

Transformations géométriques et extraction de caractéristiques d'une forme 2D en représentation par primitives angulaires

Lala ANDRIAMAMPIANINA^{o*}, Georges STAMON*, Jacques SIMON⁺,
Maurice POULENARD*

^o Département Electronique - Ecole Supérieure Polytechnique
Université d'Antananarivo
B.P. 1500 - 101 Antananarivo - MADAGASCAR
tél : 261-2-301-93/261-2-273-49, fax : c/o 261-2-318-15/261-2-405-43

* Laboratoire des Systèmes Intelligents de Perception (SIP)
UFR Mathématiques et Informatique
Université Paris V - 45 rue des Saints-Pères 75006 Paris - FRANCE
tél : 33-(1)-44-55-35-56, fax : 33-(1)-44-55-35-36
e-mail: vision @math-info.univ-paris5.fr

⁺ Centre National de Recherches Industrielles et Technologiques (CNRIT)
B.P. 3330 - 101 Antananarivo - MADAGASCAR
tél : 261-2-209-75

MOTS CLES

Primitive angulaire - transformation géométrique - moment - squelette.

RESUME

Cet article présente certaines propriétés d'une codification par primitives angulaires (p.a.) représentant les angles ($\pi/2$, π et $3\pi/2$) que font entre eux les segments qui relient les bords des pixels de la frontière d'une forme binaire. La chaîne est formée par une suite de p.a. appelée "Shape Descriptor Chain" ou SDC. Les opérations de rotation et de symétrie d'image sont réalisées en un seul passage sur la chaîne SDC à partir d'un élément donné. Il en est de même pour l'extraction des caractéristiques géométriques d'une forme par le calcul des moments. Un algorithme de squelettisation basé sur une suppression progressive de la SDC est donné. Cet algorithme peut être utilisé pour le traitement de dessins au trait comme les caractères, les dessins industriels, de bâtiments ou bien de circuits imprimés.

INTRODUCTION

Les images à deux niveaux de gris ou binaires font actuellement l'objet d'intensifs travaux en particulier dans le domaine du traitement de document et de la reconnaissance de caractères manuscrits ou imprimés. La lecture automatique de plans ou de dessins industriels et la C.A.O. de circuits imprimés sont aussi parmi ceux qui utilisent les images binaires.

L'image binaire est formée de points images ou pixels dont, par convention, les valeurs sont respectivement "1" pour l'image de la forme représentée par un point noir et "0" pour le fond représenté en blanc.

Cette étude montre les avantages d'une codification par primitives angulaires dans les transformations géométriques ainsi que dans l'extraction de caractéristiques d'une forme 2D comme les paramètres géométriques et le squelette.

Dans ce qui suit, le contour d'une forme est constitué par les pixels qui séparent l'image du fond comme l'indique la figure 1.a. Le contour parcouru dans le sens horaire est donné sous la forme d'une chaîne constituée de trois primitives angulaires (p.a., notées "1", "2" et "3"). Ces primitives représentent respectivement les angles $\pi/2$, π et $3\pi/2$ que font entre eux les segments qui relient les bords des pixels. Une telle chaîne appelée "Shape Descriptor Chain" ou SDC appliquée à un contour fermé a une structure cyclique, elle est invariante par rotation de ses éléments [BRIB79], [STAM83]. Une forme translatée ou ayant subi une rotation de $k\pi/2$ est décrite par la même SDC.

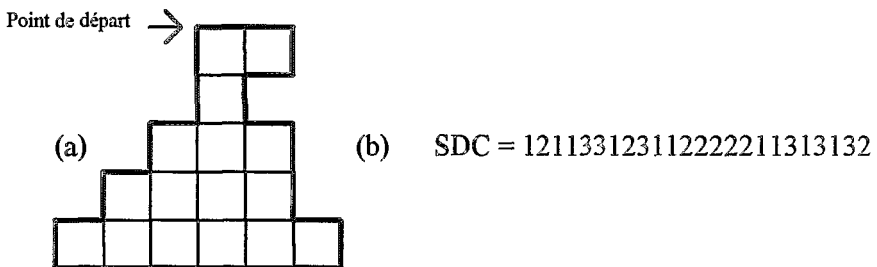


Figure 1: (a) Une forme et son contour. (b) La SDC correspondante.

La figure 1.b montre la SDC de la forme de la figure 1.a. La seule référence au plan de l'image est le point de départ qui, par convention est une p.a. "1" dont la direction est vers la droite et symbolisée par " \vec{e}_x ".

Une description similaire du contour d'une image binaire [CONN91] donne le contour par une suite de vecteurs orthogonaux avec leurs longueurs, vecteurs qui sont liés à un repère. Le codage par SDC est dérivé du codage de FREEMAN sur quatre directions [FREE74]. Des travaux ont été menés pour

mettre en évidence certaines propriétés et applications de la codification par SDC [STAM83], [CONT86], [LECL86], [STAM89], [ANDR93] et [KARA94].

