THE UNIT HYDROGRAPH TECHNIQUE APPLIED TO THE SAHELIAN FLOOD MODELING, COMPARISON OF THREE IDENTIFICATION METHODS

P. Ribstein, ORSTOM T. Lebel, ORSTOM

ORSTOM, Laboratoire d'hydrologie BP 5045, 34032 Montpellier cedex

ABSTRACT

Sahelian floods are caused by heavy convective rainfall displaying some homogeneity at the small watershed scale. For that reason and also because there is no groundwater flow, the Unit Hydrograph (UH) technique is well taylored to the modeling of the sahelian floods.

This paper is devoted to comparing three UH identifying methods: the Nash Unit Hydrograph, a Recursive Least Square (RLS) identification of an Autoregressive model with exogeneous input (ARX) and the so called DPFT method (iterative deconvolution process). This comparison is based on the data of two watersheds, the areas of which are less than 20 km²; it allows to study the validity of the UH concept applied to the sahelian floods.

In addition to that of the identification method, the influence of the calibration sample and of the analytic formulation of the production function on the coefficients of the linear Transfert function are also studied.

267

O.R.S. .. U.M. Fonds Documentaire N° : 39.699 Cote : B 1 3 JUIN 1994

0

81372

L'hydrogramme unitaire appliqué à l'analyse des crues au Sahel. Comparaison de différentes méthodes d'identification.

Ribstein, P., ORSTOM Lebel, T., ORSTOM ORSTOM Laboratoire d'hydrologie BP 5045 34032 Montpellier cedex

RESUME

A l'échelle d'un petit bassin, la modélisation des transferts de surface par l'hydrogramme unitaire est très utilisée dans les études de prévision ou de prédétermination de crues. Les crues sahéliennes se prêtent particulièrement bien à l'utilisation de cet outil car elles sont issues de phénomènes convectifs brutaux, homogènes à l'échelle d'un petit bassin et il n'y a pas au Sahel d'écoulement de nappe souterraine.

En utilisant les données de deux bassins sahéliens inférieurs à 20 km², ce travail compare trois méthodes d'identification associées à trois formulation de l'hydrogramme unitaire : l'hydrogramme de Nash (fonction gamma à 2 paramètres), un modèle autorégressif du type ARX (Autorégressif Entrée Exogène) et la Différence Première de la Fonction de Transfert (déconvolution par itération).

La comparaison de ces trois méthodes permet d'étudier la validité de l'hydrogramme unitaire appliqué aux crues sahéliennes. On évalue en particulier la variabilité de la fonction de transfert et la qualité de la reconstitution des crues observées par rapport à la méthode d'identification utilisée, à l'échantillon de calibration, et à la formulation de la fonction de production.

INTRODUCTION

Depuis trente ans, les hydrologues de l'ORSTOM ont observé plus de 60 bassins sahéliens de taille inférieure à 100 km² dans la zone comprise entre les isohyètes 300 et 850 mm de pluie annuelle. La synthèse de ces observations a permis l'élaboration de méthodes de prédétermination de crues qui s'appuient, dans la plupart des cas, sur la théorie de l'hydrogramme unitaire.

Avec les observations disponibles et pour un objectif de prédétermination de crues, seuls les modèles globaux, par événement, sont utilisables.

En effet la durée d'observation est faible (moins de trois ans en moyenne), les données présentent souvent des lacunes et il y a peu d'information sur la variabilité spatiale de certains facteurs : pluie, humidité du sol, perméabilité....

L'approche la plus courante consiste à transformer les Pluies Brutes (PB) en Pluies Nettes (PN) à l'aide d'une Fonction de Production (FP) non linéaire puis de passer de PN aux débits (Q) par une Fonction de Transfert (FT) généralement représentée sous forme d'un Hydrogramme Unitaire (HU).

