HYDRAULIQUE. — *Méthode graphique « oscillation en masse » pour l'étude du fonctionnement des réservoirs d'air.* Note (*) de MM. **Jean Nougaro** et **Désiré Le Gourières**, transmise par M. Léopold Escande.

Cette méthode est générale et entièrement graphique. Elle permet de tenir compte des pertes de charge et s'applique à des réservoirs de formes quelconques.

Elle est basée sur l'équation des forces vives et sur l'emploi de la caractéristique G (V) du réservoir d'air.

Son utilisation suppose l'eau incompressible et le réseau de conduites indilatable sous l'effet des changements de pression.

Il en résulte que les points représentatifs d'une même canalisation se caractérisent, à un instant donné, dans le diagramme (débit, hauteur piézométrique) de la construction graphique par une même valeur du débit Q.

1. *Équation de base.* — Dans une conduite AB (sens de l'écoulement de A vers B) l'application du théorème des forces vives, à un instant t quelconque, permet d'écrire :

$$\frac{\varpi}{g} L f W\, dW = \varpi f W\, dt\,(z_A - z_B) + p_A f W\, dt - p_B f W\, dt - \varpi P_W f W\, dt,$$

en désignant par :

L et f, la longueur et la section de la conduite;

z_A et z_B, les cotes de A et de B par rapport à un plan de référence;

p_A et p_B, la pression en ces mêmes points;

P_W, la perte de charge dans la conduite pour la vitesse W.

Soit, tous calculs faits, en considérant un intervalle de temps Δt et en tenant compte du fait que le débit Q est égal à fW :

$$\Delta Q = \frac{gf}{L}\left[\left(\frac{p_A}{\varpi} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\varpi} + z_B\right) - P_W\right]\Delta t.$$

Cette relation indique que la quantité entre crochets

$$H = \left[\left(\frac{p_A}{\varpi} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\varpi} + z_B\right) - P_W\right]$$

que nous appellerons charge accélératrice détermine la valeur de ΔQ.

Pour la précision du calcul, on adoptera pour valeur de H, la moyenne des charges accélératrices aux instants t et $t + \Delta t$.

Dans ces conditions : $2H = H_t + H_{t+\Delta t}$.

En traçant sur un graphique (débit, hauteur piézométrique) une droite de pente $+2/(gf/L)\Delta t$, on obtient (*fig.* 1) pour une valeur d'ordonnée $\overline{OL}$ égale à $H_t + H_{t+\Delta t}$, l'accroissement de débit ΔQ correspondant et réciproquement.

Notons que $\overline{\mathrm{OL}}$ s'exprime en fontion des hauteurs piézométriques en A et en B par l'égalité ci-après :

$$\overline{\mathrm{OL}} = \left[\left(\frac{p_A}{\varpi} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\varpi} + z_B\right) - P_W\right]_t + \left[\left(\frac{p_A}{\varpi} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\varpi} + z_B\right) - p_W\right]_{t+\Delta t}.$$

Comme les points de fonctionnement en A et en B sont caractérisés, à un instant donné, dans un diagramme (débit, hauteur piézométrique), par une même valeur de l'abscisse Q l'expression précédente peut se mettre sous la forme vectorielle suivante :

(1) $$\overrightarrow{\mathrm{LO}} = \vec{P}_{Wt} + \vec{P}_{Wt+\Delta t} + \overrightarrow{A_t B_t} + \overrightarrow{A_{t+\Delta t} B_{t+\Delta t}},$$

P_{Wt} et $P_{Wt+\Delta t}$ étant des vecteurs toujours positifs et d'une longueur égale à la perte de charge aux instants t et $t + \Delta t$.

