Deuxième Forum Halieumétrique, Nantes, 1995
*Session III : **Modélisation et représentation des connaissances***

A PROPOS DES RELATIONS STOCK-RECRUTEMENT

Suzanne Touzeau, Jean-Luc Gouzé [a]

I - POSITION DU PROBLÈME

Lorsqu'en pêche, on souhaite modéliser l'ensemble du cycle vital des poissons, il est nécessaire d'exprimer le recrutement (i.e. l'entrée dans la phase exploitable). Certains modèles font appel à un recrutement constant ou purement stochastique, afin de rendre compte de l'influence des fluctuations environnementales. Une autre manière de faire est d'introduire une relation stock-recrutement, qui détermine le recrutement à partir de l'effectif ou la biomasse du stock fécond (Laurec et Le Guen 1981).

Les deux relations classiques les plus utilisées sont celle de Ricker, et celle de Beverton et Holt (Clark 1976). Cependant, les comparaisons entre ces relations et les données expérimentales sont souvent décevantes (Hilborn et Walters 1992, pp. 243–268). Pour clarifier ces modèles, nous avons modélisé la dynamique de la phase pré-recrutée, en nous inspirant des hypothèses utilisées par Ricker ainsi que Beverton et Holt pour élaborer leur relation.

En première approche, nous considérons que l'effort de pêche est maintenu constant et intégré dans le terme de mortalité.

II - PRÉSENTATION DU MODÈLE

Nous avons choisi un modèle en temps continu, structuré en (n+1) stades représentés par leur effectif X_i, le premier stade X_0 étant la phase pré-recrutée (œufs, larves, juvéniles).

$$\dot{X}_0(t) = -\alpha X_0(t) - m_0 X_0(t) + \sum_{i=1}^{n} f_i l_i X_i(t) - \sum_{i=1}^{n} p_i X_i(t) X_0(t) - p_0 X_0(t)^2$$

$$\dot{X}_i(t) = \alpha X_{i-1}(t) - \alpha X_i(t) - m_i X_i(t) \qquad (i = 1, \cdots, n)$$

[a] Théorie des systèmes et du contrôle, INRIA, Projet Comore, BP 93, 06 902 Sophia Antipolis Cedex.

Chaque stade i (0 à n) du stock est soumis à mortalité (mort naturelle et pêche : m_i) et passage (α) dans la classe supérieure.

A ce modèle linéaire très simple, on greffe au niveau du stade pré-recruté un terme de ponte, supposée continue, permettant de boucler le système, ainsi que des termes de mortalité spécifiques aux pré-recrutés. Ces derniers sont issus des hypothèses de Ricker ainsi que de Beverton et Holt.

Plus précisément, le nombre d'œufs (par unité de temps) introduits dans le stade 0 est donné par la somme des $(f_i l_i X_i)$, où f_i est la proportion d'individus féconds, et l_i le nombre moyen d'œufs émis par un tel individu. Les juvéniles sont aussi éventuellement soumis à de la prédation parentale du stade i $(p_i X_i X_0)$ et de la compétition $(p_0 X_0^2)$.

III - RELATION STOCK-RECRUTEMENT ?

A partir de simulations, nous avons représenté le recrutement instantané :

$$R(t) = \alpha X_0(t)$$

en fonction du stock fécond à cet instant :

$$X_f(t) = \sum_{i=1}^{n} f_i X_i(t).$$

A - Cas général : pas de fonction stock-recrutement (S/R)

Pour un jeu de paramètres donné (tableau 1), en considérant 5 classes d'âge ($n = 4$), nous obtenons par exemple la courbe montrée sur la figure 1.

Tableau 1. Valeurs des paramètres associées à l'exemple.

indice :	0	1	2	3	4
α	0.79				
m	50	0.2	0.2	0.2	0.2
p	20	0	10	10	10
f		0	0.5	0.5	0.5
l		0	1000	2000	1500

On remarque que, dans cet exemple :

– la "relation stock-recrutement" n'est pas une fonction : à un stock fécond donné correspondent plusieurs recrutements possibles, $X_f = f(R)$ n'est pas défini de manière unique ;

– elle dépend fortement des conditions initiales ; il existe plusieurs répartitions dans les stades du stock donnant un même point initial sur le graphique : (X_f, R).

