

# Mise en évidence du comportement multifractal de la distribution fréquence-magnitude d'un échantillon sismique (loi de Gutenberg-Richter)

Robert Pillet

C.R. Acad. Sci. Paris,  
t. 324, série II a,  
p. 805 à 810,  
1997

ORSTOM, B.P. A5, Nouméa,  
Nouvelle-Calédonie

E-mail : pillet@noumea.orstom.nc

**Résumé** Laherrère (1996) remarque que le diagramme du logarithme du nombre d'objets (séismes) supérieurs à une grandeur (magnitude) donnée, en fonction de cette grandeur suit une loi « fractale parabolique ». Après un aperçu rapide des différentes et nombreuses utilisations des paramètres  $a$  et  $b$  de la loi de Gutenberg-Richter (1956), nous montrerons que les échantillons sismiques choisis suivent bien une loi parabolique. Nous proposerons ensuite une interprétation de ce tracé parabolique en termes de dimension fractale variant avec l'énergie des séismes.

**Mots clés :** Sismicité, Multifractal, Fractale parabolique, Loi de Gutenberg-Richter.

**Abstract** Evidence for a "parabolic fractal" behaviour in a frequency-magnitude relationship of a seismic sample (Gutenberg-Richter law)

Laherrère (1996) shows that objects (earthquakes) listed in decreasing size (magnitude) and plotted on a log-log format with size against rank have a "parabolic fractal" behaviour. After a short review of the uses of the  $a$  and  $b$  Gutenberg-Richter law (1956) parameters, we will point out that some seismic samples follow a parabolic law. We will propose an interpretation for this parabolic fit in fractal dimension terms.

**Keywords:** Seismicity, Multifractal, Parabolic fractal, Gutenberg-Richter law.

## INTRODUCTION

Nous définissons  $N(M_i)$ , nombres de séismes de magnitude supérieure ou égale à la magnitude  $M_i$ , et le diagramme  $\text{Log}(N) = f(M_i)$  permet de définir la loi de Gutenberg-Richter (1956) telle que,  $\text{Log}(N) = a - bM_i$ , décrivant comme une droite la distribution des points du diagramme. De cette loi, on retient essentiellement les deux paramètres qui décrivent la droite qui passe au mieux dans cette distribution de points. Le paramètre  $a$  correspond au niveau de l'activité sismique (et de la fenêtre temporelle) de l'échantillon sismique choisi. Le paramètre  $b$ , pente de la droite, proche de

la valeur unité, donne lieu à de nombreuses interprétations, d'autant plus que Aki (1981) a montré que cette distribution suivait la loi en puissance de la géométrie fractale.

## APERÇU DE QUELQUES UTILISATIONS DU PARAMÈTRE $b$

Le paramètre  $b$  a été utilisé par de très nombreux auteurs. Les échantillons sismiques qui servent à le calculer ont été parfois très fortement réduits, soit géographiquement, soit temporellement. La connaissance des variations spatiales et temporelles de  $b$  permet de déduire les variations de l'état de contrainte, et aussi, parfois, la dimension frac-

Fonds Documentaire ORSTOM

Cote : B\*14784 Ex : 1

### Note

présentée par  
Jean-Paul Poirier.

remise le 1<sup>er</sup> août 1996,  
acceptée après révision  
le 13 novembre 1996.



**Fig. 1 a.** Diagramme du logarithme du nombre de séismes de magnitude supérieure à  $M_s$  en fonction de  $M_s$  pour les deux échantillons sismiques NEIC (cercle) et CMT (carré). Seuls les symboles noirs ont servi à l'ajustement des paraboles. **b.** Mêmes données que précédemment, mais projetées selon la droite de pente égale à  $-1$ . Les flèches correspondant à  $b < 1$  ( $M_s = 5,5$ ),  $b = 1$  ( $M_s = 7,0$ ) et  $b = 3/2$  ( $M_s = 8,1$ ) sont aussi représentées.

