

LA PRÉVISION DES CRUES ET LA PROTECTION CONTRE LES INONDATIONS

**LES MODÈLES MATRICIELS
DANS L'ÉLABORATION DES CRUES**

P. DUBREUIL

Directeur de Recherches
Chef du Département de la Recherche Appliquée
du Service Hydrologique de l'ORSTOM

M. ROCHE

Ingénieur en Chef à E.D.F.
Chef du Département de la Recherche Fondamentale
au Service Hydrologique de l'ORSTOM

Les modèles matriciels, extensions des méthodes basées sur la décomposition du bassin en isochrones, permettent, au moins en principe, de tenir compte avec le plus de détails possible de l'hétérogénéité des caractéristiques du ruissellement sur le bassin. Dans son essence, un modèle matriciel est paramétrique et ne peut guère être réglé sans le concours du calcul automatique; cependant, dans certains cas, il est possible, ainsi que le montrent les auteurs, de pousser la schématisation suffisamment loin pour que les calculs, bien qu'encore pénibles, puissent être réalisés à la main. La communication se termine sur une évocation du réglage entièrement automatique de ce type de modèle.

Matrix models are extensions of methods based on the subdivision of a considered catchment area into isochrones and — in principle at least — allow with the maximum possible amount of detail for the heterogeneity of the runoff characteristics in the catchment area. A matrix model is essentially parametric and needs automatic computation for its adjustment, but it is shown that there are certain cases in which schematisation can be taken sufficiently far to enable the calculations to be done manually, though they remain tedious to perform. Finally, the fully automatic adjustment procedure for this type of model is described.

O.R.S.T.O.M. Fonds Documentation
N° 33343, ex 1
G. R. B.

1. — GÉNÉRALITÉS SUR LES OPÉRATEURS DE TRANSFORMATION PLUIES-DÉBITS

Au cours des dernières années, une grande part de l'activité des hydrologues a été orientée vers la recherche d'opérateurs capables de transformer une chronique de données climatologiques (essentiellement pluies ou neige + température), en une chronique de débits à l'exutoire du bassin sur lequel est appliquée ladite chronique climatologique. On sait actuellement qu'un tel opérateur ne peut être universel dans des conditions anti-

males d'utilisation. Un des facteurs dominant qui caractérise le champ d'application d'une méthode particulière est la taille du bassin de drainage. Eu égard à ce critère, qu'il convient du reste de préciser par des considérations d'homogénéisation spatiale tant climatique que morphologique, on distingue deux types généraux d'opérateurs, schématisés sur la figure 1 :

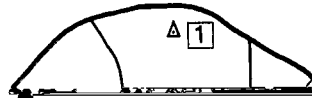
— Les opérateurs globaux qui font intervenir « en bloc » les caractéristiques du bassin ;

— les opérateurs matriciels qui permettent, jusqu'à un certain point, de considérer et de faire intervenir séparément les différentes parties du bassin

sur un bassin dans toute sa complexité. Il est caractérisé essentiellement par l'élaboration d'une matrice dite « matrice caractéristique du bassin ».

Cette matrice est conçue pour obtenir une sub-

Décomposition du bassin en surfaces $S_{0, k}$



production à l'exutoire du bassin; ces effets sont indissociables, ce qui, du reste, n'entraîne pas d'inconvénient pratique. Cette transformation est généralement introduite dans les calculs sous forme d'un opérateur fonctionnel, c'est-à-dire d'une intégrale capable de transformer un scalaire (ici le volume ruisselé) en une fonction du temps (ou un vecteur si on utilise des différences finies) dont l'intégrale ait même valeur que le scalaire.

Les différents éléments de l'opérateur de transformation étant mis en place, le passage de la chronique des pluies à celle des débits s'effectue par une série d'opérations matricielles qui seront brièvement exposées au paragraphe suivant.

3. — MODÈLES MATHÉMATIQUES MATRICIELS DE TRANSFORMATIONS PLUIES-DÉBITS

De nos jours, l'expression « modèle mathématique » évoque presque irrésistiblement la grosse cavalerie du calcul automatique. S'il est vrai que la plupart des modèles complexes ne sauraient se passer du concours des ordinateurs, il n'est pas moins vrai qu'en de nombreux cas des reconstitutions tout à fait valables peuvent être conduites au moyen de modèles très simplifiés sur de modestes calculatrices de bureau. Nous signalerons plus loin, sans toujours les commenter, les exemples qui ont été traités par le Service Hydrologique de l'ORSTOM.

