

ANALYSIS OF THE SPEED OF PROPOGATION OF FLOODS WAVES

Jean-Pierre Lamagat, ORSTOM

Directeur de Recherche ORSTOM, B.P. 1386 Dakar Senegal

ABSTRACT

The analysis of the speed of propagation of flood waves was perfected in order to set up a model of flood propagation for the River Niger on behalf of the Niger River-Basin Authority (ABN).

The analytical methodology, presented below, has led to numerous applications, almost daily used by the developers:

- anticipating flow
- simulation
- real time management of developments
- height-discharge transformation (non bi-univocal stations)

The present communication contains a brief summary of hydraulic elements used to develop the methodology and a very diagramatic approach to it based on St. VENANT's equations (Appendix).

Each application of the analysis is presented in the form of a concrete example drawn from work undertaken, to date, by ORSTOM (DAKAR)'s team of hydrologists:

- a model of the Niger flood propagation in the KOULIKORO/KEMACINA reach
- GAMBIA River monographie. A reconstruction of the GAMBIA's flow at KOUNCY
- model of Anticipated Management Flow for the OMVS Management's communal installations at MANANTALI DAM.
- graduation at BOGHE station on the SENEGAL River.

13 JUN 1994

O.R.S.T.O.M. Fonds Documentaire

N° : 39701

291

Cote : B

81374

ANALYSE DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES DE CRUES

Jean-Pierre Lamagat
ORSTOM

RESUME

L'analyse de la vitesse de propagation des ondes de crues a été mise au point afin de réaliser un modèle de propagation des crues du Fleuve NIGER pour le compte de l'Autorité du bassin du Fleuve Niger (ABN).

La méthodologie analytique, présentée dans ce qui suit, a débouché sur plusieurs applications qui constituent très souvent le menu quotidien des Aménageurs :

- Prévion des débits
- Simulation
- Gestion en temps réel des aménagements
- Transformations hauteurs-débit (stations non bi-univoques).

La présente communication contient un bref rappel des éléments d'hydraulique ayant permis le développement de la méthodologie ainsi qu'une approche très schématisée de cette dernière à partir des équations de St VENANT.(ANNEXE)

Chacune des applications de l'analyse est présentée sous la forme d'un exemple concret tiré de travaux réalisés à ce jour par l'équipe des Hydrologues de l'ORSTOM-DAKAR:

- Modèle de propagation des crues du Niger. Bief KOULIKORO/KE MACINA.
- Monographie du fleuve Gambie. Reconstitution des débits de la Gambie à KOUNCY.
- Modèle de Prévion des Débits de Gestion des ouvrages communs de l'OMVS.Gestion du barrage de MANANTALI
- Etalonnage de la station de BOGHE sur le fleuve SENEGAL.

1. MODELE DE PROPAGATION DES CRUES DU NIGER

C'est dans le cadre d'un contrat CEE que ce Modèle a été développé. La partie théorique développée en annexe n'existait pas au moment de la réalisation du modèle. Les hypothèses énoncées en 1984 étaient les suivantes :

Dans un bief donné, le temps de propagation d'une perturbation infiniment petite (de la station amont à la station aval) est fonction de la profondeur de la section amont de ce bief.

L'appui théorique de cette hypothèse a été publié dans plusieurs ouvrages (Modèle de propagation des crues du NIGER entre KOULIKORO et NIAMEY - J.P. LAMAGAT - 1987 et Analyse de la vitesse de propagation des ondes de crues - J.P. LAMAGAT - ORSTOM DAKAR - Septembre 1985). Je ne reprendrais pas ici le développement de cette théorie qui parvient exactement aux mêmes conclusions que la théorie présentée en annexe.

1.1. Méthodologie

Toute la méthodologie a été élaborée de manière à effectuer la prévision avec un maximum de précision à l'aide d'un micro ordinateur disposant en 1984 de 256 kilo octets et d'un disque dur. Matériel connu sous l'appellation "compatible XT".

Les analyses de temps ont été effectuées bief par bief. Le programme d'analyse automatique travaillant sur deux échantillons d'observations en continu sur 5 années consécutives, aux stations amont et aval. L'ordinateur établit un fichier représentant le modèle (voir exemple d'analyse du bief KOULIKORO - KE MACINA). A l'aide de ce fichier un programme peut effectuer la prévision de la cote à la station aval à partir de l'observation réalisée à la station amont avec un délai égal au temps de propagation pour la cote amont.

1.2. Exemple d'analyse : Bief KOULIKORO - KE MACINA

Le modèle prévu au départ pour effectuer la prévision entre l'entrée et la sortie du Delta Central a été étendu de KOULIKORO à NIAMEY. Ce bief est découpé en plusieurs tronçons et il est possible à l'aide du modèle d'effectuer, par exemple, la prévision à NIAMEY à partir des observations de TOSSAYE, DIRE ou AKKA. Le délai de prévision étant égal au plus au temps de propagation fonction, nous l'avons vu, de la cote observée à l'entrée du bief. L'exemple présenté correspond au 1er bief, soit KOULIKORO - KE MACINA (fig. N1 et N2). Ces deux stations sont séparées par environ 275 km. Ce bief ne comporte pas d'affluent notable, par contre un défluent important est situé au niveau du barrage de MARKALA, juste à l'amont de la station limnimétrique de KIRANGO AVAL.

L'analyse des temps de propagations est effectuée à l'aide des observations allant de 1980 à 1984. Le tableau N1 contient les résultats de cette analyse. Le pas de l'analyse est de 10 cm, par tranche de 50 cm, pour tout le marnage de la période considérée à KOULIKORO, soit de 0 à 806 cm à l'échelle (valeurs correspondantes 35 à 720 cm KE MACINA). La première colonne du tableau contient les écarts moyens enregistrés dans chaque tranche entre la valeur observée à l'aval et celle calculée par régression à l'aide de la valeur amont pour le temps contenu dans la colonne "T". Cette valeur minimale de l'écart moyen fixe les paramètres du modèle pour la profondeur Hx correspondante.

La figure N4 contient deux graphiques présentant la correspondance entre cotes amont(Hx) et les deux paramètres fonction de cette cote, Hy et T :

$$Hy = F(Hx) \text{ et } T = G(Hx)$$

Ces deux relations permettent d'effectuer la prévision de Hy connaissant la cote Hx le jour j puisque T est lui aussi connu : la cote hy interviendra à la date J+T.
Divers programmes ont été écrits, ils permettent de réaliser les opérations suivantes :

- Prévision des crues (temps égal au maximum au temps de propagation)
- Simulation de crue artificielles ou naturelles (fonctionnement d'un barrage - scénarios)
- Reconstitution de données manquantes
- Gestion d'aménagements en temps réel.

