

**L'UTILISATION DE LA LOI DES FUITES  
POUR LA DESCRIPTION DES REGIMES PLUVIOMETRIQUES**

**L. LE BARBE\* - G. ALE\*\* - L. SEGUIS\*\*\***

UTILIZATION OF THE LAW OF GAPS FOR THE DESCRIPTION OF THE PLUVIOMETRIC REGIME

L. Le Barbe, ORSTOM Niamey  
G. Ale, RPB  
L. Seguis, ORSTOM Lome

Mission ORSTOM au Niger, B.P. 11416, Niamey, Niger

ABSTRACT

In agriculture it is very important to indicate the risks from the rainfall distribution in time and it is indispensable for establishing agricultural calendar. Risk definition serves also to determine the varieties to be cultivated. If a long dry period is expected during the rainy season resistant plants must be preferred. On the other hand, if the risk is small, one could select plants with a growth cycle corresponding to this duration.

Up to now, the classical solution is to determine empirically the distribution of the pluviometric totals within short time-spans (ten-day or five-day intervals). There are many inconveniences in this method as it is laborious and one has to work with short intervals where the errors may be great and the results cannot be easily mapped.

The utilization of the law of gaps permits solutions to the problem posed to the agronomist without any of the inconveniences mentioned above.

The law of gaps is very simple, as there are only two parameters. One is the distribution of time spans between two heavy rainfalls and the other one is the amount of heavy rain.

After the monthly adjustments one can deduct the distribution of totals for periods shorter than one month and for the time separating two successive rainfalls. The results can be mapped and interpolation is feasible. It is possible to make a synthesis of the whole pluviometric information from the twenty-four maps with the monthly values of each of the two parameters of the law.

RESUME

En agronomie, il est très important de pouvoir préciser les risques liés à la répartition temporelle des pluies. Cela est indispensable pour définir les calendriers culturaux.

Jusqu'à présent, la solution classiquement employée consistait à préciser empiriquement les distributions des totaux pluviométriques sur des courts pas de temps (décades ou pentades). Les inconvénients de cette méthode sont multiples : elle est très lourde à mettre en oeuvre, on travaille sur des périodes courtes où les erreurs sur les totaux précipités sont importantes, les résultats sont difficilement cartographiables.

L'utilisation de la loi des fuites aux totaux mensuels permet de résoudre les problèmes posés à l'agronome sans avoir aucun des inconvénients précédents.

La loi des fuites est très simple ; elle n'a que deux paramètres caractérisant, l'un la distribution du temps séparant deux averses, l'autre celle de la hauteur de chaque averse. Elle ne nécessite en outre ni troncature ni tronçage.

A partir des ajustements mensuels, il est possible de déduire les distributions des totaux sur toute période inférieure au mois et du temps séparant deux averses successives. Les résultats sont également cartographiables, les interpolations interpostes sont possibles. On peut donc, au niveau d'un pays, synthétiser toute l'information pluviométrique à partir des 24 cartes des valeurs mensuelles de chacun des deux paramètres de la loi.

Outre l'aspect agronomique, la loi des fuites est un moyen supplémentaire d'analyse du climat et de ses variations : les évolutions spatiotemporelles des paramètres peuvent être mis en relation avec les phénomènes climatiques. La loi des fuites permet également de caractériser la sécheresse actuelle du Sahel, non plus uniquement à partir des seuls totaux pluviométriques mais aussi des variations de la répartition temporelle.

Tout l'exposé est illustré par les travaux réalisés au BENIN, au TOGO et au NIGER qui ont permis de valider la méthode.

13 JUIN 1994

\* Centre ORSTOM - B.P. 11416 Niamey (NIGER)  
\*\* Direction de l'Hydraulique - B.P. 385 Cotonou (BENIN)  
\*\*\* Centre ORSTOM - B.P. 5045 - Montpellier Cédex (FRANCE).

O.R.S.T.O.M. Fonds Documentaire

N° : 3974

Cote : B

81377

## INTRODUCTION

Dans toute étude régionale de la ressource pluviale, il est nécessaire de connaître la distribution des précipitations sur des pas de temps très variés : l'hydrologue de petits bassins versants s'intéressera aux précipitations journalières, l'agronome, pour établir le bilan hydrique d'une culture, préférera utiliser les précipitations pentadaires ou décadaires, enfin le climatologue recherchera les hauteurs précipitées mensuelles.

Jusqu'à présent, la solution classiquement retenue pour répondre au mieux à ces divers utilisateurs consistait à ajuster une loi théorique aux totaux pluviométriques de quelques stations, pour différents pas de temps. Les inconvénients de cette démarche sont multiples :

- lourdeur de la méthode à mettre en oeuvre lors d'une étude régionale,
- erreurs importantes d'échantillonnage sur les petits pas de temps,
- et difficultés à cartographier les résultats.

Ces difficultés sont attribuables au choix aveugle d'une loi théorique dont les hypothèses implicites sont méconnues. Au contraire, le choix de la loi des fuites apparaît comme une démarche cohérente car cette loi est construite à partir des distributions initiales des hauteurs précipitées et des durées inter-averses.

