

# Polygonisation réversible en imagerie médicale

## Application à la visualisation de divers tissus anatomiques

Ph. Borianne, M. Jaeger

Projet CORPUS 2000  
Unité de Modélisation du CIRAD  
BP 5035 - 34032 Montpellier cedex 1 - France  
Tél. : (33) 67 61 65 43 Fax : (33) 67 10 15 99 e-mail : c2000@cirad.fr

**Mots clé :** infographie, imagerie médicale, géométrie discrète, topologie discrète, polygonisation.

### Résumé

Nous nous intéressons à la description et à la visualisation de structures anatomiques à partir d'examens tomodensitométriques. Ces structures sont, à l'issue de traitements d'image, décrites en régions dans les différentes images constituant un examen. Dans chaque image, les bords de ces régions sont convertis en polygones discrets. Les méthodes mises en oeuvre utilisent des résultats récents en mathématique algébrique. L'exploitation de la définition arithmétique des droites discrètes rationnelles assure la réversibilité de la polygonisation et un fort taux de compression de données avec une complexité linéaire. L'algorithme implanté s'appuie de plus sur une nouvelle notion de topologie discrète. De ce fait, les subdivisions polygonales résultantes permettent de rendre compte des contacts entre structures anatomiques. Nous montrerons enfin que cette approche discrète est intéressante, elle peut efficacement contribuer à la reconstruction 3D d'organes et à leur visualisation.

**Keywords :** computer graphics, medical imaging, discrete geometry, discrete topology, polygonization.

### Abstract

We take an interest in the description and interactive handling of anatomical structures obtained by segmented computed tomography images. These structures are described by serial digital polygons computed from the segmented images. The implemented methods use the late results in algebraic mathematics such as an arithmetical definition of rational digital straight so polygonization is reversable. Based upon a recent notion of discrete topology, this approach allows the resulting polygonal subdivisions to show the connections between the anatomical parts. This approach is also quite helpfull for 3D surface reconstruction an visualization.

## 1. Introduction

En imagerie médicale tomodensitométrique ou RMN, on définit classiquement les structures anatomiques étudiées par l'empilement d'images multibinaires de régions ou contours ([Höhne90]). Ces formes discrètes sont obtenues par des opérateurs plus ou moins complexes de traitement d'image. La majorité des applications manipule indifféremment les notions de contours et régions discrets tout en utilisant une géométrie euclidienne. Ce qui conduit à 2 grands types

d'algorithmes fondamentaux ou à des algorithmes de coopération contour-région lourds tant en traitement d'image qu'en synthèse ([Hégron85]). Un exemple classique est celui du remplissage de polygone par test de parité où la simplicité de l'approche est mise en défaut suite à la discrétisation des bords, ce qui conduit à des algorithmes difficiles à prouver voire programmer ([Ackland81], [Dunlavey83]). D'autres outils se montrent non bijectifs: c'est le cas du simple tracé de segment de droite. Ces outils sont d'un intérêt majeur dans notre cas, une conversion simple, bijective entre une région et son contour décrit par un polygone discret nous apporterait un fort taux de compactage de données sans pertes, une rapidité accrue de visualisation, une algorithmique entière et adaptée à la nature discrète des données manipulées.

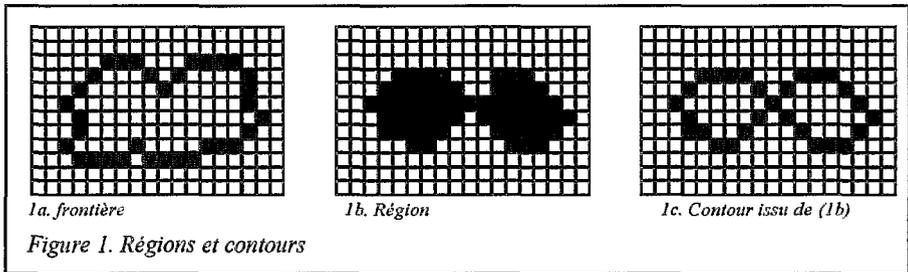
Nous nous sommes donc tournés vers des méthodes et formalismes purement discrets tant pour la topologie [Kovalevski84], [Khalimski90], [Françon90a], que pour la géométrie "affine" [Reveillès91]. Leur but: disposer d'une algorithmique de base, aussi bien valable en synthèse qu'en analyse d'image, donc travaillant directement sur des objets discrets, sans référence à un quelconque espace euclidien.