La figure N3 présente une simulation de la crue de 1979 à partir des hauteurs observées à KOULIKORO et les observations effectuées pour la même période à KE MACINA. Pour les cotes inférieures à 1m à KE MACINA la gestion du barrage fausse la simulation, le modèle ne simulant qu'une gestion moyenne sur la période de calage.

Sur certains biefs l'amortissement des crues, par stockage à la montée et déstockage à la décrue, est très important. La meilleure solution trouvée à ce jour est le laminage des observations amont. Ce laminage est obtenu en substituant à une observation effectuée à la date J une moyenne des observations de J-i à J+i, i étant choisi empiriquement.

Le tableau N2 contient les résultats de l'étude statistique de la simulation réalisée sur la période 1973-1979. Les intervalles de confiance sont calculés par comparaison des hauteurs calculées et observées (par tranche de 50 cm). Ils sont exprimés en cm pour trois valeurs : 80% - 90% et 95%.

Tableau N2

INTERVALLES de CONFIANCE du MODELE :									
KOULIKORO et KEMACINA									
Période analysée: 1973 - 1979									
Temps d'amortissement : 10 jours									
Délai de prévision : 1P jours									
H _{cal} =200	H _{obs} =250	IC (80%)= 19	IC (90%)= 24	IC (95%)= 29	N=277				
H _{cal} =250	H _{obs} =300	IC (80%)= 15	IC (90%)= 21	IC (95%)= 26	N=214				
H _{cal} =300	H _{obs} =350	IC (80%)= 17	IC (90%)= 21	IC (95%)= 25	N=189				
H _{cal} =350	H _{obs} =400	IC (80%)= 15	IC (90%)= 19	IC (95%)= 23	N=157				
H _{cal} =400	H _{obs} =450	IC (80%)= 11	IC (90%)= 14	IC (95%)= 17	N=142				
H _{cal} =450	H _{obs} =500	IC (80%)= 12	IC (90%)= 16	IC (95%)= 19	N=160				
H _{cal} =500	H _{obs} =550	IC (80%)= 12	IC (90%)= 16	IC (95%)= 19	N=141				
H _{cal} =550	H _{obs} =600	IC (80%)= 15	IC (90%)= 19	IC (95%)= 23	N=156				
H _{cal} =600	H _{obs} =650	IC (80%)= 18	IC (90%)= 23	IC (95%)= 27	N=102				
H _{cal} =650	H _{obs} =700	IC (80%)= 10	IC (90%)= 12	IC (95%)= 15	N= 45				

INTERVALLES de CONFIANCE du MODELE :									
KOULIKORO et KE MACINA									
Période analysée: 1973 - 1979									
Temps d'amortissement : 2 jours									
Délai de prévision : 1P jours									
H _{cal} =200	H _{obs} =250	IC (80%)= 18	IC (90%)= 24	IC (95%)= 28	N=277				
H _{cal} =250	H _{obs} =300	IC (80%)= 16	IC (90%)= 20	IC (95%)= 24	N=214				
H _{cal} =300	H _{obs} =350	IC (80%)= 16	IC (90%)= 20	IC (95%)= 24	N=189				
H _{cal} =350	H _{obs} =400	IC (80%)= 14	IC (90%)= 18	IC (95%)= 21	N=157				
H _{cal} =400	H _{obs} =450	IC (80%)= 11	IC (90%)= 14	IC (95%)= 17	N=142				
H _{cal} =450	H _{obs} =500	IC (80%)= 11	IC (90%)= 14	IC (95%)= 17	N=160				
H _{cal} =500	H _{obs} =550	IC (80%)= 11	IC (90%)= 15	IC (95%)= 17	N=141				
H _{cal} =550	H _{obs} =600	IC (80%)= 14	IC (90%)= 17	IC (95%)= 21	N=156				
H _{cal} =600	H _{obs} =650	IC (80%)= 17	IC (90%)= 21	IC (95%)= 25	N=102				
H _{cal} =650	H _{obs} =700	IC (80%)= 10	IC (90%)= 13	IC (95%)= 16	N= 45				

Deux cas sont présentés, amortissement nul et sur J-2 à J+2 jours. Les résultats ne sont pas sensiblement différents, le marnage pour cette période n'est pas important et il s'est produit peu de débordements, d'où des effets de stockage et déstockage très limités.

Sur ce bief les variations de cotes journalières peuvent être très importantes. La simulation est réalisée à partir d'une hauteur par jour et il est évident que la précision est limitée en raison des temps de propagation qui ne sont pas des valeurs entières (en j).

La précision des modèles peut être étonnante, par exemple sur le bief DIRE - TOSSAYE qui dépasse 400 km les intervalles de confiance sont de l'ordre de 4 à 5 cm pour les cotes maximales et le temps de propagation, soit 20 jours.

Lors de l'installation du modèle à NIAMEY, un calcul de prévision a été effectué entre DIRE et NIAMEY, les résultats, avec un délai de 60 jours, étaient quasiment parfaits (à Niamey janvier 87).

1.3. Cas particulier d'une confluence

Dans le cas d'une confluence le modèle n'est plus calé à partir des observations directes, mais de celles-ci transformées en débits, le principe de l'analyse restant le même, calage du bras le plus important puis par itération calage du deuxième bras. L'itération peut être renouvelée jusqu'à obtenir une précision suffisante. Les calages réclament des échantillons

