

MODELISATION DE LA GEOMETRIE DU SECONDAIRE à l'aide des graphes conceptuels

par

Marie-Hélène NGOA, Institut catholique de Yaoundé, CAMEROUN
Laure Pauline FOTSO et Marcel FOUA, Département d'informatique
Faculté des Sciences, Université de Yaoundé I

Mots clés : relation, graphe conceptuel, outil de démonstration.

Résumé : Ceci est la première partie d'un travail de modélisation d'une démonstration en géométrie du secondaire. Il fallait fixer d'abord la représentation des objets géométriques et des propriétés de ces objets. Ensuite représenter les outils de démonstration, c'est-à-dire les théorèmes. Nous l'avons fait en utilisant des graphes conceptuels. Nous voulons aboutir à une valuation des outils de démonstration dont a besoin notre système INTEXO (logiciel d'aide au choix des exercices) pour classer les exercices par degré de difficulté.

Abstracts: This is the first section of modelling in geometry problem solving. First, it was necessary to choose one representation of geometrical objects and their properties. After, we choose a representation of theorems which are the proving tools. Uniformly the whole representation uses conceptual graphs. Our goal is to valuate proving tools, this valuation is necessary to classify exercises by degree of difficulty in our system INTEXO (INTElligent EXO).

INTRODUCTION

Dans le cadre du projet INTEXO [6], logiciel d'aide au choix des exercices de géométrie du secondaire, il s'avère nécessaire de modéliser les outils de démonstration. Ce n'est qu'après cette modélisation qu'on pourra attribuer aux outils des valeurs de difficulté intrinsèque et également donner des valeurs de difficulté de l'application des outils dans la construction d'une solution à un problème donné.

Après quelques rappels sur le système de représentation des connaissances par les graphes conceptuels, introduit par SOWA [5], nous montrons comment modéliser les connaissances manipulées dans la résolution d'un problème de géométrie qui sont:

- les définitions des concepts géométriques
- les propriétés et "modes d'emploi" des concepts
- les théorèmes dont l'application permet de déduire de nouvelles connaissances.

§1. GRAPHES CONCEPTUELS-Principes Généraux

Deux sortes de connaissances sont utilisées dans les graphes conceptuels [4]:
les concepts et les relations conceptuelles.

1.1 DEFINITIONS

Un **concept** est constitué d'un label de type (ou plus brièvement un type) ET d'un **réfèrent**: le type et le réfèrent doivent être liés par la relation de conformité, on dit alors que le réfèrent est conforme au type

exemple: le label de type est **point**

point : a

point : P

point : #

point

fig.1

On voit que le **réfèrent** est soit non défini, dans ce cas le *concept* est *générique* ; soit P, variable désignée par une majuscule, on dit que le *concept* est *variable*; soit a, constante désignée par une minuscule, on dit que ce concept est une *instance* du concept

générique de même type; soit #, objet particulier non connu, on dit que le *concept* est *indéterminé*.

Nous verrons que le référent peut être simple ou structuré.

Une **relation conceptuelle** est désignée par un **type** et traduit un prédicat binaire portant sur 2 concepts; graphiquement elle est représentée dans un rond où arrive un lien à un concept et d'où part un lien à un concept



fig.2

s'écrit $r(A,B)$ avec r relation conceptuelle (r est le type)

La figure ci-dessus représente un graphe conceptuel élémentaire.

D'autres graphes conceptuels sont construits par étapes successives utilisant les opérations de *copie*, *restriction*, *jointure* ou *conjonction*, *simplification*.

Les graphes conceptuels ayant un sens, c'est-à-dire traduisant ce qui est sémantiquement correct, sont appelés *graphes canoniques*. Les graphes conceptuels construits en utilisant les opérations citées ci-dessus appliquées à des graphes canoniques ne donnent pas toujours des graphes canoniques; nous verrons quelles sont les contraintes d'application à respecter, dans le domaine qui nous concerne, c'est-à-dire la géométrie. Certains graphes canoniques donnés au départ de la construction forment la *base canonique*.

A partir de concepts de base (qui seront décrits dans le paragraphe suivant) on peut définir un nouveau concept par un graphe conceptuel.

exemple: le concept de *sommet* est défini par

ctype *sommet* (X) est

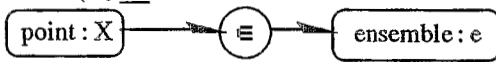


fig.3

où \in est une relation de base et e est "l'ensemble des points de référence" qui peut être considéré intuitivement comme l'ensemble des points dont l'existence est affirmée par l'énoncé du problème.

On dit que "sommet" est un type construit.

De même on a des relations conceptuelles de base et on peut définir une nouvelle relation conceptuelle par un graphe conceptuel:

exemple:

la relation conceptuelle *ne-sont-pas-disjoints* est définie par

rtype *ne-sont-pas-disjoints* (E1,E2) est

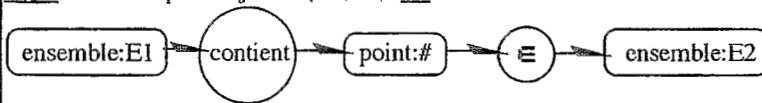


fig.4

1.2 RELATIONS D'ORDRE

Un bon choix des concepts et des relations et une bonne construction des graphes visent à permettre l'organisation des concepts en un ensemble ordonné, qui, dans la théorie de Sowa, est un treillis des concepts, et celle des relations conceptuelles en un ensemble sur lequel on définit un ou plusieurs ordres partiels.