Ces récents outils fondamentaux sont très peu implantés. Nous avons cherché à expérimenter ces nouvelles méthodes en imagerie médicale. Hormis ce caractère novateur, l'originalité de notre approche réside dans l'usage conjoint de ces deux méthodes. Cela nous permet d'obtenir une équivalence contour-région simple à traiter puis d'aboutir à des polygonisations de régions adjacentes avec une cohérence topologique totale au sortir de la conversion. Ces polygonisations sont réversibles.

Nous exposons ici les méthodes mises en oeuvre conduisant à une polygonisation réversible. La section 2 contient une introduction à la topologie discrète par le biais des pointels, des lignels et des surfels, ainsi que la justification de l'emploi de telles notions pour le suivi de contour d'une forme discrète, phase préalable à la polygonisation à proprement parler; nous y présentons également les principes de l'algorithme qui en découle. Nous introduisons en section 3 quelques notions de mathématique algébrique sur lesquelles reposent la polygonisation, en particulier une définition arithmétique des droites discrètes rationnelles et les principes de la segmentation des courbes discrètes. La section 4 explicite quelques résultats obtenus sur des images médicales. La section 5 présente des intérêts supplémentaires de l'approche pour la visualisation et la reconstruction 3D en imagerie TDM ou RMN.

## 2. Suivi de contour

Les formes discrètes sont généralement décrites par leur frontière ou par leur région ([Chassery91]). La description par frontières permet la polygonisation si les points les composant sont ordonnés. Dans le cas d'une frontière, cet ordre est inhérent à la structure de courbe discrète: en effet, une courbe discrète est un ensemble fini de points à coordonnées entières où chaque point possède exactement deux points voisins (fig. 1a). Dans le cas d'une région, cet ordre est obtenu par un suivi de contour.



Le contour d'une forme discrète simple sans trou est classiquement extrait en utilisant les huit directions de Freeman ([Freeman70]); le principe de l'algorithme ([Rosenfeld70], [Yokoi75]) consiste à se déplacer de point de contour en point de contour en restant "à l'extérieur" de l'objet. La condition d'arrêt est que l'on retrouve successivement le premier puis le deuxième point du contour, ce qui garantit que l'on repart sur le même suivi de contour qu'initialement. Une condition portant sur un seul point est insuffisante dans le cas d'un contour non simple.

Un tel algorithme assure que les points successivement extraits pour définir le contour sont voisins au sens de la 8-connexité. Mais ces points ne forment pas nécessairement une courbe discrète. Une forme discrète topologiquement équivalente à un disque peut présenter un contour de topologie différente d'un cercle (fig. 1c); par ailleurs, deux formes discrètes adjacentes ont des contours dont l'intersection est nulle. De tels paradoxes, fréquents en géométrie discrète usuelle ([Pavlidis82], [Françon90b]), peuvent toutefois être évités. Pour ce faire, le contour de la forme doit être exprimé en terme de pointels, de lignels et de surfels ([Françon91]).

Considérons l'ensemble  $G$  des points de coordonnées entières classiquement manipulés en géométrie discrète. Considérons maintenant la grille carrée  $G'$  du plan euclidien, dont tous les sommets sont des points de coordonnées demi-entières; chaque carré unitaire est centré sur un point de  $G$ ;  $G'$  est la représentation usuelle des images discrètes. Les sommets de  $G'$  sont appelés pointels: tout segment de droite de la grille  $G'$  joignant deux pointels 4-voisins est appelé lignel; enfin, tout carré unitaire ouvert de la grille  $G'$  est appelé surfel (fig. 2).