*a. Logarithm-magnitude diagram of seismic number greater than  $M_s$  according to  $M_s$  for two seismic samples from NEIC (circle) and CMT (square) catalogues. Only black symbols are used for the parabola fit. **b.** Same data projected on  $-1$  straight slope. Straight lines corresponding to  $b < 1$  ( $M_s = 5.5$ ),  $b = 1$  ( $M_s = 7.0$ ) and  $b = 3/2$  ( $M_s = 8.1$ ) are also shown.*

**Fig. 2** Même figure que précédemment, mais avec le logarithme du moment sismique scalaire ( $M_0$ ), issu du fichier CMT au complet (cercles). Les distributions des séismes superficiels (triangle vers le haut,  $h < 70$  km) et profonds (triangle vers le bas,  $h > 70$  km) sont aussi représentées. Seuls les symboles noirs ont servi à l'ajustement des paraboles.

Same as **figure 1a**, with seismic scalar moment logarithm ( $M_0$ ) plotted with circles. Superficial (triangle,  $h < 70$  km) and deep (inverted triangle,  $h > 70$  km) earthquakes distributions are also shown. Only black symbols are used for the parabola fit.

tale du milieu. La variabilité du facteur  $b$  a aussi été étudiée par Mogi (1962), Scholz (1968) et Main (1987). Ce dernier décrit  $b < 1$  avant un séisme majeur et  $b > 1$  après le séisme. La décroissance de  $b$  est considérée par Smith (1981), comme un signe précurseur de gros séismes. Pachéco *et al.* (1992) notent un changement de pente de la loi de Gutenberg-Richter,  $\text{Log}(N) = a - bM_w$ , aux alentours de  $M_w = 7,5$ . A noter que Gutenberg et Richter (1956) avaient déjà remarqué une inflexion vers  $M_s = 7,1$  pour une distribution de séismes superficiels (mais ils n'étaient pas allés au-delà de cette remarque). Pachéco *et al.* (1992), en déduisent deux lois de comportement de part et d'autre de la magnitude  $M_w = 7,5$ . Au-delà de  $M_w = 7,5$ , la surface de rupture serait telle que la lithosphère serait impliquée dans toute son épaisseur. Cette remarque permet de déduire l'épaisseur de la couche sismogénétique.

## FRACTALE PARABOLIQUE

Laherrère (1996) remarque qu'un inventaire d'objets rangés par taille décroissante dans un diagramme « log-log taille-rang » (fréquence-magnitude, pour le cas de la sismologie) a souvent un tracé parabolique, plutôt que linéaire. Ces tracés de type « fractale parabolique » se rencontrent souvent dans la nature ; et nous allons montrer que les distributions sismiques suivent cette règle.

Nous utiliserons plusieurs types d'échantillons sismiques pour visualiser les différents cas possibles. Ces données sont issues de différentes sources : catalogue des Centroid Moment Tensor (CMT) de Harvard (1977-1995), catalogue du NEIC (1960-1996) (National Earthquake Information Center de l'USGS), fichier de sismicité du Vanuatu du réseau ORSTOM-Cornell (1978-1991) (Chatelain, 1986 ; Prévot, 1991 ; Prévot et Chatelain, 1994). Ces échantillons sismiques contiennent une estimation de l'énergie des séismes, qui sera soit  $M_s$ ,  $M_b$ ,  $M_0$  ou  $M_{\text{local}}$ .  $M_s$  est la magnitude des ondes de surface, définie par Gutenberg et Richter (1936) et Gutenberg (1945), basée sur l'amplitude des ondes à 20 s

et repris par Vanek *et al.* (1962). La magnitude  $M_b$  est déterminée par l'amplitude des ondes de volume.  $M_0$  est le moment sismique scalaire défini par Aki (1966) et  $M_{\text{local}}$  est définie par la longueur du signal, pondérée par la distance épacentrale et calibrée à l'aide de quelques événements majeurs, sur une échelle de magnitude internationale.