Les principes de l'opérateur matriciel de transformation avaient été posés par Marcel Roche dans [1]. Certaines notions étaient encore vagues, notamment celle de matrice caractéristique du bassin qui est pourtant la pièce fondamentale du système. Des compléments importants figurent dans [3] (en particulier l'expression de la matrice caractéristique). Un exposé à peu près complet de la méthode est donné dans [4], mais uniquement pour l'application à des crues de fonte de neige, ce qui simplifie le problème du coefficient de ruissellement.

$$\begin{array}{cccccccc} S_{\theta 1} & S_{\theta 2} & S_{\theta 3} & \dots & S_{\theta k} & \dots & S_{\theta K} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ S_{\Theta 1} & S_{\Theta 2} & S_{\Theta 3} & \dots & S_{\Theta k} & \dots & S_{\Theta K} & \end{array}$$

On la désignera par [S]. Elle est d'ordre (Θ, K) .

Préparation des données.

Les données (pluies, chutes de neige, température) doivent être fournies sous forme matricielle, après choix d'un intervalle, ou pas de temps, que l'on désignera par ΔT . On considère d'autre part le nombre N d'intervalles ΔT que contient l'épisode climatologique le plus long que l'on veut traiter, chaque intervalle portant un numéro séquentiel. Il est d'usage de numéroter suivant i les colonnes de la matrice. Les lignes correspondent alors aux postes d'observations. Si le facteur considéré est, par exemple, la pluie que l'on désignera symboliquement par P , la matrice correspondante sera désignée par [P], d'ordre (K, N) .

Coefficient de ruissellement.

C'est là que les modèles matriciels diffèrent le plus entre eux et il est actuellement peu réaliste de donner une méthodologie générale. C'est pourtant ce que nous tenterons, en soulignant qu'elle ne débouche pas immédiatement sur un procédé de calcul. Le coefficient K de ruissellement sur une surface $S_{\theta k}$, moyen sur une période ΔT numérotée i dépend :

— d'un paramètre $KO_{\theta k}$, caractéristique moyenne du sol et de la végétation sur $S_{\theta k}$ pour un état d'humectation donné qui pourrait être standardisé;

— de l'état d'humectation moyen du sol pendant l'intervalle i , état qui peut être caractérisé par un indice des pluies antécédentes qu'on désignera par $IH(P)_i$;

— éventuellement, pour certains découpages dans le temps et pour des bassins de taille réduite, de la répartition de la pluie à l'intérieur de i . Nous exprimerons ce facteur par le terme COR

nous avons appelé une fonction de coefficient :

$$K = KO_{\theta k} f(IH(P)_i)$$

ce qui supposerait que KO n'a pas d'influence sur f , autrement dit que les propriétés hydrodynamiques intrinsèques du sol n'ont pas d'influence sur le comportement de l'indice des précipitations par rapport au ruissellement. Il y a bien quelques moyens de pallier cet inconvénient, mais une distinction de ce genre nous entraînerait trop loin.

Malgré les reproches au moins théoriques qu'on peut lui faire, c'est bien sous cette dernière forme qu'on introduit, en pratique, le coefficient de ruissellement dans les modèles mathématiques.

Matrice des volumes ruisselés.

On remarquera tout d'abord que le coefficient de ruissellement s'applique en fait aux données d'un pluviomètre (ou d'un pluviographe) et qu'il est par conséquent impossible, au cours d'un réglage paramétrique, de tenir compte de la distribution spatiale de ce coefficient à l'intérieur de la zone d'influence de l'appareil. Ceci entraîne que l'on doit, pour les caractéristiques du sol, se contenter d'un vecteur $[KO_k]$ au lieu d'une matrice $[KO_{\theta k}]$. Pour la suite des opérations, il est commode de disposer ce vecteur horizontalement : on le symbolisera par $[KO]$ d'ordre K .