Remarques

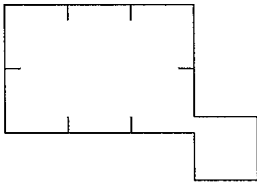
Une SDC peut être décomposée en une suite de SDC *élémentaires* ou SDCe de la forme

$$SDCe = a 2^m b \quad \text{où } (a,b) \in \{1,3\} \text{ et } m \in \mathbb{N} \text{ indique le nombre de p.a. "2".}$$

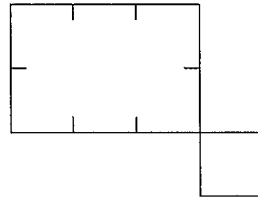
La p.a. "b" peut également appartenir à la SDCe suivante si elle existe (elle est la primitive "a" de celle-ci). Par exemple la SDC de la figure 1 peut s'écrire:

$$SDC = 12^1 12^0 12^0 32^0 32^0 12^1 32^0 12^0 12^5 12^0 12^0 32^0 12^0 32^1.$$

Une SDC peut aussi représenter une courbe ouverte. Les algorithmes d'expansion et de réduction permettent de déterminer si une chaîne correspond à une courbe fermée ou à une connection simple ou multiple [STAM83], [ANDR93]. Une SDC qui comprend les chaînes 21112 ou 23332 ne représentent pas un contour fermé, elles indiquent une intersection (fig. 2.b).



(a) SDC = 12212311132212



(b) SDC = 12212233322212

Figure 2: (a) Une SDC représentant un contour. (b) Une SDC représentant une intersection.

Des conventions de représentation citées auparavant, un trou dans une forme est spécifié par le sens du parcours qui est contraire à celui du contour extérieur. Telle quelle une SDC donne peu d'information quant à la position du trou. L'opération d'expansion qui conduit au rectangle d'encombrement permet de donner ses dimensions et sa position. Dans le cas de la présence de plusieurs trous, le recouvrement entre rectangles fils (trous) est possible, tandis qu'un rectangle père (contour extérieur de la forme) ne peut couper un rectangle fils (fig. 3.a). La représentation avec une seule SDC pour le contour extérieur et pour le trou est retenue, un chemin invisible est créé pour les relier (fig. 3.b). Cette représentation est compatible avec les transformations morphologiques en tenant compte de la connexité [ANDR93].

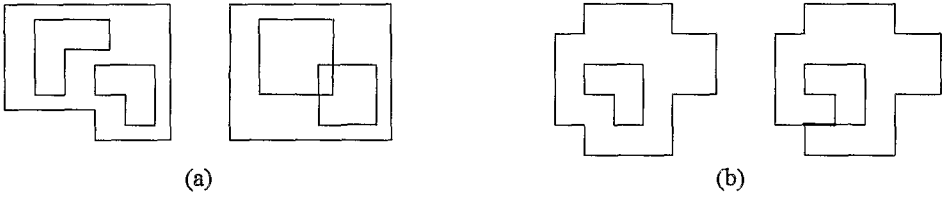


Figure 3: (a) Une forme avec deux trous et les rectangles d'encombement respectifs. (b) Une forme avec un trou et la représentation avec une seule SDC.

La première partie de cet article donne un aperçu sur les opérations géométriques que l'on réalise simplement à partir de la SDC d'un contour. La deuxième partie traite l'extraction de paramètres géométriques avec le calcul des moments. La troisième partie discute quelques définitions du squelette et présente un algorithme rapide de squelettisation d'une forme codée en SDC. Enfin une conclusion sur la méthode est donnée.

1. TRANSFORMATIONS GEOMETRIQUES

Ce paragraphe montre la rotation et la symétrie d'une image dont le contour est représenté par sa SDC. L'opération est réalisée par la lecture du code à partir d'un élément donné ou bien par une simple rotation circulaire des éléments, évitant ainsi de longs calculs.

1.1. Rotation de 90°

Lecture de la chaîne à partir de la première p.a. 1 non couplée avec une p.a. 3 (fig. 4.b).

1 3 1 2 1 2 1 2 2 1 → 1 2 1 2 2 1 1 3 1 2

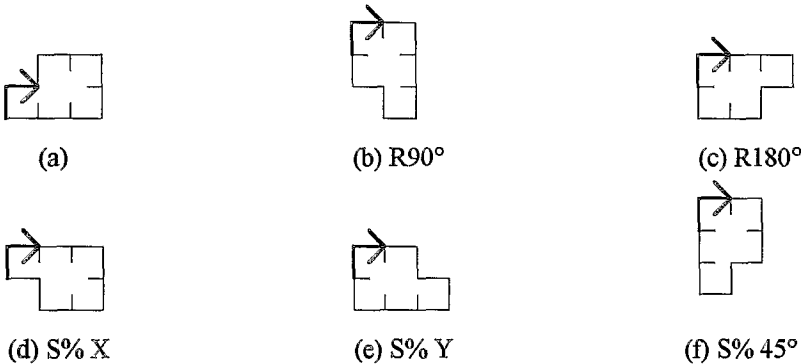


Figure 4: transformations géométriques: (a) forme initiale; (b) rotation de 90°; (c) rotation de 180°; (d) symétrie par rapport à X; (e) symétrie par rapport à Y; (f) symétrie par rapport à une diagonale (-45°).

