

**IAHR AMH
XVIII CONGRESO LATINOAMERICANO DE
HIDRÁULICA
OAXACA, MEXICO, OCTUBRE, 1998**

**APLICACIÓN DEL MÉTODO KRIGING EN LA
CONSTRUCCIÓN DE CAMPOS DE TORMENTA
EN LA CIUDAD DE MÉXICO**

Héctor Leonardo Cisneros Iturbe

ORSTOM. 911 Av. Agropolis. B.P. 5405. 34090 Montpellier. Francia
Fax: (33-4) 67 54 71 06. E-mail: Leonardo.Cisneros@mpl.orstom.fr

Christophe Bouvier

ORSTOM. 911 Av. Agropolis. B.P. 5405. 34090 Montpellier. Francia
Fax: (33-4) 67 54 71 06. E-mail: Christophe.Bouvier@mpl.orstom.fr

Ramón Domínguez Mora

Instituto de Ingeniería. UNAM. Ciudad Universitaria. 04510, Coyoacán, México
Fax: (52-5) 616 21 64. E-mail: rdm@iingen.pumas.unam.mx

INTRODUCCIÓN

El interés del trabajo se centra en el cálculo de avenidas de frecuencia baja en cuencas cuya superficie varía entre algunas hectáreas hasta varias decenas (o incluso centenas) de km². Las distribuciones puntuales de las lluvias son por lo general conocidas, sobre todo a través de las curvas IDF (Franco, 1988), sin embargo, en la mayor parte de los casos no son suficientes para caracterizar directamente las distribuciones de las avenidas, ya que la estructura espacial de la tormenta tiene un papel muy importante. A pesar de que ya se han obtenido algunos resultados en el valle de México, particularmente en el cálculo de factores de reducción de área (FRA, cf. Manual de Hidráulica Urbana, 1982), es necesario revisar esos resultados tomando en cuenta nuevos datos.

La interpolación mediante kriging es un método que se utiliza para construir eficientemente los campos de lluvia, a partir de los registros de una red de aparatos de medición (Delhomme, 1976, Lebel, 1984). Este se apoya en la previa identificación de la estructura espacial de las precipitaciones con ayuda del variograma, función que liga la correlación de la lluvia medida con la distancia que los separa. El uso del método implica el cumplimiento de ciertas condiciones de estacionariedad y homogeneidad de los sistemas de precipitación.

Estas condiciones pocas veces son rigurosamente cumplidas. En México como en otros sitios montañosos de zonas tropicales, los efectos orográficos inducen una inestacionariedad espacial de los momentos estadísticos puntuales (media, variancia) (Cisneros, 1997). Estos lugares presentan igualmente una cierta diversidad de tipo de tormentas, las cuales condicionan sus características puntuales y espaciales (Bouvier *et al*, 1998).

En ese contexto, el uso del kriging es particularmente delicado. A pesar de ello, este método continúa siendo muy atractivo, tanto por la relativa disponibilidad de numerosos paquetes de cálculo como por el vasto rango de posibles aplicaciones: interpolación, evaluación de la incertidumbre, optimización de la densidad de la red de medición, simulación y generación de lluvias en el espacio. México resulta un

lugar interesante para probar el desempeño del kriging en medios montañosos tropicales, así como para adaptar eventualmente el método a un contexto sujeto a fuertes influencias orográficas.

En este artículo se presenta la manera como se trató la información y el análisis de los errores de interpolación con diferentes modelos. Se muestran los alcances y las limitaciones del método utilizado en materia de interpolación de lluvias.

1. LA ZONA DE ESTUDIO Y LA INFORMACIÓN DISPONIBLE

México está situado sobre los depósitos lacustres de una cuenca endorréica, a una altitud de 2240 m, rodeada de montañas que alcanzan los 5500 m (volcán Popocatepetl). La cuenca cubre una superficie de 9784 km², de los que aproximadamente 4600 corresponden a la superficie metropolitana.