L'ensemble des valeurs de f au cours d'un épisode pluvieux de durée $N\Delta T$ peut être rangé dans une matrice $[f]$ d'ordre (K, N) , et l'ensemble des coefficients de ruissellement à appliquer est obtenu en prémultipliant $[f]$ par $[KO]$. Si l'on désigne par $[C]$ la matrice des coefficients :

$$[C] = [KO][f]$$

$$(K, N) = (K) (K, N)$$

On peut alors former une matrice dite « des hauteurs réduites » ($[HR]$), en associant à chaque couple $C_{k,i}$ et $P_{k,i}$ formé des éléments homologues de $[C]$ et de $[P]$, une valeur $HR_{k,i} = C_{k,i} \cdot P_{k,i}$. On notera symboliquement cette opération par :

$$[HR] = [C] \overset{c}{*} [P],$$

et on l'appellera : produit couplé de $[C]$ et de $[P]$, d'ordre (K, N) . La matrice des volumes ruisselés s'obtient en prémultipliant $[HR]$ par la matrice caractéristique du bassin :

$$[VR] = [S] \cdot [HR]$$

$$(\Theta, N) = (\Theta, K) (K, N)$$

Il est clair qu'un élément $VR_{\theta,i}$ de $[VR]$ désigne la totalité du volume disponible pour le ruissellement dans l'intervalle de temps i sur la zone isochrone θ .

— L'opération d'étalement est décrite en détail dans [4] et nous n'aurions pas le temps d'en reprendre ici l'explication de détail. La matrice des volumes ruisselés étalés $[VE]$ s'obtient en postmultipliant $[VR]$ par une matrice $[\lambda]$ de forme :

$$\begin{array}{cccccccc} \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \dots & \dots & \lambda_\nu & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & \dots & \dots & \lambda_{\nu-1} & \lambda_\nu & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \lambda_{\nu-1} & \lambda_\nu \end{array}$$

d'ordre $(N, N + \nu - 1)$ et telle que

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_\nu = 1$$

La matrice $[VE]$ est donc d'ordre $(\Theta, N + \nu - 1)$.

— L'opération finale concernant le ruissellement consiste à transporter à l'exutoire les volumes ruisselés produits dans chaque zone isochrone, et convenablement étalés par l'opération λ . C'est une opération classique, connue de tous, sur laquelle nous ne reviendrons pas.

La série des opérations décrites ci-dessus ne concerne que le ruissellement. Il convient d'ajouter dans le modèle un processus capable de fournir le débit de base. Généralement, le problème a une importance bien moindre et, quoique théoriquement il ne soit pas simple, on arrive assez vite à des ajustements satisfaisants.

4. — QUELQUES EXEMPLES TRAITÉS PAR ORSTOM ET PAR IGECO

A part un modèle pour crues de fonte de neige étudié en collaboration avec M. Slivitzky, Directeur Général des Eaux du Québec, et pour lequel un programme de passage sur ordinateur a été établi, tous les modèles utilisés jusqu'à présent à l'ORSTOM ont été conçus pour le calcul « à la main », ce qui, évidemment, ne permet pas d'atteindre une très grande complexité.

Des modèles simplifiés ont été utilisés par ORSTOM et par IGECO pour traiter notamment les crues des aménagements du Jaguaribe (Brésil), du Litani et du Nahr Abou Ali (Liban), du Mono (Togo) etc. D'autre part, des études poussées, mais toujours à partir de modèles « manuels » ont été menées sur des bassins ayant fait l'objet d'observations particulières : bassins de Niarba (Manga) en Haute-Volta et d'Ouled-Addet (Ghorfa) en Mauritanie. Les caractéristiques de ces der-

niers cours d'eau sont les suivantes :

Etat	Haute-Volta	Mauritanie
Climat	Tropical	Sahélien
Pluie annuelle moyenne	900 mm	500 mm
Bassin	Niarba	Ouled Addet
Superficie	572 km ²	1 125 km ²
Observations en	1963-1965	1964-1967

Les résultats relatifs à ces bassins sont publiés

wegs, le temps de concentration observé des crues. Un repère indispensable est fourni par l'existence sur le haut bassin de trois sous-bassins (environ 17,55 et 98 km²) aux exutoires desquels les hydrogrammes sont également observés.

Ainsi à Niarba, à partir d'un temps de concentration de 24 h, a-t-on dessiné 5 lignes d'isochronisme découpant 6 zones décalées de 4 en 4 heures; la durée utile d'une averse ne dépassant généralement pas 4 heures, ce découpage a été jugé assez fin. La carte de la figure 3 représente ce découpage.