1.2. Rotation de 180°

Lecture de la chaîne à partir de la deuxième p.a. 1 non couplée avec une p.a. 3 (fig. 4.c).

$$1\ 3\ 1\ 2\ 1\ 2\ \underline{1}\ 2\ 2\ 1 \rightarrow \underline{1}\ 2\ 2\ 1\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1\ 2$$

1.3. Symétrie par rapport à l'axe X

Lecture de la chaîne à partir du dernier élément de la chaîne (fig. 4.d).

$$1\ 3\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1 \rightarrow 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 3\ 1$$

┘

1.4. Symétrie par rapport à l'axe Y

Rotation de 90°, puis lecture de chaîne à partir du dernier élément après une rotation circulaire à gauche d'un élément de la chaîne (fig. 4.e).

$$1\ 3\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1 \rightarrow 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1 \rightarrow 1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2$$

┘

1.5. Symétrie par rapport à une diagonale (-45°)

Symétrie par rapport à X, puis rotation de 90° (fig. 4.f).

$$1\ 3\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1 \rightarrow 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 3\ 1 \rightarrow 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 1\ 2\ 2$$

2. CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

2.1. Composantes vectorielles d'un segment de droite

Soient $A(x,y)$ et $A'(x',y')$ deux points du contour d'une forme (par exemple celle donnée par la figure 5) qui délimitent un segment de droite décrit par une partie de la chaîne SDC:

$$SDC(AA') = 1\ 3\ 1\ 2\ 3\ 1\ 2$$

Le vecteur AA' est déterminé par ses composantes suivant les axes X et Y:

$$dX = n_2 + n_{13} + 1 = 2 + 2 + 1 = 5$$
$$dY = n_{13} = 2$$

où n_2 est le nombre de p.a. "2" et n_{13} le nombre de couple de p.a. "13" qui permet au segment de vérifier la propriété de la corde [ROSE74] et [CHAS91].

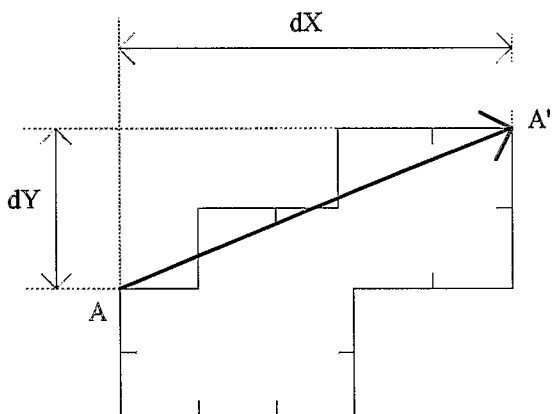


Figure 5: composantes d'un vecteur déterminant un segment de droite.

2.2. Caractéristiques géométriques à partir des moments

Certains paramètres géométriques peuvent être déterminés à partir de transformations morphologiques. Le rectangle d'encombrement et la surface sont obtenus après une succession d'opérations d'expansion qui nécessitent plusieurs passages sur la chaîne à traiter [STAM83] et [ANDR93].

La méthode présentée exploite les moments pour déterminer quelques paramètres géométriques. Les moments étant définis par rapport à une référence, dans ce qui suit la première p.a., une p.a. 1 dont, par convention, la direction est choisie vers la droite (\hat{x}), est supposée située à l'origine d'un système d'axes XY. La direction indiquée par cette p.a. coïncidera alors avec l'axe des X et la deuxième p.a. se trouvera au point (1,0). Les caractéristiques suivantes sont calculées avec un seul parcours de la chaîne SDC: le rectangle circonscrit, la surface de la forme et les moments généralisés m_{pq} d'ordre pq définis par

$$m_{pq} = \iint_D x^p y^q dx dy \quad (D \text{ domaine délimité par le contour } C)$$

La translation de l'origine au centre de gravité, c.d.g., $(x_g, y_g) = 1/m_{00}$ (m_{10}, m_{01}) permet de définir les moments centrés d'ordre pq invariants par translation. Si le contour C compte n points, ceux-ci peuvent être confondus avec les positions des n p.a. de la chaîne SDC. Le moment central d'ordre pq du contour est donné par l'expression [BALL82], [LEVI85], [MILG87], [BESA88] et [JAIN89]:

$$\mu_{pq} = 1/n \sum_{i=1}^n (x_i - x_g)^p (y_i - y_g)^q$$

Une série de moments centrés suivant p et q est alors obtenue telle que:

$$\begin{aligned}
\mu_{00} &= m_{00} = \mu \\
\mu_{10} &= \mu_{01} = 0 \\
\mu_{11} &= m_{11} - \mu \cdot x_g \cdot y_g \\
\mu_{20} &= m_{20} - \mu \cdot x_g^2 \\
\mu_{02} &= m_{02} - \mu \cdot y_g^2 \\
&\dots
\end{aligned}$$

L'orientation θ est:
$$\theta = \frac{1}{2} \text{Arctg} [2 \cdot \mu_{11} / (\mu_{20} - \mu_{02})]$$

L'excentricité e est:
$$e = [(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4 \cdot \mu_{11}^2] / \mu$$

Les moments centrés sont utilisés, ils sont faciles à traiter et donnent d'autres moments invariants généralisés indépendants de la taille et de l'orientation, en plus de la translation, dont:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \mu_{20} + \mu_{02} \\
M_2 &= (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4 \cdot \mu_{11}^2
\end{aligned}$$

Les moments centrés nécessitent la détermination du c.d.g.. Ce qui risque d'allonger le temps de calcul. D'où l'idée de transformer l'expression du moment généralisé en utilisant la formule de RIEMANN-GREEN suivante [CONT86]:

$$\int_C P dx + Q dy = \iint_D (\delta Q / \delta x - \delta P / \delta y) dx dy$$

En posant $Q=1$ et $P=x^p y^{q+1}/(q+1)$ et en parcourant le contour C dans l'autre sens, il vient

$$\delta Q / \delta x - \delta P / \delta y = x^p y^q$$

donc

$$m_{pq} = \iint_D x^p y^q dx dy = \int_C [x^p y^{q+1}/(q+1)] dx + dy$$

L'intégrale sur le contour fermé C donne

$$m_{pq} = \frac{1}{2(p+1)(q+1)} \sum_{i=1}^n x_{i+1}^{p+1} y_{i+1}^{q+1} - x_i^{p+1} y_i^{q+1} + \Delta y_i$$

où $C_i(x_i, y_i)$ est un pixel du contour, $x_{i+1} = x_i + \Delta x_i$ et $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$.