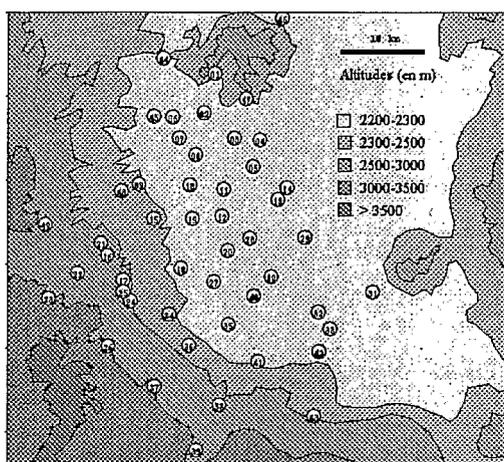


Figura 1. Ubicación de las estaciones pluviográficas

Para este trabajo se dispuso de los registros pluviográficos de 49 estaciones entre 1988 y 1997, excepto 1994. Dos tercios de las estaciones se encuentran en la zona lacustre, mientras que el resto cubre las montañas del sur y del oeste de la cuenca. La zona instrumentada corresponde principalmente al Distrito Federal y tiene una superficie de 2036 km² (figura 1), al considerar un rectángulo mínimo que cubre los sitios de medición.

Aun cuando existen precipitaciones durante la época invernal ligadas a los fenómenos anticiclónicos de América del Norte, es en el verano (entre mayo y octubre) que se tienen las lluvias más importantes (Cisneros, 1997). Estas precipitaciones están ligadas estrechamente a la fragmentación de las perturbaciones ciclónicas en las costas de los océanos Atlántico y Pacífico, al entrar en contacto con las sierras al este o

al oeste de México. Por otra parte, la lluvia media anual en la zona varía entre 500 y 1200 mm en un eje orientado globalmente en dirección NE-SW.

Para efectuar los tratamientos de este trabajo se escogieron los episodios diarios en los que la lluvia supera un umbral de 30 mm, al menos en una estación. Se constituyó así una muestra de 437 eventos. La elección del episodio diario se adoptó para facilitar la separación de los eventos lluviosos, que por lo general son muy intensos y cortos con respecto al registro diario. Se sabe (Cisneros, 1997) que en más del 66 % de los casos solo se tiene una tormenta al día, por lo que la adopción del episodio de 24 horas se considera adecuado. En la figura 2 se muestran la media y la variancia de la lluvia diaria de los 437 episodios, lo que ilustra la inestacionariedad de las distribuciones estadísticas.

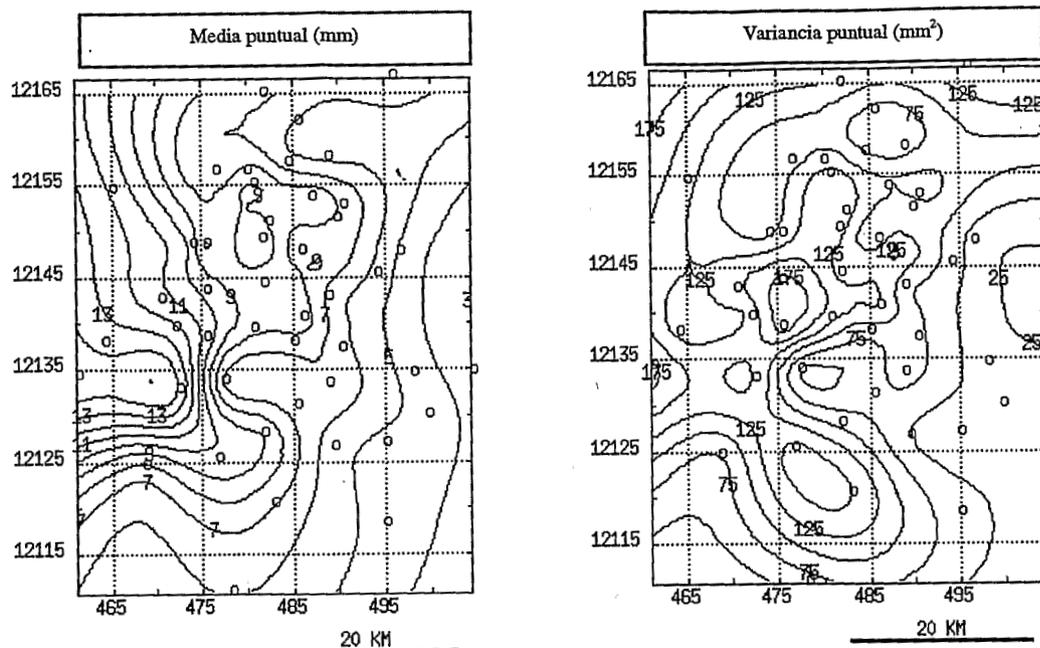


Figura 2. Isohietas de la media y la variancia puntuales de los episodios de la muestra

2. MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN UTILIZADOS

Existen varias revisiones de los métodos de interpolación (Creutin y Obled, 1982; Nepel, 1997) a las que el lector se puede referir para obtener información más amplia. Se presentan las características generales de los interpoladores Spline y Kriging, los cuales que se utilizaron en este trabajo.