Si on fait abstraction des erreurs de mesure entachant les données qui servent à la calibration, la capacité d'un modèle à atteindre l'objectif gu'on lui a fixé dépend de deux facteurs principaux :

- l'adéquation du modèle, c'est à dire son aptitude à schématiser les mécanismes qui régissent prioritairement le phénomène étudié ;

- la possibilité d'identifier correctement les paramètres de ce modèle.

Dans le cas de l'hydrogramme unitaire, on peut tester ces deux facteurs en comparant plusieurs méthodes d'identification de ses coefficients. Trois méthodes associées chacune à une formulation différente de HU sont prises en compte dans cet article :

- dans la formulation proposée par Nash (1957), on impose à priori l'expression analytique de FT qui est une fonction gamma à deux paramètres ; - dans les modèles de type Autorégressif à Moyenne Mobile et entrée eXogène (ARMAX) les ordres des trois composantes ne sont pas imposés et le nombre de termes de la formulation polynomiale de FT peut donc varier ; - enfin dans le cas où comme Guillot et Duband (1980) on travaille sur la Différence Première de la Fonction de Transfert (DPFT), on identifie HU par déconvolution directe entre pluies brutes et débits observés. Aucune identification préalable de la fonction de production n'est donc nécessaire, au contraire de ce qui se passe pour les deux premières méthodes.

Les résultats obtenus par ces méthodes sur deux bassins sahéliens servent à illustrer l'adéquation de l'hydrogramme unitaire comme modèle de transfert linéaire et les possibilités d'identification de ses paramètres.

IDENTIFICATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT D'UN BASSIN VERSANT

Le concept fondamental consiste à représenter le transfert linéaire entre PN et Q comme une cascade de réservoirs linéaires. On montre aisément (Bastin, 1984) que la relation permettant de relier le débit à l'instant K.Dt aux pluies nettes et aux débits des instants précédents est une équation aux différences du type :

$$Q(K) + \sum_{i=1}^{n_{r}} a_{i} Q(K-i) = \sum_{i=1}^{n_{r}} b_{i} PN(K-i)$$
(1)

où n_r est le nombre de réservoirs linéaires et K un index de temps.

* L'équation 1 peut aussi se mettre sous la forme :

$$Q(K) = \frac{B(Z^{-1})}{1 + A(Z^{-1})} PN(K)$$
(2)

269

, ē

τ,

$$Z^{-1}$$
 est un opérateur délai défini comme suit : $Z^{-1} Q(K) \equiv Q(K-1)$

et donc
$$A(Z^{-1}) = a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}$$

 $B(Z^{-1}) = b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}$

La fraction rationnelle $B(Z^{-1})$ entre PN et O. $B(Z^{-1})$ est la FT polynomiale de la relation $1+A(Z^{-1})$

La formulation HU se déduit de l'équation 2 par division polynomiale :

$$H(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})}{1+A(Z^{-1})} = h, Z^{-1} + h_2 Z^{-2} + \dots + h_n Z^{-n}$$

et Q(K) = $\sum_{i=1}^{\infty} h_i PN(K-i)$ (3a)

Dans la pratique, on utilise une séquence tronquée au rang r, les termes au-delà de ce rang ayant un poids négligeable :

$$Q(K) = \sum_{i=1}^{r} h_i PN(K-i)$$
(3b)

* En travaillant sur les différences premières de débit :

q(K) = Q(K) - Q(K-1)

L'équation 3b peut s'écrire :

$$q(K) = \sum_{i=1}^{r} g_i PN(K-i)$$
(4)

avec $g_i = h_i - h_{i-1}$ et $h_0 = 0$

Les coefficients g_i sont les différences premières des coefficients h_i de HU : ce sont donc les coefficients de la DPFT.

Ce bref panorama permet de voir qu'on passe de l'équation 1 aux différences à HU (équations 3a et 3b) et à la DPFT (équation 4) par une série d'implications qui ne sont pas toutes réciproques.

Toutes les formulations peuvent donc se réduire à un hydrogramme unitaire HU mais il n'est pas équivalent d'identifier directement les coefficients de HU ou les coefficients des formulations 2 et 4.