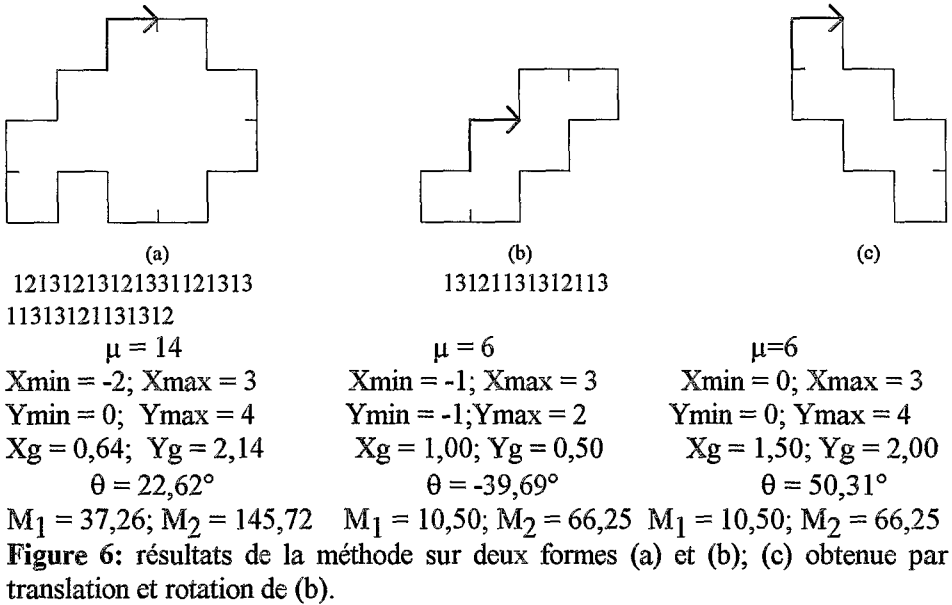
D'où

$$x_{i+1}^{p+1} y_{i+1}^{q+1} - x_i^{p+1} y_i^{q+1} = \begin{cases} [(x_i + \Delta x_i)^{p+1} - x_i^{p+1}] y_i^{q+1} & \text{pour } \Delta x_i \neq 0 \\ x_i^{p+1} [(y_i + \Delta y_i)^{q+1} - y_i^{q+1}] & \text{pour } \Delta x_i = 0 \end{cases}$$

Cette formule permet de déterminer en une seule lecture de la chaîne SDC le rectangle d'encombrement de la forme et les moments généralisés d'ordre pq tels que m_{00} , m_{01} , m_{10} , m_{11} , m_{20} et m_{02} . Sont déduits ensuite le centre de gravité

(x_g, y_g) , l'orientation θ , l'excentricité et les moments invariants généralisés M_1 et M_2 .

La figure 6 montre les résultats du calcul des caractéristiques géométriques et des moments à partir des chaînes SDC.



3. SQUELETTE

En réduisant l'épaisseur d'une forme X de l'espace R^2 de manière la plus isotrope possible, par l'amincissement de la forme, l'ensemble obtenu sera très proche d'un ensemble de lignes qui pourrait représenter le squelette de l'ensemble X (fig. 7) [THOM79], [COST85], [BERT86] et [BELA92].

La squelettisation donne une image plus simplifiée et plus facile à traiter en la réduisant à une dimension, donc en se ramenant à une ligne continue de dimension une.

3.1. Définition du squelette à partir de la distance (Transformation axe médian)

Soit une forme X et sa frontière δX . Un point s de X appartient à son squelette, noté $Sq(X)$, s'il existe deux points x_1 et x_2 distincts de la frontière δX pour lesquels la distance euclidienne de s à δX est la même (fig. 8.a):

$$s \in Sq(X) \Leftrightarrow \exists x_1, x_2 \in \delta X, x_1 \neq x_2: d(s, \delta X) = d(s, x_1) = d(s, x_2)$$

Ce squelette peut également être défini comme étant l'ensemble des centres des boules maximales B contenues dans X (fig. 8.b).

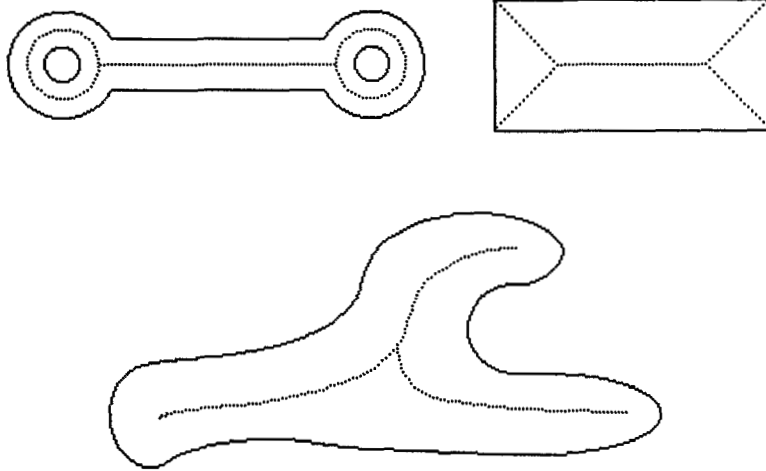


Figure 7: Exemple de squelette de différentes formes.