1.2.1 Ensemble des concepts

Un type de concept défini par un graphe conceptuel s'insère dans le treillis en dessous du type du concept variable de sa définition: dans l'exemple de la fig3 "sommet" < "point"; on

dit alors que "sommet" est un sous-type de "point" et que "point" est un sur-type de "sommet".

Cette relation d'ordre entre 2 types de concepts (génériques) est tellement utile dans ce mode de représentation qu'elle devient une relation conceptuelle de base **est-un** :

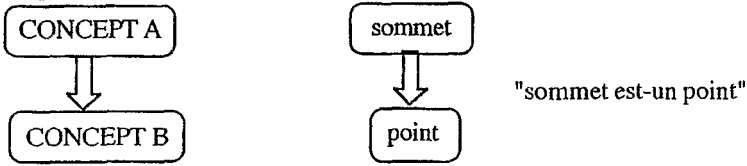


fig.5

Deux types peuvent avoir des sur-types communs et donc un plus petit sur-type commun; de même ils peuvent avoir des sous-types communs et donc un plus grand sous-type commun. Pour faire de l'ensemble partiellement ordonné des concepts un treillis, il faut introduire un type qui est un sur-type commun à tous les types, le type universel U et un type qui est un sous-type commun à tous les types, le type absurde A.

1.2.2 Ensemble des relations conceptuelles

Un type de relation défini par un graphe conceptuel est inférieur aux relations apparaissant dans sa définition. Dans la fig4, on a "ne-sont-pas-disjoints" $< \in$ et "ne-sont-pas-disjoints" $< \text{"contient"}$

1.3 RELATION D'EQUIVALENCE

Soient G et G' deux graphes conceptuels, $G \equiv G'$ si G' est obtenu à partir de G par copie; ils ont même structure topologique.

1.4 OUTILS DE CONSTRUCTION

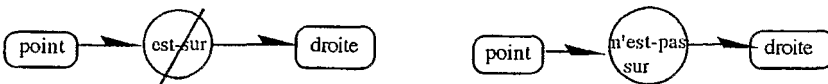
1.4.1 Sur les relations conceptuelles

Une relation conceptuelle de base, la relation **possède** permet de construire de nouveaux concepts ou de nouvelles relations:



"segment **possède** extrémité" "segment **possède** longueur" fig.6

Une opération dans l'ensemble des relations est fondamentale: la **négation**. Une nouvelle relation conceptuelle, par exemple "n'est-pas-sur", est obtenue par la négation d'une relation, "est-sur".



ces deux graphes expriment la même chose

fig.7

Une autre opération utile est la **réciprocité**: "contient" est **réciproque** d'"appartient", "est-sur" est **réciproque** de "passant par",...

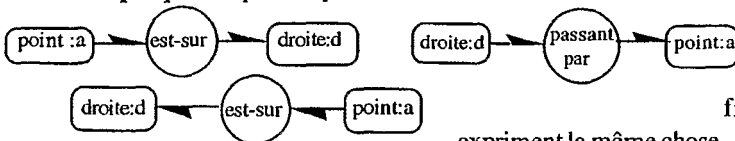


fig.8

expriment la même chose

1.4.2 Opérations sur les graphes conceptuels :

- l'*expansion* ou *zoom* : faire une expansion dans un graphe conceptuel, c'est remplacer un type construit par le graphe de sa définition. Si on répète l'opération d'expansion dans un graphe conceptuel sur tous les types construits et à nouveau sur les types construits apparus dans une expansion précédente et ceci jusqu'à saturation on dira qu'on a fait une expansion maximale;
- la *contraction*: faire une contraction, c'est remplacer un sous-graphe qui est la définition d'un type par le type .

1.5 HERITAGE

Un type de concept C' qui est un sous-type d'un type de concept C aura les mêmes propriétés dites propriétés héritées que celles du type C.

§2.CONCEPTS ET RELATIONS CONCEPTUELLES en Géométrie

2.1 Les concepts

On les classe en:

OBJET GEOMETRIQUE, ATTRIBUT, ETAT

2.1.1 Un *objet géométrique* est un élément du domaine à représenter; il possède (au sens du §1) au moins un composant qui permet d'identifier chacune de ces instances.

Exemples: point, segment, secteur angulaire, quadrilatère,...

Un segment, de façon courante, est désigné par [AB]; les deux composants A et B, variables selon nos conventions, permettent d'identifier les instances; si l'ensemble des points de référence est {i,j,k}, les instances de segment sont [ij], [ik], [jk].

Ceci nous amène à préciser que le référent conforme à un type de concept n'aura pas une écriture unique; si segment a au départ un référent de la forme S ou s (référent simple), après avoir vu que "segment possède des extrémités", on utilisera l'écriture courante [AB]ou [BA] (référent structuré)

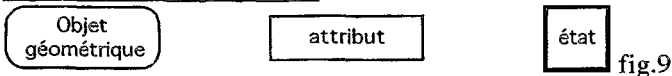
2.1.2 Un *attribut* permet de qualifier un objet géométrique; il n'existe que par référence à un objet géométrique.

exemples: mesure: la mesure d'un segment, la mesure d'un secteur angulaire; périmètre: le périmètre d'un triangle, le périmètre d'un carré,...