2.1 INTERPOLACIÓN MEDIANTE LA FUNCIÓN SPLINE

El método consiste en ajustar una función $V(x, y)$ a las N mediciones de la precipitación $h_i(u_i)$. Esta función es un método numérico que consiste en hacer pasar una "placa delgada" por los puntos de medición (condición 1) minimizando la energía de flexión (condición 2) (Nepel, 1997). Ello asegura la continuidad de las curvas y las pendientes, lo que da a las interpolaciones un aspecto continuo, pero que pueden no corresponder a la realidad física del fenómeno estudiado. Las ecuaciones de las condiciones 1 y 2 son:

$$\text{Condición 1: } V(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma + \sum_{i=1}^N \lambda_i K_i(x, y) \quad (1)$$

$$\text{Condición 2: } \sum_{i=1}^N \lambda_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i y_i = 0 \quad (2)$$

Donde α , β y γ son parámetros a calcular, mientras que el resto de los elementos matemáticos se obtienen con $K_i(x, y) = d^2 \ln(d^2)$, $d = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2$ y $K_i(x_i, y_i) = 0$.

2.2 INTERPOLACIÓN MEDIANTE KRIGING

El kriging se inscribe en la categoría de los métodos de interpolación probabilísticos y se apoya en la inferencia de una función de correlación espacial (o de estructura). Se considera que las lluvias constituyen una función aleatoria de la que se conoce un número de realizaciones en ciertos puntos. El problema consiste en estimar lo mejor posible la lluvia en otros sitios y simular eventualmente otras realizaciones de esta función aleatoria. El kriging responde a esas cuestiones bajo ciertas hipótesis concernientes a la estacionariedad del proceso en el espacio y en el tiempo, proporcionando además el error de interpolación cometido en un punto o en una zona. Es por ello que el kriging se presta a

numerosas aplicaciones prácticas, como son el error inherente en los datos de entrada de los modelos lluvia - escurrimiento, la densidad o disposición óptimas de una red de aparatos o el control de la calidad de los registros pluviométricos.

Para una función aleatoria Z , el kriging propone un interpolador lineal, sin desviación y de error cuadrático medio mínimo expresado por las ecuaciones:

$$z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \quad ; \quad E\{z^*(x_0) - z(x_0)\} = 0 \quad ; \quad E\{z^*(x_0) - z(x_0)\}^2 \text{ mínima} \quad (3)$$

donde $z^*(x_0)$ es el valor estimado en el punto x_0 , $z(x_0)$ el valor exacto, y $z(x_i)$ el valor observado en el sitio i de n puntos. Se puede mostrar que bajo ciertas hipótesis de estacionariedad espacial del valor de la media de z , los coeficientes λ_i son la solución del sistema:

$$\sum_{j=1, n} \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{i0} \quad \text{con } i=1, \dots, n \quad ; \quad \sum_{i=1, n} \lambda_i = 1 \quad (4)$$

donde μ es el multiplicador de Lagrange, utilizado para la solución del sistema y γ_{ij} es la función de correlación entre dos puntos del espacio (x_i y x_j) separados por una distancia h , definida por:

$$\gamma_{ij} = \gamma(x_i, x_j) = \text{var}(z(x_i) - z(x_j)) / 2 = (E\{(z(x_i) - z(x_j))^2\} - (E\{z(x_i) - z(x_j)\})^2) / 2 \quad (5)$$

La variancia de estimación en el punto x_0 es igualmente obtenida con la ayuda de γ :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1, n} \lambda_i \gamma_{i0} + \mu \quad (6)$$

a γ se le conoce como semi-variograma o variograma y su estimación constituye el punto más delicado del método.