Les deux fichiers CMT et NEIC contiennent des magnitudes  $M_s$  qui sont sensiblement les mêmes, mais représentent des fenêtres temporelles différentes. Les **figures 1a** et **1b** montrent ces deux distributions, avec les deux paraboles associées qui passent au mieux par les points sélectionnés. Il apparaît clairement (surtout sur la **figure 1b** qui montre les distributions projetées selon la droite de pente  $b = -1$ ) qu'une courbe du deuxième degré s'adapte mieux aux données qu'une simple droite. Les deux extrémités de nos distributions de points sont sous-échantillonnées et donc entachées d'une erreur importante. Aux faibles magnitudes, à partir d'un certain seuil (4,5-5,0), la magnitude des événements n'est plus calculée et la distribution s'infléchit. Aux fortes magnitudes, le sous-échantillonnage est temporel. Une vingtaine d'années de mesures ne suffit pas pour échantillonner correctement la sismicité mondiale, en particulier, les gros événements ( $M_s > 7,5$ ). Si la précision sur le nombre d'événements sismiques est désormais (depuis environ 1960) excellente (pratiquement, tout les séismes de magnitude  $M_s > 4,5$  sont répertoriés par les agences sismologiques internationales), l'estimation des magnitudes est entachée d'une erreur importante qui peut être estimée, pour le mieux, à  $\pm 0,2$  unité de magnitude. Cela correspond bien à la remarque de Laherrère (1996) : « la précision des données est très souvent inférieure à la valeur de la méthode utilisée pour l'étudier ». A fortes magnitudes, nous ne prendrons en considération que des points définis par cinq ou dix séismes au minimum, afin de travailler sur un ensemble de points représentant des erreurs acceptables.

La distribution de la sismicité en fonction du moment sismique présente les mêmes ré-

