

HYDROLOGIE ET MODELISATION A BASE DE REGLES FLOUES : CALCUL DU COEFFICIENT DE RUISSELLEMENT DECENNAL

François DELCLAUX et Jean Marie LAMACHERE

ORSTOM Laboratoire d'Hydrologie
B.P. 5045 34032 Montpellier Cedex
E-mail: delclaux@orstom.orstom.fr, lamacher@orstom.orstom.fr

INTRODUCTION

En matière de modélisation hydrologique, nous sommes parfois conduits à des hypothèses et classifications trop strictes que nous aimerions pouvoir moduler en fonction de connaissances qualitatives. Ce problème est souvent résolu par une approche statistique où la variable est remplacée par une fonction de probabilité. L'approche bayésienne permet notamment d'intégrer une connaissance a priori sur l'incertitude. Cependant la théorie des ensembles flous propose un autre cadre de travail pour prendre en compte incertitude et imprécision. Aussi nous sommes-nous intéressés, dans le cadre de la prédétermination des coefficients de ruissellement décennaux, aux modèles à base de règles floues dans lesquels les variables s'expriment en tant que nombres flous et leurs relations par des règles d'inférence.

ENSEMBLES ET NOMBRES FLOUS

Définitions

Les ensembles flous, introduits en 1965 par ZADEH, sont basés sur le concept d'appartenance graduelle. Dans la théorie classique des ensembles, un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble donné. A l'opposé, un ensemble flou a une frontière vague : par exemple, l'ensemble des longues rues d'une ville.

Un sous-ensemble flou A d'un ensemble X est un ensemble de couples tels que :

$$A = \{[x, \mu_A(x)], x \in X\}$$

où $\mu_A(x)$ est la fonction d'appartenance de x dans A et prend ses valeurs dans l'intervalle [0,1]. Plus $\mu_A(x)$ est proche de 1, plus l'élément x appartient à A. Par contre, si $\mu_A(x)$ vaut zéro, il est certain que x n'appartient pas à A.

Un nombre flou est un cas particulier des ensembles flous. Il est défini de la manière suivante:

- il existe au moins une valeur x telle que $\mu_A(x)=1$;
- la fonction $\mu_A(x)$ est convexe : $\forall a, b, c, a < c < b : \mu_A(c) \geq \min(\mu_A(a), \mu_A(b))$

Caractéristiques des nombres flous

Les caractéristiques principales de la fonction d'appartenance sont (voir Fig. 1) :

- le support est défini comme l'intervalle : $\text{supp}(A) = \{x; \mu_A(x) > 0\}$
- la forme de la fonction d'appartenance : triangulaire, trapézoïdale, ou suivant une loi puissance.

Il est parfois utile de trouver une valeur réelle équivalente à un nombre flou. On procède alors à une opération dite de "déflouification" pour laquelle il existe plusieurs méthodes dont les plus utilisées sont: la moyenne des maxima, la médiane et le centre de gravité.

Enfin il existe une arithmétique floue, généralisation de l'arithmétique courante, basée sur la notion d'intervalle. Il est alors possible d'effectuer des opérations d'addition, de soustraction, etc., ainsi que d'appliquer des opérateurs d'intersection et d'union.



Modélisation à base de règles floues

Supposons qu'un système soit défini par 2 variables X et Y explicatives d'une variable Z, que nous disposions d'un jeu de données expérimentales de n triplets (x_i, y_i, z_i) et que les relations entre variables s'expriment par un ensemble de règles telles que: si X et si Y alors Z.

On décrira chacune des variables par plusieurs nombres flous dont les fonctions d'appartenance ont des intersections non vides.

Ainsi, pour chaque donnée (x_k, y_k, z_k) , plusieurs règles pourront s'appliquer simultanément, mais avec des poids différents. On définit ainsi pour une donnée k un degré de validité v_i^k de la règle i, fonction des appartenances de X et Y.

L'ensemble flou résultant Z_k est une pondération des ensembles flous déduits de chaque règle i, soit : $Z_k = \cup_i v_i^k Z_i^k$. La fonction d'appartenance sera alors : $\mu_{Z_k}(z) = \max (v_i \mu_{Z_i}(z))$
On déduira alors, par une méthode de défouification, une valeur réelle de Z_k qui sera comparée à la valeur observé z_k .