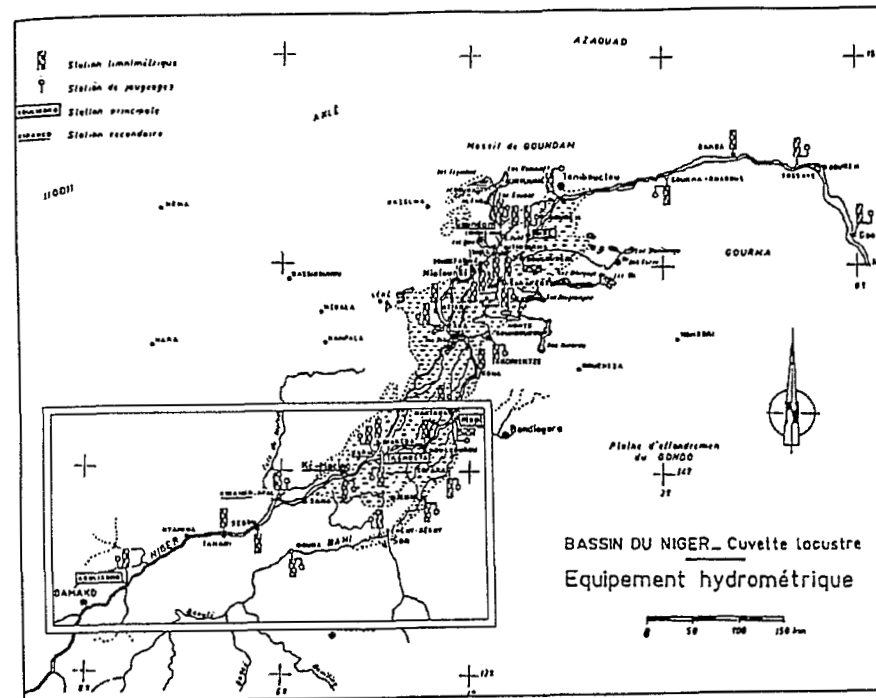


Figure N1

d'observations beaucoup importants que pour un bief simple, surtout lorsque les bassins des affluents n'ont pas des caractéristiques climatiques et morphologiques proches.

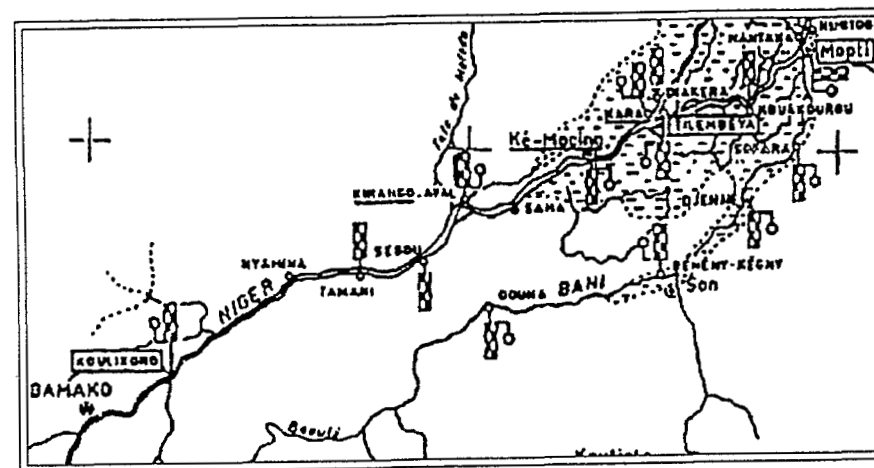


Figure N2

Tableau #1

ANALYSE DU TEMPS DE PROPAGATION
R.I.F. KOULIKORO - KE MACINA
Période analysée: 1980 - 1984

T(j)	H(ko)	H(ke)	T(j)	H(ko)	H(ke)
1,0	34	103	0,5	225	407
1,0	41	113	0,6	237	420
1,0	49	123	0,6	246	440
0,9	73	158	0,6	260	464
0,9	85	174	0,7	266	474
0,8	93	187	0,7	277	492
0,8	99	197	0,8	287	508
0,7	109	210	0,8	301	533
0,7	122	230	0,9	313	550
0,6	134	251	0,9	320	563
0,6	144	268	1,1	350	612
0,5	154	287	1,4	400	698
0,5	163	307	1,8	450	783
0,5	171	323	2,1	500	868
0,5	181	338	2,3	550	953
0,5	191	353	2,5	600	1038

Figure #4

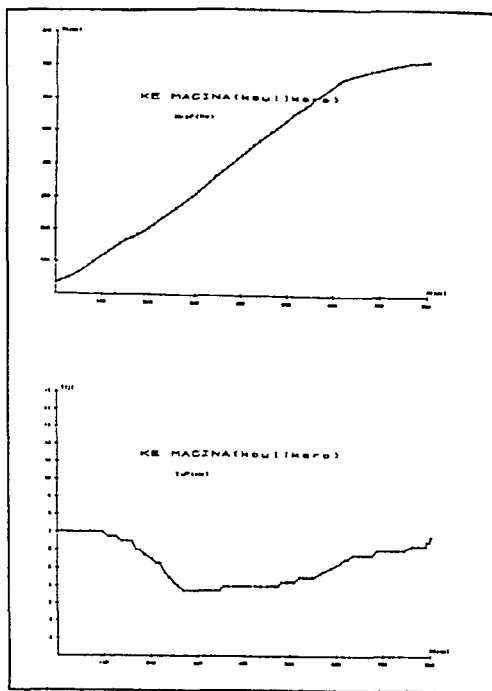
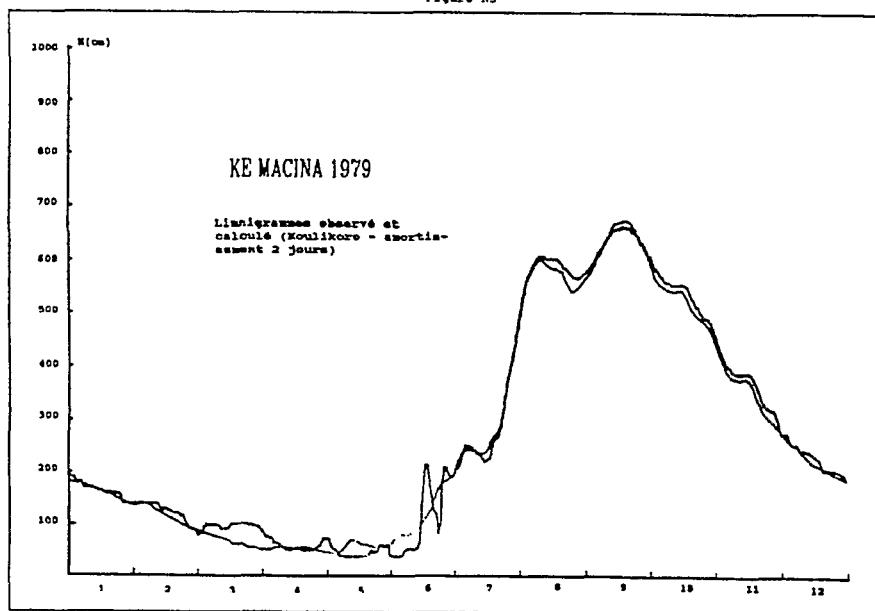


Figure #3



2. Reconstitution de données - Application à la station de KOUNCY sur le Fleuve GAMBIE

Les stations de KOUNCY et KEDOUGOU sont installées sur le fleuve GAMBIE, KOUNCY est située à 100 km à l'amont de KEDOUGOU, les bassins couvrent sensiblement 5 et 7 000 km².