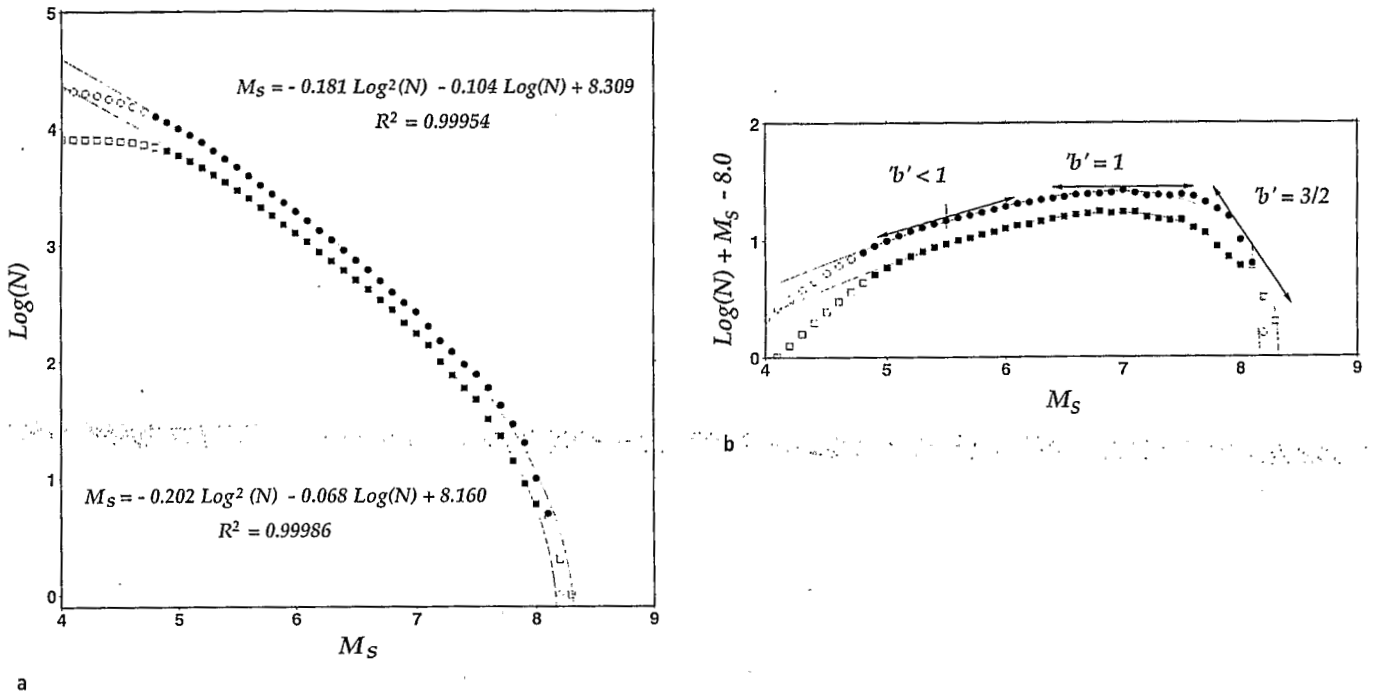
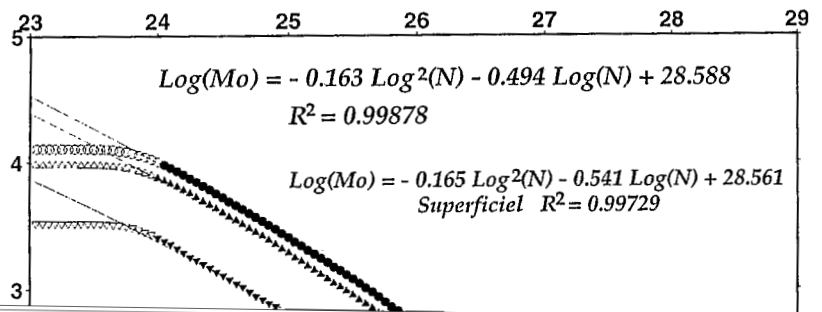
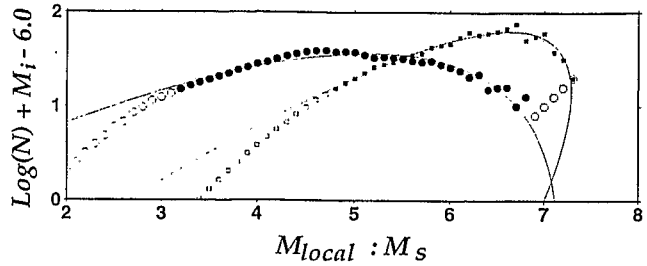
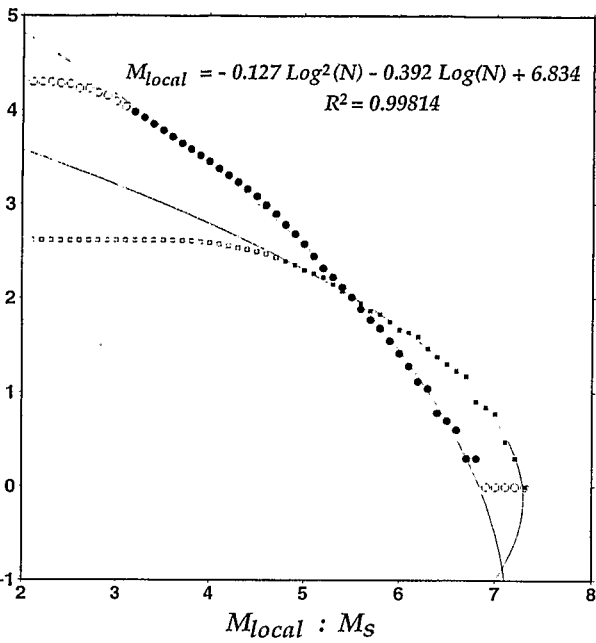


Fig. 1

sultats que la figure 1 (fig. 2), avec un sous-échantillonnage des séismes de moment scalaire inférieur à  $10^{24}$  et une dispersion qui augmente nettement après  $10^{28}$  dyne-cm. Nous avons traité séparément la sismicité profonde et superficielle (limite à  $h = 70$  km). Les distributions de ces deux échantillons sont représentées sur la figure 2. Le comportement parabolique fractal est le même, ce