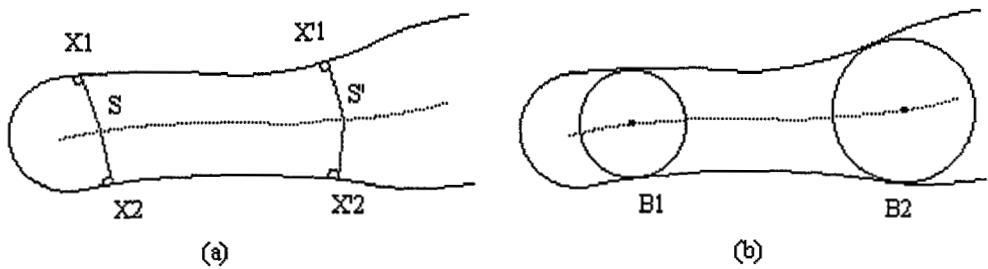


Figure 8: Définition du squelette (a) par la distance, (b) par des boules maximales.

3.2. Définition du squelette à partir d'opérations morphologiques

LANTUEJOL [LANT 78] a établi l'expression suivante du squelette en utilisant les opérations d'érosion et d'ouverture (fig.9):

$$Sq(X) = \bigcup_{\lambda > 0} \bigcap_{\mu > 0} [E^{\lambda B}(X) / O^{\mu B}(E^{\lambda B}(X))]$$

où:

- le symbole / signifie la différence symétrique,
- λ et μ sont des facteurs d'agrandissement,
- $E^{\lambda B}$ est l'érodé de X par l'élément structurant λB ,
- $O^{\mu B}$ est l'ouvert par l'élément structurant μB de l'ensemble X.

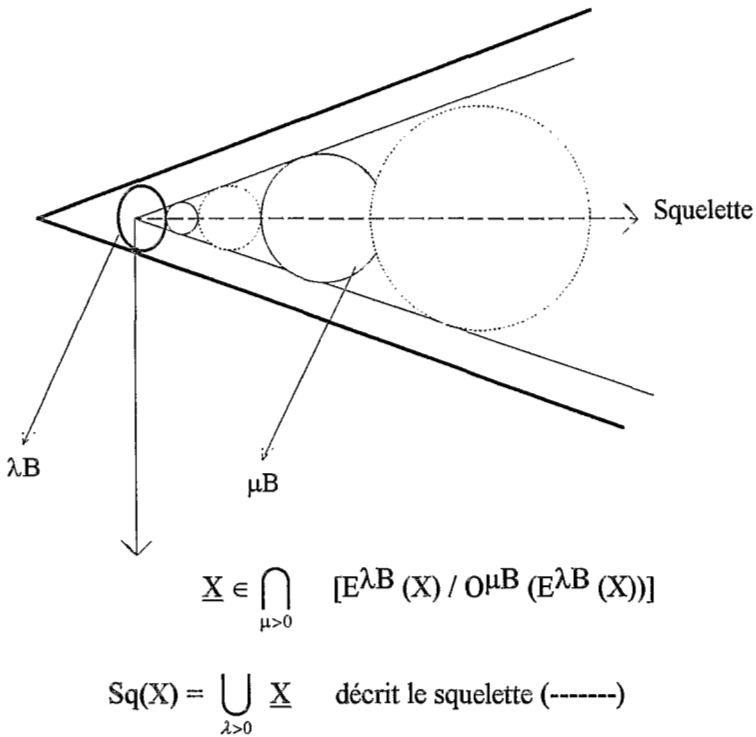


Figure 9: Squelette à partir des opérations d'érosion et d'ouverture.

3.3. Techniques de squelettisation

Le squelette obtenu présente des défauts par des pertes d'informations et par la présence de barbelures provenant des artefacts ou du bruit. La plupart des algorithmes de squelettisation essaient de garder les propriétés topologiques et métriques de la forme.

BELAÏD [BELA92] a énoncé trois critères pour qu'une méthode respecte ces propriétés:

1. L'épaisseur du squelette doit être égale à 1.
2. Le squelette doit conserver des propriétés topologiques de la forme comme le nombre de trous et la connexité.
3. Le squelette doit respecter des propriétés métriques de la forme comme la longueur totale, la distance entre les parties de la forme, etc...

Les transformations morphologiques d'images de base ne possèdent pas de propriétés topologiques intéressantes car elles ne respectent pas la connexité. D'où l'emploi des transformations de voisinage utilisant une famille d'éléments structurants. Du point de vue pratique, ce sont les masques de tailles 3x3 qui sont utilisées pour balayer l'image.

Les algorithmes de squelettisation se répartissent en deux classes selon qu'ils privilégient les critères topologiques ou métriques. Par exemple l'algorithme de THOME [THOM 78] est parmi ceux à critères topologiques. Ces algorithmes sont surtout appliqués au traitement d'images de dessin au trait et particulièrement à la reconnaissance de caractères.