2.1.3 Un *état* décrit l'état d'un objet géométrique à un instant donné.

exemples: on parle d'un angle droit, c'est un angle qui est dans l'état "droit", on parle aussi d'angle aigu, obtus,.... de segment de longueur 6cms qui est un segment dont l'attribut longueur est dans l'état 6cms.

représentation graphique:



2.2 Les relations conceptuelles

2.2.1 relation entre un concept objet géométrique ou attribut et un état

En plus des relations générales introduites précédemment (est-un, possède), nous introduisons la relation conceptuelle de base est-dans-l'état

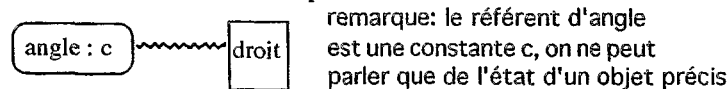


fig.10

2.2.2 Des relations conceptuelles de base sont nécessaires pour représenter les acquis mathématiques à un niveau (d'enseignement) donné [6],[8].

exemple : **appartient** ou **est membre de** ou \in : relation entre un objet géométrique et un ensemble d'objets de même type

Cette relation permet de construire la relation "est-sur"

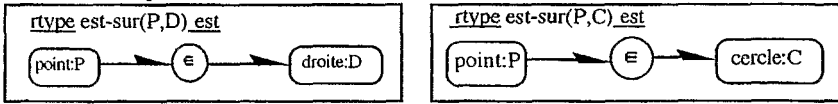


fig.11

cercle et droite étant des ensembles de points

2.2.3 Cardinalité

Pour enrichir la représentation on introduit la notion de cardinalité:

La cardinalité est un couple de valeurs entières (x,y) associé à chaque couple relation/concept, afin de prendre en compte les contraintes pour l'établissement de la relation quant au nombre d'instances mises en relation.

Soit $r(A,B)$ qui exprime que A est lié à B par la relation r; à r/A on associe (x,y) et à r/B on associe (z,t) : cette notation veut dire que pour une instance de A, il correspond au moins x instances de B et au plus y. D'autre part pour une instance de B, il faut au moins z instances de A et au plus t.



fig.12

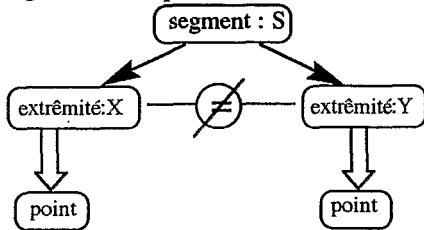
2.2.4 Contrainte

Il arrive qu'une relation conceptuelle traduise une **contrainte** pour que tel concept soit relié à tel autre concept par une liaison de base [3]. Elle est représentée par:



Exemple

Ce graphe n'est pas une définition de segment, il exprime une propriété de segment: "un segment S possède 2 et exactement 2 extrêmités qui sont distinctes"



on remarque que les liens attachés à la relation "négarion de =" ne sont pas orientés; en effet la relation est symétrique

fig.13

On peut le condenser en

fig.14 dans lequel il manque la précision que les 2 extrêmités sont distinctes, mais qui contient l'information que pour parler d'extrêmité il faut un segment.

Ajoutant la restriction "points distincts" sous la forme d'une contrainte, on a



fig.15

dans lequel le concept extrêmité a 2 référents X et Y et permet de passer à l'écriture de segment [XY].

2.3 Modes d'emploi des concepts-objets-géométriques

La définition d'un objet géométrique telle que nous la lisons dans un manuel de géométrie se traduit par un graphe conceptuel et l'objet en question est un type construit.

Tous les graphes conceptuels que nous utilisons ne sont pas des définitions de concepts.

EXEMPLE 1: revenons à l'objet *segment* et faisons la jointure du graphe de la fig. 15 avec le graphe "segment S possède longueur L":



fig.16

Cette jointure doit respecter des contraintes dues à la métrique dans laquelle on se trouve. En effet si a et b sont 2 points appartenant à l'ensemble de référence, on peut instancier X en a et Y en b et l est la distance entre a et b.

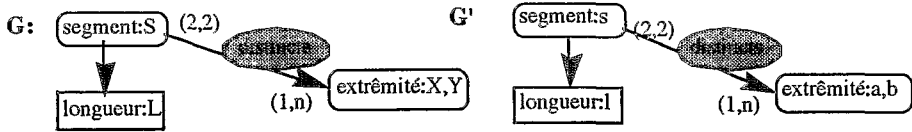


fig 17

E

n utilisant la notation lambda, nous disons λ segmentG est un schéma tandis que λ segmentG' est un schéma contextué [1].