Après avoir défini la loi des fuites, nous présenterons quelques travaux effectués au BENIN, au TOGO et au NIGER qui permettent d'envisager ses diverses possibilités d'utilisations.

## 1. PRESENTATION DE LA LOI DES FUITES APPLIQUEE AUX TOTAUX PLUVIOMETRIQUES

Le total pluviométrique sur une période P donnée n'est que la somme des précipitations tombées au cours de la période soit :

$$H_n = \sum_{i=1}^n h_i$$

avec

$H_n$  = hauteur totale tombée au cours des "n" événements  
 $h_i$  = hauteur tombée au cours du ième événement.

En admettant que les différentes valeurs de  $H_i$  sont la réalisation de "n" tirages indépendants dans une même distribution dont on notera la densité de probabilité  $f$ , la distribution des valeurs de  $H_n$  obéira à une loi statistique ayant la densité de probabilité  $F_n$  suivante :

$$F_n = f^{*n} \quad (1)$$

(\*n indiquant une puissance au sens du produit de convolution).

Admettons que la distribution des durées entre deux événements successifs soit stationnaire et appelons  $t$  la fonction de densité de cette distribution. La probabilité qu'il y ait plus de  $n$  (ou  $n+1$ ) événements au cours d'une durée  $P$  est égale à la probabilité que la somme de  $n$  (ou  $n+1$ ) durées interévénements soit inférieure à  $P$ . On a donc, si  $g(P, n)$  est la probabilité qu'il y ait  $n$  événements au cours de la période  $P$  :

$$g(P, n) = \int_0^P (t^{*n} - t^{*n+1}) \quad (2)$$

(\*n indiquant une puissance au sens du produit de convolution).

Tant que les hypothèses de stationnarité des distributions initiales et d'indépendance des tirages restent valables on peut donc déduire de ces distributions celles des totaux pluviométriques sur n'importe quelle période  $P$ .

Si on note  $G(P, H)$  sa fonction de densité, on a en effet :

$$G(P, H) = \sum_{n=1}^{\infty} g(P, n) \cdot F_n(H) \quad (3)$$

Si on admet que la distribution des hauteurs des événements est une loi exponentielle :

$$f(h) = \frac{1}{h_0} \exp\left(-\frac{h}{h_0}\right)$$

$h_0$  = hauteur moyenne d'un événement.

L'expression (1) devient :

$$F_n(H) = \frac{1}{((n-1)!) \left(-\frac{H}{h_0}\right)^{n-1}} \cdot \frac{1}{h_0} \exp\left(-\frac{H}{h_0}\right) \quad (1')$$

C'est une loi de PEARSON III à paramètre de forme entier.

Si on admet que la distribution des durées interévénements suit également une loi exponentielle :

$$t(T) = \frac{1}{T_0} e^{-\frac{T}{T_0}}$$

( $T_0$  = durée moyenne interévénement).

L'expression (2) devient :

$$g(P, n) = \frac{\exp(-P/T_0) \cdot (P/T_0)^n}{n!} \quad (2')$$

Loi de POISSON de paramètre  $P/T_0$ , c'est-à-dire, le nombre moyen d'événements au cours du mois.

L'expression (3) devient alors :

$$G(P, H) = \frac{1}{H_0} \exp\left(-\frac{P}{T_0}\right) \exp\left(-\frac{H}{H_0}\right) \cdot \sqrt{\frac{H_0 T_0}{H P}} \cdot I_1 \left(2 \sqrt{\frac{H P}{H_0 T_0}}\right)$$

C'est l'expression de la loi des fuites où  $I_1$  est une fonction de Bessel modifiée d'ordre 1.

Malgré une expression mathématique complexe, la loi des fuites est simple puisqu'elle n'a que deux paramètres : le nombre moyen d'événements pluvieux au cours de la période ( $P/T_0$ ) et la hauteur moyenne d'un événement pluvieux. L'existence de totaux nuls ne nécessite pas de tronquer la loi\*.

Les méthodes d'ajustements des paramètres aux distributions observées ne sont pas plus complexes que pour les autres lois plus classiquement employées. Les méthodes ainsi qu'une étude avancée de la loi des fuites sont présentées dans l'article de P. RIBSTEIN (1983).

L'énorme avantage de la loi des fuites réside dans le fait que tant que la stationnarité et l'indépendance des tirages sont vérifiées, il est possible de déduire des ajustements faits sur une période, une estimation des distributions pour toutes autres périodes inférieures.

\* On remarquera que l'adoption d'une loi de PEARSON III tronquée revient implicitement à admettre :

- une loi exponentielle pour la distribution des hauteurs
- deux valeurs possibles pour le nombre d'événements au cours de la période : 0 (total nul et le nombre moyen d'événements survenus lors des périodes ayant des totaux non nuls).

## 2. SON APPLICATION AUX TOTAUX MENSUELS

Compte tenu de cette dernière contrainte, on ne peut pas utiliser la loi des fuites sur des périodes trop courtes (non indépendance des tirages) ou trop longues (non stationnarité des distributions). Pour le BENIN, le TOGO et le NIGER, nous l'avons utilisée sur les totaux mensuels et nous avons essayé de voir si cette méthode permettait une estimation satisfaisante sur des pas de temps plus courts.

