Deuxième Forum Halieumétrique, Nantes, 1995
*Session III : **Modélisation et représentation des connaissances***

VARIATIONS SUR LE THEME DE LA MODELISATION DE LA "TRAGEDIE" DU LIBRE ACCES AUX RESSOURCES RENOUVELABLES

Bruno Romagny [a], Claude Lobry [b]

I- INTRODUCTION

L'objectif de cet article est de démontrer que le *dilemme du prisonnier,* formalisation standard de la *"Tragédie des communaux"* annoncée dans le célèbre texte de Garrett Hardin (1968), n'est pas un outil pertinent pour modéliser une telle situation complexe, soumise à la variabilité biologique et économique, ainsi qu'à l'incertitude. La *"Tragédie des communaux",* qui apparaît être plutôt une "tragédie" du *libre accès* aux ressources, a trouvé auprès de la théorie des jeux une formalisation qui lui confère implicitement un caractère d'analyse scientifique.

En effet, il est traditionnellement admis que le jeu du dilemme du prisonnier à N joueurs est une bonne synthèse des préférences individuelles impliquées dans la *"Tragédie des communaux".* Ce jeu à un coup ou répété un certain nombre de fois, que l'on représente habituellement sous la forme simplifiée d'une matrice 2 X 2 dans le cas où il y a deux joueurs (cf. tableau 1), stipule que les individus confrontés à deux stratégies (ajouter un animal/ne pas le faire, trahir/coopérer etc.) possèdent une stratégie dominante qui sera de toujours faire cavalier seul. Ainsi, les exploitants rationnels d'une ressource n'appartenant à personne seront enfermés dans une logique de compétition, qui les conduira à prélever le maximum, le plus rapidement possible, tout ce qui n'est pas pêché par l'un le sera par un autre. Ce processus se déroule dans un cadre non coopératif, ce qui exclut toute entente préalable entre les joueurs. Le dilemme provient du fait que la rationalité individuelle conduit les deux joueurs à choisir leur stratégie dominante, cette dernière permettant à chacun d'obtenir un gain inférieur à celui qu'il aurait eu en adoptant la stratégie coopérative.

a - C.E.MA.F.I., Faculté de Droit, des Sciences Economiques et de Gestion, 7 av. R.-Schuman, 06 050 Nice Cedex
b - U.N.S.A., Faculté des Sciences. Parc Valrose. 06 000 Nice

Ce ne sont pas tant les valeurs absolues des paiements associés aux deux stratégies individuelles qui importent, mais plutôt la hiérarchie des différents gains entre eux. En effet, toute la logique interne du dilemme du prisonnier repose sur deux conditions formulées en termes d'inégalités : $T > R > P > S$ et $R > (S+T) / 2$.

Tableau 1. Forme générale de la matrice des gains d'un dilemme du prisonnier à deux joueurs (les gains du joueur de la colonne sont donnés en premier)

	Coopérer	Faire cavalier seul
Coopérer	R,R	T,S
Faire cavalier seul	S,T	P,P

Or cette formalisation nous semble contestable, car elle enferme le phénomène observé dans un raisonnement à priori, collant artificiellement une matrice des gains prédéterminée à un type de problèmes qualifiés habituellement de dilemmes sociaux. Nous présentons ainsi un modèle qui permet de calculer explicitement les valeurs de la matrice des gains, en reprenant l'exemple initial du pâturage, ouvert à tous, choisi par G. Hardin dans sa "parabole". Nous montrerons alors que les valeurs de la matrice sont très sensibles aux différentes allures possibles de la fonction de "rendement biologique" du pré.

II- ASPECTS METHODOLOGIQUES

Soit x, la quantité en masse (biomasse) d'animaux sur le pré. Pendant une période (une année par exemple, qui correspond bien avec les rythmes agricoles), le pré va "produire" une certaine quantité d'animaux qui dépendra de la fonction :

$$F(x) = x(1 + \psi(x)) \qquad (1)$$

où $\psi(x)$ est une fonction qui indique l'accroissement en poids sur une période. Une telle écriture de la fonction F(x), lorsque l'on développe l'expression (1), permet de mettre clairement en évidence le gain du pré, $x\psi(x)$, c'est à dire la masse initiale d'animaux dans le pré multipliée par l'accroissement en poids sur une période. De plus, il convient de remarquer que $\psi(x)$ exprime un accroissement relatif, par unité de masse, et non un accroissement absolu.

Par hypothèse $\psi'(x) < 0$. Une telle fonction traduit simplement le fait que la ressource, le pré, est fixe. La croissance sera forte quand il y a peu d'animaux. Plus x est grand et plus la croissance des animaux est faible, pour devenir négative quand $x > 1$. Il existe donc une relation entre la croissance des animaux sur le pré (en masse) et la densité de la population. Nous sommes par hypothèse dans un milieu fermé : les bergers misent totalement sur ce champ pour l'alimentation du bétail. L'optimum du pré x_o, sera tel que : $F'(x_O) = 0$.

