

UNE APPROCHE PROBABILISTE DU VECTEUR RÉGIONAL

E. ELGUERO¹, L. LE BARBÉ², D. TAPSOBA

RÉSUMÉ

Cet article présente une approche statistique du problème de la définition d'indices temporels à portée régionale, analogues à ceux proposés par BRUNET-MORET ET HIEZ.

Nous supposons qu'il est possible de définir des régions où les cumuls mensuels résultent de la combinaison de deux variables, le nombre d'averses, stationnaire dans le temps mais pas dans l'espace d'une part, et la hauteur des averses, stationnaire dans l'espace mais pas obligatoirement dans le temps d'autre part. Pour chaque région, les paramètres des distributions de cette dernière variable seront les indices recherchés.

Une méthode d'estimation des paramètres est proposée, basée sur le maximum de vraisemblance.

Enfin, ce modèle est illustré par le traitement de données mensuelles du Burkina-Faso.

¹ Ingénieur de recherche Orstom-Montpellier

² Chargé de recherche Orstom-Montpellier

INTRODUCTION

Un cumul (décadaire, mensuel...) est la somme des hauteurs d'eau tombées au cours d'un certain nombre d'averses. L'évolution de ce cumul, dans l'espace et le temps, peut donc être décrite d'une part, par le processus aléatoire (spatio-temporel) des averses, d'autre part, par la distribution des hauteurs d'averse, les deux pouvant d'ailleurs être liés.

En Afrique de l'Ouest, approximativement au Nord du neuvième parallèle, l'essentiel des précipitations survient au cours de lignes de grains, systèmes nuageux de grande extension se déplaçant d'Est en Ouest à une vitesse voisine de 60 km/h. Les averses associées à ces lignes de grains sont dues à l'activité de cellules convectives de tailles très réduites (de l'ordre de 30 km) et de durées de vie très brèves (de l'ordre du quart d'heure). Il en résulte une très grande variabilité spatiale des champs des cumuls pluviométriques. Des travaux récents (NDOYE., 1988) ont montré que sur l'ensemble de la zone balayée par ces lignes de grains, les distributions des caractéristiques des averses (durée et hauteur) variaient très peu du Nord au Sud. Les variations spatiales de la pluviométrie moyenne sont donc essentiellement dues à celles du nombre moyen d'averses.

On décompose ainsi la variation spatio-temporelle en un effet géographique (occurrence des averses) et un effet temporel (hauteur des averses).

LE MODÈLE

Dans la suite, pour fixer les idées, on parlera de données mensuelles, et pour s'affranchir de l'effet saisonnier, on étudiera séparément les mois de juillet, les mois d'août, etc.

On suppose que la succession des averses en un lieu peut être décrite par un processus de Poisson stationnaire, pour toute la période considérée, mais dont l'intensité est caractéristique du lieu. Cette hypothèse est manifestement peu réaliste, puisqu'elle implique entre autres choses que deux averses puissent se succéder à un intervalle de temps aussi petit que l'on veut. Nous n'utiliserons cependant que certaines conséquences de cette hypothèse, et principalement la suivante.

Si $N_{i,j}$ est la variable aléatoire « nombre d'averses tombées au point j » durant tel mois de l'année i , $N_{i,j}$ suit la loi de Poisson de paramètre θ_j .

D'autre part, on suppose que la hauteur d'une averse, suit une loi exponentielle de moyenne r_j , indépendante du lieu, mais caractéristique de l'année.

On suppose également que les $N_{i,j}$ et les hauteurs d'averses sont indépendants.

Soit $H_{i,j}$ le cumul à la date i et en la station j . Les $H_{i,j}$ sont alors indépendants et suivent une Loi des Fuites de paramètres θ_j et $1/\rho_i$ (RIBSTEIN., 1983). θ_j est le nombre moyen d'averses durant le mois considéré en la station j , et ρ_i la hauteur moyenne par averse de l'année i .

Si l'on observe n stations pendant m années, on a donc nm observations et $n+m$ paramètres. On constate que l'on a $E(H_{i,j}) = \rho_i \theta_j$ et donc, en espérance, on retrouve la décomposition « pseudo-proportionnelle » de (BRUNET-MORET., 1979) et de (HIEZ., 1977). Les ρ_i et les θ_j jouent le rôle des indices annuels et locaux du Vecteur Régional.