**Fig. 3 a.** Diagramme  $\text{Log}(N) = f(M_{\text{local}})$  (cercle) pour l'échantillon sismique du Vanuatu (réseau ORSTOM-Cornell, 1978-1991), avec des magnitudes locales qui sont calculées jusqu'à  $M_{\text{local}} = 3,0$ . Comparaison avec la distribution des magnitudes  $M_s$  du NEIC pour la même zone et la même période (carré). Seuls les symboles noirs ont servi à l'ajustement des paraboles. **b.** Projection de ces mêmes données selon la droite de pente  $b = -1$ .

**a.** Diagram  $\text{Log}(N) = f(M_{\text{local}})$  (circle) for Vanuatu seismic sample (ORSTOM-Cornell network for the period 1978-1991) with local magnitude calculated until  $M_{\text{local}} = 3.0$ . Comparison with NEIC  $M_s$  of the same period and region (square). Only black symbols are used for fitting the parabola. **b.** Same data projected on the straight line  $b = -1$ .

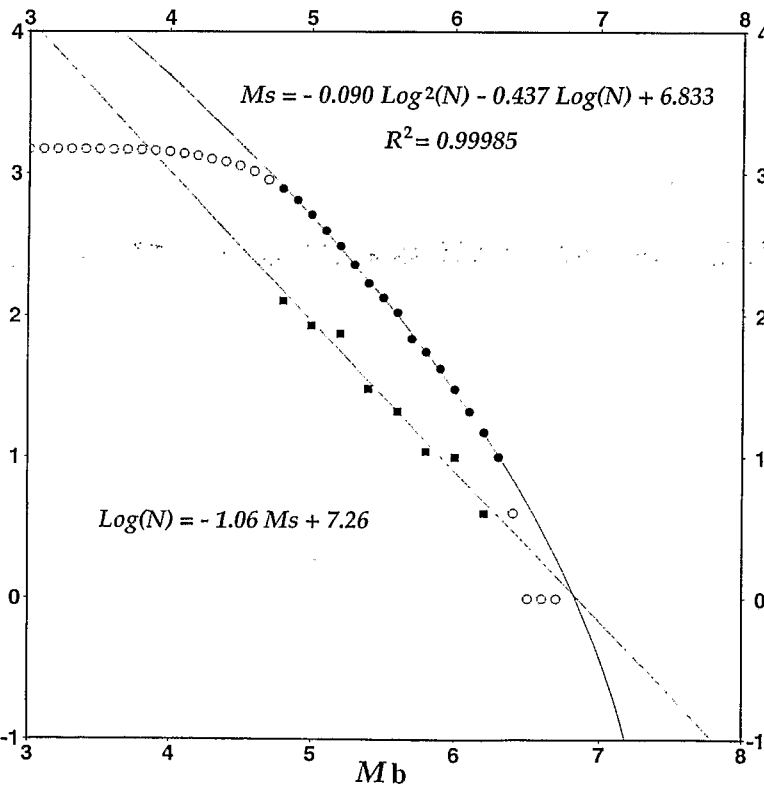


Fig. 4

La **figure 3a** montre les données et la parabole qui s'ajuste entre  $M_{\text{local}} = 3,2$  et  $6,8$ . Nous avons extrait les magnitudes  $M_s$  du catalogue du NEIC pour la même zone et pour la même période. Bien que parabolique (**fig. 3b**), l'aspect de ces deux distributions est très différent, ce qui montre que si  $M_s$  est une bonne mesure de l'énergie sismique,  $M_{\text{local}}$  reflète mal cette énergie.

Dubois et Nouaili (1989) montrent, dans le cas des séismes profonds (100-300 km) de l'arc des Nouvelles Hébrides, que la distribution des séismes de magnitude,  $M_s$  suit une droite  $\text{Log}(N) = -1,06 M_s + 7,26$  avec une excellente précision (**fig. 4**). Étant donné le niveau de sous-échantillonnage (662 séismes, soit 8 points), il est difficile de conclure entre droite ou parabole. Nous prendrons donc les magnitudes  $M_s$  du fichier du NEIC sur la même zone géographique (entre  $13^\circ$  et  $22^\circ$  Sud et entre  $160^\circ$  et  $172^\circ$  Est) et la même tranche de profondeur (100-300 km), mais sur une période un peu plus longue (1960-1995, au lieu de 1964-1981). La **figure 4** représente ces deux distributions.