Cette méthode est généralisable à n variables, les règles résultant de la combinaison d'expressions logiques traduisant les relations entre variables.

METHODE ORSTOM DE PREDETERMINATION DES CRUES DE FREQUENCE DECENNALE

But et fondement de la méthode

En Afrique de l'Ouest, pour les petits bassins versants de superficie inférieure à 200 km², les hydrologues de l'ORSTOM ont proposé de prendre pour référence de crue de projet la crue dite "décennale", celle-ci étant définie ici comme étant la crue provoquée par une pluie décennale (RODIER et AUVRAY, 1965). L'approche proposée, déterministe, est celle d'un modèle global "pluie-débit" fondé sur la théorie de l'hydrogramme unitaire. Le débit de pointe correspondant au ruissellement de la crue décennale peut être défini par la relation :

$$Q_{10} = K_{10} P_{10} Kr_{10} \alpha_{10} S / Tb_{10}$$

avec K_{10} coefficient d'abattement,
 P_{10} hauteur de pluie ponctuelle journalière de fréquence décennale,
 Kr_{10} coefficient de ruissellement,
 α_{10} coefficient de pointe,
 S superficie du bassin versant,
 Tb_{10} temps de base.

Le coefficient d'abattement est un coefficient de réduction qui permet de passer d'une hauteur de pluie ponctuelle à une hauteur moyenne sur une certaine superficie située dans une zone pluviométriquement homogène. Le coefficient de ruissellement est le rapport entre le volume de ruissellement rapide à l'exutoire du bassin et le volume précipité sur l'ensemble du bassin versant. Le coefficient de pointe est le rapport entre le débit maximum ruisselé et le débit moyen correspondant au volume ruisselé sur le temps de base. Quant au temps de base, il est l'intervalle de temps compris entre le début et la fin du ruissellement rapide.

Le coefficient de ruissellement Kr_{10}

Nous nous intéresserons plus particulièrement au coefficient Kr_{10} . Celui-ci est estimé par interpolation, pour une pluie donnée, entre les valeurs du coefficient correspondant à des précipitations de 70 et 100 mm, Kr_{70} et Kr_{100} . Elles ont été déterminées en fonction de la superficie (S) des bassins pour cinq classes d'infiltrabilité (Ci) et pour différentes valeurs de l'indice global de pente (Ig) à partir des observations de 250 bassins versants.

L'indice global de pente I_g est déterminé après construction de la courbe hypsométrique du bassin. C'est le rapport entre la dénivelée globale et la longueur du rectangle équivalent.

La quantification des classes d'infiltrabilité est le point le plus délicat de la méthode proposée: les éléments déterminants de l'infiltrabilité en zones sahélienne et tropicale sèche sont les états de surface qui intègrent le couvert végétal, les organisations pédologiques superficielles et les modalités de mise en culture ou d'occupation du sol. La classification qualitative adoptée par Rodier comprend cinq classes d'infiltrabilité :

- TI	bassin rigoureusement imperméable	$K_r > 0,60$
- I	bassin imperméable	$0,48 > K_r > 0,52$
- RI	bassin relativement imperméable	$0,24 > K_r > 0,3$
- P	bassin perméable	$0,12 > K_r > 0,18$
- TP	bassin très perméable	$K_r < 0,10$

Des abaques, pour différentes classes de surfaces, d'indices de pente et d'infiltrabilité fournissent les valeurs des coefficients de ruissellement K_{r70} et K_{r100} (voir Fig.2).

MODELISATION DU K_{r70} A L'AIDE DE REGLES FLOUES

Les données

Dans notre étude, nous nous limiterons à la modélisation du coefficient K_{r70} . Les trois variables explicatives sont le logarithme de la surface, l'indice global de pente et la classe d'infiltrabilité. A partir des données concernant 74 bassins-versants, nous avons établi deux échantillons, de calibration et de validation, dont les caractéristiques statistiques sont similaires

Méthodologie

(1) Lors de l'étape de calibration du modèle flou, les opérations suivantes sont effectuées :

- classification floue des variables ($\text{Log}S$, I_g , C_i , K_{r70}) et définition des fonctions d'appartenance ;
- estimation des règles traduisant les relations entre variables à partir des abaques ;
- application des règles, "déflouification" du K_{r70} et comparaison avec les valeurs "observées" de Rodier.