CASO DE UNA REALIZACIÓN ÚNICA:

Cuando los dos primeros momentos estadísticos de la variable estudiada (media y variancia) no varían por translación en el espacio (hipótesis de estacionariedad de segundo orden), o incluso cuando solo lo hacen los incrementos de sus momentos (hipótesis intrínseca, menos restrictiva), el variograma puede estimarse en cada rango de distancias $N(h)$ a partir de registros experimentales mediante:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2 \cdot N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} [(z_j(x+h) - z_j(x))^2] \quad (6)$$

En caso de que la media no sea estacionaria en el espacio (es decir, con deriva), se deberá entonces 1) formular de nuevo el sistema que conduce al cálculo de los coeficientes λ_i en función de γ_{ij} , y 2) estimar el variograma a partir de datos medidos. Ello no puede llevarse a cabo con la ayuda de la ecuación 7 ya que el término $E\{z(x_i) - z(x_j)\}^2$ no es igual a cero en la ecuación 5. Es interesante señalar que existen procedimientos automáticos que permiten "filtrar" la deriva, siempre que ésta pueda expresarse con una aproximación polinomial de grado k . En la práctica se utilizan, por ejemplo:

$$\text{deriva lineal (primer grado):} \quad m(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (8)$$

$$\text{deriva cuadrática (segundo grado):} \quad m(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 y^2 \quad (9)$$

CASO DE REALIZACIONES MÚLTIPLES:

Es posible incrementar la robustez de la estimación del variograma utilizando todas las realizaciones del proceso. El variograma obtenido recibe el nombre de variograma climatológico, el cual sintetiza el total de la información espacial de la lluvia. Ello supone sin embargo que las diferentes realizaciones procedan de un mismo proceso aleatorio (hipótesis de ergodicidad), y que los diversos sistemas lluviosos sean normalizados con un factor de escala, siendo este la variancia del campo k , estimada mediante la variancia calculada en diferentes puntos de medición durante la realización k :

$$\alpha_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(x_i)^2 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_j(x) \right]^2$$

La estimación el variograma se realiza entonces con la ecuación 6 para todos los eventos. El problema de la deriva se trata como anteriormente. Puede mostrarse que la variancia de la estimación puntual (lo que también es cierto para una estimación zonal) asociada a un evento k se deduce de la variancia de estimación de un proceso unitario:

$$\sigma_k^2 = \alpha_k / \alpha_u * \sigma_u^2$$

en donde la variancia del campo unitario α_u es teóricamente igual a 1.

3. INTERPOLACIONES Y RESULTADOS

El objetivo es comparar diferentes métodos de interpolación y caracterizar la incertidumbre asociada a los datos en la configuración actual de la red de medición. En el caso del kriging, ya se ha dicho que el problema de validación del variograma es delicado y necesita el cumplimiento de varias etapas:

3.1 CONSTRUCCIÓN DE UN VARIOGRAMA CLIMATOLÓGICO Y AJUSTE DE UN MODELO TEÓRICO

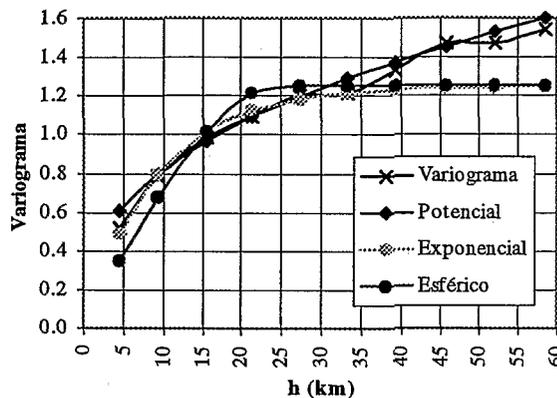


Figura 3. Variograma climatológico y modelos de ajuste

Se calculó el variograma climatológico de la muestra de 437 episodios, admitiendo provisionalmente la hipótesis de ergodicidad. En la figura 3 se observa que el variograma no tiene una plataforma definida, lo que podría resultar una deriva. Aun cuando no se tienen estaciones suficientemente cercanas para establecer si se presenta un efecto de pepita (es decir, una discontinuidad de la función de correlación en el origen), se aceptó que éste no existe. Varios modelos se ajustaron al variograma experimental: esférico, exponencial (que desarrollan una plataforma) y potencial (cf. figura 3). Se presentan las expresiones matemáticas de los modelos de ajuste (sin pepita), donde α y β son los parámetros de los modelos y los valores usados en los ajustes (cf. tabla 1).