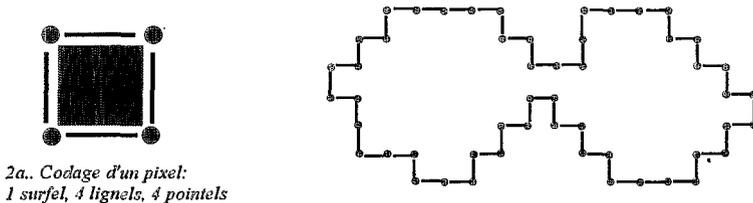


Figure 2. Surfels, lignels et pointels

La grille  $G'$  définit un espace cellulaire de dimension 2 qui peut être muni d'une topologie lui conférant des propriétés et des axiomes similaires à ceux de la topologie euclidienne ([Kovalevski84], [Khalimski90], [Françon91]). En d'autres termes, une forme discrète simple sans trou est concrètement décrite par un ensemble fini et connexe de surfels; son contour est un cycle simple de lignels, le contour ainsi défini est donc une courbe discrète (de lignels).

Le suivi de contour d'une forme discrète peut donc se ramener, selon ce formalisme, à se déplacer de lignel de contour en lignel de contour. Un lignel du contour est caractérisé par le fait qu'il n'est incident qu'à un unique surfel de la forme discrète (fig. 2b). Le principe algorithmique est ici similaire au précédent. Lorsque l'on est sur un lignel du contour S (et compte tenu de la direction de laquelle on vient), on atteint le lignel contour suivant par un examen dans le sens trigonométrique des 3 lignels voisins de S. La condition d'arrêt est de retrouver le lignel initial.

Cet algorithme est en pratique plus simple à mettre en oeuvre que le précédent. L'espace cellulaire manipulé est muni d'une topologie non ambiguë, similaire à la topologie euclidienne usuelle; cela se traduit par la simplification de l'initialisation et de la condition d'arrêt. Le lignel et sa direction de parcours, est muni d'une relation de 3-voisinage alors que le point est muni d'une relation de 8-voisinage. Les lignels successivement extraits pour définir le contour sont voisins au sens de la 6-connexité.

### 3. Polygonisation

L'utilisation de la polygonisation des courbes discrètes dans de nombreux domaines tels que le traitement d'image, la reconnaissance des formes, l'algorithmique graphique, la programmation linéaire en nombres entiers, ... a conduit de nombreux auteurs à s'intéresser à ce problème ([Freeman70], [Wu82], [Dorst91]). Les algorithmes résultants sont assez complexes, du fait de l'emploi de nombres réels dans la description de la structure des paliers, ensembles des points à coordonnées entières ayant même ordonnée ou même abscisse, des droites discrètes. Nous avons opté pour un algorithme incrémental basé sur une définition arithmétique des droites discrètes rationnelles ([Reveillès91]). Elle contrôle simplement et bijectivement la structure en paliers des droites discrètes; cela garantit la réversibilité de la polygonisation.

Une droite discrète rationnelle, notée  $D(a,b,\mu,\omega)$ ,

de pente  $a/b$ , de borne inférieure  $\mu$ , d'épaisseur arithmétique  $\omega$

( $a,b,\mu$  sont des entiers,  $b$  non nul,  $\omega$  est un entier positif),

est l'ensemble des points à coordonnées entières  $(x,y)$  vérifiant  $\mu \leq a.x - b.y < \mu + \omega$ .

Le formalisme [Reveillès91] montre que l'on peut se limiter au cas où  $\omega = \sup(|a|,|b|)$  et au premier octant [Freeman70], [Chassery91]. On convient alors que  $0 \leq a < b$  (donc que  $\omega = b$ ).

Un segment de droite discrète est alors caractérisé par les quantités  $a$ ,  $b$ ,  $\mu$  et  $lg$  où:

$a/b$  est la pente de la droite qui le porte,

$\mu$  sa borne inférieure,

$lg$  sa longueur (i.e. le nombre de ses pixels).