(2) Dans l'étape de validation, le 2ème échantillon de données est traité par comparaison avec les "observations" et avec les résultats de la méthode ORSTOM (FAO, 1995).

Résultats

(1) la méthode de "déflouification" : nous avons comparé deux méthodes, la moyenne des maxima et le centre de gravité. Il s'avère que les résultats fournis par ces deux méthodes sont équivalents. Ce résultat est également confirmé par la littérature.

(2) la forme des fonctions d'appartenance : nous avons testé deux cas extrêmes où toutes les fonctions sont soit triangulaires soit trapézoïdales (cf Fig. 3). Les résultats montrent une mauvaise adéquation de la forme triangulaire qui sous-estime fortement le K_{r70} . Ceci s'explique par le fait que cette forme minimise la valeur de la fonction d'appartenance. Cependant, ce test est trop schématisé : il faut pouvoir estimer le caractère incertain ou imprécis de chaque variable et lui associer la fonction d'appartenance la plus cohérente.

(3) le nombre de classes : nous avons retenu deux situations, les variables I_g et C_i étant réparties en 5 classes :

- 5 classes pour $\text{Log}S$ et 3 classes pour K_{r70} , soit 125 règles ;
- 3 classes pour $\text{Log}S$ et 2 classes pour le K_{r70} , soit 75 règles.

Les résultats (voir Fig 4) montrent qu'un nombre de classes peu élevé induit une dispersion plus grande. Par contre, et ceci est le plus intéressant, la dispersion a lieu autour de la bissectrice. En d'autres termes, complexifier le système n'apporte pas de meilleurs résultats, d'autant plus que l'augmentation du nombre de classes accroît le nombre de règles à définir.

En ce qui concerne la comparaison des deux modes de calcul, flou et "abaque", le modèle "abaque" donne des résultats légèrement meilleurs (voir Fig. 5). Ceci est dû à un manque de finesse dans la description des variables en tant que nombre flou, notamment au niveau du support et de la forme de la fonction d'appartenance.

CONCLUSION

Ces premiers résultats concernant ce type de modélisation nous ont permis de nous familiariser avec la modélisation à base de règles floues. Certes, plusieurs améliorations sont à apporter afin de mieux cerner la sensibilité du modèle aux différents paramètres de construction. Par ailleurs, un problème important reste à résoudre : la définition des règles d'inférence pour laquelle nous comptons tester une méthode statistique de génération automatique, à comparer avec une approche de type expertise.

L'approche floue est bien adaptée à la résolution du problème hydrologique posé : par sa facilité de mise en oeuvre, et surtout par sa capacité à s'adapter au raisonnement qualitatif de l'hydrologue-expert tout en intégrant dans sa démarche les aspects déterministes et quantitatifs de la méthode ORSTOM de prédétermination du coefficient de ruissellement décennal.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bardossy, A. & Disse, M. (1993) Fuzzy rule-based models for infiltration. *Water Resources Research*, 29.2, 373-382.
- Bardossy, A. & Duckstein, L. (1995) Fuzzy rule-based modeling with applications to geophysical, biological and engineering systems. *CRC Press*, 232 p.
- FAO (1995) Manuel de prédétermination des apports annuels et des crues décennales sur les petits bassins versants en Afrique sahélienne et tropicale sèche. CIEH/ ORSTOM/ CEMAGREF. Rome, (à paraître).
- Ribstein, P. & Rodier, J.A. (1989) Fortes crues des petits cours d'eau du Sahel : forme de l'hydrogramme. *Hydrol. continent.*, 4.1, 33-47.
- Rodier, J.A. & Auvray, C. (1965) Estimation des débits de crue décennale pour les petits bassins versants de superficie inférieure à 200 km² en Afrique Occidentale. CIEH/ORSTOM, Paris 46 p.
- Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy sets. *Information and control*, 8, 338-353.