LES MODELES UTILISES

La fonction de transfert

* L'hydrogramme de Nash

HU est assimilé à une fonction gamma à deux paramètres :

$$\begin{array}{c} 1\\ h_{i} = & ---- \\ K_{S} \cdot \Gamma(n_{S}) \end{array} \exp(-i/K_{S} \cdot) \begin{bmatrix} i\\ -\\ K_{S} \end{bmatrix} \begin{array}{c} n_{S} - 1\\ K_{S} \end{bmatrix}$$
(5)

avec ns et Ks, 2 paramètres à identifier et $\Gamma(ns)$ la loi gamma complète. Les deux paramètres sont identifiés par optimisation numérique conjointement ou postérieurement aux paramètres de la fonction de production.

* Le modèle HYDROMOD

C'est un modèle de type ARX (autorégressif à entrée exogène) qui peut s'écrire avec l'équation 1 :

$$Q(K) = -\sum_{i=1}^{n1} a_i \cdot Q(K-i) + \sum_{j=1}^{m1} b_j \cdot PN(K-j)$$
(6)

Les ordres nl et ml du modèle autorégressif et de l'entrée exogène ainsi que les valeurs des coefficients a_i et b_j sont identifiés à l'aide d'un algorithme des moindres carrés avec facteur d'oubli (Wery et al., 1987).

* La Différence Première de la Fonction de Transfert

L'équation 4 peut s'écrire sous forme des produits matriciels suivants :

$$\left[q\right]_{nN,1} = \left[PN\right]_{nN,k} \cdot \left[g\right]_{k,1}$$
(7)

et pour chaque crue 1 :

$$\left[q_{1}\right]_{n,1} = \left[PN_{1}\right]_{n,k} \cdot \left[g\right]_{k,1} \quad (1 = 1, N) \quad (8)$$

 PN_1 et q_1 sont les pluies nettes et les différences de débits de la crue l ; n est la longueur supposée constante des crues observées et N le nombre de crues à modéliser ; k est la longueur de la fonction de transfert (k=n-m+1 avec m longueur supposée constante des pluies observées).

Le système ci-dessus est résolu par un algorithme des moindres carrés en considérant alternativement g et PN comme des inconnues. On initialise avec les pluies brutes et on itère les calculs jusqu'à obtenir des coefficients g_i stables et un coefficient de corrélation élevé entre variations de débits observés et calculés. Pour éviter les oscillations numériques qui se manifestent dans la queue de FT, il est possible de fixer aussi le nombre de pas de temps kp à partir duquel on peut approximer FT par une exponentielle décroissante. De plus, la méthode permet d'activer à la demande certaines contraintes : fonction de transfert unitaire et PN inférieur à PB.

Il faut souligner que la résolution par les moindres carrés se traduit par des inversions de matrices dont les déterminants peuvent être très faibles.

La DPFT se caractérise donc par sa capacité à identifier directement FT sans aucune formulation explicite de la fonction de production. Cette dernière peut néanmoins être modélisée à posteriori en cherchant à caler une expression analytique reliant les pluies brutes observées aux pluies nettes identifiées par la méthode.

La fonction de production

Il est indispensable de fournir une formulation explicite de la fonction de production avant d'identifier les fonctions de transfert de l'hydrogramme de Nash et du modèle HYDROMOD.

Les paramètres des fonctions de production sont identifiés par une méthode d'optimisation numérique avec recherche du minimum d'une fonction critère. Pour l'hydrogramme de Nash, c'est la méthode de Rosenbrock (1960) que nous avons utilisée avec comme critère l'erreur guadratigue totale :

$$C1 = \sum_{i=1}^{ND} (Q_{o}(i) - Q_{c}(i))^{2}$$
(9)

Nb est le nombre d'observations de l'échantillon de calibration, $Q_o(i)$ et $Q_c(i)$ sont les débit observé et calculé à la fin du pas de temps j.