## DISCUSSION

La notion d'auto-similarité sous-entend un comportement identique de tous les séismes, quelle que soit leur magnitude et donc une distribution linéaire sur le diagramme fréquence-magnitude. Compte tenu des exemples présentés ici, nous avons montré que les distributions de la sismicité suivent une loi « fractale parabolique ». Cela implique un comportement multifractal à mettre en parallèle avec les lois multifractales dans l'espace et dans le temps des populations de séismes (Geilikman *et al.*, 1990; Hirata et Imoto, 1991; Dongsheng *et al.*, 1994; Godano *et al.*, 1996 et Legrand *et al.*, 1996). En reprenant le raisonnement d'Aki (1981), nous considérons les variations de la tangente à la parabole (équivalente au paramètre  $b$ ), en fonction de la magnitude (fig. 1b). La tangente vaut 1 aux alentours de  $M_s = 7,0$ , donc  $D = 2$ . Dans ce cas, la rupture s'effectue selon une surface. Lorsque la tangente vaut  $3/2$ , donc  $D = 3$ , les séismes de magnitude d'environ  $M_s = 8,0$  jouent sur des plans de faille qui

tendent à remplir un volume. Si la tangente est inférieure à l'unité, et donc la dimension fractale comprise entre 1 et 2, il faut imaginer des lignes de rupture qui tendent à remplir un plan, cela pour des magnitudes  $M_s$  inférieures à 6,0. Ce modèle rejoint celui de Pacheco *et al.* (1992) qui pressentaient une variation de  $b$ , donc de  $D$ , en fonction de l'énergie des séismes.

## CONCLUSION

Nous avons montré, comme le préconisait Laherrère (1996) pour les phénomènes naturels, que les distributions d'échantillons de sismicité présentées suivent une loi « fractale parabolique ». Ce comportement relativise les conclusions des nombreux travaux qui interprètent des paramètres  $a$  et  $b$  de la loi de Gutenberg-Richter. La notion de « fractale parabolique » nous amène à proposer un comportement multifractal et donc une variation de la dimension fractale  $D$  en fonction de l'énergie des séismes.

Fig. 4 Comparaison, dans le cas des séismes profonds (100-300 km) de l'arc des Nouvelles Hébrides (13°-22° S, 160°-172° E), des résultats de Dubois et Nouailli (1989) et de l'ajustement parabolique sur une période plus longue afin de réduire l'inconvénient du sous-échantillonnage. Seuls les symboles noirs ont servi à l'ajustement de la parabole.

Comparison between Dubois and Nouailli (1989) results of deep earthquakes (100-300 km) of New Hebrides Arc (13°-22° S, 160°-172°) and parabolic fit on a larger time period to reduce undersampling. Or black symbols are used for the parabola fit.

**Remerciements :** Je tiens à remercier Bernard Pelletier et Stéphane Calmant (ORSTOM, Nouméa) pour leurs contributions à l'élaboration de ce travail.