— *Les aires d'influence des pluviomètres* sont définies par la méthode de Thiessen à partir d'un réseau d'appareils à densité d'implantation à peu près uniforme. Dans Niarba (fig. 2) on a noté

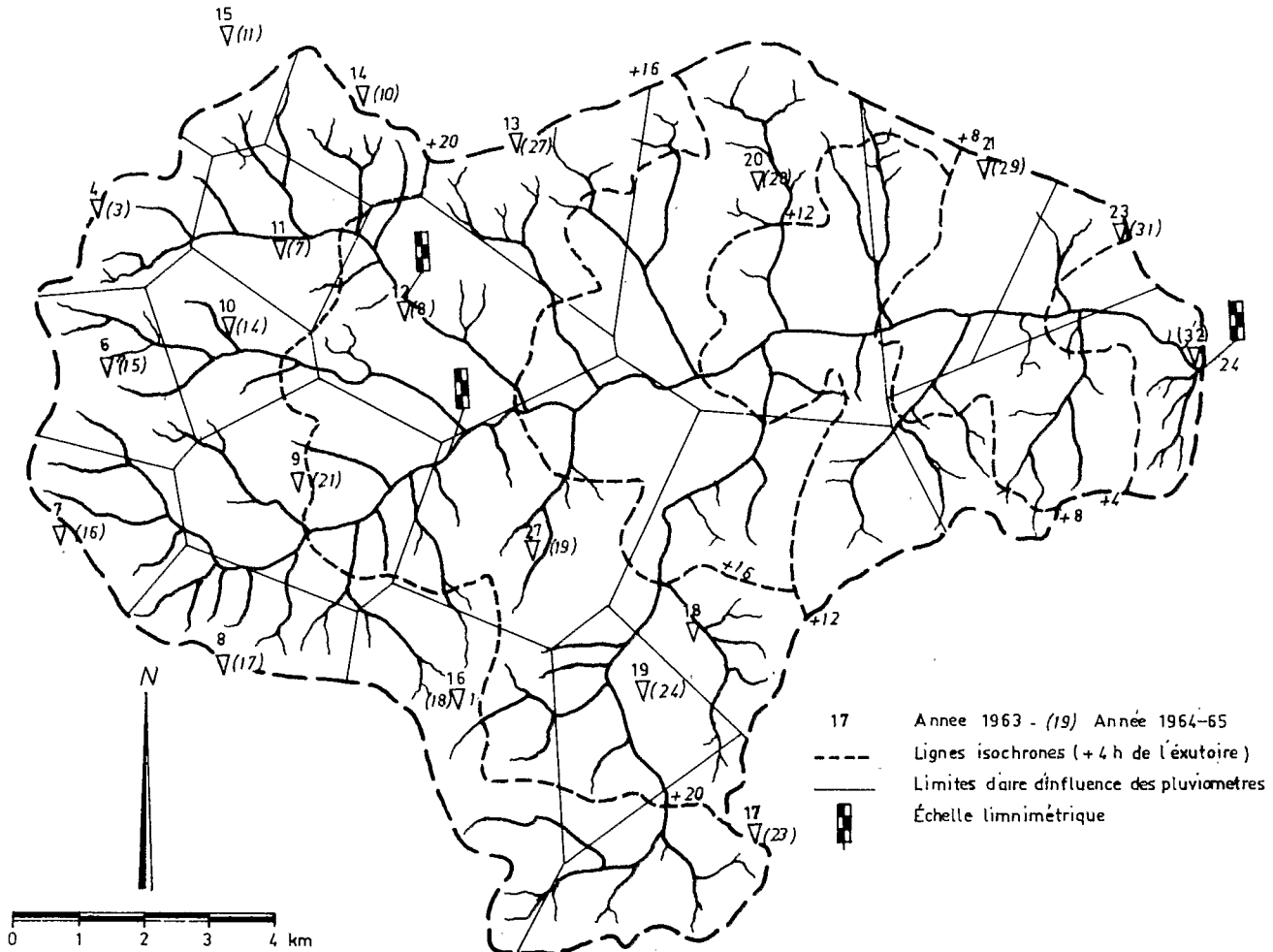


FIG. 3

Bassin de La Guilla à Niarba
Découpage en bandes isochrones et aires d'influence des pluviomètres

tions déterminées à partir des études sur les sous-bassins couvrant les deux types de terrains (96, 143, 149 et 250 km²). Ces deux fonctions sont de même nature que celle de Niarba; elles prennent les valeurs suivantes de K_r % :

P mm	Fonction forte	
	IS = 5	IS = 20
30	28	45
80	40	56

valeurs réduites de quelque 20 à 30 % pour la fonction faible.