Parmi les nombreuses fonctions de production proposées dans la littérature nous en avons sélectionné trois qui nous paraissent applicables à la modélisation des crues sahéliennes.

* La fonction du Soil Conservation Service ou SCS (U.S.D.A., 1972)

Cette fonction s'appuie sur le cumul des pluies brutes et des pluies nettes. Au pas de temps K, elle peut s'exprimer par l'équation :



avec J paramètre fonction de l'état hydrique du sol et θ paramètre constant. Après étude de nombreux bassins versants aux Etats-Unis, le Soil Conservation Service (U.S.D.A., 1972) donne la valeur 0.2 au paramètre θ . * La fonction de production proposée par Girard et al. (1981)

Dans le cadre d'un modèle à discrétisation spatiale, les auteurs proposent une fonction de production avec un seul réservoir et deux paramètres pour calculer la quantité d'eau écoulée (figure 1).



Figure 1. Fonction de production proposée par Girard et al.(1981)

Les deux paramètres DCRT et CRT représentent les valeurs minimale et moyenne en millimètres du stock en eau dans le sol.

* La fonction de production proposée par Lorent (1975)

Comme pour la fonction précédente, il s'agit d'une fonction type modèle à réservoir avec 3 paramètres. L'infiltration W est calculée en fonction de l'état du réservoir, variable STOCK, de la capacité maximale du réservoir SMAX et de la pluie brute observée :

$$W = (SMAX-STOCK) \cdot (1-exp(-----))$$
(11)
(SMAX-STOCK)

Le réservoir se vidange suivant la formule :

$$STOCK = (1-a).(STOCK+W)$$

La pluie nette enfin est calculée en enlevant la quantité infiltrée à la pluie brute.

$$PN(K) = PB(K) - W$$

Les 3 paramètres de ce modèle sont donc a, β , et SMAX.

272

LES BASSINS ETUDIES

L'annexe 1 présente la situation géographique et la carte des 2 bassins . L'annexe 2 illustre les caractéristiques des crues sélectionnées.

Le bassin de Polaka (Burkina Faso)

Observé de 1976 à 1980 dans le cadre d'une étude de la Mare d'Oursi (Chevallier et al., 1985), ce bassin sur granite de 9,14 km² a une pluviométrie moyenne annuelle de 450 mm. La cartographie des états de surface laisse présager une certaine hétérogénéité de l'aptitude au ruissellement : à l'amont des affleurements de gabbros perméables, et à l'aval des placages sableux cultivés puis des glacis argilo-sableux recouverts d'une pellicule d'induration plus imperméables.

Sur les 181 crues observées en 4 ans, nous avons sélectionné les 18 plus forts événements après élimination des enregistrements peu fiables. Des temps de montée des crues de l'ordre de 50 minutes imposent un pas de temps de calcul de 10 minutes. Les pluies en entrée des modèles sont les valeurs observées sur un pluviographe proche de l'exutoire.

Le bassin de Mouda (Cameroun)

Ce bassin de 18.1 km², observé en 1984 et 1985, est situé sous l'isohyète annuelle 850 mm environ (Thebe, 1987). La majorité des sols de ce bassin sont des vertisols dégradés qui présentent de forts coefficients de ruissellement lors de tests au simulateur de pluie.

84 crues ont été observées en 2 ans avec une grande variabilité des paramètres hydrologiques. Les 25 plus fortes crues forment l'échantillon de modélisation. Les temps de montée observés sont souvent supérieurs à 60 minutes ce qui a conduit à choisir un pas de temps de calcul de 20 minutes. Situé à l'aval du bassin, un pluviographe fournit les valeurs observées des pluies brutes mais on peut déjà noter une assez forte variabilité spatiale des averses qui perturbent la représentativité de ce site.