KOUNCY a été installée en 1976, les observations présentent beaucoup de lacunes jusqu'en 1985. Dans le cadre de la Monographie du Fleuve Gambie l'ORSTOM a eu à reconstituer un échantillon de débits à cette station qui est très importante sur le plan des aménagements (Deux ouvrages doivent être réalisés dans cette zone).

La station de KEDOUGOU, au SENE-GAL, est très bien observée depuis 1970, deux fois par jour et son étalonnage est bien défini.

Un modèle de propagation a été calé à l'aides des observations 1977 - 1984 aux deux stations. Le tableau K1 ci-contre contient les paramètres du modèle. Les figures K1 et K2 présentent les fonctions "Temps" et "Régime permanent" (argument Hx).

T(j)	H(ko)	H(ke)	T(j)	H(ko)	H(ke)
1,0	34	103	0,5	225	407
1,0	41	113	0,6	237	420
1,0	49	123	0,6	246	440
0,9	73	158	0,6	260	464
0,9	85	174	0,7	266	474
0,8	93	187	0,7	277	492
0,8	99	197	0,8	287	508
0,7	109	210	0,8	301	533
0,7	122	230	0,9	313	550
0,6	134	251	0,9	320	563
0,6	144	268	1,1	350	612
0,5	154	287	1,4	400	698
0,5	163	307	1,8	450	783
0,5	171	323	2,1	500	868
0,5	181	338	2,3	550	953
0,5	191	353	2,5	600	1038

Tab. K1 - Paramètres du modèle

La vérification du calage a été effectuée à l'aide de l'année 1986. La simulation à partir de KEDOUGOU avec le modèle fonctionnant en inversion:

$Hx = F1(Hy)$ et $Ty = G1(Hy)$

L'année reconstituée a été traduite en débit et le module a été comparé à celui calculé à l'aide des observations. L'écart est très faible :

Module 86 calculé = 38.09 m³/s
Module 86 observé = 38.77 m³/s

OBSERVATIONS 1986

7.42 3.37 0.94 0.04 1.81 9.75 43.2 91.4 162 95.3 32.3 15.1
DEBIT MAX = 249 m³/s le 17 SEP
DEBIT MOYEN JOURNALIER ANNUEL = 39 m³/s

SIMULATION 1986 (Kédougou)

7.64 4.28 2.45 0.97 1.16 8.83 41.6 92.8 159 92.7 30.1 13.6
DEBIT MAX = 258 m³/s le 3 SEP
DEBIT MOYEN JOURNALIER ANNUEL = 38 m³/s

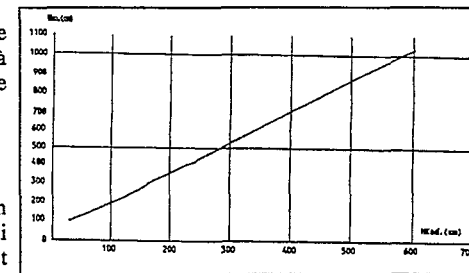


Fig. K1 - Modèle de Propagation Kédougou - Ty = G(Hx)

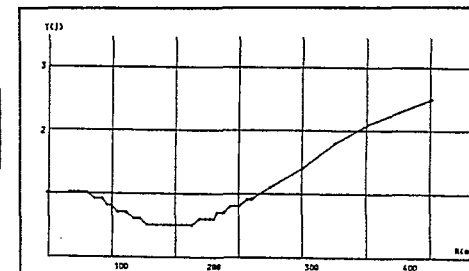


Fig. K2 - Modèle de Propagation KOUNCY / KEDOUGOU - T = F(Hx)

Le modèle a permis de reconstituer un échantillon complet de hauteurs moyennes journalières de 1970 à 1987, en recalant les calculs linéairement sur les observations lorsqu'elles existent. Les débits issus de la transformation H/Q sont destinés à être utilisés par des Aménageurs, la précision obtenue grâce au modèle est tout à fait satisfaisante pour pratiquement toute les utilisations. La figure K3 montre le résultat de la simulation du limnigramme 86 (année calendaire).

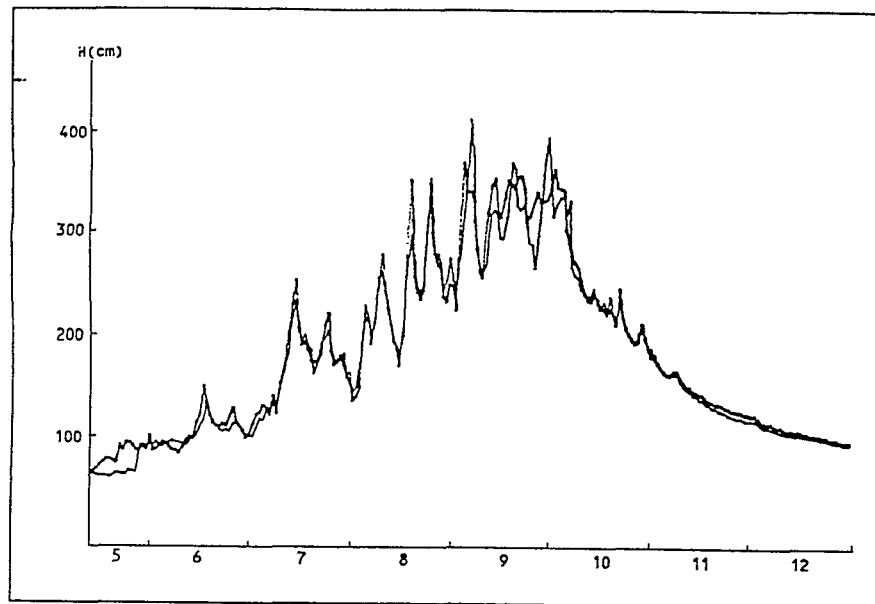


Figure K3 - Limnogrammes observé et simulé de

3. MODELE DE PREVISION DES DEBITS DE GESTION DU FLEUVE SENEGAL (Aménagements de l'OMVS)

La carte S3 montre le bassin du Fleuve SENEGAL avec son équipement limnimétrique. L'aménagement de Manantali, sur le fleuve BAFING contrôle de 40 à 70% des volumes transitant à BAKEL, station d'entrée dans la moyenne vallée et le DELTA.