Par rapport à cette décomposition, le présent modèle apporte plusieurs avantages :

- on a tout d'abord l'unicité des indices, il n'est pas besoin d'effectuer de normalisation ;
- de ce fait, les indices sont exprimés en unités (nombres d'averses et millimètres) directement interprétables ;
- le modèle étant complètement spécifié d'un point de vue probabiliste, on peut l'utiliser pour simuler des chroniques, par exemple pour l'étude des précipitations extrêmes ;
- la procédure d'estimation fournit des intervalles de confiance pour les paramètres estimés ;
- on peut idéalement construire un test de signification, qui permette de rejeter ou non ce modèle. C'est en fait un problème statistique difficile que nous n'avons pas encore abordé.

ESTIMATION

Des simulations ont montré qu'il n'était pas possible, avec les tailles d'échantillons couramment rencontrées, d'estimer les $n+m$ paramètres par maximum de vraisemblance, aussi bien par une méthode itérative, que par une méthode directe, à partir des seuls cumulés.

Nous avons choisi d'utiliser une donnée complémentaire, à savoir le nombre $J_{i,j}$ de jours de pluie, l'année i en la station j . Ce nombre n'est pas égal au nombre d'averses, mais permet toutefois une estimation du paramètre θ_j , de la façon suivante.

Le nombre $N_{i,j}$ d'averses tombées en 30 jours (disons) à la station j l'année i , suit la loi de Poisson de paramètre inconnu θ_j . Selon cette hypothèse, le nombre de jours de pluie en 30 jours, $J_{i,j}$, suit une loi binomiale de 30 essais et de probabilité $(1-\theta_j/30)$. L'ajustement de cette loi à l'échantillon du nombre de jours de pluie observés, par le maximum de vraisemblance revient à admettre que la proportion de jours sans pluie vaut $\exp(-\theta_j/30)$.

Plus généralement, si d est la durée d'intégration (en jours), on prend comme estimateur de θ_j

$$\theta_j = -Ln \left(1 - \frac{1}{\frac{m}{d} \sum_{i=1}^m \frac{J_{ij}}{d}} \right)$$

Il importe de bien noter que, dans l'estimation d'un θ_j , seules les données afférentes au poste considéré interviennent, ce qui est normal puisqu'on suppose qu'il n'y a pas de liaisons spatiales. Les coordonnées géographiques des postes ne sont donc pas utiles pour l'estimation, même si les résultats sont ensuite présentés sous forme de cartes.

Les diverses hypothèses faites précédemment permettent de définir les distributions conditionnelles des nombres d'averses, A_{ij} , sachant J_{ij} . Les espérances de ces distributions sont égales à :

$$E(A_{ij} | J_{ij}) = \frac{\theta_j \cdot J_{ij}}{(1 - \exp(-\theta_j))}$$

Une fois les estimations des θ_j acquises, on peut donc estimer les paramètres ρ_i par la relation suivante :

$$\hat{\rho}_i = \frac{\sum_{j=1}^{j=n} H_{ij}}{\sum_{j=1}^{j=n} \frac{\theta_j \cdot J_{ij}}{(1 - \exp(-\theta_j))}}$$

A nouveau, notons que pour l'estimation d'un ρ_i , seule l'année i intervient, puisqu'on n'a pas de liaisons temporelles.

EXEMPLE DU BURKINA-FASO

Les données traitées concernent le Burkina-Faso (TAPSOBA., 1993), au cours des années de 1950 à 1990. Pour chaque station et chaque année, étaient disponibles le cumul mensuel, et le nombre de jours de pluie.

Sur la figure 1 est représentée la carte du nombre moyen de jours de pluie au cours du mois de septembre. On notera que le nombre moyen d'averses est systématiquement plus fort au voisinage des stations synoptiques. Ce fait se retrouve quel que soit le mois. A ces stations, en effet, les relevés sont faits tous les jours à heure fixe et peuvent avoir lieu au cours d'une pluie. Aux autres stations, en revanche, les observateurs ne se déplacent que lorsqu'ils estiment

qu'il a plu ; leurs horaires sont plus irréguliers et ils attendent en règle générale la fin de l'averse pour faire leur mesure. Ceci nous amènera à revoir la méthode d'estimation des paramètres du modèle.