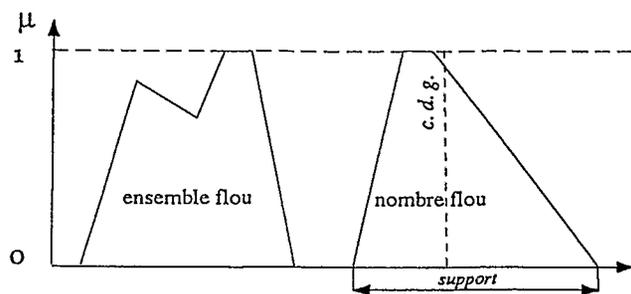


Figure 1 Fonctions d'appartenance

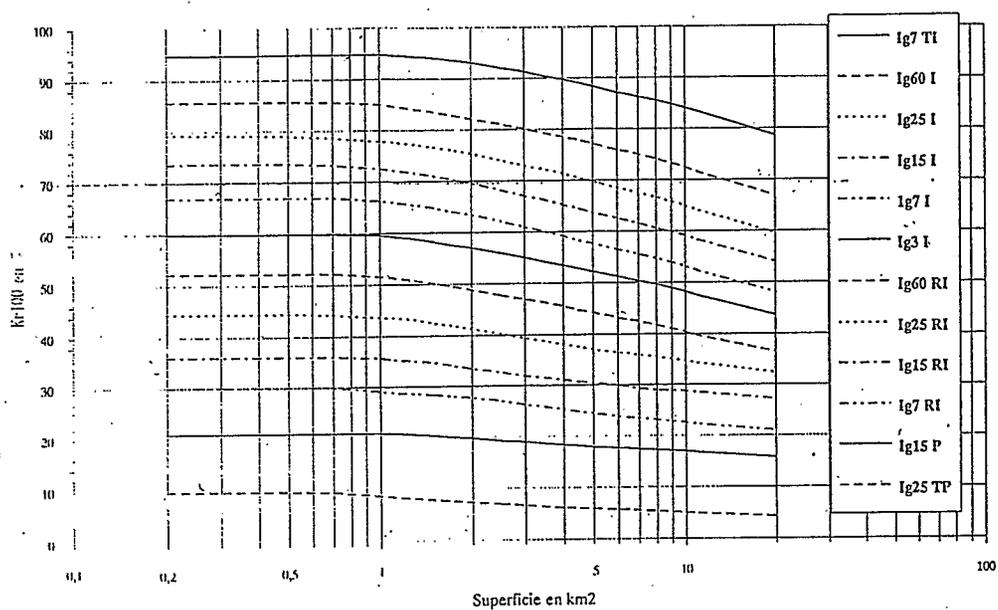


Figure 2 Coefficient de ruissellement Kr100 ($S < 10 \text{ Km}^2$)

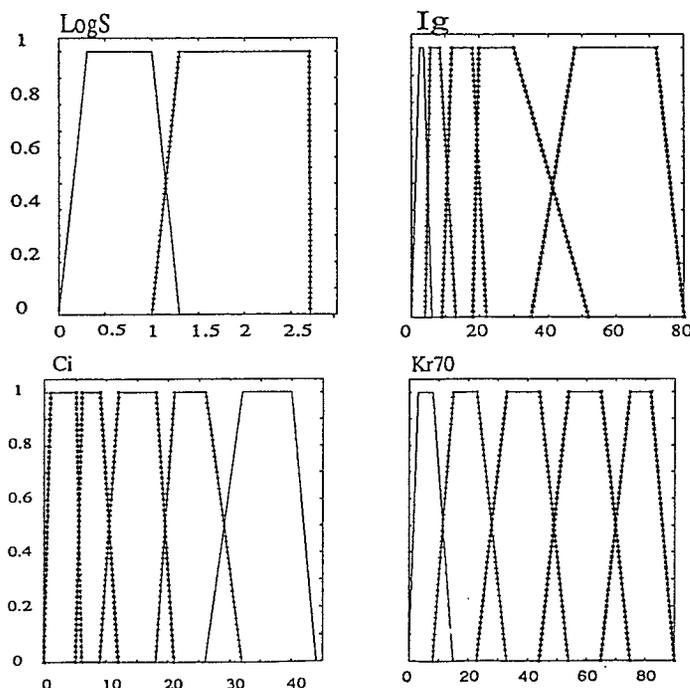


Figure 3 Fonctions d'appartenance trapezoidales (TRFN)