	α	β
Potencial	0.35	0.38
Exponencial	9.40	1.25
Esférico	30.0	1.25

$$\text{Esférico: } \gamma(h) = \alpha \left(\frac{3|h|}{2\beta} - \frac{|h|^3}{2\beta^3} \right) \quad h < \beta \quad (12a)$$

$$\gamma(h) = \alpha \quad h > \beta \quad (12b)$$

$$\text{Exponencial: } \gamma(h) = \alpha \left(1 - \exp\left(-\frac{|h|}{\beta}\right) \right) \quad (13)$$

$$\text{Potencial: } \gamma(h) = \alpha |h|^\beta \quad (14)$$

3.2 SIMULACIONES Y VALIDACIÓN CRUZADA

En seguida se efectuaron diversas interpolaciones con el método kriging, utilizando los diferentes modelos de variograma. Se buscó además identificar un fenómeno de deriva con ayuda del modelo potencial. Para evaluar los resultados de las simulaciones se efectuó una validación cruzada que consiste en: 1) retirar los registros de una estación y modelarlos con base en el resto de las estaciones, 2) comparar los valores observado V_0 e interpolado V_k mediante el cálculo de los errores $E_k = V_0 - V_k$ de los 437 eventos, y 3) considerar la media y la variancia de los E_k como criterios de calidad.

Para ello se eligieron 5 estaciones de la muestra (pluviógrafos 21, 27, 32, 38 y 47). Las estaciones seleccionadas se sitúan en el centro, norte, sur, este y oeste de la zona en estudio (cf. figura 1).

En la figura 4 se presentan los resultados del análisis de E_k en las estaciones 32 y 38 con varios grados de deriva D (0=sin deriva, 1 y 2), así como los de la interpolación con la función spline. Para iniciar la discusión se puede decir que un caso ideal de simulación corresponde a una curva en la que la frecuencia de valores de la clase de errores 0 fuera igual o próxima al total de episodios modelados. Los criterios de calidad figuran en el tabla 2. En ese contexto se pueden hacer las siguientes observaciones:

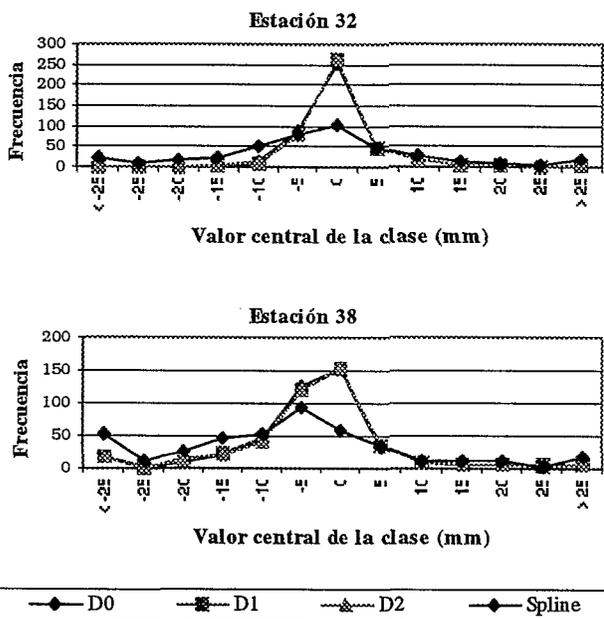


Figura 4. Histograma de errores de interpolación

cuyos resultados son similares. La estación 21, en cambio, se encuentra en el límite de la zona en estudio, lo que atenúa la eficiencia del método.

Se revisaron los resultados de la interpolación ligados al cálculo de los errores extremos. Para ello se consideraron los errores mayores a 15 mm y menores a -15 mm. Estos se presentan cuando:

- La información de los episodios en cuestión se encuentra incompleta o truncada. Esta causa de error se presentó pocas veces.

- Respecto a los cálculos con grados de deriva 1 y 2 (modelo potencial), se encontró que su utilización no presenta ventajas respecto a la deriva 0 a pesar de que la forma de los variogramas (sin plataforma) y la distribución espacial de los parámetros estadísticos sugieran su existencia.
- Los resultados de la interpolación con el método spline son de menor calidad. Considerando además que la interpolación spline resulta generalmente errática fuera de la área instrumentada, se preferirá definitivamente la interpolación kriging.
- En cuanto al desempeño de la simulación entre estaciones, se observa la importancia que adquiere la densidad regional de aparatos. En efecto, la estación 38 se sitúa relativamente aislada, lo que no sucede con el pluviógrafo 32 (así como en los puntos 27 y 47) rodeados por otras estaciones y

- El valor en la estación de referencia es un máximo o un mínimo respecto a los valores de las estaciones vecinas. Ello significa que el fenómeno es demasiado irregular para que pueda describirse con la función de correlación identificada. Esta limitación no es exclusiva del método kriging, pues aparece también al utilizar la función spline. Ello se ilustra en la figura 5, donde se muestran las isohietas de un episodio, hechas con valores observados y con los resultados de la interpolación de las 5 estaciones escogidas. En efecto, llaman la atención las diferencias de configuración en las isohietas provocadas por la simulación de las estaciones 27, 38 y 47.