L'algorithme de reconnaissance ([Debled92a], [Debled92b]) repose sur le théorème suivant: soit S un segment discret de caractéristiques  $a$ ,  $b$ ,  $\mu$  et  $lg$  données. Considérons le point  $(x',y')$  où  $x' = lg+1$ ; l'un des quatre cas suivants est vérifié:

cas 1)  $\mu \leq a.x' - b.y' < \mu + b$  (préservation de la pente),

alors  $(x',y')$  appartient à  $D(a,b,\mu,b)$  et  $S \cup \{(x',y')\}$  est le segment  $(a, b, \mu, lg+1)$ ;

cas 2)  $a.x' - b.y' = \mu - 1$  (augmentation de la pente),  
 soit  $k$  l'unique entier de l'intervalle  $[0, b[$  tel qu'il existe  $u$  entier  
 avec  $a.k - b.u = \mu$ , et soit  $l = \text{Ent}\{(a.k - \mu) / b\}$  ( $\text{Ent}[]$ :partie entière de)  
 alors  $S \cup \{(x', y')\}$  est le segment  $(a', b', \mu', lg+1)$   
 avec  $a' = y' - l$ ,  $b' = x' - k$ ,  $\mu' = a'.x' - b'.y'$ ;

cas 3)  $a.x' - b.y' = \mu + b$  (diminution de la pente),  
 soit  $k$  l'unique entier de l'intervalle  $[0, b[$  tel qu'il existe  $u$  entier  
 avec  $a.k - b.u = \mu + b - 1$ , et soit  $l = \text{Ent}\{(a.k - \mu) / b\}$   
 alors  $S \cup \{(x', y')\}$  est le segment  $(a', b', \mu', lg+1)$   
 avec  $a' = y' - l$ ,  $b' = x' - k$ ,  $\mu' = a'.x' - b'.(y' + 1) + 1$ ;

cas 4)  $a.x' - b.y' > \mu + b$  ou  $a.x' - b.y' < \mu - 1$  (impossibilité),  
 alors dans ce cas, et seulement dans ce cas,  $S \cup \{(x', y')\}$  n'est plus un segment de droite.  
 $(x', y')$  n'appartient pas à  $D(a, b, \mu, b)$ .  $(x', y')$  initialise un nouveau segment.

Ce théorème permet de segmenter une courbe discrète quelconque en examinant séquentiellement ses points pour former des segments discrets maximaux. L'algorithme qui en découle est donc incrémental et linéaire.

#### 4. Application à l'imagerie médicale

L'approximation polygonale d'une forme discrète s'effectue en deux étapes consécutives : le suivi de contour qui permet de décrire le contour de la forme par une courbe discrète, et la segmentation qui découpe cette courbe en segments discrets. La courbe issue du suivi de contour est un ensemble de lignels. Le contour est défini en terme de lignels; il doit donc être converti en un contour de points pour obtenir les segments discrets. Deux possibilités apparaissent.

On peut associer à tout lignel du contour le surfel de la forme discrète auquel il est incident.



3a. Image sementé d'un genou.  
 Sont caractérisés:  
 - les muscles  
 - certains tendons  
 - l'os compact et spongieux  
 d'après [BRIAND92]



3b. Polygonisation surfel.  
 les surfels des polygones  
 des régions adjacentes sont  
 distincts.  
 Cela est visible dans la  
 rotule et dans le fémur.