G1:

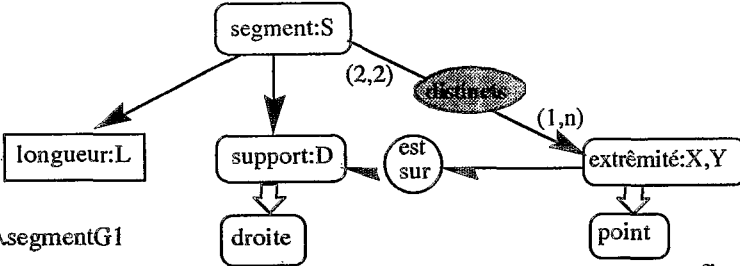


schéma λ segmentG1

fig.18

Ces différents schémas sont attachés au concept d'un objet géométrique: le *segment*. Ils précisent des "modes d'emploi" de *segment*. Aucun des graphes ci-dessus n'est une définition de *segment*. *Segment*, pour la classe de Gè est un concept de base: "la partie de la droite (D), en rouge sur la figure, est appelée *segment*..."[7]. On ne cherche pas, à ce niveau, à donner une définition de *segment*.

L'ensemble des schémas attachés à un type donné de concept forme ce qu'on appelle un *amas schématique* [1].

Dans la figure 18, par héritage, on peut déduire la définition de droite D bien déterminée par les deux points distincts X et Y:

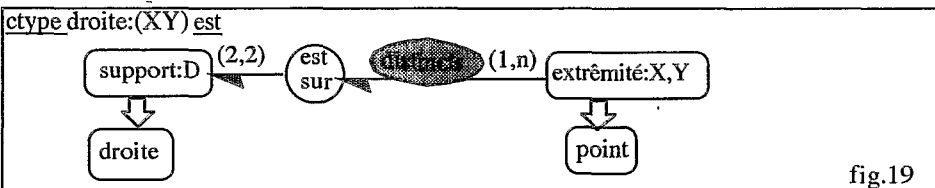


fig.19

EXEMPLE 2: travaillons sur l'objet géométrique *triangle*. Dans le logiciel CABRI-GEOMETRE [10], quand on veut construire un triangle, on en fait la demande puis on

choisit 3 points non-alignés; les côtés du triangle, c'est-à-dire les segments joignant les 3 points (sommets) apparaissent automatiquement. Nous suivons la même démarche:

rtype non-alignés(P,Q,R) est

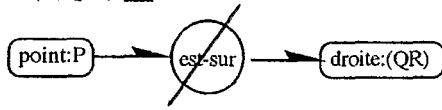


fig.20

On fait une expansion en remplaçant droite:(QR) par sa définition, puis une jointure sur support en utilisant le graphe de la fig19, ensuite une jointure sur segment avec le graphe de la fig13, on obtient:

ctype triangle:ΔPQR est

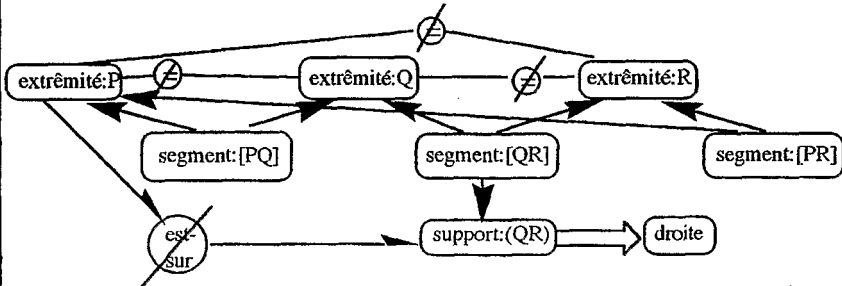


fig.21

Enfin, en ajoutant des relations de base possède et est-un, on a un "mode d'emploi" de triangle:

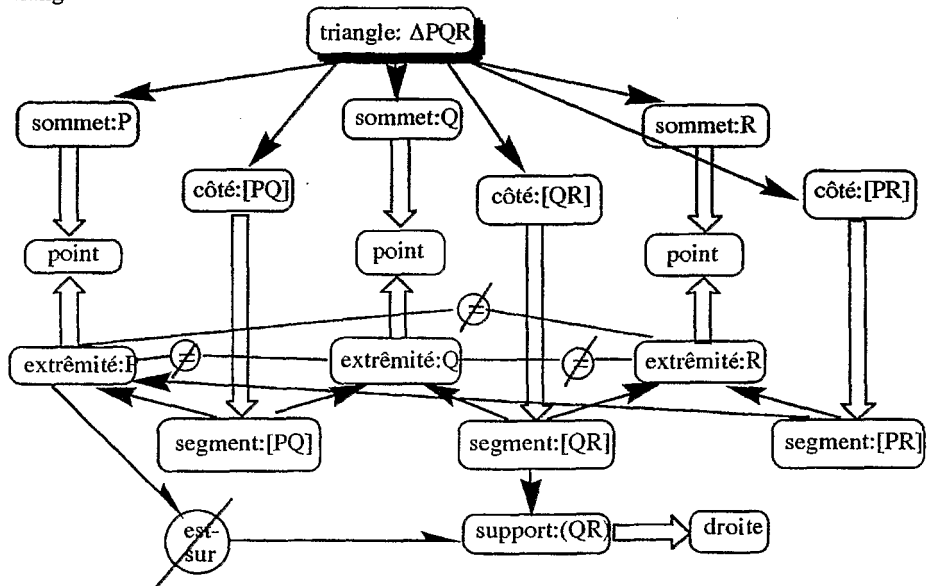


fig.22

et en condensant avec l'utilisation de la cardinalité:

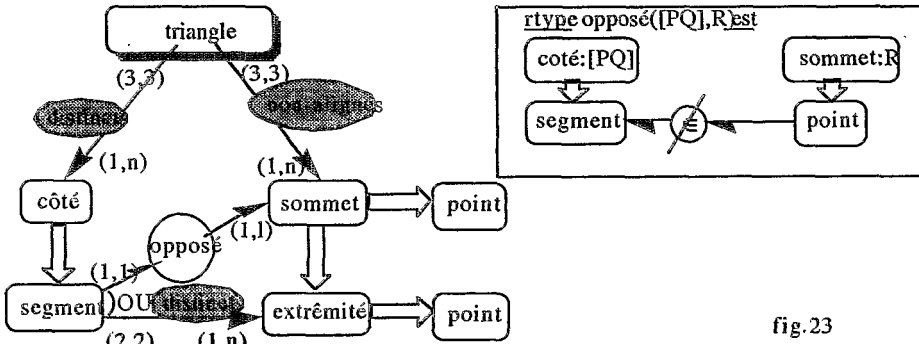


fig.23

Dans ce graphe, il apparaît la précision qu'un côté est opposé à un des sommets et relie les 2 autres.

L'objet géométrique triangle n'a en classe de même que U pour sur-type, mais si dans un classe supérieure on introduit la notion de polygone, c'est polygone qui devient sur-type de triangle.

§3. LES OUTILS DE DEMONSTRATION - MODELISATION

Cette section étudie la modélisation des théorèmes dans le système de représentation des connaissances par les graphes conceptuels.

Un théorème est composé de prémisses et d'une conclusion. Les prémisses décrivent une situation de départ; elles seront représentées par un ensemble fini de graphes conceptuels compatibles. Un tel ensemble sera appelé *environnement*. La conclusion viendra enrichir l'environnement. La notion d'environnement est introduite pour modéliser l'ensemble des connaissances disponibles à un moment donné.

Une situation correcte pose des hypothèses non contradictoires. Or, certaines contradictions sont non triviales car nécessitant un raisonnement pour être découvertes.

3.1 DEFINITIONS

Définition 1

Un graphe conceptuel est dit **trivialement contradictoire** si une relation et sa négation relient les mêmes concepts dans l'expansion maximale du graphe

exemple:

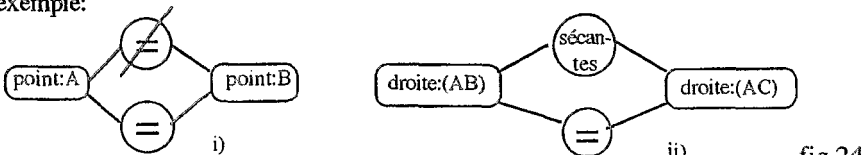


fig.24

i) est trivialement contradictoire

ii) est trivialement contradictoire si on définit la relation sécantes(D1,D2) par:

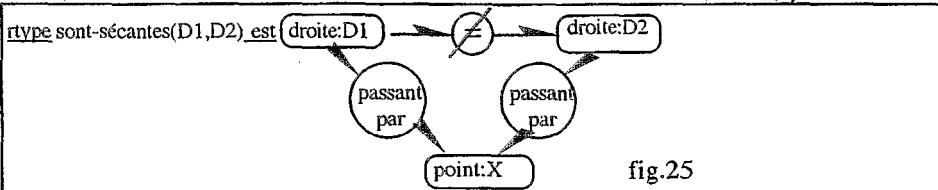


fig.25

Définition 2:

Soit G1 et G2 deux graphes conceptuels non trivialement contradictoires. G1 et G2 sont dits **compatibles** si tout graphe G obtenu par jointure de G1 (ou une restriction de G1) et de G2 (ou une restriction de G2) est un graphe non trivialement contradictoire.

Exemple: On donne les graphes suivants:

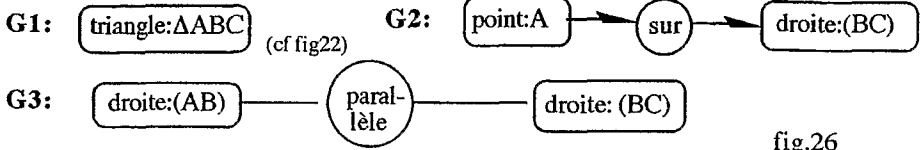


fig.26

avec:

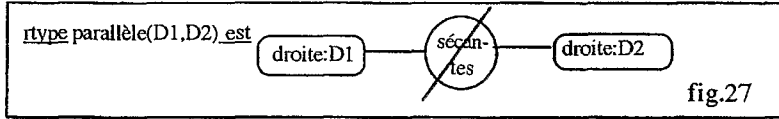


fig.27

- G1 et G2 sont contradictoires
 - G1 et G3 sont compatibles. En effet, aucune contradiction n'apparaît lorsqu'on fait des expansions maximales de G1 et G3. Mais G1 et G3 deviennent contradictoires si on ajoute l'information supplémentaire sur le triangle que "les supports des côtés sont sécants":