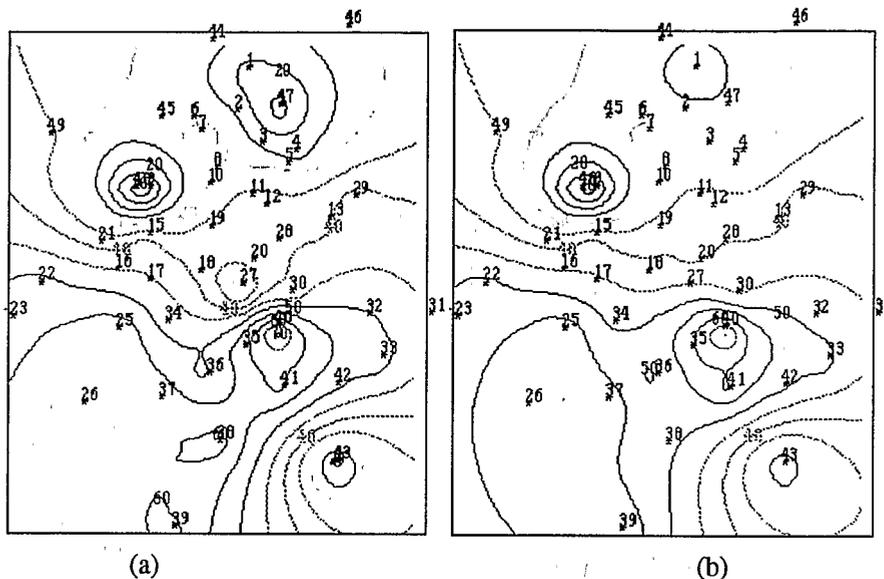


Figura 5. Isohietas de precipitación (mm) del 21/06/89 (sin escala). Comparación de valores observados (a) e interpolados (b) (modelo potencial) en las estaciones 21, 27, 32, 38 y 47.

Estación	21		27		32		38		47	
	E_{km}	Var_E	E_{km}	Var_E	E_{km}	Var_E	E_{km}	Var_E	E_{km}	Var_E
Potencial D=0	1.15	59.4	-0.09	41.7	-0.13	29.5	-1.93	84.3	0.28	40.1
Potencial D=1	1.02	59.2	-0.10	41.7	0.05	29.6	-1.95	85.6	0.40	40.1
Potencial D=2	1.00	59.1	-0.10	41.8	0.02	29.9	-1.95	87.3	0.37	40.3
Spline	2.53	12642	-0.14	43.2	-12.01	1.1 ^{E5}	-13.38	1.3 ^{E5}	-5.65	3.2 ^{E5}

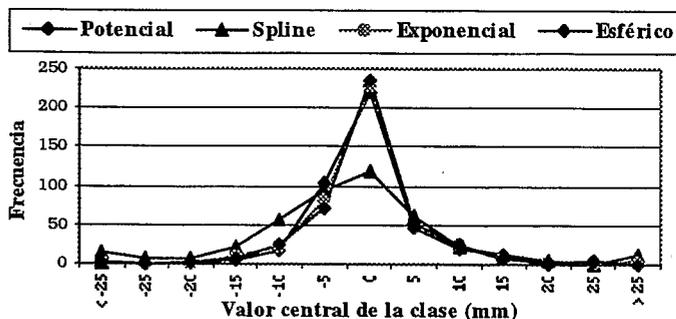


Figura 6. Histograma de errores de interpolación de los modelos. Estación 27

Se efectuó también una validación cruzada de los resultados de las funciones esférica y exponencial (la figura 6 solo presenta la estación 27). Se observa que la interpolación con la función exponencial arroja resultados ligeramente mejores que las funciones esférica y potencial (tabla 3).