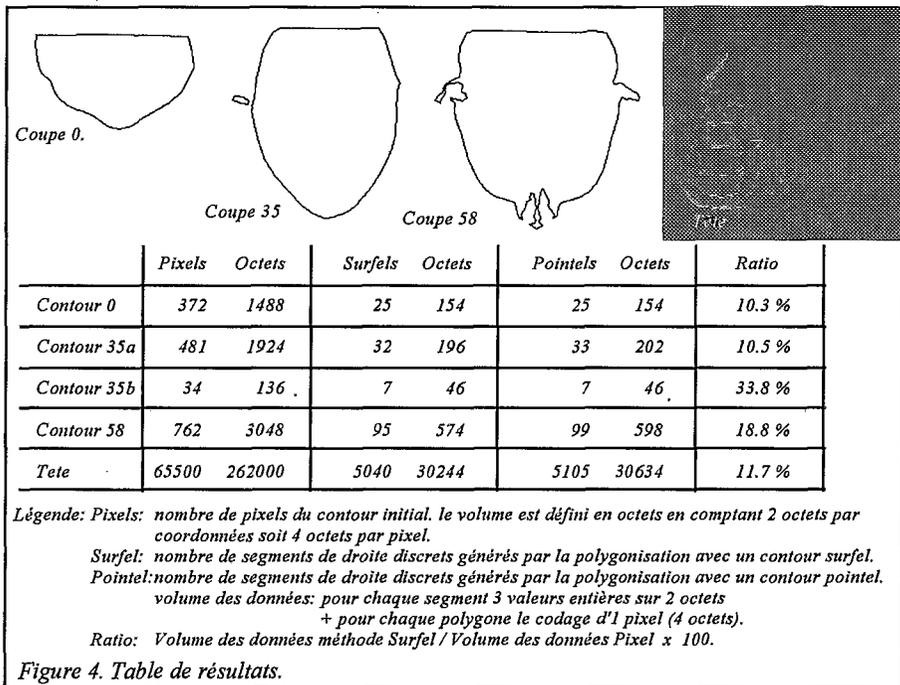


3c. Polygonisation pointel.  
 Le contour pointel permet  
 d'obtenir la même suite de  
 pointels le long d'une  
 adjacence de région.

Figure 3. Résultat de la polygonisation sur une image multibinaire.

Une telle application convertit le contour 6-connexe de lignels en un contour 8-connexe de points à coordonnées entières; et plus précisément, il s'agit du contour que l'on obtiendrait en appliquant le premier algorithme de la section 2; on parlera de contour surfel. Il n'est donc plus nécessairement une courbe discrète. L'utilisation de contours surfel conduit à des scènes polygonales qui ne rendent pas compte des adjacences entre formes discrètes (fig. 3b). C'est dû au fait que les points caractérisant le contour de la forme sont les centres des surfels. Ces scènes sont cependant suffisantes pour la visualisation rapide et les manipulations interactives des structures anatomiques.

On peut aussi associer à tout lignel du contour un de ses pointels extrémité. Une telle application convertit le contour 6-connexe de lignels en un contour 4-connexe de pointels. On parlera du contour pointel qui est bien une courbe discrète. Les contours pointel conduisent à des subdivisions polygonales permettant de décrire la topologie de ces structures. Autrement dit, les contacts entre structures anatomiques sont non seulement connus, mais également géométriquement et topologiquement décrits (fig.3c).



Ces techniques ont été implantées dans notre logiciel d'imagerie médicale C2000. Elles permettent un taux de compression de données important (fig 4). Rappelons qu'un segment de droite discret est défini par la donnée de sa pente soit 2 relatifs et de sa longueur ainsi qu'un point de départ. Dans une image, toutes ces données sont bornées par les résolutions en X et Y de l'image. Un codage de chaque variable sur 2 octets est donc suffisant. Il suffit de plus de connaître un seul point d'initialisation (pointel ou surfel selon la méthode choisie) puis la liste des pentes et longueurs de chaque segment pour caractériser totalement un polygone discret.

## 5. Quelques autres intérêts de la polygonisation discrète

Les segments discrets résultats d'une polygonisation sont caractérisés pour chacun d'entre eux, par une pente, une longueur, une origine. Il peut être judicieux d'apprécier si un segment est intéressant pour la visualisation ou non. L'un des critères peut être la longueur des segments ou plutôt le périmètre, en nombre de surfels ou pointels, du polygone discret à tracer (fig. 5).