Comme on peut le constater sur la figure 1, les ajustements sur les totaux mensuels sont très satisfaisants, sauf peut-être pour les stations côtières au cours de la petite saison sèche (juillet, août). Pour ces stations, et pour ces mois en effet, ont été observées 5 à 6 valeurs très supérieures aux autres. Aucune loi monomodale n'est dans ces conditions satisfaisante.

### 2.1. Cartographie des paramètres, interpolation spatiale et temporelle

Pour l'ensemble des stations du BENIN, la loi des fuites a été ajustée sur les totaux pluviométriques mensuels (LE BARBE, ALE, 1988). Pour chacun des paramètres, 12 cartes ont donc été tracées (cf. exemples dans les figures 2a et 2b). Dès lors, en tout lieu du pays et en tout mois, la distribution des précipitations mensuelles est déterminable.

En outre, ces cartes sont un outil pour la connaissance du régime pluviométrique. On notera notamment les faits suivants (cf. figure 3) :

- Au sud on observe au cours des mois de juin, juillet, août, l'existence d'un fort gradient du paramètre d'échelle d'abord N-S au mois de juin qui devient progressivement SE-NW au mois d'août. A l'inverse, on constate une chute du paramètre de forme. Il y aurait donc, pendant ces mois, diminution du nombre d'épisodes pluvieux associée à une augmentation de la hauteur moyenne précipitée. L'évolution du paramètre d'échelle à Parakou montre que l'étendue géographique du facteur inhibiteur des précipitations en juillet-août est bien plus importante que pourrait le laisser supposer une étude simplifiée des totaux pluviométriques.
- La fin rapide de la saison des pluies au nord du pays (cf. stations de Malanville, Kandi) est marquée par la diminution brutale du nombre d'événements pluvieux en octobre plus que par celle de la hauteur moyenne d'un événement pluvieux, pratiquement constant de mars à octobre.

Des résultats cohérents à ceux présentés ont également été obtenus à partir d'ajustements sur les totaux mensuels de 12 stations togolaises réparties sur un transept nord-sud (SEGUIE, 1988).

Nous avons vu plus haut que le gros avantage de la loi des fuites était de permettre une interpolation temporelle des distributions. Il était cependant nécessaire de le vérifier ; c'est ce que nous avons fait pour les stations synoptiques du BENIN en comparant les distributions empiriques des précipitations pentadaires ou décadaires et celles de la loi des fuites déduite des ajustements sur les totaux mensuels. On remarquera sur la figure 4 la bonne adéquation du modèle même pour les valeurs pentadaires et notamment la bonne estimation des fréquences des totaux nuls.

Pour deux stations togolaises (LOME et DAPAONG), nous avons fait de même. Les résultats sont également satisfaisants comme l'illustre la figure 5 où sont représentées pour différentes fréquences (0,2 ; 0,5 ; 0,8) les valeurs décadaires observées et déduites.

### 2.2. Variations climatiques et évolution des paramètres

La loi des fuites permettant, théoriquement, d'estimer à la fois la distribution du nombre d'événements pluvieux et celle de leurs hauteurs, il nous est apparu intéressant de comparer l'évolution des paramètres de la loi avec les variations climatiques récentes du Sahel. C'est ce que nous avons fait pour le NIGER en cartographiant les paramètres des lois des fuites des totaux mensuels pour les périodes 50-68 et 67-85 (cf. figure 6).

Ainsi, si on considère les mois de juin et d'août où les structures et l'évolution des paramètres sont les plus caractéristiques, on peut remarquer en ce qui concerne les paramètres de forme, un gradient Sud-Nord perturbé par le relief de l'AIR. En ce qui concerne les paramètres d'échelle, des structures plus complexes avec une permanence d'une ligne des crêtes orientée E-W et dont la localisation peut légèrement varier suivant les mois.

D'une période à l'autre, on peut distinguer une évolution de la valeur des paramètres très différente suivant que l'on se trouve à l'est ou à l'ouest du pays.

Au mois de juin, les paramètres d'échelle varient peu à l'est tandis qu'ils augmenteraient plutôt à l'ouest. Le paramètre de forme varie lui aussi peu à l'est, en revanche il diminue de manière très importante à l'ouest.

Au mois d'août, la ligne de crête du paramètre d'échelle s'affaiblit après 1968 surtout à l'ouest du pays. Le paramètre de forme diminue de façon notable sur l'ensemble du pays et ici aussi encore le pluviomètre est plus sensible à l'ouest.

## CONCLUSION

La loi des fuites se révèle un outil très puissant de description des régimes pluviométriques. Les 24 cartes des valeurs mensuelles des paramètres permettent d'estimer, en transposant, les distributions des hauteurs tombées en différents pas de temps et répondent ainsi au besoin de multiples utilisateurs.

Par ailleurs, en permettant d'estimer les distributions du nombre d'averses et de leur importance, la loi des fuites pourrait être un moyen d'analyser des variations climatiques.