Notre démarche sera alors la suivante : en fonction d'une allure "raisonnable" de la fonction $\psi(x)$ que l'on se donne au départ, nous calculons l'optimum du pré x_o et le gain associé à celui-ci ($G_p(x_o) = x_o \psi(x_o)$). Si on fait l'hypothèse que deux bergers identiques (B_1 et B_2) ont accès au champ, on peut formuler à leur égard une **recommandation** en terme de masse d'animaux à mettre individuellement sur le pré (x_1 et x_2) : $x_1 = x_2 = x_O / 2$. Il est alors facile de calculer les gains individuels associés à x_1 et x_2, si les deux bergers suivent la recommandation : $G_{x1} = G_{x2} = G_p(x_o) / 2$. Notre problème est donc de calculer les gains associés aux différentes stratégies des deux bergers : **suivre la recommandation** ; ou bien **rechercher la meilleure "trahison"** possible pour un des joueurs, sachant que l'autre suit la recommandation. En exprimant l'ensemble des résultats sous la forme de matrices des gains habituelles en théorie des jeux, nous montrerons alors que les valeurs qui sont dans ces matrices dépendent étroitement des allures que l'on peut donner à la fonction $\psi(x)$ et donc de la réponse du champ à la pression humaine. Nous traiterons ainsi plusieurs cas qui soulignent que l'inévitable "tragédie" formalisée par le dilemme du prisonnier n'est pas un fait inéluctable.

III- RESULTATS

A- Cas n° 1 : Un cas linéaire simple $\psi(x) = 1-x$

Dans ce cas, la recommandation x_O vaut 1/2. Chaque berger devra mettre sur le champ $x_1 = x_2 = x_O/2 = 1/4$. Les gains individuels associés à la recommandation sont égaux et valent chacun 8/64.

On obtient alors la matrice suivante :

Tableau 2. Matrice des gains des deux joueurs dans le cas linéaire. Les gains du joueur de la colonne sont donnés en premier. Les valeurs de la matrice sont simplifiées (par exemple : 8/64 = 8). Cette convention sera respectée par la suite.

	être honnête	**trahir**
être honnête	(8,8)	(9,6)
trahir	(6,9)	(6,6)

B- Cas n° 2 : Quand la trahison mutuelle est source de pertes individuelles...

Soit la fonction $\psi(x)$ suivante, définie par parties sur l'intervalle [0 , 1] :
$\psi(x) = 1 - x$, si $0 < x < 5/8$
$\psi(x) = 6\,(11/16 - x)$, si $5/8 < x < 1$

Ici aussi, l'optimum du pré est $x_O = 1/2$. La recommandation et les gains associés sont donc identiques au cas précédent.

Tableau 3. Matrice des gains des deux joueurs

	être honnête	**trahir**
être honnête	(8, 8)	(9, 6)
trahir	(6, 9)	(-9, -9)

C- Cas n° 3 : un exemple de jeu répété

Nous reprenons maintenant comme point de départ le cas n° 1. On suppose qu'à la première étape du jeu, les deux bergers suivent la recommandation. Puis à chaque coup, les bergers "trichent" chacun à leur tour, en supposant que l'autre suivra la même stratégie qu'au coup précédent. Si B_1 "triche" le premier, on obtient le tableau suivant :

Tableau 4. Un jeu répété

	1^{er} coup	$2^{ième}$ coup	$3^{ième}$ coup	$4^{ième}$ coup	$5^{ième}$ coup	...
x_1	2/8	**3/8**	6/16	**11/32**	22/64	...
x_2	2/8	2/8	**5/16**	10/32	**21/64**	...
G_{x1}	8/64	9/64	30/256	121/1024	462/4096	...
G_{x2}	8/64	6/64	25/256	110/1024	441/4096	...

L'itération du jeu converge vers un processus de partage égal du champ et des bénéfices en deux. Mais ce partage est sous-optimal. En outre, la meilleure "trahison" possible consiste pour chacun à revenir en arrière à chaque étape.

IV- CONCLUSION ET DISCUSSION

L'analyse du jeu à deux joueurs sur un pré donne donc des matrices des gains et des conclusions totalement différentes, selon les allures de la fonction de "rendement biologique" du pré. Celle-ci étant inconnue et non observable ex ante, probablement variable d'une année sur l'autre, l'utilisation d'une matrice 2 X 2, aux valeurs spécifiées de façon ad hoc, pour argumenter la "tragédie" du *libre accès* paraît illusoire. Une argumentation sur des allures variables de la fonction $\psi(x)$ semble plus utile, mais reste cependant délicate.

BIBLIOGRAPHIE

HARDIN (G.), 1968 - The Tragedy of tne Commons. *Science,* 162, p. 1243-1248