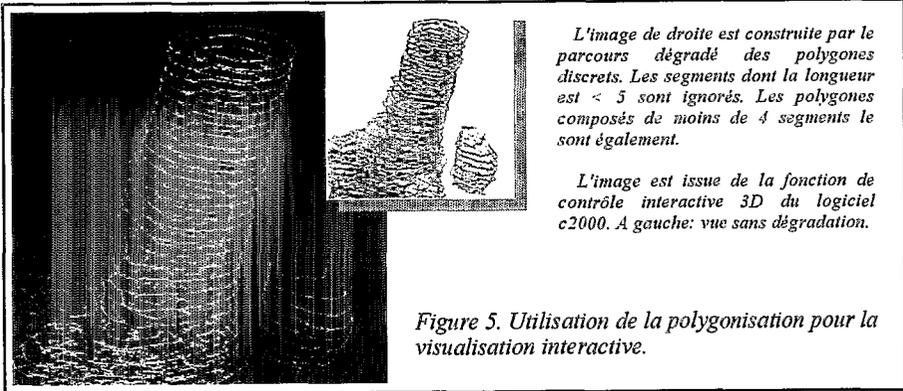


Figure 5. Utilisation de la polygonisation pour la visualisation interactive.

Les longueurs des segments discrets traduisent également la courbure du contour. Leurs extrémités (pointels ou surfels) sont donc des bases intéressantes pour la reconstruction 3D de surfaces selon les travaux de [Fuchs77], [Christiansen78], [Boissonnat84] ou plus récemment [Geiger93]; c'est cette dernière approche, permettant une tétraédrisation à partir de contours sériés que nous avons testé (fig. 6).

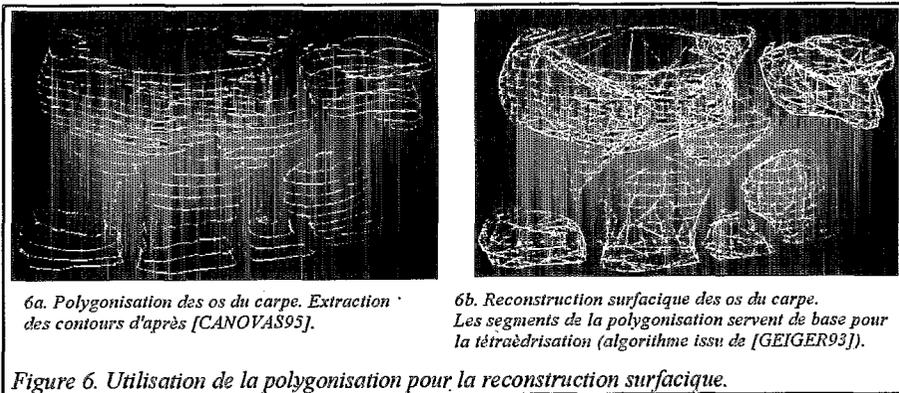
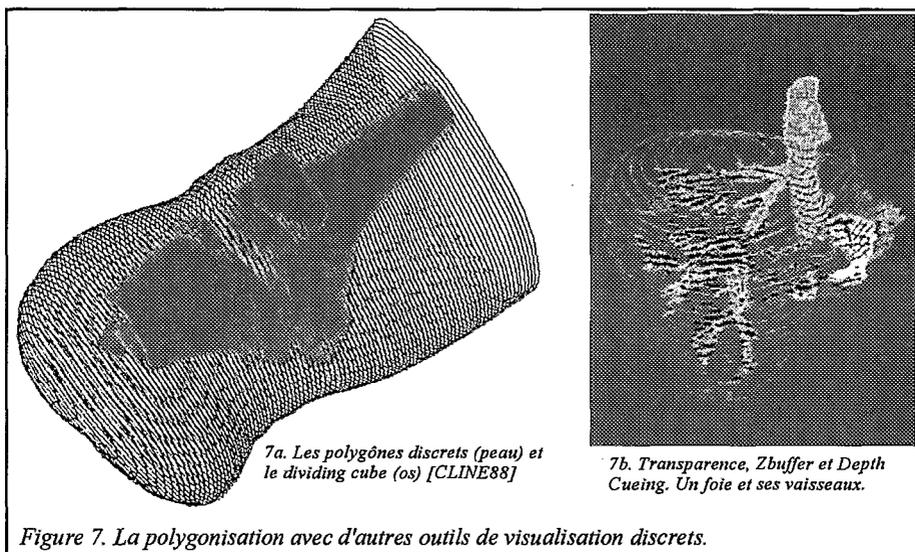


Figure 6. Utilisation de la polygonisation pour la reconstruction surfacique.