Enfin, un des intérêts majeurs de la loi des fuites est que l'on maîtrise l'hypothèse du modèle à l'inverse des autres lois classiquement utilisées. La démarche qui est suivie à savoir modifier les distributions initiales des hauteurs et du nombre d'averses pour en déduire celles de totaux sur différents pas de temps, est cohérente et pourrait être suivie pour généraliser la loi des fuites en n'imposant plus une forme exponentielle aux deux distributions initiales.

## REFERENCES

LE BARBE L., ALE G. (à paraître).

Monographie des Ressources en eau de Surface du Bénin.  
ORSTOM - Direction de l'Hydraulique du Bénin.

RIBSTEIN P. (1983) -

ORSTOM - Hydrol., XX, N°2, 117-145.

SEGUIS L. (1988) -

La pluviométrie au Togo : Caractérisation agronomique.  
ORSTOM Lomé, 23 p.

Fig-1- EXEMPLES D'AJUSTEMENT DE LA LOI DES FUITES AUX TOTAUX

## PLUVIOMETRIQUES MENSUELS

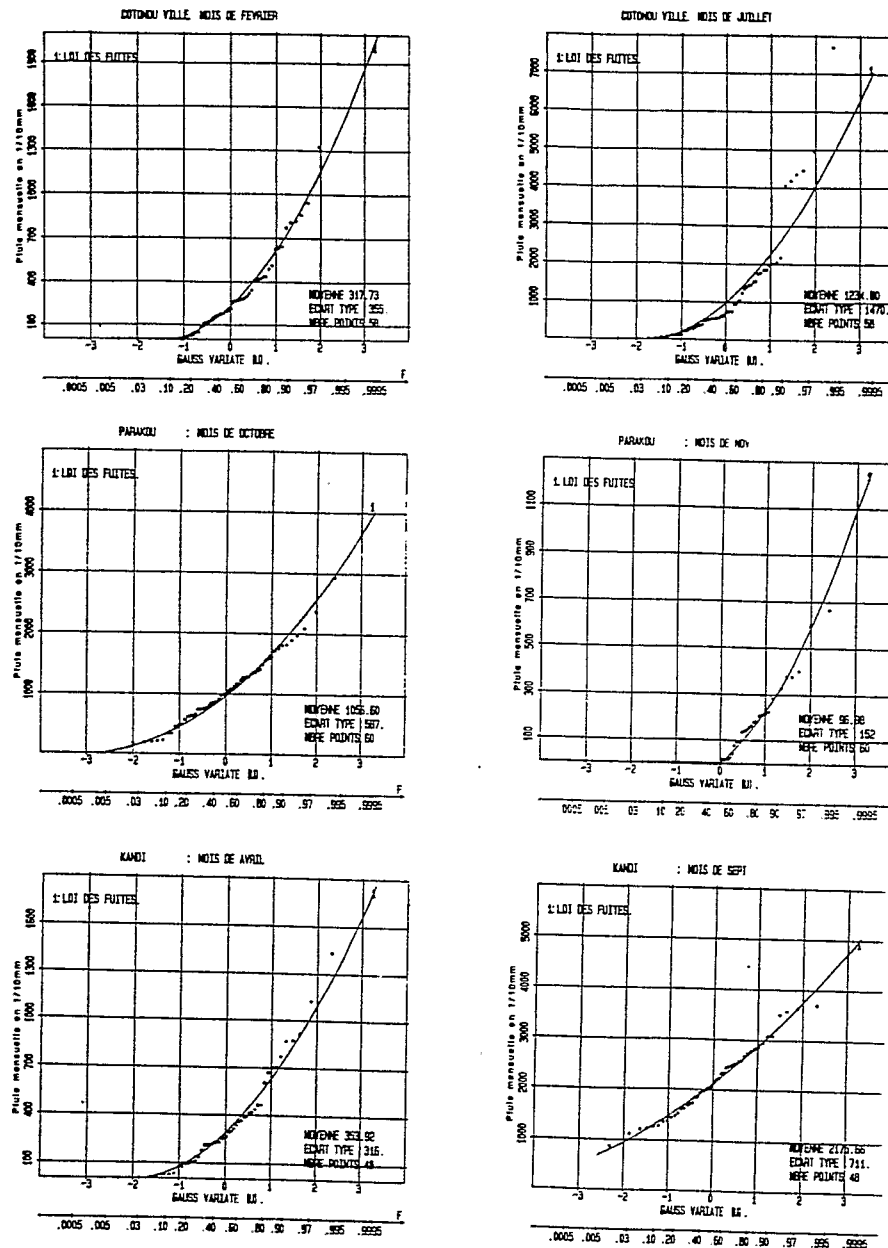


Fig-2a- VALEURS MOYENNES DE LA HAUTEUR D'UN EVENEMENT PLUVIEUX EN 1/10 mm

(PARAMETRE D'ECHELLE DE LA LOI DES FUITES)