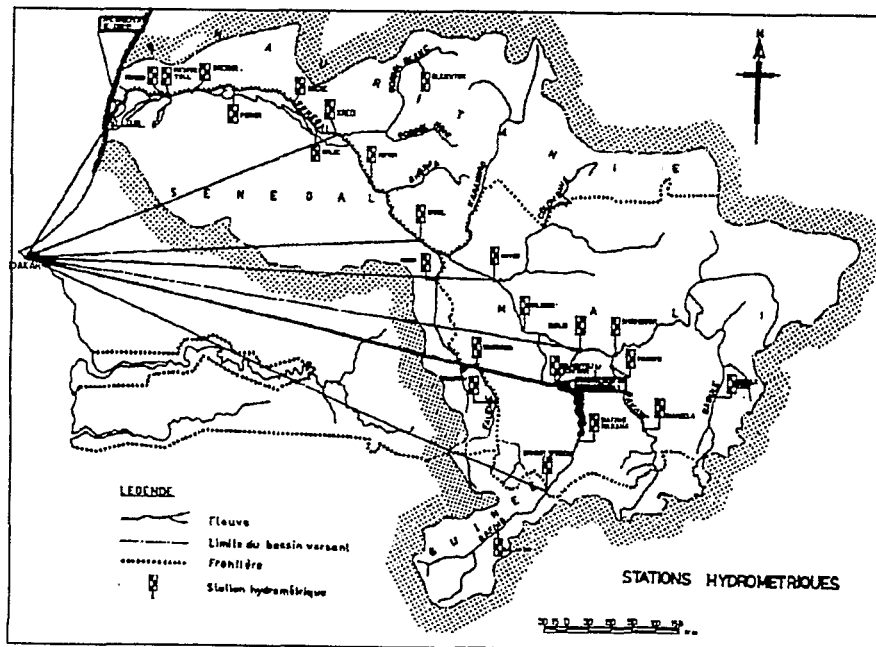


Figure
T3

L'OMVS a confié à l'ORSTOM la mise en place d'un système de gestion en temps réel des aménagements de MANANTALI et de DIAMA. "L'outil" qui doit être remis à l'OMVS est constitué de deux éléments distincts :

- Système de télétransmission par satellite Argos et plateformes équipées de capteurs
- Modèle de propagation des débits et des cotes.

3.1. Système de télétransmission

Cette technologie est maintenant bien maîtrisée par les hydrologues de l'ORSTOM. Elle consiste à équiper les stations limnimétriques de capteurs de pression de type CHLOE x. Un capteur transmet au satellite orbital ARGOS les mesures enregistrées par le biais d'un codeur et d'une balise. Une station de réception, située à DAKAR dans les locaux du projet, permet de recevoir les données avec un décalage moyen dans le temps de l'ordre de quelques heures (4h en moyenne). La station de réception est reliée à un micro ordinateur programmé pour effectuer automatiquement un certain nombre de tâches, dont les sorties en "clair" des hauteurs d'eau aux stations. Les débits sont aussi calculés automatiquement et introduits sans intervention manuelle dans la banque de données. Chaque plateforme transmet ses paramètres internes de fonctionnement, dont tension de l'alimentation, capacité des mémoires mortes enregistrant les données, etc... Ces autotests permettent aux Agents du projet de connaître à distance l'état de fonctionnement de chaque plateforme et d'intervenir avant une éventuelle panne de cette dernière. Les plateformes sont doublées d'un système de transmission BLU permettant de connaître les hauteurs d'eau en cas de défaillance brusque.

3.2. Modèle de propagation

Ce modèle est sensiblement du même type que celui du NIGER. La méthodologie a évolué dans le sens de l'automatisation des analyses, les micro ordinateurs utilisés, du type AT 386 ayant une puissance sans commune mesure avec ceux utilisés dans le cas précédent.

Les contraintes ont été fournies sous forme d'hydrogrammes au droit de BAKEL. Un premier modèle provisoire a été calé entre cette station et la retenue de DIAMA afin de simuler la propagation de trois hydrogrammes choisis par le bureau d'études. Seuls, les débits du BAFING sont contrôlés par l'OMVS, ceux de la FALEME à GOURBASSI et du BAKOYE à OUALIA, sont connus en temps réel grâce à deux balises Argos.

Un premier modèle "amont" basé sur les émissions Argos de DAKKA SAIDOU, station située 150 km à l'amont du site de MANANTALI, donne une indication sur les apports entrant dans la retenue.

Le modèle aval calcule les débits à lacher à MANANTALI en fonction des apports du BAKOYE et de la FALEME et de la crue artificielle choisie (elle-même fonction de l'hydraulicité des divers affluents et des débits à DAKKA SAIDOU).

Les calages du modèle sont fait par paliers :

- MANANTALI + OUALIA = KAYES
- KAYES + GOURBASSI = BAKEL

Le scénario de fonctionnement étant connu a priori à BAKEL, les débits de GOURBASSI conduisent à ceux nécessaires et suffisants à KAYES, puis par introduction des débits à OUALIA on détermine les débits qui doivent être délivrés (évidemment en fonction des possibilités : apports dans la retenue et état de celle-ci).

3.3. Fonctionnement du projet

L'ORSTOM a la charge du fonctionnement de "l'outil" pendant la durée du projet, c'est-à-dire probablement jusqu'à ce que l'Agence de Gestion (Organisme de l'OMVS en cours de création) prenne en charge ce fonctionnement. Par la suite l'ORSTOM n'interviendra que dans le domaine de la maintenance et de l'appui à l'Agence en cas de nécessité, la base ORSTOM de DAKAR sera chargée de cette tâche.

3.4. Modèle de transformation Hauteurs/Débits

Le contrat OMVS/ORSTOM prévoit la réalisation d'une méthodologie permettant d'effectuer automatiquement les transformations des hauteurs observées en débits dans les cas de non univocité. Cette tâche a déjà été réalisée sur le NIGER à MOPTI et DIRE par exemple.

L'appui théorique de la méthodologie est exposée en annexe. Il a été mis au point en collaboration avec H. MOREL-SEYTOUX à la fin de l'année 1987 (Mission H. MOREM SEYTOUX au SENEGAL pour IDA - Rapport - Annexe A - "Interprétation des méthodes préconisées par J.P. LAMAGAT pour le calage des courbes de tarage et la propagation d'une onde" -12 décembre 1987).