Enfin, Les segments de droite discrets régénèrent des courbes discrètes rapidement, de manière incrémentale et en arithmétique entière. Dans un contexte de visualisation de données TDM, où la visualisation par facettes n'est pas très naturelle, la représentation par courbe de niveaux a sa place et ce pour au moins deux raisons:

- les courbes rappellent les positions relatives de l'organe reconstruit vis à vis du système d'acquisition; elles ne présentent pas d'artefacts ou d'interpolation "abusive" contrairement à ce que l'on peut rencontrer dans les surfaces de reconstruction;
- la lecture des reconstructions 3D présentant simultanément plusieurs tissus est facilité par des mélanges de techniques (fig 7.) où l'on associe un organe ou une fonction à une algorithmique de représentation particulière.



## 6. Conclusion

Nous avons appliqué à l'imagerie médicale des résultats récents des mathématiques algébriques qui, combinés à ceux de la topologie discrète, permettent :

*la manipulation interactive des examens tomодensitométriques segmentés*, rendue possible par la nature même de la description des structures anatomiques qui sont définies par un empilement de polygones discrets, réduisant ainsi le volume de données;

*la réversibilité des conversions polygonales réalisées*, du fait de la définition arithmétique des droites discrètes rationnelles. Ainsi, la norme de fait imposée par la Food and Drug Administration américaine, concernant la conservation intégrale des informations lors de la transmission et de la manipulation d'images médicales, est respectée : la polygonisation obtenue n'est qu'un codage différent mais sans perte des informations initiales. Cette opération, ainsi que sa réciproque, s'effectuent en un temps linéaire, de manière incrémentale;

*une description précise de la topologie des structures anatomiques*, basée sur la connaissance et la description de leurs contacts. Le fait d'utiliser une modélisation à base de pointels, de lignels

et de surfels permet de s'affranchir des problèmes inhérents à la définition, la caractérisation et l'obtention des contours d'une forme discrète ; représenter les objets par leur bord revêt toute sa signification : deux formes discrètes adjacentes présentent des contours dont l'intersection est non nulle ; cette information se devait d'apparaître dans l'approximation polygonale.

Nous avons montré l'efficacité de la représentation des régions par des polygones discrets dans le contexte de l'imagerie médicale. Il va de soit que ces outils sont intéressants dans de nombreux domaines 2D ou 3D : la cartographie, la vectorisation en PAO, ... Ces structures sont bien adaptées à la visualisation et forment un bon support pour la reconstruction 3D.

Nous envisageons par la suite de valoriser la description de la topologie des structures anatomiques d'une part, par des calculs quantitatifs tels que l'estimation des longueurs ou des aires de contacts, et d'autre part, par une étude de leur dynamique dans un cadre discret, en particulier lors de déformations locales ; la connaissance de la topologie peut sûrement aider à comprendre, à contraindre et à contrôler les déplacements et la croissance de certains organes.

## Bibliographie

[Ackland81]

Ackland B.D., Weste N.H., *The edge flag algorithm : a fill method for raster scan displays*, IEEE Trans. on Computers, C-30, 1981, 41-47.

[Boissonnat84]

Boissonnat J.D., *Geometric Structures for Three-Dimensional Shape Representation*, ACM Transactions on Graphics, Vol. 3, No 4, 1984, 266-286.

[Briand92]

Briand D., *Reconstruction anatomique tridimensionnelle du corps humain. Visualisation tridimensionnelle d'organes et de structures anatomiques à partir de coupes tomodesitométriques*. Thèse de Médecine, Faculté de Médecine de Montpellier, déc. 1992, 110 p.