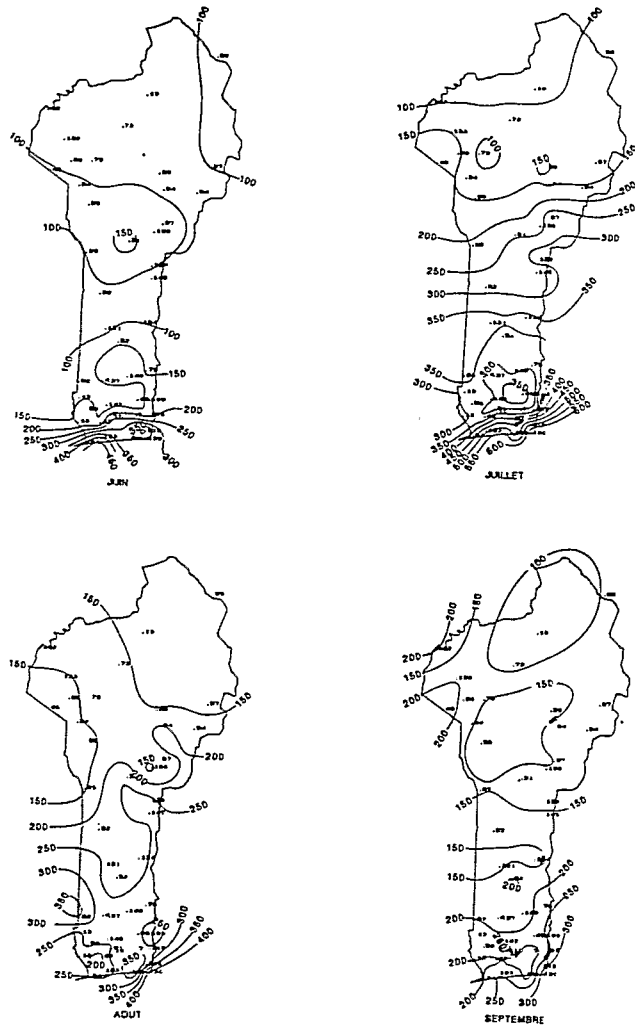


Fig-2b- VALEUR MOYENNE DU NOMBRE D'EVENEMENTS PLUVIEUX

(PARAMETRE DE FORME DE LA LOI DES FUITES)

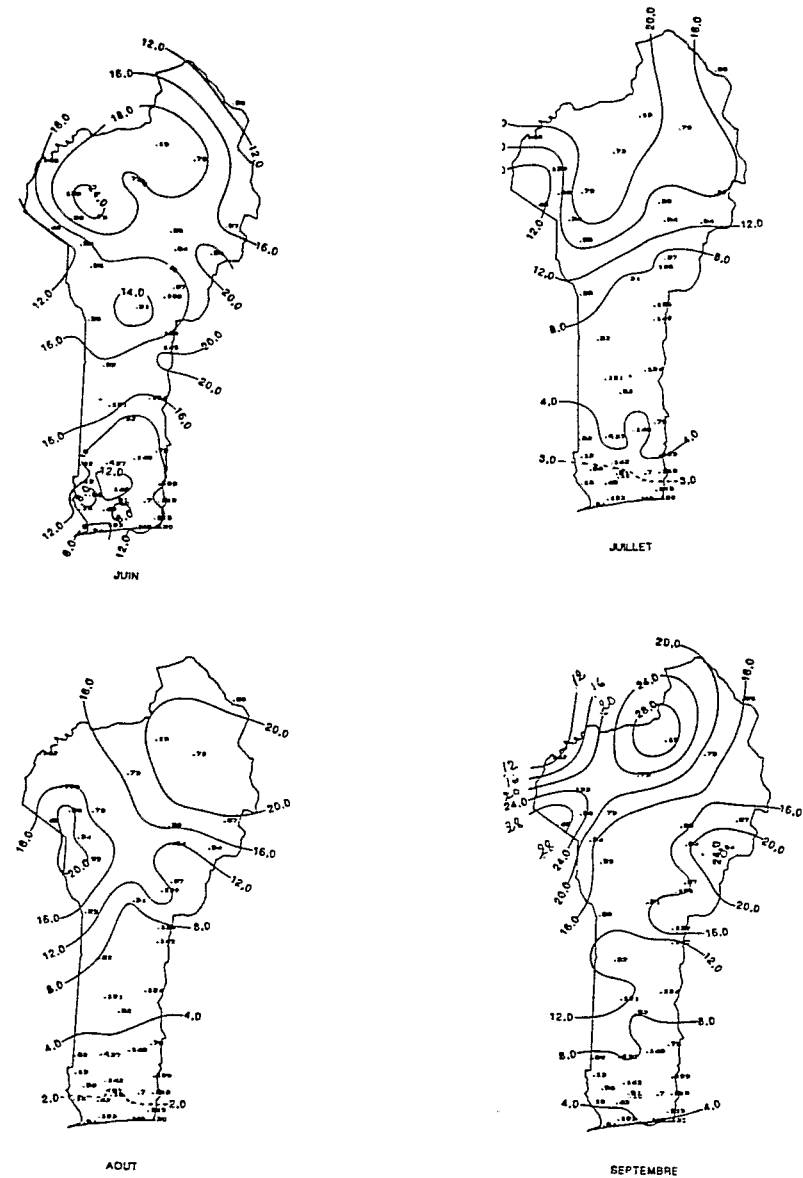


Fig-3- EVOLUTION MENSUELLE DES PARAMETRES DE LA LOI DES FUITES AJUSTEE AUX PLUIES MENSUELLES DE CERTAINES STATIONS AU BENIN