RESULTATS

Sur chaque bassin, un échantillon de crues a été sélectionné pour calibrer les modèles (crues "C" sur les figures 6 et 7, annexe 2) ; les crues restantes (crues "V") servent à valider les résultats dans une phase postérieure. Dans cette phase de validation, les différentes méthodes sont comparées en étudiant le critère proposé par Nash et Sutcliffe (1970) :

$$C2 = 1 - \left(\sum_{i=1}^{Nb} (Q_{o}(i) - Q_{c}(i))^{2}\right) (Q_{o}(i) - QM_{o})^{-2}$$
(12)

Nb nombre d'observations de l'échantillon, $Q_o(i)$ et $Q_c(i)$ les débits observé et calculé au pas de temps i et QM_o le débit moyen observé.

Ce critère C2 tend vers 1 lorsque le modèle reconstitue bien les crues ; C2 peut être négatif lorsque le modèle est moins bon que l'estimation simple par la valeur moyenne. Parmi les 18 crues sélectionnées, 12 forment l'échantillon de calibration (figure 6, annexe 2). Les fonctions de production associées à l'hydrogramme de Nash donnent des critères plutôt faible (de 0.53 pour FP de SCS à 0.76 pour FP de Lorent).

Le modèle HYDROMOD avec FP de Lorent est difficile à identifier car le critère C1 qui est utilisé ne présente que de très faibles variations en fonction de l'ordre du modèle et des 3 paramètres de la production. En utilisant FP du SCS (2 paramètres), les variations de C1 deviennent plus importantes ce qui montre une certaine sur-paramètrisation avec 3 paramètres pour la fonction de production. De plus θ tend vers 0 et la fonction du SCS (équation. 10) se réduit donc au seul paramètre J.

Pour étudier le transfert, nous n'avons pas utilisé de contrainte sur les pluies dans la DPFT. Par contre, l'hydrogramme unitaire identifié varie en fonction du pas de temps kp à partir duquel on applique une exponentielle décroissante à la queue de HU. Le coefficient de corrélation entre variations de débits observés et calculés est supérieur à 0.98, ce qui traduit une bonne reconstitution des formes des crues en calibration.

Pour l'hydrogramme de Nash et pour HYDROMOD, les débits maximum et les lames ruisselées calculés sont en général sous-estimés sauf pour une crue (pluie de 64.5 mm, lame ruisselée de 13.5 mm) qui paraît avoir une forte influence sur les fonctions de production et de transfert estimées. Nous avons enlevé cet événement dont la variabilité spatiale importante de la pluie peut expliquer le comportement particulier. Avec les 11 crues restantes, les fonctions de transfert estimées par l'hydrogramme de Nash et par HYDROMOD sont différentes de celles estimées avec les 12 crues. Par contre, cette différence ne s'observe pas avec la DPFT. La figure 2 montre les hydrogrammes unitaires identifiés par les 3 méthodes.





Dans la phase de validation, on utilise les modèles identifiés sur les 11 crues de calibration. Les valeurs du critère C2 sont données dans le tableau 1. Le meilleur critère (C2=0.88), obtenu par le modèle HYDROMOD avec FP de Lorent, traduit une bonne reconstitution des formes de crues.

| | | Fonction de production | | |
|-----------------------------|----------|------------------------|--------|--------|
| | | scs | GIRARD | LORENT |
| Fonction de transfert | NASH | 0 78 | 0 79 | 0 84 |
| | HYDROMOD | 0 80 | 0 83 | 0 89 |
| | DPFT | 0 69 | 0 70 | 0 8 1 |

Tableau 1. Critères C2 calculés sur les 6 crues de validation à Polaka.

Mais un critère numérique tel que C2 ne peut traduire qu'imparfaitement la qualité des résultats d'une modélisation. En particulier, les crues reconstituées à l'aide de la DPFT ont une forme assez semblable aux crues observées mais les décrues sont sous-estimées, ce qui explique les faibles valeurs de C2. Les fonctions de production utilisées (non identifiées par la DPFT) paraîssent mal adaptées à la fonction de transfert identifiée par la DPFT.