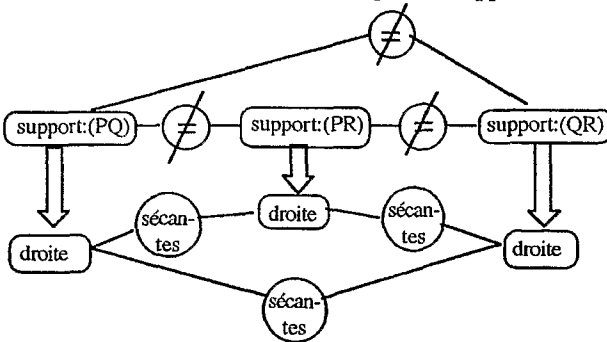


fig.28

Cet exemple montre clairement que les expansions d'un concept, c'est-à-dire les modes d'emploi d'un concept, dépendent de la connaissance dont on dispose au moment de l'expansion.

Définition 3:

Un environnement est un ensemble fini de graphes conceptuels compatibles.

Les environnements seront notés $\rho, \phi, \varphi, \dots$

Si G_1, G_2, \dots, G_n sont des graphes de l'environnement ρ , on supposera sans nuire à la généralité qu'aucune opération de jointure ne peut être faite entre deux graphes G_i et G_j , $1 \leq i < j \leq n$.

Etant donné un graphe G , l'expansion maximale de G dans l'environnement ρ sera notée $\rho(G)$. On appelle expansion de l'environnement ρ , l'environnement ρ' constitué des expansions des graphes conceptuels $G \in \rho$.

Remarques

- (1) G est un sous-graphe de $\rho(G)$
- (2) si G est un sous-graphe de G' , alors $\rho(G)$ est un sous-graphe de $\rho(G')$
- (3) soit G un sous-graphe de G' . Si G' est un sous-graphe de $\rho(G)$ alors $\rho(G) = \rho(G')$.

Définition 4

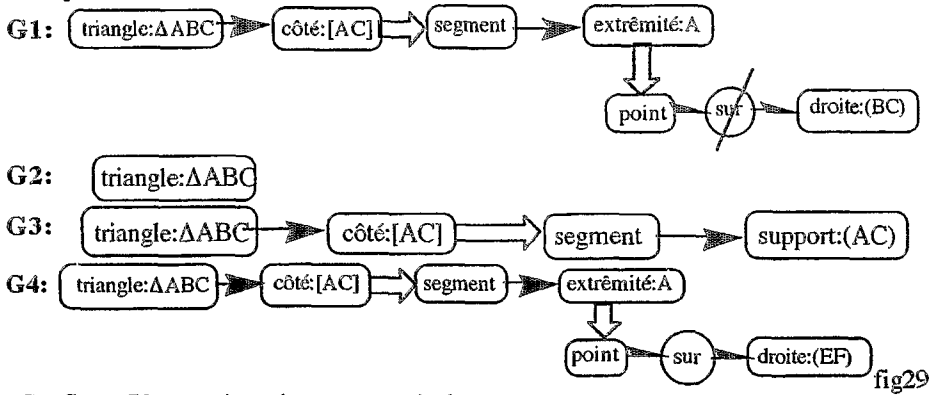
Soit G et G' deux graphes.

- G et G' sont **sémantiquement équivalents** dans l'environnement ρ si $\rho(G) = \rho(G')$.

On notera aussi $G \equiv G'$.

- G est sémantiquement plus riche que G' dans l'environnement ρ si $\rho(G)$ est un sous-graphe strict de $\rho(G')$. On note $G > G'$.

Exemple:



- G1, G2 et G3 sont sémantiquement équivalents
 - G4 est sémantiquement plus riche que G1.

Remarque: Deux graphes peuvent être sémantiquement non comparables. Par exemple lorsqu'ils portent sur des concepts différents.

Définition 5

Soient $\rho = \{G_1, \dots, G_n\}$ et $\phi = \{G'_1, \dots, G'_k\}$ deux environnements.

- (1) ρ et ϕ sont dits **environnements équivalents**, noté $\rho \equiv \phi$, si
 - (i) $\forall 1 \leq i \leq n, \exists 1 \leq j \leq k$ t.q. $\rho(G_i)$ est un sous-graphe de $\phi(G'_j)$; on note $\rho \leq \phi$
 - (ii) $\phi \leq \rho$.

(2) ρ est un **environnement plus riche que ϕ** si $\rho \geq \phi$ et $\phi \not\equiv \rho$

Si $\rho < \rho'$ alors on dira que $\rho' = \rho \cup \rho''$ où ρ'' est l'ensemble des informations contenues dans (l'expansion de) ρ' et non contenue dans (l'expansion de) ρ .