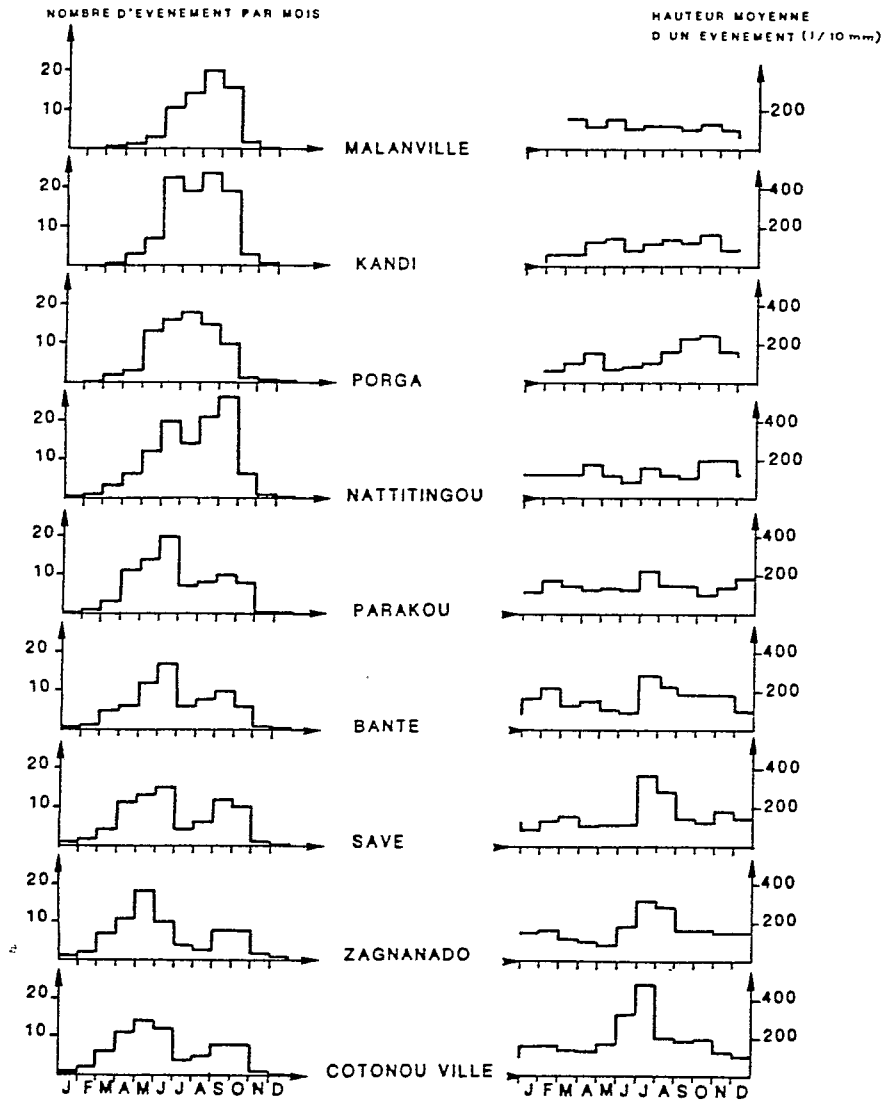


Fig-4- DISTRIBUTIONS DES TOTAUX PENTADAIRES ET DECADAIRES DEDUITES DE L'AJUSTEMENT DE LA LOI DES FUITES AUX TOTAUX MENSUELS