Finalmente, los resultados no solo dependen absolutamente del modelo del variograma, pero tampoco del presumido efecto de deriva. A pesar

de que no se puede pretender que la validación sea completa parece que el error está ligado a la densidad de la red. En particular, Slimani (1985) y Lebel (1984) muestran que el ajuste de un modelo teórico al variograma experimental no garantiza la minimización del error de estimación; Lebel y Bastin, (1987) proponen una validación sistemática para cada estación.

Estación	21		27		32		38		47	
	E_{km}	Var_E								
Potencial	1.15	59.4	-0.09	41.7	-0.13	29.5	-1.93	84.3	0.28	40.1
Esférico	0.79	52.4	-0.04	41.0	0.12	30.8	-2.30	93.8	0.52	34.7
Exponencial	0.92	53.0	-0.06	40.8	0.01	29.7	-2.16	89.3	0.42	35.3

3.3 APLICACIÓN EN LA CONSTRUCCIÓN DE TORMENTAS ESPACIALES

Posteriormente se hizo la interpolación con el kriging del episodio más importante de la muestra (con media y desviación espaciales de 51 y 21 mm, respectivamente), utilizando el modelo esférico y los parámetros $\alpha=1.25$ y $\beta=30$ km (figura 7). Al lado de las isohietas se encuentran el error de estimación σ_k , calculado por las ecuaciones 5 y 11.

Se nota claramente que la calidad de estimación depende en primer término de la densidad de la red de medición. El conocimiento de σ_k conduce a la determinación de un intervalo de confianza: suponiendo que la distribución de los errores es de tipo Gauss, un intervalo de confianza a 95% corresponde a $[z^*(x_0) - 2\sigma_k, z^*(x_0) + 2\sigma_k]$. Cabe señalar que la determinación del intervalo de confianza se puede extender a la estimación de una lámina de lluvia de cualquier superficie. Ello ilustra el interés del kriging en varias aplicaciones tales como la optimización de la red de medición, el conocimiento del error en los modelos lluvia - escurrimiento, entre otras (Lebel *et al.*, 1987).

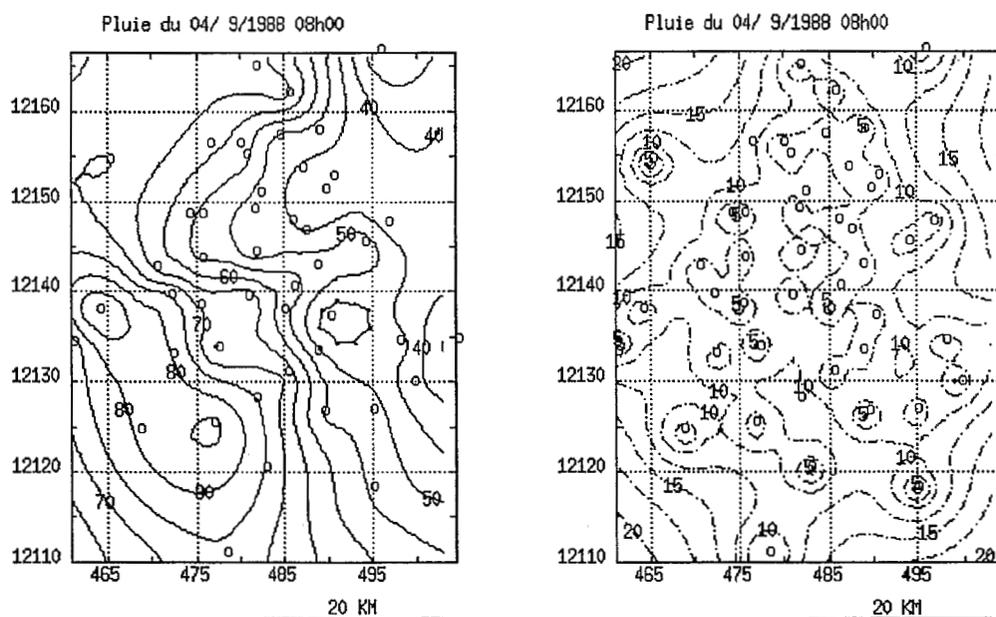


Figura 7. Isohietas del episodio del 4/9/88 y error de estimación σ_k

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En el estado actual del estudio y en función de los resultados de la validación cruzada, es evidente que la aplicación del método kriging a datos pluviográficos de México tiene un mejor desempeño que la función Spline. No se encontró la presencia de una deriva a pesar de que existe un gradiente de la media en dirección NE-SW. Se obtienen además dificultades en la simulación cuando se tienen valores observados máximos o mínimos en la estación simulada.