- AKI, K., 1966. Generation and propagation of G waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964. Estimation of earthquake movement, released energy, and stress-strain drop from G wave spectrum, *Bull. Earth. Res. Inst.*, 44, p. 23-88.
- AKI, K., 1981. A probabilistic synthesis of precursory phenomena, In: Earthquake Prediction, an International Review, Simpson D.W. and Richards P.G. (eds), *Am. Geophys. Union*, Maurice Ewing Ser. 4, p. 566-574.
- CHATELAIN J.-L., ISACKS B.L., CARDWELL R.K., PRÉVOT R. et BEVIS M., 1986. Patterns of seismicity associated with asperities in the Central New Hebrides island arc, *J. Geophys. Res.*, 91, p. 12497-12519.
- DONGSHENG L., ZHAOBI Z. et BINGHONG W., 1994. Research into the multifractal of earthquake spacial distribution, *Tectonophysics*, 233, p. 91-97.
- DUBOIS J. et NOUAILLI L., 1989. Quantification of the fracturing of the slab using a fractal approach, *Earth Planet. Sci. Letters*, 94, p. 97-108.
- DUBOIS J., 1995. La dynamique non linéaire en physique du globe, Masson, Paris, 292 p.
- GEILIKMAN M.B., GOLUBEVA T.V. et PISSARENKO V.F., 1990. Multifractal patterns of seismicity, *Earth Plan. Sci. Lett.*, 99, p. 127-132.
- GODANO C., ALONZO M.L. et BOTTARI A., 1996. Multifractal analysis of the spatial distribution of earthquakes in southern Italy, *Geophys. J. Int.*, 125, p. 901-911.
- GUTENBERG B. et RICHTER C.F., 1936. Magnitude and energy of earthquakes, *Science*, 83, p. 183-185.
- GUTENBERG B., 1945. Amplitudes of surface waves and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 35, p. 3-12.
- GUTENBERG B. et RICHTER C.F., 1956. Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 46, p. 105-145.
- HIRATA T. et IMOTO M., 1991. Multifractal analysis of spatial distribution of micro-earthquakes in the Kanto region, *Geophys. J. Int.*, 107, p. 155-162.
- LAHERRÈRE J., 1996. Distributions de type « fractal parabolique » dans la nature, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 322, série II a, p. 535-541.
- LEGRAND D., CISTERNAS A. et DORBATH L., 1996. Multifractal analysis of the 1992 Erzincan aftershock sequence, *Geophys. Res. Letters*, 23, p. 933-936.
- MAIN I.G., 1987. A characteristic earthquake model of the seismicity preceding the eruption of Mount St Helens on 18 May 1980, *Phys. Earth Planet. Int.*, 49, p. 283-293.
- MOGI K., 1962. Study of the elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relation to earthquake phenomena, *Bull. Earthqu. Res. Inst.*, 40, p. 125-173.

RÉFÉRENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES

PACHÉCO J.F., SCHOLZ C.H. et SYKES L.R., 1992. Changes in the frequency-size relationship from small to large earthquakes, *Nature*, 355, p. 71-73.

PRÉVOT R., ROECKER S.W., ISACKS B.L. et CHATELAIN

SCHOLZ C.H., 1968. The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 58, p. 399-416.

SMITH W.D., 1981. The b-value as an earthquake precursor

Southwest Pacific, *J. Geophys. Res.*, 96, p. 19825-19842.

PRÉVOT R. et CHATELAIN J.-L., 1994. A shallow double seismic zone beneath the central New Hebrides (Vanuatu): Evidence for fragmentation and accretion of the descending plate, *Geophys. Res. Letters*, 19, p. 2159-2162.

VANEK J., ZATOPEK A., KARNIC V., KONDORSKAY N.V., RIZMICHENKO Y.V., SAVARENSKY E.F., SOLV'YOV S.L. et SHEBALIN N.V., 1962. Standardisation of magnitude scales, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geofiz.*, 2, p. 153-158.

# COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

## SCIENCES DE LA TERRE ET DES PLANÈTES *EARTH & PLANETARY SCIENCES*

1997 — Tome 324 — Série II a — N° 10

### Géophysique externe, climat et environnement (Climat)

- Évolution saisonnière des corrélations entre précipitations en Afrique guinéenne et températures de surface de la mer (1945-1994).

Serge JANICOT et Bernard FONTAINE ..... 785

### Géochimie/Paléontologie

- Anisotropie chimique de la carapace des ostracodes.  
Exemple de *Leptocythere psammophila*.

Michel RIO, Anne-Marie BODERGAT,  
Gilles CARBONNEL et Dietmar KEYSER ..... 827

*Géochimie de surface*