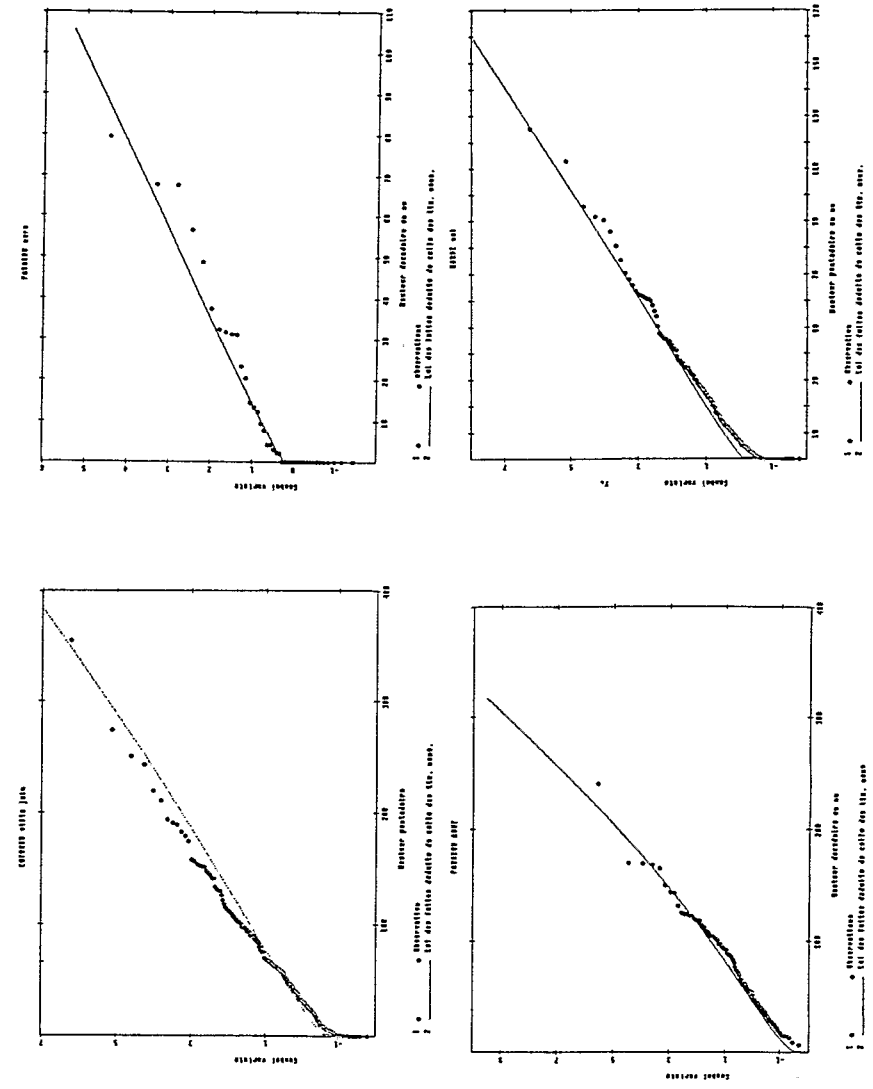
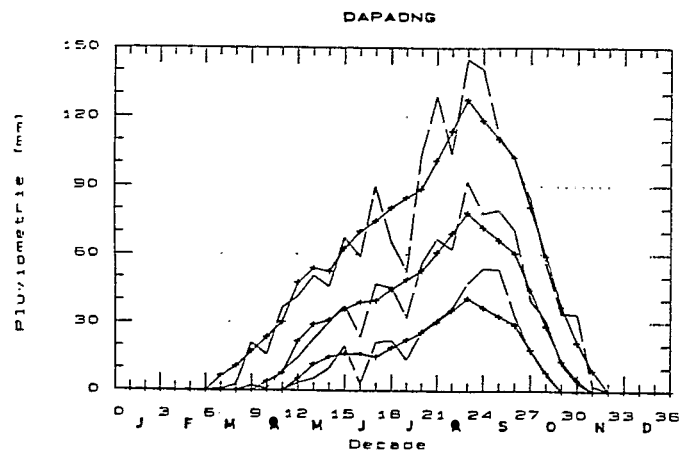
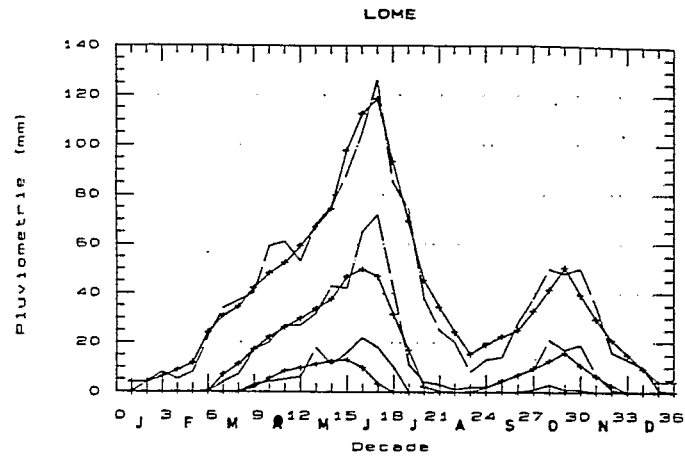


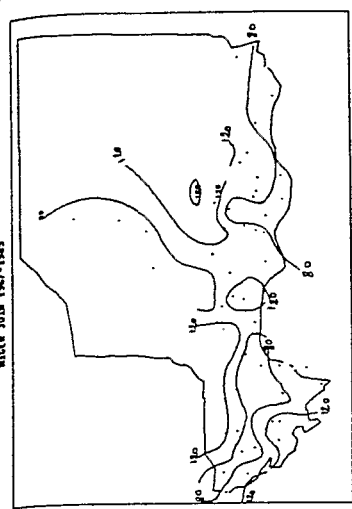
Fig-5- ANALYSE FREQUENTIELLE DECADEIRE AUX STATIONS  
DE LOME-VILLE ET DAPAONG

— Hauteur décadaire observée  
 — Hauteur décadaire déduite de la loi des fuites ajustée sur les totaux mensuels