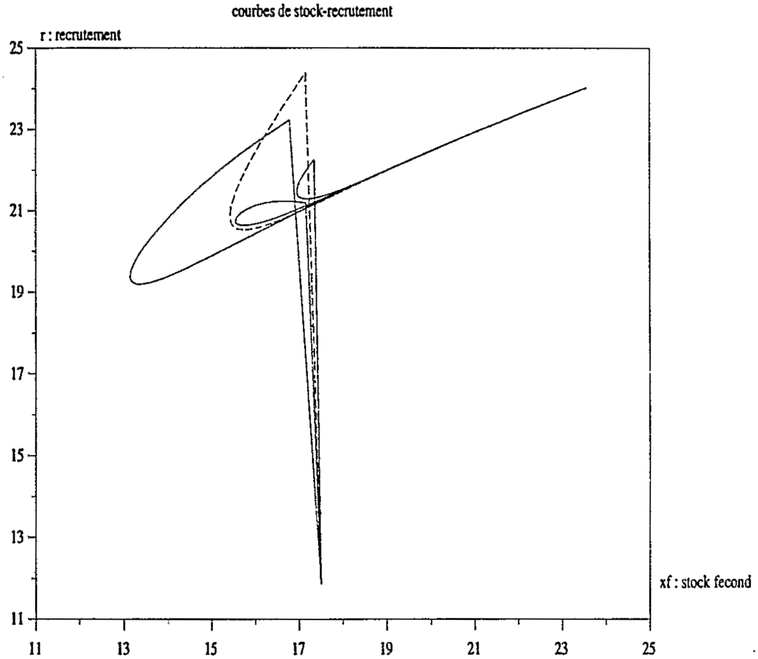

Figure 1. Exemple de relation stock-recrutement.

B - Cas particulier : comment retrouver une fonction S/R ?

La seule manière de retrouver une relation biunivoque stock-recrutement est de faire les hypothèses très restrictives suivantes :
– dynamique sur les juvéniles très importante et rapide ;
– pour tout i : $f_i = f, p_i = p, l_i = l$, ou bien $f_i = p_i = l_i = 0$.
On obtient alors une courbe d'allure semblable à celle de Beverton et Holt.

IV - DISCUSSION

A - Commentaires

Ces résultats mettent en évidence qu'il n'existe pas nécessairement de "fonction stock-recrutement" au sens mathématique du terme, ce qui ne signifie pas que qu'il n'y a pas de relation entre ces deux entités. Vouloir résumer en une simple relation fonctionnelle une partie du cycle de vie des poissons, la croissance des œufs jusqu'au recrutement, sous-tend des hypothèses d'uniformité très fortes.

Dans le cas de notre modèle, cela revient presque à réduire le stock à deux stades : ceux qui pondent et cannibalisent leur progéniture (pour lesquels $f_i = f, p_i = p, l_i = l$) et les autres qui ne doivent pas interagir avec les juvéniles (pour lesquels $f_i = p_i = l_i = 0$) ; seuls les termes de mortalité permettent alors de différencier les classes d'âge entre elles.

Il faut noter en outre que les perturbations dues au milieu et agissant sur le recrutement, ont été négligées dans ce modèle. Mais comme le montre la figure 1 où seuls quelques points de l'ensemble des couples (X_f, R) sont représentés, on peut obtenir un nuage de points à partir d'un modèle déterministe, sans prendre en compte l'environnement.

B - Extensions

A la suite de ces considérations, nous comptons développer ce modèle afin de pouvoir faire du contrôle sur le système, et le caler sur un stock réel. Pour mieux intégrer la pêche, on peut introduire au niveau des termes de mortalité, un contrôle dépendant du temps, l'effort de pêche $E(t)$, tel que :

$$m_i = m_i' + q_i E(t)$$

m_i' étant le taux de mortalité naturelle et q_i la capturabilité du stade i.

Par ailleurs, la pêche étant un phénomène saisonnier, on peut introduire au niveau des termes de ponte une variable forçante périodique $s(t)$, de période une année. On obtient ainsi une saison de ponte de durée τ dans l'année, en dehors de laquelle aucun œuf n'arrive en phase pré-recrutée.

BIBLIOGRAPHIE

CLARK (C.W.), 1976 - *Mathematical bioeconomics : the optimal management of renewable resources.* Pure and Applied Mathematics, Wiley.

HILBORN (R.), & WALTERS (C.J.), 1992 - *Quantitative fisheries stock assessment: choice, dynamics and uncertainty.* Chapman and Hall. 570 p.

LAUREC (A.), & LE GUEN (J.C.), 1981 - *Dynamique des populations marines exploitées, Tome 1 : Concepts et modèles.* Rapp. Scient. et Tech. CNEXO 45, Brest, IFREMER.