Jusqu'à Mars 1988 la méthode consistait à utiliser l'équation (16) : $Q = Q_0 \cdot (1 + K_g \cdot G)^{-5}$ (16) en assimilant le paramètre K_g à une constante. Or, nous montrons que K_g varie en fonction de la vitesse de propagation qui est elle-même une fonction continue de la profondeur de l'eau dans une section donnée. La méthode actuelle détermine empiriquement la loi de variation de K_g en fonction de la profondeur. Pour chaque mesure effectuée les valeurs Q et G sont connues. L'estimation de G a fait l'objet d'une analyse approfondie dans le cadre du projet, la forme retenue est une moyenne pondérée sur un nombre de jours entourant la mesure, nombre variant en fonction de la vitesse de variation du gradient journalier à la station considérée. (J.P. LAMAGAT - Analyse de la vitesse de propagation des ondes de crues" - ORSTOM DAKAR - Mars 1988).

En prenant la série des mesures effectuées dans une tranche limitée de hauteurs d'eau, par la méthode des moindres carrés on évalue quelle est la meilleure valeur de K_g qui donne la dispersion minimale des points corrigés du gradient. Les valeurs corrigées sont issues de :

$$Q_c = Q / (1 + K_g \cdot G)^{-5} \quad (16bis)$$

Le critère de dispersion est l'écart moyen à un tronçon de parabole dont les paramètres sont calculés par régression parabolique avec les valeurs corrigées.

Le tableau B1 de la page suivante contient les résultats obtenus par traitement automatique des mesures de débits. Dans les quatre premières colonnes se trouvent les valeurs observées. Le gradient limnimétrique journalier est estimé de J-2 à J+2.

- Qo = débit en régime permanent donné par la courbe tracée à l'aide des QOc
- Qoc = débit corrigé du gradient (équation 16 bis)
- Qc = débit calculé connaissant la hauteur et le gradient (à l'aide de Qo - en m3/s)
- DQmo = écart débit mesuré/courbe de tarage(%)
- DQmc = écart débit calculé/débit mesuré(%)
- DQoc = écart Qoc / Qo (%)

Le tableau prend en compte les mesures effectuées à des cotes supérieures à 6 mètres à l'échelle de crue. Les écart entre crue et décrue sont "gommés", et l'écart moyen entre débits calculés et débits correspondant observés(2.76%) est au moins comparable à ce que l'on obtient pour des stations bi-univoques.

Le déroulement des opérations à réaliser est le suivant:

- Calcul de Kg par tranches de hauteurs sur tout le marnage, résultats dans le fichier HKg
- Correction de gradient des débits mesurés et tracé de la courbe des débits corrigés qui donnera Q0 en fonction de H.

La courbe Q0 étant tracée, sa représentation discrète est réalisée en créant un fichier qui contient, pour tout le marnage, les hauteurs prises tous les 10cm et les débits correspondants (fichier PHQ0).

Connaissant la hauteur instantanée ou moyenne journalière, les 2 fichiers ci-dessus permettent de calculer le débit réel grâce à l'équation (16), Kg, G et Q0 étant donc des fonctions connues de H.

Tableau B1

ANALYSE DES RESULTATS DE DEBIT - STATION : MARGNE										
Période prise en compte : 1986 / 1986										
Intervalle : 600 cm / 1000 cm										
Date	H(cm)	Qm	G	QO	Qc	QOC	DQmo	DQmo	DQOC	No
180986	832	852	10.08	754	897	717	5.3	12.9	-5.0	25
190986	448	908	10.89	780	908	778	0.3	16.0	-0.5	26
200986	858	912	9.64	800	919	794	0.8	14.0	-0.8	27
210986	665	928	9.00	821	937	810	1.3	12.7	-1.3	28
220986	480	842	9.22	832	945	787	11.1	11.5	-10.0	29
230986	690	1111	8.89	873	1002	948	-7.8	27.3	10.9	30
240986	710	1040	9.03	918	1059	900	1.8	22.8	-1.4	31
250986	724	1070	9.50	932	1093	929	2.4	12.8	-2.3	32
260986	753	1129	7.47	967	1098	894	-2.7	14.7	2.8	33
300986	740	1143	7.19	983	1113	1009	-2.4	14.3	2.7	34
310986	750	1157	4.83	1004	1138	1025	-1.9	18.0	1.9	35
020986	762	1190	7.44	1024	1178	1044	-1.0	15.1	1.0	36
040986	778	1218	7.06	1072	1215	1078	-0.9	13.4	0.5	37
050986	788	1238	8.86	1049	1211	1105	-1.4	12.8	1.4	38
070986	798	1238	5.56	1111	1225	1123	-1.1	11.8	1.1	39
090986	808	1292	3.82	1134	1220	1201	-8.8	13.9	8.9	40
100986	811	1244	3.88	1148	1228	1183	-3.3	10.4	3.4	41
110986	827	1284	4.62	1167	1252	1181	-2.1	11.3	2.2	42
120986	824	1294	5.64	1171	1298	1168	0.3	10.8	-0.3	43
140986	832	1324	6.03	1191	1326	1189	0.1	11.2	-0.1	44
150986	841	1376	6.16	1214	1385	1214	-1.4	13.3	1.4	45
170986	849	1378	7.03	1239	1393	1224	1.1	11.2	-1.1	46
180986	859	1380	6.59	1271	1410	1225	2.7	7.0	-2.4	47
200986	867	1408	5.08	1301	1417	1297	0.2	8.3	-0.2	48
210986	873	1442	5.28	1323	1439	1324	-0.2	9.0	0.2	49
220986	879	1467	6.03	1348	1477	1337	0.7	9.0	-0.7	50
240986	887	1498	6.17	1400	1538	1390	0.7	7.0	-0.7	51
250986	897	1534	5.64	1427	1554	1409	1.3	7.8	-1.3	52
260986	902	1540	5.28	1450	1571	1440	0.7	7.6	-0.7	53
270986	908	1621	5.00	1481	1599	1502	-1.4	9.4	1.4	54
280986	913	1620	4.82	1507	1622	1505	0.1	7.9	-0.1	55
290986	918	1598	4.80	1533	1643	1488	3.0	4.1	-2.9	56
300986	928	1637	4.03	1572	1673	1561	4.8	4.8	-4.8	57
021086	930	1704	3.17	1602	1683	1623	-1.3	4.3	1.4	59
031086	933	1708	5.08	1619	1699	1624	-0.3	5.0	0.2	61
041086	942	1741	2.89	1637	1713	1651	-2.1	6.3	2.1	62
051086	939	1753	1.83	1684	1703	1702	-3.8	6.0	2.9	63
061086	940	1714	0.78	1660	1680	1693	-2.0	3.3	-1.0	65
081086	947	1817	0.11	1684	1817	1741	4.4	-4.4	-4.2	64
141086	930	1535	-2.00	1602	1648	1588	0.8	-4.2	-0.8	67
171086	922	1518	-2.81	1588	1488	1585	-1.9	-2.6	-1.8	66
201086	918	1464	-2.28	1464	1464	1464	0.2	-0.2	0.7	68
231086	909	1408	-2.58	1486	1422	1472	1.0	-8.3	-1.0	69
251086	905	1390	-3.83	1488	1348	1479	-1.6	-4.8	-0.8	70
271086	893	1306	-4.36	1418	1312	1411	0.4	-7.9	-0.4	71
291086	885	1265	-5.39	1373	1244	1395	-1.4	-7.8	1.7	71
311086	875	1175	-6.86	1353	1184	1348	-1.6	-11.2	-1.6	72
021186	859	1099	-7.00	1271	1098	1256	3.7	-14.7	-3.8	73
031186	852	1040	-7.83	1249	1040	1228	2.9	-14.7	-1.9	74
041186	844	1098	-8.04	1234	1011	1216	-0.7	-10.8	-0.7	75
051186	835	994	-8.61	875	1222	1222	-1.9	-17.1	1.9	76
061186	827	945	-8.78	1179	948	1178	0.3	-19.8	-0.3	77
071186	819	881	-9.31	1141	907	1141	-9.3	-19.8	-9.3	78
081186	806	861	-9.11	1136	903	1083	4.9	-24.2	-4.7	77
091186	792	823	-9.89	1106	888	1048	8.8	-24.8	-8.8	80
101186	784	786	-11.68	791	794	794	0.7	-30.1	-0.7	81
111186	769	731	-12.61	1051	738	1040	1.0	-30.4	-1.0	82
121186	755	721	-13.28	1018	698	1054	-2.4	-28.1	2.8	84
131186	748	678	-13.72	898	672	1029	8.8	-29.4	-8.8	85
141186	731	649	-13.94	965	654	956	0.8	-32.6	-0.7	85
151186	718	644	-14.14	934	638	938	8.8	-39.4	-8.8	86
161186	702	627	-14.47	898	615	915	-1.8	-30.1	1.9	87
171186	688	610	-14.83	869	597	887	-2.1	-29.8	2.1	88
181186	672	588	-15.29	838	581	858	-1.1	-31.4	-1.1	89
191186	654	554	-15.39	802	560	855	22.8	-43.1	-18.6	90
201186	641	524	-15.00	772	555	759	5.9	-32.1	-6.4	91
211186	622	488	-15.22	738	535	670	9.7	-33.6	-9.7	92
020986	618	452	15.78	732	477	701	3.0	18.1	-2.9	129
160986	683	902	2.31	858	893	867	-2.1	8.1	1.1	130
170986	684	821	-1.52	885	889	889	-4.1	7.2	1.3	131
190986	684	880	-1.25	880	841	900	-4.4	2.3	4.6	132
260986	640	741	-4.50	810	748	804	0.7	-8.5	-0.7	133
270986	643	754	-4.92	794	728	824	-2.4	-8.3	2.5	134