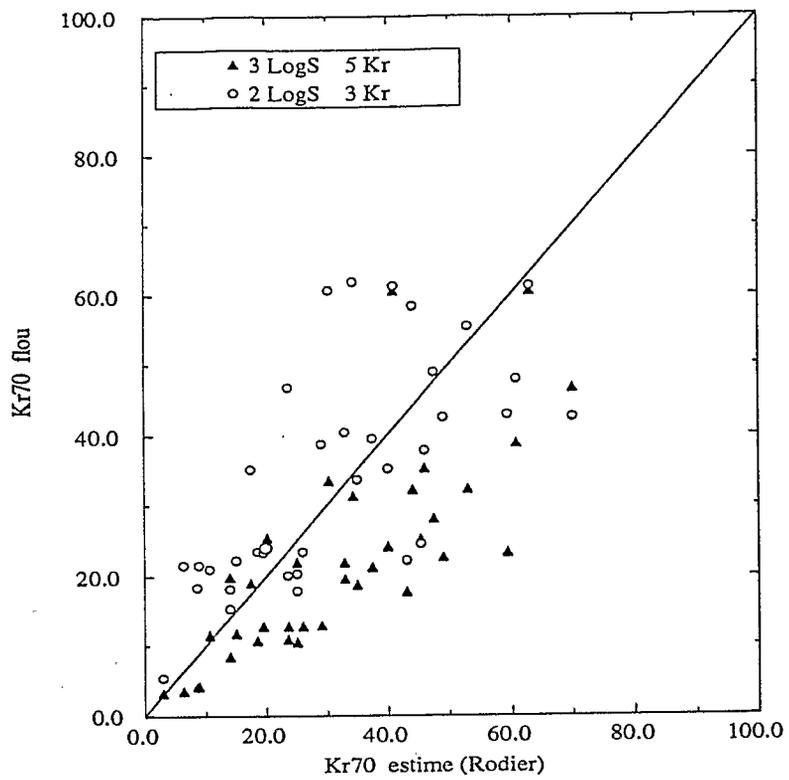


Figure 4 Influence du nombre de classes floues

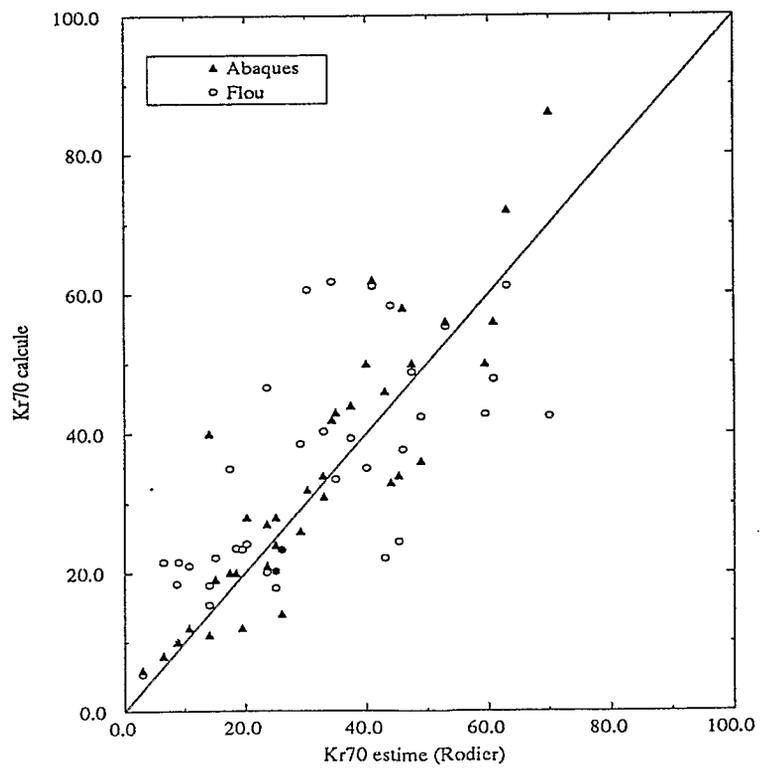


Figure 5 Comparaison abaques - modele flou

Tendances nouvelles

**EN MODÉLISATION
POUR L'ENVIRONNEMENT**

cité des Sciences et de l'Industrie, Paris
les 15, 16 et 17 janvier 1996

**ACTES DES JOURNÉES DU PROGRAMME
ENVIRONNEMENT, VIE ET SOCIÉTÉS**

COMMUNICATIONS ORALES

**SESSION B : Modélisation des systèmes
complexes, nouveaux modèles, validation
de modèles.**



CENTRE NATIONAL
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE