{,}21 \quad R_s - R_h = 1 - \frac{1}{3}\left(\frac{3{,}8}{3{,}5} + \frac{5{,}0}{2{,}0}\right) = -\,0{,}20$$

[redacted]

Elle sera positive si $h_2 < h_3 (h_3 + 1)$ ou $\frac{h_2}{h_3} < h_3 + 1$

Si $h_3 = 2$ Cela impose que h_2 soit inférieur à 6
Si $h_3 = 3$ " " " à 12
Si $h_3 = 4$ " " " à 20

premier rapport majore $\frac{h_{x-1}}{h_x}$ de 1).

<u>La variabilité des rapports de confluence établis en utilisant la classification de SCHUMM est donc inférieure à celle entraînée par la classification de HORTON.</u>

La classification de SCHUMM facilite donc le calcul d'un rapport moyen de confluence. Corrélativement il convient de ne pas perdre de vue qu'avec la classification de HORTON la conservation de ce rapport d'un ordre au suivant serait moins bien assurée.

<u>Exemple</u> : le bassin de DJAJIBINE (GHORFA) - Note technique n°19, tableau 1. On lève la petite contradiction entre les décomptes des affluents classés selon HORTON et SCHUMM en admettant que c'est le décompte selon HORTON qui est juste. On aurait ainsi le décompte rectifié :

$$h_1 = 407 \text{ et } s_1 = 564 \text{ (au lieu de 571)}$$

On vérifie bien que $\frac{h_4}{h_5}$ étant supérieur à $\frac{s_5}{s_6}$, $\frac{s_4}{s_5}$ est également supérieur à $\frac{s_5}{s_6}$, mais inférieur à $\frac{h_4}{h_5}$ (c'est le cas aussi, et mutatis mutandis, de $\frac{s_3}{s_4}$ et $\frac{s_2}{s_3}$). Inversement $\frac{h_1}{h_2}$ étant inférieur à $\frac{s_2}{s_3}$, $\frac{s_1}{s_2}$ le sera également, mais restera supérieur à $\frac{h_1}{h_2}$. (On peut vérifier de façon plus précise que l'on a bien : $\frac{s_4}{s_5} = \frac{h_4}{h_5} + \frac{\frac{s_5}{s_6} - \frac{h_4}{h_5}}{\frac{s_5}{s_6}}$ etc ...).

3. RAPPORT de LONGUEURS

Il n'est plus possible, comme dans le décompte des affluents de divers ordres, d'établir des relations strictes, entre SCHUMM et HORTON, puisqu'ici chaque affluent est pondéré par sa longueur et que certains d'entre eux jouent un rôle privilégié précisément du fait de leur longueur

$$f_1(I_{hi-1}, \ldots, I_{h2}, I_{h1}) = I_{hi-1} + \cdots + I_{h2} + I_{h1}$$

$$f_2(I_{hi-2}, \ldots, I_{h2}, I_{h1}) = I_{hi-2} + \cdots + I_{h2} + I_{h1}$$

si la hiérarchisation des longueurs moyennes au sens d'HORTON (progression géométrique croissante) est bien le schéma le mieux approprié dans la classification de SCHUMM. L'application de la règle graphique d'ajustement semi-logarithmique n'amènera-t-elle pas par exemple à conclure à une mauvaise hiérarchisation alors que la classification d'HORTON inciterait au contraire