[Canovas95]

Canovas F. & al., *Three dimensional reconstruction of the wrist biometry of the carpal bones*. 4th European Congress of the European Association of Clinical Anatomy, Viena (Austria), 1995, 192.

[Chassery91]

Chassery J.M., Montanvert A., *Géométrie discrète en analyse d'images*, Hermès, 1991.

[Cline88]

Cline H.E. & al., *Two algorithms for the three-dimensional reconstruction of tomograms*, Medical Physics, Vol. 15, No. 3, May/June 1988, 320-327.

[Christiansen78]

Christiansen H. N. & al., *Conversion of Complex Contour Line Definitions into Polygonal Element Mosaics*, Proc. ACM, Siggraph78, 187-192.

[Debled92a]

Debled-Rennesson I., *La reconnaissance des segments de droites*, Rapport de DEA, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1992.

[Debled92b]

Debled-Rennesson I., Reveillés J.P., *Un algorithme linéaire de polygonisation des courbes discrètes*, Colloque Géométrie Discrète en Imagerie : Fondements et Applications, Grenoble, 1992, 243-253.

[Dorst91]

Dorst L., Smeulders A.W.M., *Decomposition of discrete curves into piecewise straight segments in linear time*, Contemporary Mathematics, vol. 119, 1991.

[Dunlavey83]

Dunlavey M.R., *Efficient polygon filling algorithms for raster display*, ACM Trans. on graphics, 2, 1983, 264-273.

- [Françon90a]  
 Françon J., Reveillès J.P., *De l'imagerie digitale à la topologie discrète*, 115ème Congrès National des Sociétés Savantes, Avignon, 1990.
- [Françon90b]  
 Françon J., *Géométrie discrète et algorithmique graphique : problèmes et solutions*, Bigre 70, 1990, 125-135.
- [Françon91]  
 Françon J., *Topologie de Khalimski et Kovalevski et algorithmique graphique*, Colloque Géométrie Discrète en Imagerie : Fondements et Applications, Strasbourg, 1991.
- [Freeman70]  
 Freeman H., *Boundary encoding and processing*, Picture Processing and Psychopictorics, B.S. Lipkin and A. Rosenfeld Eds., Academic Press, 1970, 241-266.
- [Fuchs77]  
 Fuchs H & al., *Optimal Surface Reconstruction from Planar Contours*, Comm. ACM, Vol. 20, No 10, 1977, 693-702.
- [Geiger93]  
 Geiger B., *Three-Dimensional Modeling of Human Organs and its Application to Diagnosis and Surgical Planning*, Rapport de Recherche de l'INRIA, No. 2105, Prog. 4, Nov.1993.
- [Hégron85]  
 Hégron G., *Synthèse d'image : algorithmes élémentaires*, Dunod, 1985.
- [Höhne90]  
 Höhne K.H., Fuchs H., Pizer S.M., *3D imaging in medicine : algorithms, systems, applications*, NATO ASI Series, Computer and Systems Sciences, 60, 1990.
- [Khalimski90]  
 Khalimski E., Kopperman R., Meyer P.R., *Computer graphics and connected topology on finite ordered sets*, Topology and its Applications, 36, 1990, 1-17.
- [Kovalevski84]  
 Kovalevski V.A., *Discrete topology and contour definition*, Pattern Rec. Letters, 2, 1984, 281-288.
- [Pavlidis82]  
 Pavlidis T., *Algorithms for graphics and image processing*, Springer, 1982.
- [Reveillès91]  
 Reveillès J.P., *Géométrie discrète, calcul en nombres entiers et algorithmique*, Thèse d'Etat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1991.
- [Rosenfeld70]  
 Rosenfeld A., *Connectivity in digital pictures*, Journal of ACM, 17 (1), 1970, 146-160.
- [Wu82]  
 Wu L.D., *On the chain code of a line*, IEEE trans., PAM 4, 1982.
- [Yokoi75]  
 Yokoi S., Toriwaki J.I., Fukumura T., *An analysis of topological properties of digitized binary pictures using local features*, CGIP, 4, 1975, 63-73.