3.4. Squelette à partir des SDC

Les méthodes de squelettisation évoquées sont difficilement applicables sur une SDC qui ne donne aucune information immédiate sur les points intérieurs de l'image. Une SDC indique seulement le lien entre les points de la frontière qui constituent le contour de la forme.

L'algorithme présenté ici effectue une érosion progressive de la forme à partir des SDCe du type $1\ 2^m\ 1$.

Des équivalentes des opérations d'ouverture et de fermeture ont été définies pour effectuer un lissage préalable du contour avant l'extraction du squelette [ANDR93].

La forme est représentée par une unique chaîne SDC si elle comporte des trous (cf. Introduction). L'algorithme identifie une forme correspondant à un point saillant (bout de trait ou de ligne pour les formes de dessin au trait) qui est caractérisée par une chaîne de type $2^m\ 1\ 2^n\ 1\ 2^o$ (fig.10). Le squelette de cette partie est constitué par l'ensemble des points joignant les centres des côtés décrits par la chaîne $1\ 2^n\ 1$ du rectangle dont la SDC est $1\ 2^n\ 1\ 2^p\ 1\ 2^n\ 1\ 2^p$, avec $p = \min(m, o)$. Cette ligne sera représentée par la chaîne 2^p dont le point de départ est le centre du côté représenté par la SDCe $1\ 2^n\ 1$.

L'étape suivante consiste à supprimer la SDCe qui représente la partie identifiée avec le changement des p.a. dans la chaîne SDC selon les règles données par la figure 11. La nouvelle SDCe $2^{m'}\ 1\ 2^{n'}\ 1\ 2^{o'}$ obtenue est traitée de la même manière et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste plus que la SDC d'un rectangle.

Un contour non régulier et la présence de trous entraînent à considérer quelques cas particuliers rencontrés dans une forme.

3.4.1. Trou

Comme il a été indiqué dans l'introduction, une seule SDC représente les frontières de la forme dans le cas de la présence de trou. Un chemin invisible de longueur minimale est créé pour relier le contour extérieur et un trou (cf. fig.3.b).

Le traitement commence à partir de la chaîne représentant le chemin invisible avec les mêmes conditions énoncées auparavant. L'autre chaîne en vis à vis est mémorisée au cas où elle n'est pas atteinte à partir de la première. Les deux parties sont rassemblées après le traitement (fig.12).

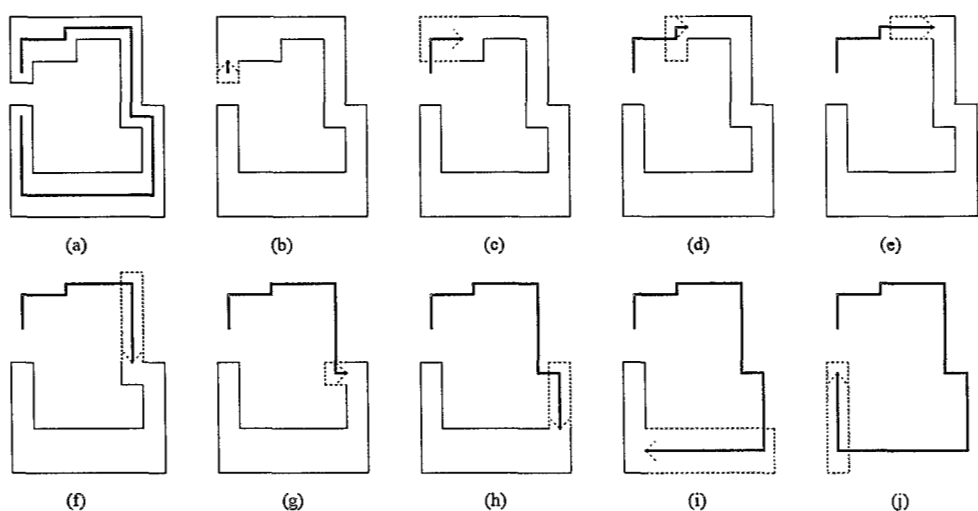


Figure 10: (a) Une forme et son squelette. (b) à (j) squelette par suppression progressive des SDCe de type $2^m 1 2^n 1 2^0$.

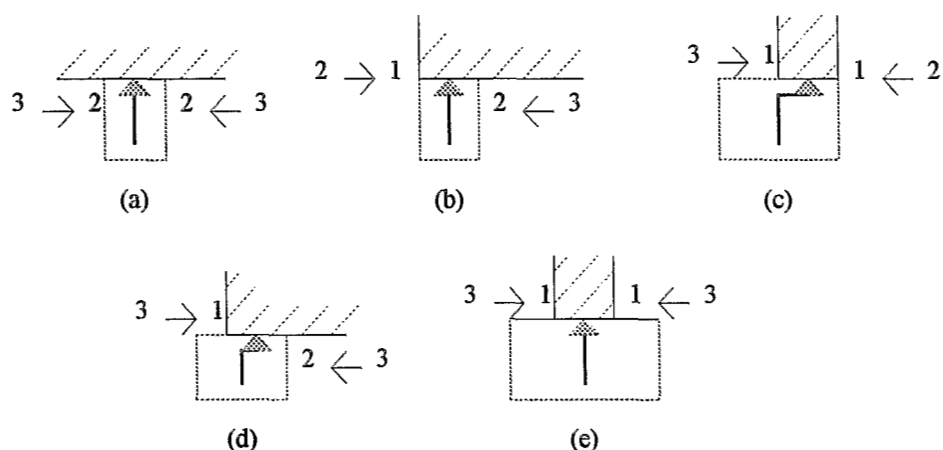


Figure 11: Changement des p.a. après la suppression d'une partie (en pointillé).