ANNEXE

L'énergie disponible au point M pour une particule élémentaire correspond à la somme des énergies potentielle, cinétique et statique (pression).

La figure n°1 schématise ces répartitions d'énergie:

h = énergie potentielle en M par rapport au plan de référence

V = vitesse suivant l'axe des x

y = pression en M

$V^2/2g$ = énergie cinétique

I_0 = pente du radier du cours d'eau : $I_0 = -dh/dx$

La charge en M est égale au cumul des énergies, soit:

$$H = V^2/2g + y + h$$

La pente de la ligne d'énergie est : $I = -dH/dx$

Soit : (1) $I = -\frac{dh}{dx} - \frac{dV}{g dx} - \frac{dy}{dx}$

ou : (2) $I = I_0 - \frac{dV}{g dx} - \frac{dy}{dx}$

EQUATION DE DE SAINT VENANT:

La loi de Newton appliquée à une particule située en M s'écrit :

(3) $F = m \cdot \frac{dV}{dt}$

En divisant par le poids de la particule :

(4) $\frac{F}{m \cdot g} = \frac{1}{g} \cdot \frac{dV}{dt}$

Ce terme correspond à la résultante des forces motrices et des forces de résistances :

(5) $\frac{1}{g} \frac{dV}{dt} = -\frac{dH}{dx} - I$

I correspond à la force de friction par unité de poids. Les équation (5) et (2) conduisent à :

(6) $\frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{dV}{g dx} + \frac{dV}{g dx} = I_0 - I$

La résolution de cette équation non linéaire passe par la connaissance de I qui ne peut être évaluée qu'empiriquement.

ECOULEMENT UNIFORME

Dans ce cas la vitesse et la profondeur sont des constantes, ce qui conduit à :

$\frac{dV}{dt} = 0$ $\frac{dV}{dx} = 0$ $\frac{dH}{dx} = 0$ $I = I_0$ (7)

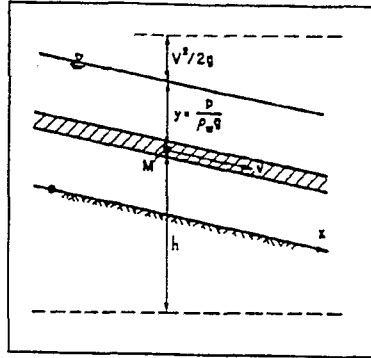


Figure n°1

FORMULE DE CHEZY (Fig n°2)

En écoulement uniforme l'équilibre des forces s'écrit :

$$\tau_0 \cdot x \cdot l - p g S l \sin \alpha = 0$$

l'angle étant petit il est assimilé à la tangente : $\sin \alpha = I_0$

Posons : $\tau_0 = c_g \frac{p}{2} V_0^2 = p g \frac{S}{X} I_0 = p g R I_0$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2g}{c_g}} \cdot \sqrt{R \cdot I_0}$$

En posant :

$$c_g = \sqrt{\frac{2g}{C^2}}$$

Il vient : (8)

$$V_0 = C \sqrt{R I_0}$$

ou encore (9)

$$Q_0^2 = C^2 S^2 R I_0$$

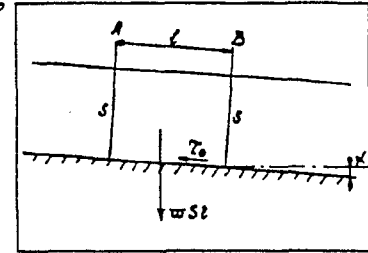


Fig. n°2

Exploitation des équations de de Saint venant et de Chézy :