— La fonction d'absorption du lit est une fonction caractéristique des cours d'eau sahéliens et tropicaux dont les lits à forte capacité volumique restent presque vides entre les crues.

A Niarba, la reconstitution des crues observées amène toujours un volume excessif en début de crue, volume qui, en réalité, est absorbé par le lit mineur et ses alluvions grossières. Une fonction linéaire décroissante de IS a été retenue.

Pour Ouled-Addet, la dégradation sahélienne des lits provoque des débordements dans le lit majeur à chaque forte crue. L'estimation de ces pertes dépend des longueurs relatives des lits majeurs sujets aux débordements, avec répartition par zone isochrone. Ces pertes, nulles pour une crue inférieure à 10 ans de récurrence, atteignent 10 % du volume écoulé pour une crue environ cinquantenaire.

— La fonction d'étalement a été prise de la forme :

$$\lambda_i = \int_{i-1}^i (\mu t e^{-\mu t^2} + \nu t e^{-\nu t^2}) dt$$

avec $\mu = 0,01$, $\nu = 0,15$ et $i = 21$, pour Niarba.

Ainsi peut-on reconstituer avec bonne précision les principales crues observées (exemple du 21 au 28-7-64, à Niarba sur fig. 4 : à une heure donnée, l'écart entre débit observé et débit calculé n'est pas exagéré).

De telles reconstitutions peuvent être extra-

polées à des précipitations plus violentes pour rechercher les crues exceptionnelles. Le réglage peut alors être un peu déficient surtout en ce qui concerne l'évolution de la fonction d'étalement et de la fonction d'absorption. La connaissance physique du problème des débordements hors du