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $3 2^p 1 2^n 1 2^p 3$ | $\rightarrow 2 2^n 2 = 2^{n+2}$ |
| (b) $2 2^p 1 2^n 1 2^p 3$ | $\rightarrow 1 2^n 2 = 1 2^{n+1}$ |
| (c) $3 2^q 1 2^p 1 2^n 1 2^p 2$ | $\rightarrow 1 2^n 1$ |
| (d) $3 2^q 1 2^p 1 2^n 1 2^p 3$ | $\rightarrow 1 2^n 2 = 1 2^{n+1}$ |
| (e) $3 2^q 1 2^p 1 2^n 1 2^p 1 2^q 3$ | $\rightarrow 1 2^n 1$ |

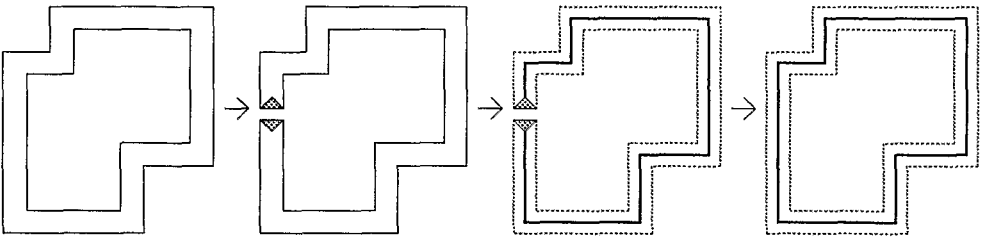


Figure 12: Traitement d'une forme avec un trou.

3.4.2. Point anguleux, bout et intersection de lignes

Ces éventualités sont présentées dans les figures 13.a et 13.b. Elles sont caractérisées par une chaîne de la forme $3\ 2^m\ 1\ 2^n\ 1\ 2^o\ 3$.

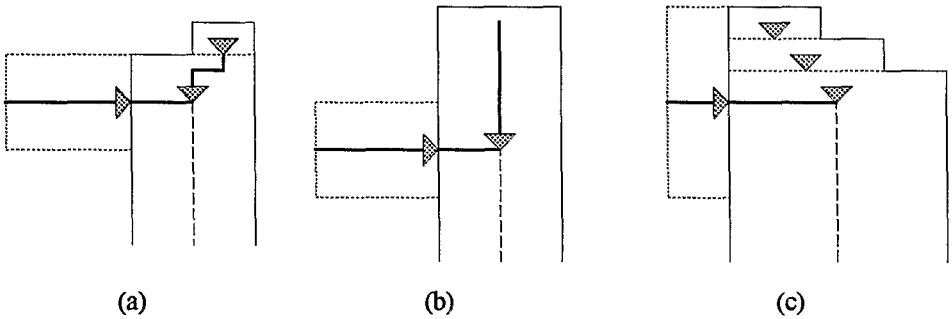


Figure 13: Traitement (a) des points anguleux, (b) des bouts et intersections de lignes ($m=0$) et (c) des fortes courbures.

3.4.2. Courbure

Une forte courbure de ligne est caractérisée par une chaîne de la forme $3\ 2^m\ 1\ 2^n\ 1\ 2^o\ 1$ ou $1\ 2^o\ 1\ 2^n\ 1\ 2^m\ 3$. Dans ce cas, le squelette se poursuit à la hauteur de celui de la partie traitée précédemment (fig.13.c).

3.5. Traitement de quelques exemples

Les figures 14 et 15 montrent des exemples pour l'algorithme à critères métriques dans [MART 79] (b) et pour l'algorithme de squelettisation par SDC (c). Les formes sont données dans (a), le contour en pointillés est obtenu avec les SDC et a subi un lissage préalable par l'utilisation de l'équivalent des opérations d'ouverture et de fermeture.

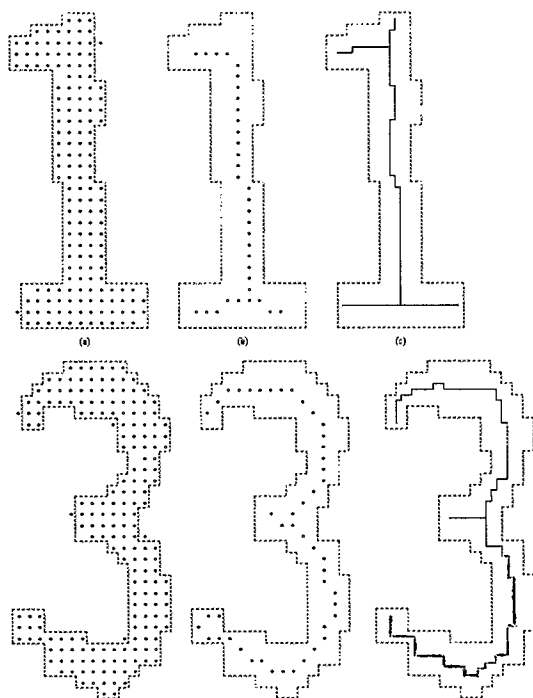


Figure 14: (a) Forme avec contour SDC lissé. (b) Squelette de [MART79]. (c) Squelette SDC.