3.2 EXEMPLES D'ENVIRONNEMENT:

Exemple 1: Soit un triangle ABC et I un point du segment [AB] distinct de A, J un point du segment [AC] distinct de A. Ces hypothèses seront représentées par l'environnement ρ_1

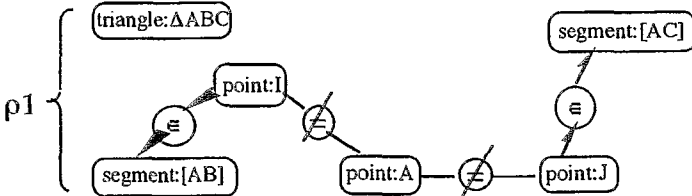


fig.30

Exemple 2: Soient (AB) et (AC) deux droites sécantes, ABC un triangle, I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [AC]

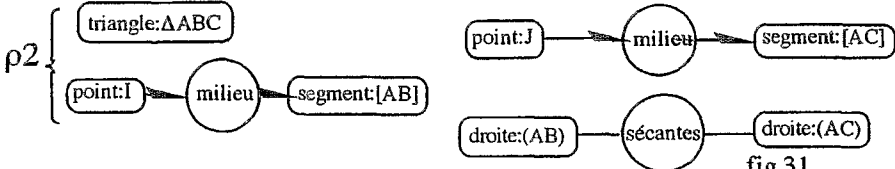


fig.31

Exemple 3: Soit un triangle ABC, I milieu du segment [AB], J milieu du segment [AC].

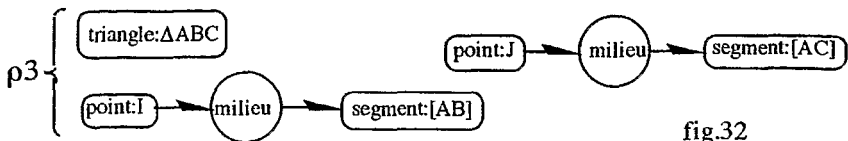


fig.32

Dans les 3 environnements, on ajoute la définition milieu d'un segment ci-dessous:

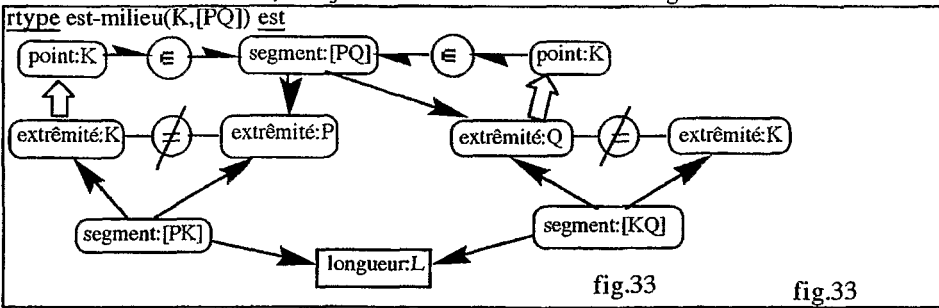


fig.33

fig.33

On peut aisément vérifier que $\rho_1 < \rho_2 = \rho_3$

Exemple 4: On ajoute dans l'exemple 3 cette hypothèse : la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC)

$\rho_4 = \rho_3 \{G\}$ avec



fig.34

On vérifie que $\rho_1 < \rho_2 = \rho_3 < \rho_4$

Ces exemples illustrent deux situations différentes dans lesquelles un graphe peut être plus riche qu'un autre. En effet:

- $\rho_1 < \rho_2$ car l'information

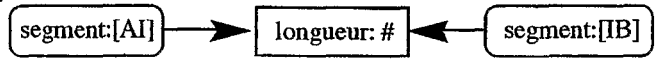


fig.35

de ρ_2 n'est contenue dans aucune expansion de ρ_1 . Mieux cette information ne peut en aucun cas être dérivée mathématiquement à partir des hypothèses de ρ_1 .

- $\rho_3 < \rho_4$ car l'information décrite par $G \in \rho_4$ n'est contenue dans aucune expansion de ρ_3 . Mais ici on peut démontrer cette information à partir des hypothèses de ρ_3 . Nous dirons que ρ_4 est mathématiquement dérivable à partir de ρ_3 . On note ce fait $\rho_3 \Rightarrow^* \rho_4$, où \Rightarrow^* est la fermeture réflexive et transitive de la relation de dérivation à 1 pas \Rightarrow (qui sera définie formellement dans la suite).

Abbréviation: si $\rho' = \rho_2 \cup \rho_1$ et $\rho_1 \Rightarrow^* \rho'$, on écrira $\rho_1 \Rightarrow^* \rho_2$ pour être plus explicite (car on a trivialement $\rho_1 \Rightarrow^* \rho_1$). On dira que ρ_2 est dérivable à partir de ρ_1

3.3 DEFINITION DE THEOREME

Un *théorème* est une règle du système de réécriture sur les graphes conceptuels constitué par la relation \Rightarrow . Si $\rho \Rightarrow \rho'$ est un théorème, alors ρ est la(les) prémisses(s) et ρ' est la conclusion du théorème.