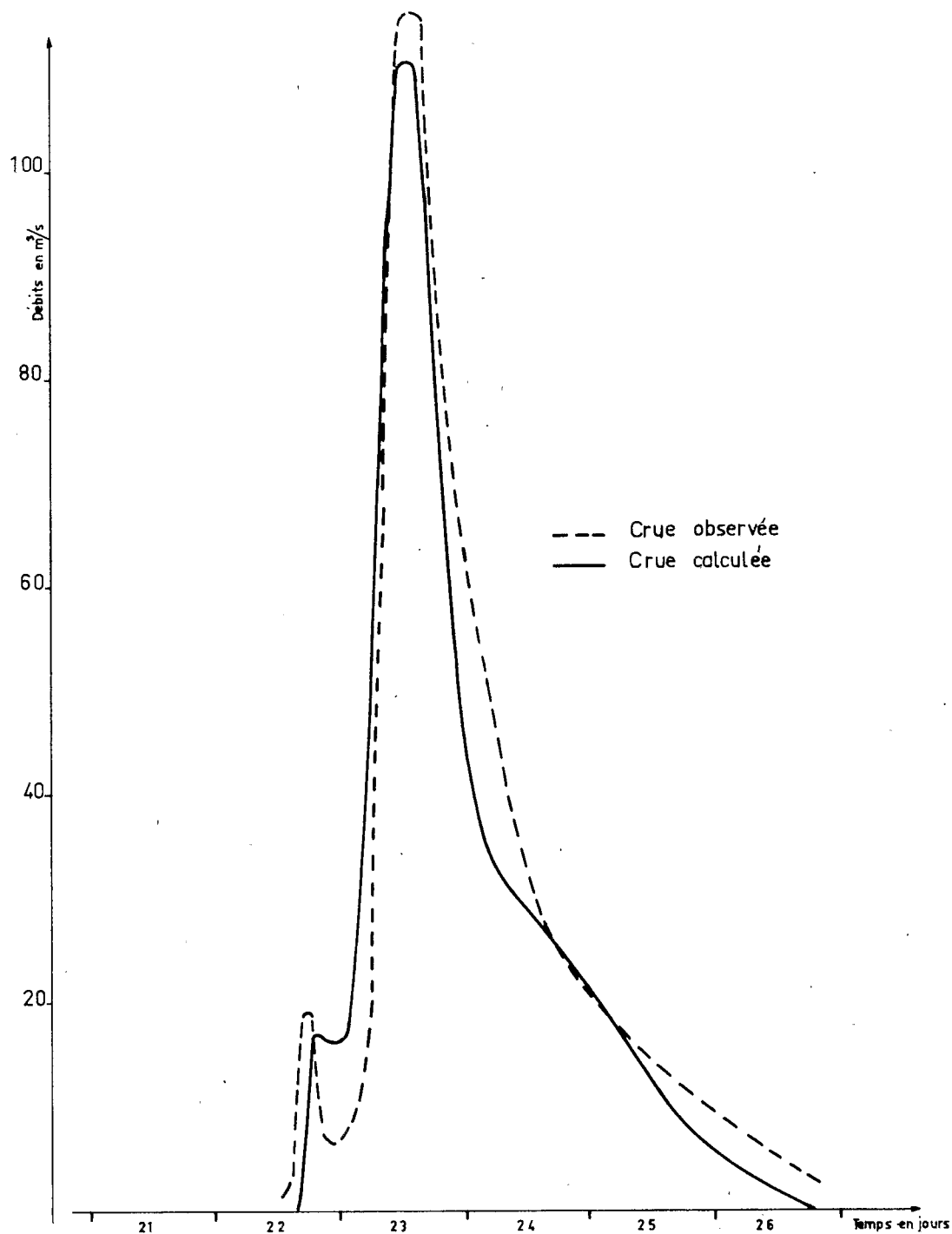


FIG. 4
Crue du 21 juillet 1963 de La Guilla à Niarba.

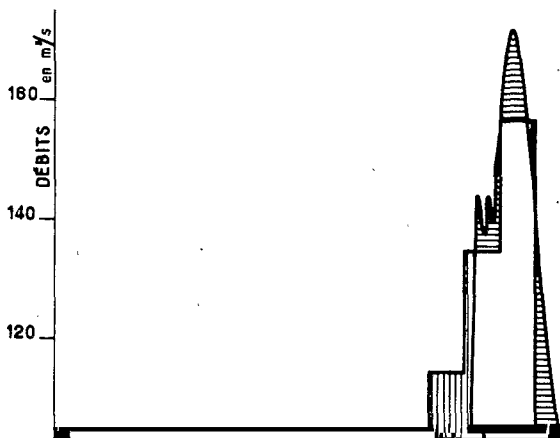
lit mineur est indispensable pour améliorer la précision des modèles. Des recherches sont encore nécessaires sur ce thème.

Les deux exemples précédents représentent à peu près les limites des possibilités humaines en calcul à la main. Le stade immédiatement supérieur est inconcevable sans ordinateur. Des schémas plus simplistes ont parfois été utilisés. La figure 5 montre un résultat obtenu avec un tel schéma pour une crue du Litani (l'hydrogramme calculé est représenté sous forme d'une courbe en escalier).

Des études analogues à celles de Niarba et à

celles du Ghorfa ont été menées sur un autre bassin de 1 000 km² situé au Tchad : le Bam Bam. Ce bassin a été observé pendant 4 ans très soigneusement et avec une forte densité de pluviomètres; les données recueillies sont aussi sûres qu'il est possible en la matière. Une étude destinée à aboutir à un modèle matriciel très élaboré est actuellement en cours; l'attention sera portée notamment sur la fonction de coefficient de ruissellement; des programmes partiels destinés au modèle final ont déjà été écrits et testés. Enfin, on cherchera, à propos de cette étude, à parvenir au réglage automatique suivant des procédés évoqués dans [4].

MODÈLE N°1



RÉFÉRENCES

- [1] ROCHE M. — Point de vue matriciel sur un opérateur linéaire de transformation pluies-débits. *Cahier de l'hydrologie*, février 1965 (ORSTOM), pages 21-35.
- [2] ROCHE M. — Interprétation et utilisation des données hydrologiques (cours ENGREF). Chapitre V. *Les équations générales de l'écoulement* (pages 54-62). Editions Riber, 1966.
- [3] ROCHE M. — *Idem*, pages 133 à 143.
- [4] ROCHE M. et SLIVITZKY M. — Modèle mathématique pour une crue de fonte de neige. *Cahier l'hydrologie*, volume IV, n° 1, ORSTOM, 1967, pages 45-77.
- [5] KLEIN J.C. — *Etude hydrologique des bassins représentatifs dans le Sud-Est de la Haute-Volta* (région de Manga). ORSTOM, Paris, 1967.
- [6] JACCON G. et CAMUS H. — *Etude hydrologique des oueds Ghorja et Niordé et des oualos en amont de Kaédi*. ORSTOM, Paris, 1967.