Le modèle proposé n'est applicable que pour des périodes où la distribution du nombre d'averses est stationnaire dans le temps. Or, pour toutes les stations du Burkina, on constate une rupture très nette de cette distribution vers la fin des années soixante qui explique presque entièrement à elle seule la sécheresse constatée depuis ces années là dans la région (cf. sur la figure 2 l'exemple de Ouagadougou). Nous avons donc considéré pour notre analyse deux périodes, 1950-1970 et 1970-1990.

Nous avons dans un premier temps appliqué le modèle sur le découpage géographique suivant :

Pour chacune des zones ainsi définies nous avons donc, pour chaque mois, calculé le vecteur des hauteurs moyennes d'averses (Cf. l'exemple de la figure 3).

Les caractéristiques de leurs distributions (assimilables à des lois gamma) sont résumées sur la figure 4. Les moyennes sont maximales en juillet-août où elles sont comprises entre 11 et 13 mm. En début de saison des pluies (mai) il

Zones	Lim.nord	Lim.sud	Lim.ouest	Lim.est
A	11° N	9,5° N	5,5° W	3° W
B	12° N	11° N	5,5° W	2° W
C	12° N	11° N	2° W	1° E
D	13 ° N	11° N	4,5° W	2° W
E	13° N	12° N	2° W	1° E
F	14° N	13° N	4° W	1° E
G	15° N	14° N	3° W	0,5° E

existe un clivage très net entre les zones situées de part et d'autre du treizième parallèle : 8 mm au nord, plus de 10 mm au sud. En fin de saison des pluies (octobre) les moyennes décroissent plus graduellement du sud (10 mm) au nord (7 mm). Sauf pour la zone la plus au nord, les écarts types varient peu d'un mois à l'autre et sont compris entre 1,5 et 2,5 mm.



Figure 1
Nombre moyen d'averses (septembre)

OUAGADOUGOU

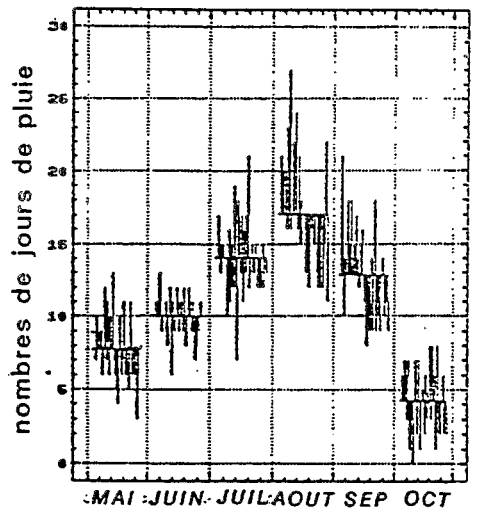
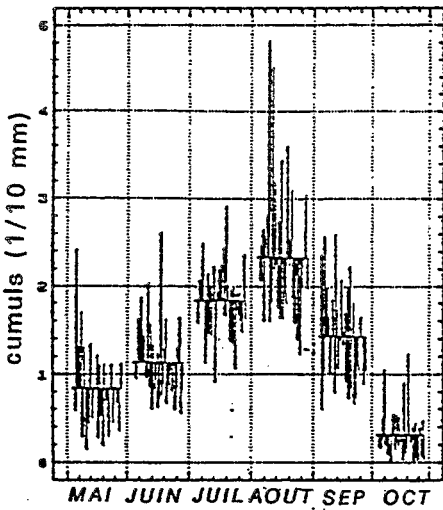