En écoulement non uniforme, (9) devient :

$$Q^2 = C^2 \cdot S^2 \cdot R \cdot I \quad (10)$$

Soit :

$$Q^2/Q_0^2 = I/I_0 \quad (11)$$

L'équation (6) est transformée : $I = I_0 \left[1 - \frac{1}{g I_0} \frac{dV}{dt} - \frac{1}{I_0} \frac{dH}{dx} - \frac{V}{g I_0} \frac{dV}{dx} \right]$

(12)

$$Q = Q_0 \left[1 - \frac{1}{g I_0} \frac{dV}{dt} - \frac{1}{I_0} \frac{dH}{dx} - \frac{V}{g I_0} \frac{dV}{dx} \right]$$

Les termes d'énergie $\frac{1}{g I_0} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{g I_0} \frac{dV}{dx}$ sont faibles devant 1 et devant le terme $\frac{1}{I_0} \frac{dH}{dx}$

(12) s'écrit alors : (13)

$$Q \approx Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{dH}{dx}}$$

La profondeur y est fonction de x et de t : $y = y(x, t)$ $dy = \frac{\partial y}{\partial x} dx + \frac{\partial y}{\partial t} dt$ (14)

Dans une section de mesures de débits : $dy/dx = 0$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dx}$$

(15)

$$Q = Q_0 \sqrt{1 + \frac{1}{I_0} \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}}$$

En posant $K_g = \frac{1}{I_0} \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$

$$Q = Q_0 \sqrt{1 + K_g \frac{dy}{dt}}$$

En pratique, lorsque l'on exploite les mesures de débits, on assimile la valeur instantanée $\frac{dy}{dt}$ au gradient journalier G (variation de y en cm/jour), les variations de hauteurs pouvant être considérées comme très lentes pendant l'unité de temps.

$$Q \approx Q_0 (1 + K_g \cdot G)^{1/2} \quad (16)$$

VITESSE DE PROPAGATION D'UNE ONDE DE CRUE

L'équation de conservation des masses s'écrit :

$$(17) \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -q$$

q = perte par unité de longueur longitudinale

A = section mouillée

Q = débit à travers la section mouillée.

L'utilisation de l'équation (13) permet d'écrire :

$$(18) \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[Q_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right] = -q$$

Q_0 (régime permanent pour y) n'est fonction que de y (soit de λ) :

$$(19) \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right] \frac{dQ_0}{dy} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} = -q - Q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right]$$

A est fonction de x et de t :

$$(20) \quad dA = \frac{\partial A}{\partial t} dt + \frac{\partial A}{\partial x} dx$$

La comparaison terme à terme des équations (19) et (20) conduit à :

$$(21) \quad \frac{dA}{dt} = -q - Q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right]$$

$$(22) \quad \frac{dx}{dt} = \left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right] \cdot \frac{dQ_0}{dA}$$

(21) est le taux de déformation du "signal" - (22) est la vitesse de propagation du "signal" en λ .

La vitesse mentionnée ci-dessus correspond à la vitesse instantanée d'une onde de crue au droit de la section amont, et non la vitesse moyenne dans un bief de longueur importante. Cette onde se propage mais aussi se déforme.

L'intégration de l'équation (22) de l'amont du bief vers l'aval donne :

$$(23) \quad T(A) = \int_0^L \frac{dx}{\left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right] \frac{dQ_0}{dA}}$$

$T(A)$ est le temps de propagation du signal pour A donc pour la profondeur correspondante y .

Application

Considérons une tranche de signaux autour d'une valeur λ_m , sur un intervalle $\Delta\lambda$. A un échantillon de valeurs observées dans l'intervalle $\Delta\lambda$ sur plusieurs années on fait correspondre un autre échantillon d'observations effectuées un temps T plus tard. Parmi ces valeurs, si l'échantillon est suffisamment important, il y a autant de valeurs en crue qu'en décrue. Aux erreurs d'échantillonnage près nous aurons :

$$(24) \quad E \left\{ \left[\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right] \right\} \approx 1$$

et par conséquent :

$$(25) \quad T(A) = \int_0^L \frac{dx}{\left(\frac{dQ_0}{dA} \right)} = \frac{L}{\bar{c}(A)}$$

$c(A)$ est la vitesse de propagation moyenne sur le bief, elle est différente de la vitesse (dQ_0/dA) en A , vitesse instantanée au droit de la section amont pour la cote correspondant à A .

λ est la valeur moyenne de l'échantillon entourant la valeur centrale.

Pour un temps T donné on a λ_m à l'amont et λ_{dm} correspondant à l'aval :

$$\lambda_{dm} = \lambda_m - \int_0^{T(A)} \left[q + Q_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{I_0} \frac{\partial y}{\partial x}} \right) \right] dt \quad (26)$$

Cette équation de fait la prévision de λ_{dm} en fonction λ_m :

$$\lambda_{dm} = \lambda_m - \bar{q}(\lambda) \cdot T \quad (27)$$

où $q(\lambda)$ est le taux de perte par unité de longueur pendant T . Son estimation est faite par régression linéaire des λ_{dm} sur les λ_m . La somme des carrés des écarts pour un temps donné T est :

$$S^2 = \sum_{\lambda} (\lambda_{dm} - \lambda_m)^2 = S^2(T) \quad (28)$$

L'équation (26) ne donne une relation correcte entre λ_d et λ_m que si le temps de propagation correspondant à λ_m est T .

Le temps de propagation vrai est donc celui qui minimise $S^2(T)$ d'après le principe du maximum de vraisemblance, si les erreurs aléatoires sont Gaussiennes. Si la valeur du temps est différente de T , $S^2(T)$ est la somme du carré des erreurs aléatoires et du biais de la relation.

APPLICATION PRACTIQUE

Le modèle est établi en utilisant toutes les valeurs des hauteurs Y_m dans une tranche prédéterminée. Un échantillon de valeur correspondante est constitué pour un délai T (jours plus tard). La régression entre Y_m et Y_d est établie : $Y_d = a \cdot Y_m + b$. Connaissant $a(T)$ et $b(T)$ on calcule : $S^2(T) = S(Y_d - Y_{dm})^2$.

On fait varier T d'un pas ΔT jusqu'à obtenir le minimum de $S^2(T)$ qui correspond à la vraie valeur de T . L'opération est répétée pour toutes les tranches couvertes par le marnage de la station amont, on obtient un modèle de propagation de la forme :

$$T = T(Y_m) \quad (29)$$

$$Y_d = a(Y_m) \cdot Y_m + b(Y_m) \quad (30)$$

A noter que l'identification des équations (30) et (26) devrait permettre de connaître $\lambda_d(y_d)$ connaissant $\lambda(y_m)$ et q lié à $b(y_m)$.