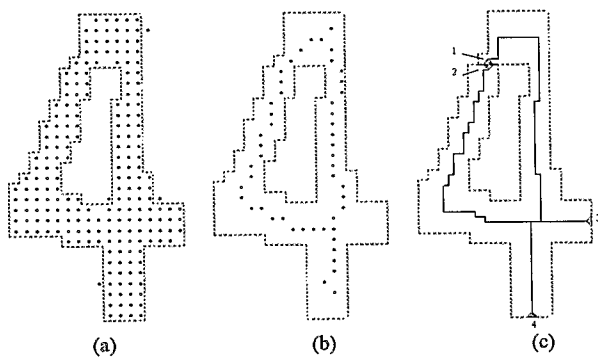


Figure 15: (a) Forme comprenant un trou avec contour SDC lissé. (b) Squelette de [MART79]. (c) Squelette SDC.

CONCLUSION

La manipulation d'une chaîne SDC de primitives angulaires présente l'avantage de ne traiter que les points du contour. Différentes transformations sont obtenues directement sur la chaîne après un changement éventuel de la direction de départ. A partir d'autres types de représentation, ces transformations sont

réalisées avec des calculs plus complexes . Les caractéristiques géométriques sont extraites après un seul passage sur le code pour le calcul des moments, le temps de traitement se trouve ainsi considérablement réduit.

La méthode de squelettisation par suppression progressive de SDC élémentaires présente des résultats satisfaisants pour le cas des dessins au trait. Cette méthode, qui peut être améliorée pour les cas plus généraux, offre un outil intéressant pour le traitement de document, spécifiquement en reconnaissance de caractères, et l'interprétation des plans formés en majorité de lignes comme les dessins industriels, de bâtiment ou de circuits imprimés.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ANDR93] Lala ANDRIAMAMPINANINA, Georges STAMON, Maurice POULENARD: "Numerical Descriptor of 2D Forms Applied to Line and Mechanical Drawings" - Second Annual Symposium on Document Analysis and Information Retrieval - Ceasars Palace, Las Vegas, Nevada, April 26-28 1993.
- [BALL82] Dana H. BALLARD, Christopher M. BROWN: "Computer Vision" - Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [BELA92] Abdel BELAÏD and Yolande BELAÏD: "RECONNAISSANCE DES FORMES: Méthodes et applications" - InterEditions, Paris, 1992.
- [BESA88] Jacques BESANÇON: "VISION PAR ORDINATEUR en deux et trois dimensions" - Editions EYROLLES, Paris 1988.
- [BRIB79] Ernesto BRIBIESCA and Adolfo GUZMAN: "How to Describe Pure Form and How to Measure - Differences in Shapes Using Shape Numbers" - PRIP - IEEE, 02/1979 - p.427-436.
- [CHAS91] J.-M. CHASSERY et A. MONTANVERT: "Géométrie discrète en analyse d'image", Editions HERMES, Paris, 1991.
- [CONN91] P.J. CONNOR and Dr D.G. ELLIMAN: "Outlines of Binary Images" - Pattern Recognition: Architectures, Algorithms and Applications - Eds. R. Plamondon & H.D. Cheng, 1991 - p. 209-227.
- [CONT86] Christian CONTANT: "Développement de quelques idées sur la codification par Shape Descriptor" - Rapport technique, Montréal, décembre 1986.
- [COST85] Michel COSTER et Jean-Louis CHERMANT: "Précis d'analyse d'images" - Ed. C.N.R.S., Paris, 1985.
- [FREE74] H. FREEMAN: "Computer Processing of Line-Drawing Images" - Computer Survey, 6, March, 1974.
- [JAIN89] Anil K. JAIN: "Fundamentals of Digital Image Processing" - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [KARA 94] G. KARAVIAS: "Codification et interprétation intelligente d'images dans le cadre de la vision par ordinateur" - Thèse de doctorat de l'Université Paris V - UFR Mathématiques et Informatique - Février 1994.
- [LANT78] C. LANTUEJOUL: Thèse de Docteur Ingénieur - Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1978.
- [LECL86] Henri LECLUYSE: "Représentation de dessins au trait par chaîne angulaire" - Technical report - Montréal, December 1986.
- LEVI85] Martin D. LEVINE: "Vision in Man and Machine" - McGraw-Hill Series in Electrical Engineering, USA, 1985.
- [MILG87] Maurice MILGRAM: "Vision Robotique" - MARI 87 - COGNITIVA 87/ ELECTRONIC IMAGE ELECTRONIQUE Paris, La Villette, mai 1987.
- [MART79] P. MARTON, A. BRUEL et G. BRIGUET: "Squelettisation par calcul d'une fonction discriminante sur un voisinage de huit points" - 2ème Congrès AFCET-RFIA, Toulouse, 1979, p. 107-114.
- [ROSE74] A. ROSENFELD: "Digital Straight Line Segments" - IEEE trans. on Computers, 23(12), 1974, P. 1264-1269.
- [STAM83] Georges STAMON: "Some Extensions to Chain Encoding" - Internal Report, IBM, San Jose, California, 1983.
- [STAM89] Georges STAMON and A.SCRIZZI: "Shape Descriptors and 2-D Assembly Problems" - Technical Report, EHEI N°89-15, Paris, December 1989.
- [THOM78] S.THOME: "Prétraitement du chiffre manuscrit" - Congrès AFCET-IRIA, Châtenay-Malabry, Février 1978, P. 568-576.