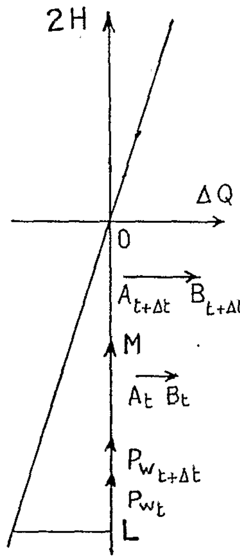

FIG. 1

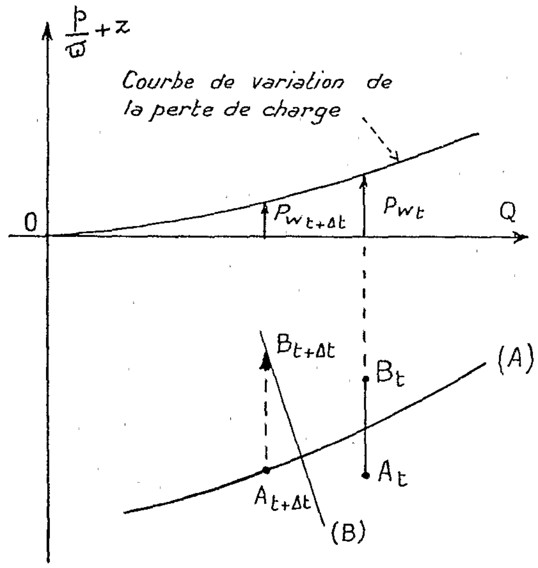

FIG. 2

2. *Application de la relation ci-dessus à la détermination d'un lieu du point représentatif de l'extrémité d'une conduite à l'instant $t + \Delta t$*, connaissant, au même instant, un lieu du point représentatif de l'autre extrémité et les points de fonctionnement relatifs à ces deux sections, à l'instant t précédent.

Soit un diagramme (débit, hauteur piézométrique) sur lequel ont été représentés les points de fonctionnement A_t et B_t supposés connus et la courbe de variation de la perte de charge. Désignons par (A) le lieu du point figuratif $A_{t+\Delta t}$ et par (B) le lieu du point de fonctionnement $B_{t+\Delta t}$ cherché.

Pour construire le lieu (B) du point $B_{t+\Delta t}$ à partir du lieu (A) et des points A_t et B_t, nous allons appliquer la relation vectorielle précédente.

Supposons connu le point $A_{t+\Delta t}$. La différence des abscisses des points A_t et $A_{t+\Delta t}$ donne immédiatement la valeur de ΔQ qui, reportée sur la figure 1, détermine la valeur de 2H, c'est-à-dire de $\overrightarrow{LO}$.

En portant à partir de L la résultante géométrique des vecteurs équipollents à $\vec{P}_{wt}$, $\vec{P}_{wt+\Delta t}$ supposé, $\overrightarrow{A_tB_t}$, on obtient un certain vecteur $\overrightarrow{LM}$. D'après la relation (1), le vecteur $\overrightarrow{MO}$, différence du vecteur précédent et du vecteur $\overrightarrow{LO}$, est équipollent au vecteur $\overrightarrow{A_{t+\Delta t}B_{t+\Delta t}}$ supposé.

Conclusion. — Il suffit de porter sur la figure 2, à partir du point $A_{t+\Delta t}$ supposé, un vecteur équipollent au vecteur différence $\overrightarrow{MO}$ pour obtenir le point $B_{t+\Delta t}$ correspondant.

En recommençant pour d'autres points A du lieu (A), on obtient de nouveaux points $B_{t+\Delta t}$ et, en joignant ces derniers, le lieu (B).

Observation. — Si, au lieu de connaître le lieu (A), nous avions connu le lieu (B) la construction eut été sensiblement identique. L'expression vectorielle (1) reste en effet toujours vraie.

Seule différence dans le tracé de l'épure : on aurait porté à partir du point $B_{t+\Delta t}$ supposé connu, un vecteur opposé au vecteur précédent, c'est-à-dire équipollent au vecteur $\overrightarrow{OM}$.

L'extrémité de ce vecteur nous aurait fourni le point $A_{t+\Delta t}$ cherché. En recommençant la construction pour d'autres points B du lieu (B), on aurait obtenu le lieu (A).

D'où la règle : Pour obtenir un lieu du point aval connaissant, au même instant, un lieu du point amont, il faut porter à partir de ce dernier lieu des vecteurs équipollents aux vecteurs $\overrightarrow{MO}$.

Par contre, pour obtenir un lieu du point amont connaissant, au même instant, un lieu du point aval, il faut porter, à partir de cette dernière courbe, des vecteurs équipollents aux vecteurs $\overrightarrow{OM}$.

(*) Séance du 27 novembre 1961.