Figure 2
Variation de la pluviométrie mensuelle à Ouagadougou

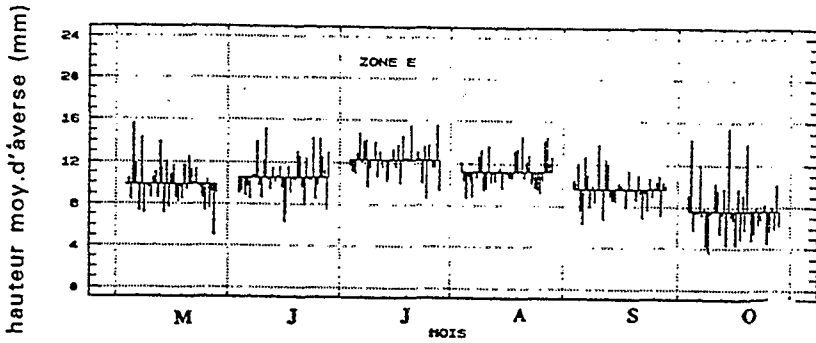


Figure 3
Exemple de vecteur régional (zone E)

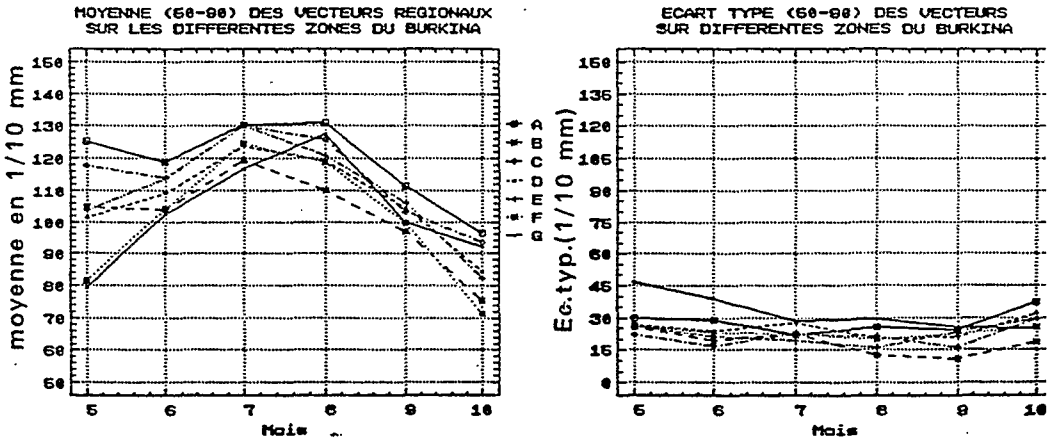


Figure 4
Caractéristiques des distributions des vecteurs régionaux du Burkina-Faso

Pour s'affranchir du côté arbitraire du découpage précédent, nous avons ensuite travaillé en voisinage glissant. Les valeurs du vecteur en un point étaient calculées à partir des observations faites aux postes situés dans un rectangle centré sur ce point, et ayant une longueur d'un degré en longitude et une largeur d'un demi degré de latitude. L'information pluviométrique pour un mois donné est synthétisée par deux cartes : celle du nombre d'averse et celle de la hauteur moyenne d'une averse. Sur les figures 5 à 7, sont représentées les cartes des moyennes interannuelles de ces deux paramètres pour les périodes 50-70 et 70-90, au mois de septembre. On notera :

- que la moyenne des hauteurs d'averses varie peu dans l'espace ;
- que la baisse de la pluviométrie après 70 est essentiellement due à une chute du nombre d'averses.

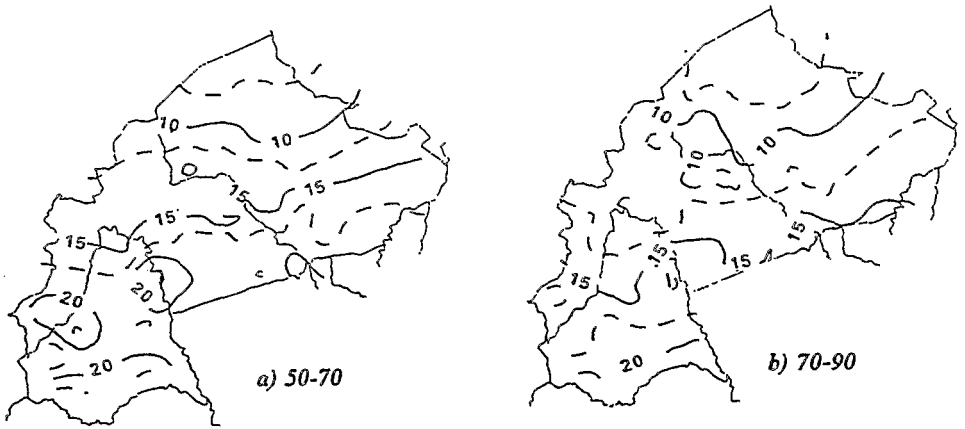


Figure 5
Nombre d'averse (septembre)