Pour des fréquences au dépassement de 0.2, 0.5, 0.8

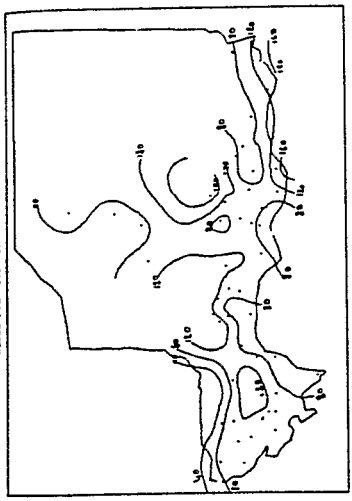


NIGER JUIN 1967-1985



Paramètre d'échelle (1/10 mm)

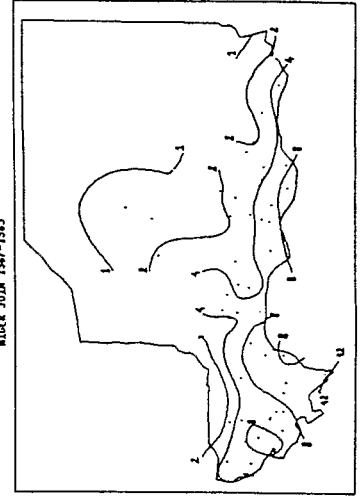
NIGER JUIN 1950-1968



Paramètre d'échelle (1/10 mm)

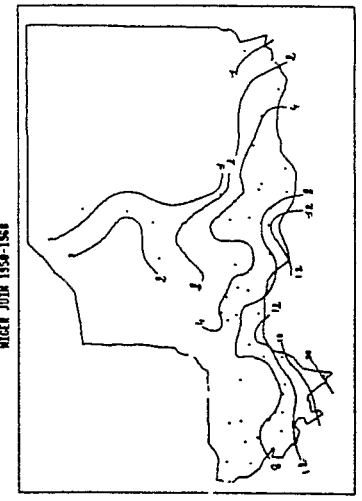
Fig-6- PARAMETRES DE LA LOI DES FUITES AJUSTEE AUX TOTAUX MENSUELS SUR  
LES PERIODES 1950-1968 ET 1967-1985

NIGER JUIN 1967-1985

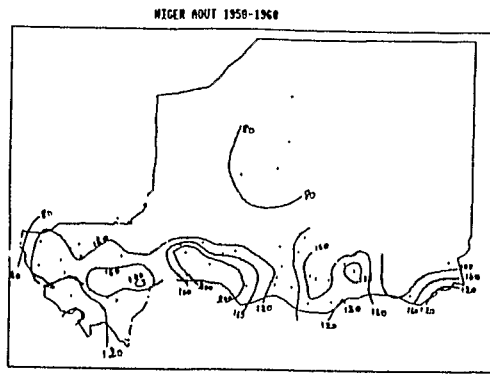


Paramètre de forme

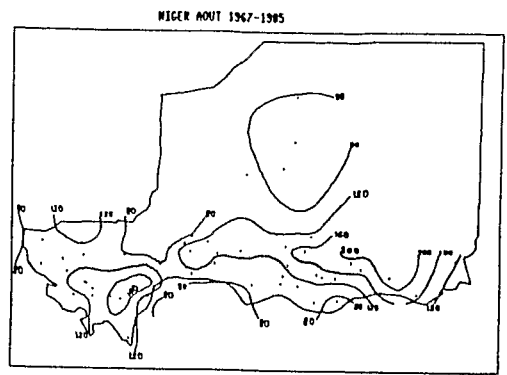
NIGER JUIN 1950-1968



Paramètre de forme

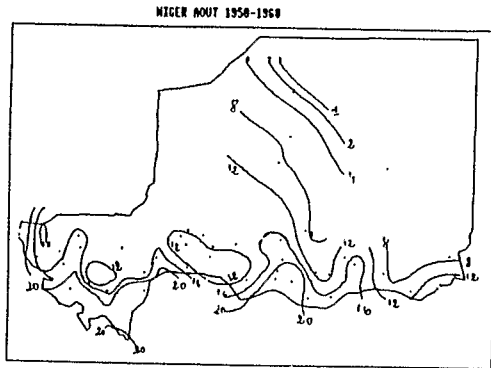


Parametre d'echelle (1/10 mm)

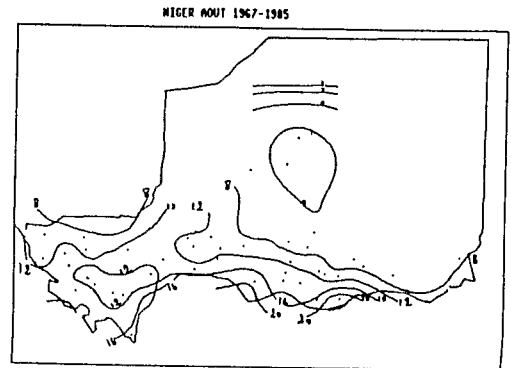


Parametre d'echelle (1/10 mm)

Fig-6b- PARAMETRES DE LA LOI DES FUITES AJUSTEE AUX TOTAUX MENSUELS SUR LES PERIODES 1950-1960 ET 1967-1985



Parametre de forme



Parametre de forme