En cierta medida puede concluirse que los errores de interpolación están ligados a la densidad insuficiente de estaciones de medición con respecto a la extensión espacial de los sistemas de precipitación. Este problema afectaría de igual modo el uso de otros modelos de interpolación y sugiere la instalación de una red de estaciones más densa o el empleo de imágenes de radar eventualmente disponibles.

La información disponible y los tratamientos empleados justifican plenamente la etapa de validación de las interpolaciones. Ello permite acceder a la construcción de campos de precipitación, al estudio de sus propiedades espaciales y a la generación de valores simulados a utilizar en el perfeccionamiento de las interpolaciones. El kriging tiene también aplicaciones interesantes en la estimación del error, lo que puede aprovecharse directamente en aspectos operacionales, ya sea para la concepción de una red de pluviógrafos como para el control de sus registros. Es por eso que el método es sumamente poderoso, tanto por su aptitud en la interpolación como por la diversidad de sus aplicaciones.

Hay que recordar, sin embargo, que el kriging se apoya en hipótesis estadísticas que deben cumplirse, y que en la medida en que ellas sean respetadas la interpolación será más eficiente. No se excluye la posibilidad de buscar en trabajos complementarios el uso de datos con mayor homogeneidad, tomando en cuenta la duración o la intensidad de los eventos, umbrales distintos a 30 mm, etc. Se deberá también considerar de manera general la tipología de las lluvias para reforzar la hipótesis de ergodicidad.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos los oportunos comentarios de T. Lebel (Francia) en la fase de interpretación de los resultados de la interpolación. Se agradece también a R. Mendoza (México) por el apoyo logístico. La elaboración de este trabajo contó con el soporte financiero del CONACYT (México) y con la ayuda del ORSTOM (Francia).

REFERENCIAS

- **Bouvier Ch., Ayabaca E., Perrin J.L., Cruz F., Fourcade B., Rosario S. y Carrera L.**, 1998, *Caractéristiques ponctuelles et spatiales des averses en milieu andin: exemple de la ville de Quito (Equateur)*. En espera de la Revue de Géographie Alpine.
- **Cisneros L.**, 1997, *Etude descriptive de la repartition spatio-temporelle des pluies a Mexico*, Memoria de DEA, Universidad de Montpellier II, Francia, 54 p.
- **Creutin J.D. y Obled C.**, 1982, *Objective analyses and mapping techniques for rainfall fields: An objective comparaison*, Water Ressources Research, Vol. 18, No. 2, 413-431.
- **Delhomme J.P.**, 1976, *Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau*, Tesis de doctorado, Universidad Pierre y Marie Curie, Paris 6, Francia, 160 p.
- **DGCOH, 1982.** *Manual de Hidraulica Urbana, tomo 1.* Departamento del Distrito Federal, Secretaria de Obras y Servicios, 244 p.
- **Franco D. C.**, 1998. *Analisis regional de lluvias convectivas. Aplicacion al Valle de Mexico (en preparacion)*. Tesis de Maestria en Ingenieria (Hidraulica), Facultad de Ingenieria, UNAM, 35 p. + anexos.

- **Lebel T.**, 1984, *Moyenne spatiale de la pluie sur un bassin versant: estimation optimale, generation stochastique et gradex des valeurs extremes*, Tesis de doctorado, Instituto Nacional Politécnico de Grenoble, Francia, 339 p.
- **Lebel T. y Bastin G.**, 1985, *Variogram identification by the mean-square interpolation error method with application to hydrologic fields*. J. Hydrol., 77, 31-56.
- **Lebel T., Bastin G., Obled C. y Creutin J.D.**, 1987, *On the accuracy of areal rainfall estimation: A case study*, Water Resources Research, Vol. 23, No. 11, 2123-2134.
- **Nepel L.**, 1997, *Le risque pluvial en region Languedoc-Roussillon: Caracterisation de l'alea climatique*, Tesis de doctorado, Universidad de Montpellier II, Francia, 272 p.
- **Slimani M.**, 1985, *Etude des pluies de fréquence rare a faibles pas de temps sur la region Cévennes-Vivarais: Estimation, relation avec le relief et cartographie sythétique*, Tesis de Doctorado, Instituto Nacional Politécnico de Grenoble, Francia, 289 p.