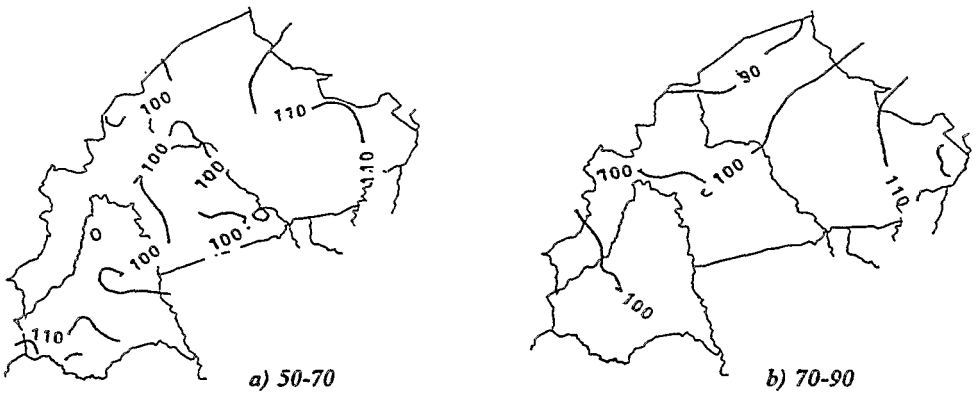


Figure 6
Hauteur moyenne en 1/10 (mm) en septembre

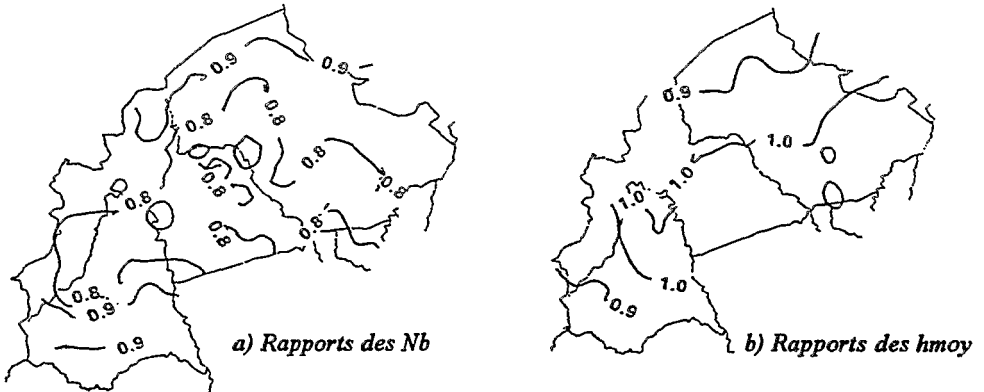


Figure 7
Comparaison des périodes avant et après 70

BIBLIOGRAPHIE

- BRUNET-MORET Y., Homogénéisation des précipitations. *Cahier Orstom, série hydrologique*, vol. XVI, n° 3, 1979.
- HIEZ G., L'homogénéité des données pluviométriques. *Cahier Orstom, série hydrologique*, vol. XIV, n° 2, 1977.
- RIBSTEIN P., Loi des fuites. *Cahier Orstom, série hydrologique*, vol. XX, n° 2, 1983.
- NDOYE I., Étude fréquentielle comparative de quelques caractéristiques des averses en Afrique de l'Ouest. Mémoire d'ingénieur de l'EITARC Montpellier, 1988.
- TAPSOBA D., Contribution à l'étude des variations spatio-temporelles des précipitations au Burkina-Faso à partir du modèle de la loi des fuites. Mémoire de DEA. Montpellier, 1993.