Modélisation des crues de Mouda

Quel que soit le modèle utilisé, il est difficile d'identifier les paramètres de FP avec les 18 crues de l'échantillon de calibration. Cette difficulté s'explique par la forte variabilité spatiale des pluies et par l'hétérogénéité des caractéristiques hydrologiques de ces 18 crues. Nous avons donc calé les modèles sur un échantillon réduit aux 12 événements importants présentant une faible variabilité spatiale des pluies. Comme pour Polaka, HU identifié par la DPFT varie peu en fonction de l'échantillonnage, contrairement à l'hydrogramme de Nash et à HYDROMOD.

Pour l'ensemble des 8 crues de validation, les valeurs de C2 se répartissent entre 0.60 et 0.80. Un examen des crues calculées montre de grandes différences suivant la fonction de production utilisée. Cette remarque est illustrée par la figure 3 qui représente les valeurs observées et calculées pour la plus forte crue observée à Mouda (crue de validation).



Figure 3. Modélisation de la crue du 31.07.85 à Mouda.

CONCLUSION

En regard des résultats obtenus en validation, le concept d'hydrogramme unitaire et en particulier la linéarité du transfert paraissent applicables aux petits bassins sahéliens. L'influence de l'échantillon de calibration est d'autant plus forte que les contraintes sont importantes dans le modèle utilisé : expression analytique de la fonction de production, forme de la fonction de transfert. A cet égard, la DPFT paraît la plus "objective" des méthodes présentées.

Suivant les méthodes utilisées, les hydrogrammes unitaires identifiés sont assez différents, mais le problème essentiel reste le choix de l'expression analytique de la fonction de production surtout lorsque les pluies présentent une importante variabilité spatiale. Or ce choix influe sur l'identification de la fonction de transfert dans certains modèles (hydrogramme de Nash, HYDROMOD).

REFERENCES

Bastin, G. (1984). Identification de la relation pluie-débit. Prévision des débits en temps réel. Session "Crues et précipitations intenses". Vol. IV, I.N.P.G., Grenoble.

Chevallier, P., Claude, J., Pouyaud, B. et Bernard, A. (1985). Pluies et crues au Sahel. Hydrologie de la Mare d'Oursi (1976-1981). Trav. et Doc., 190, ed. ORSTOM, Paris

Girard, G., Ledoux, E. et Villeneuve J.P. (1981). Le modèle couplé, simulation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un système hydrologique. Cah. ORSTOM, sér. Hydrol., XVIII, 4.195-280.

Guillot, P. et Duband, D. (1980). Fonction de transfert pluie-débit sur les bassins versants de l'ordre de 1000 km². La Houille Blanche, 4/5, 279-289.

Lorent, B. (1975). Modélisation et identification d'une relation pluie-débit : le bassin de la Semois. 7° Conf. IFIP sur les Techniques d'Optimisation. Nice.

Nash, J.E. (1957). The form of the instantaneous unit hydrograph. Proc. General Assembly of Toronto. Int. Assoc. Sci. Hydrol. Publ., 45(3), 114-121.

Nash, J.E. et Sutcliffe, J.V. (1970). River flow forecasting through conceptual models, 1, A discussion of principles, J. Hydrol., 10, 282-290.

Rosenbrock, H.H. (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. Computer Journal, 3(3), 175-184.

Thebe, B. (1987). Hydrodynamique de quelques sols du Nord-Cameroun. Bassins versants de Mouda. Contribution à l'étude des transferts d'échelles. Thèse d'université. Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier.

U.S.D.A. (U.S. Dept. of Agric.). Soil Conservation Service. (1972). Estimation of direct runoff from storm rainfall. in : National Engineering Handbook. Section 4 - Hydrology. Washington, 10.1-10.24.

Wery, B., Lebel, T. et Bastin, G. (1987). On real time forecasting of riverflows under various climatological conditions : methodology and experimental results. XIX General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics. Vancouver.



380

380.

38

BASSIN VERSANT DE POLAKA

Figure 5. Cartes des bassins







279

1 =

60

сC