Exemple de théorème

Soit un triangle ABC. La parallèle à la droite (BC) passant par le milieu du côté [AB] coupe le côté [AC] en son milieu. $\rho \Rightarrow \rho'$ avec: $\rho \Rightarrow \rho'$ avec:

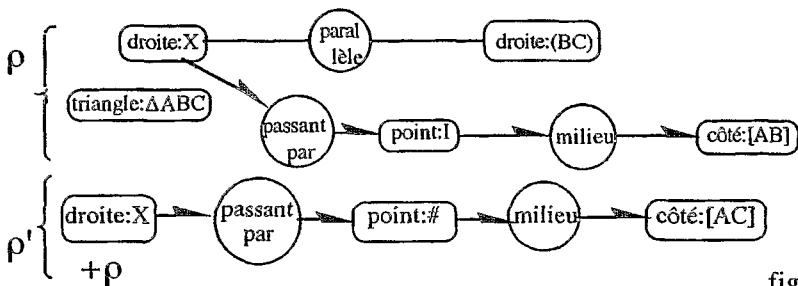


fig.36

Etant donné un théorème $\mathcal{T} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$, on peut faire les opérations suivantes

Copie: \mathcal{T}' est une copie exacte de \mathcal{T} .

Restriction: pour tout concept C d'un graphe de φ_1 ou φ_2 , $\text{type}(C)$ peut être remplacé partout dans φ_1 ou φ_2 par un sous-type de C; si C est un concept générique on peut le remplacer partout par une instance

Substitution: pour tout concept C dont le référent est une variable, $\text{réfèrent}(C)$ peut être remplacé partout par une constante ou un objet particulier non connu (#).

Si \mathcal{T}' est obtenu de \mathcal{T} par application de l'une des opérations ci-dessus, on dit que \mathcal{T}' est une *instance* de \mathcal{T} .

Définition:

Etant donné un environnement ρ et un théorème $\mathcal{T} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$, on dira que l'environnement ρ' est dérivable de l'environnement ρ par application du théorème \mathcal{T}

$$\text{(noté } \rho \xrightarrow{\mathcal{T}} \rho')$$

s'il existe une instance $\mathcal{T}' = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ de \mathcal{T} telle que φ_1 est un sous-graphe (d'une expansion) de ρ et φ_2 est un sous-graphe (d'une expansion) de ρ' .

§4. COMPARAISON AVEC D'AUTRES REPRESENTATIONS

Notre but étant non pas de créer des démonstrations mais de les analyser, la grande différence avec d'autres systèmes de représentation est l'uniformité de représentation des concepts, des définitions, des propriétés, des théorèmes et même des solutions, le tout par des graphes conceptuels et des ensembles de graphes.

Dans la plupart des travaux, ceux de Bernat, Guin, Chouraqui par exemple, les concepts sont des objets structurés avec des relations entre les sous-objets les composant et les théorèmes sont des règles. Les règles sont indispensables pour construire des démonstrations à l'aide d'un moteur d'inférence adéquat.

Pour construire le résolveur GEOMUS, J.M.Bazin [11] décrit les objets avec leurs relations. Son système utilise un mécanisme d'enrichissement pour ajouter des règles jusqu'à ce que le déclenchement d'une nouvelle règle fasse la résolution du problème. Bazin ne cherche pas à évaluer la difficulté du problème puisqu'il affirme même (GEOMUS p110) que "l'expert a jugé à priori de la difficulté du problème".

La notion d'enrichissement est aussi présente dans notre système mais, nous utilisons la relation d'ordre "plus riche que" entre environnements en vue du classement en difficulté des solutions. La contextualisation du problème est faite aussi dans GEOMUS.

CONCLUSION

La suite de ce travail porte sur la modélisation de la solution d'un problème de géométrie. Nous faisons apparaître comment s'opère le choix de l'outil de démonstration à appliquer au cours d'une démonstration, c'est-à-dire lors du processus de fabrication d'une solution. Les éléments de difficulté observés permettront de construire le module EVALOUT (EVALuation des OUTils) du logiciel INTEXO.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] THAYSE et co-auteurs *approche logique de l'intelligence artificielle* (tome1) DUNOD 1988
- [2] BRATKO *Programmation en PROLOG pour l'intelligence artificielle* InterEditions 1988
- [3] COURDIER, HERIN-AIME, GALERA *Une démarche et un modèle de conception à base d'objets et de réseaux sémantiques* TSI-vol12-n°3-1993
- [4] CHEVALLET J-P *Un modèle logique de recherche d'informations appliqué au formalisme des graphes conceptuels* thèse Grenoble I , 1992
- [5] SOWA *Conceptual structures* ADDISON-WESLEY , 1984
- [6] NGOA, FOTSO, FOUA *INTEXO Logiciel d'aide au choix des exercices* Actes du colloque CARI'94, ORSTOM-INRIA , 1994
- [7] sous la direction du Pr Saliou Toure *Collection InterAfricaine de Mathématiques* manuel de 6ème EDICEF 1993
- [8] CAUZINILLE-MARMECHE, JOAB, MATHIEU, MONTEILS *Explication et représentation des connaissances des élèves de collège en Algèbre"; Didactique et acquisition des connaissances scient.* La Pensée Sauvage 1988
- [9] *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* Ouvrage collectif; PUF 1992
- [10] LABORDE, TAHRI *CABRI-GEOMETRE pour un nouvel apprentissage de la géométrie* (logiciel NATHAN) Bulletin INTER-IREM, Colloque de Poitiers, 1989
- [11] BAZIN J-M *GEOMUS: un résolveur de problèmes de géométrie*, Thèse Paris VI, LAFORIA TH93/06