

Commission Scientifique 4  
"Sciences du Monde Végétal"

LES RÉGIMES TRANSITOIRES EN MICROCLIMATOLOGIE :  
ANALYSE THÉORIQUE

par

J.P. LHOMME

*Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer (ORSTOM)  
24, rue Bayard, 75008 Paris, France*

et

A. PERRIER

*Institut National Agronomique Paris-Grignon (INAPG)  
16, rue Claude-Bernard, 75005 Paris, France*

RÉSUMÉ

*Ce travail a pour objectif l'étude du microclimat de l'interface végétation-atmosphère dans sa dynamique temporelle liée aux fluctuations des conditions climatiques. On essaie de substituer à l'approche statique, classiquement utilisée en micrométéorologie, une approche dynamique, en intégrant les phénomènes dans leur dimension temporelle, c'est-à-dire en prenant en compte l'inertie du système sol-végétation-atmosphère face aux variations des paramètres climatiques. Le problème étant de savoir comment évoluent les profils microclimatiques et les flux correspondants, et de connaître les temps de mise en régime.*

*Les éléments de base sur lesquels porte le raisonnement sont d'une part les lois analogiques de la diffusion turbulente couplées à l'équation de continuité, d'autre part l'équation traduisant le bilan énergétique d'un couvert végétal. La végétation est supposée homogène et suffisamment vaste de façon à négliger les phénomènes d'advection locale. Nous montrons comment le problème général se ramène en fait à la résolution d'une équation aux dérivées partielles en  $z$  (hauteur) et  $t$  (temps) avec ses conditions aux limites : le bilan d'énergie à la surface et une condition de type climatique à un niveau de référence.*

*Le système d'équations ainsi constitué admet des solutions analytiques que nous explicitons dans différents cas. Nous obtenons ainsi un ensemble de formules mathématiques donnant l'évolution temporelle des profils de température et d'humidité et des flux correspondants. Dans ces formules les paramètres climatiques interviennent sous forme de fonctions générales du temps et l'état hydrique de la surface sous forme d'un paramètre que nous supposons constant. L'exploitation numérique de ces solutions montre qu'elles représentent assez bien les phénomènes observables.*

Fonds Documentaire ORSTOM



010020962

Fonds Documentaire ORSTOM

Cote : B\*20962 Ex : unique

### ABSTRACT

*The purpose of this work is to study the microclimate of the interface between the vegetation and the atmosphere, taking into account the fluctuations of climatic conditions. The static approach generally used in microclimatology is substituted by a dynamic approach.*

*The problem is to describe how the microclimatic profiles and corresponding fluxes evolve and what time is needed to obtain a stationary regime. The basic elements used to study this problem are, on one hand the continuity equation and the turbulent diffusion laws, on the other hand, the energy budget of a canopy.*

*The vegetation is supposed to be homogeneous and on a sufficiently large horizontal fetch, so as to ignore local advection. The general problem consists of resolving a partial differential equation with associated boundary conditions : the surface energy budget and a climatic condition at a reference level. This system of equations have analytical solutions which are given for different climatic conditions. A set of mathematical formulas giving the evolution of temperature and humidity profiles and corresponding fluxes is then given as a function of time. The numerical results show that these formulas fairly adequately represent observed phenomena.*

### INTRODUCTION.

L'étude qui suit concerne le microclimat de l'interface végétation-atmosphère. Cette interface représente la couche d'air en mouvement horizontal qui balaie les surfaces végétales. Elle est le siège d'échanges permanents de masse et d'énergie entre la végétation et l'atmosphère, échanges qui sont en rapport étroit avec le fonctionnement du couvert végétal. La plupart des investigations microclimatologiques faites à ce niveau sont basées sur l'hypothèse ou l'approximation du régime permanent. On choisit pour cela une échelle de temps convenable, généralement de l'ordre du quart d'heure. A cette échelle, en effet, la variation diurne des paramètres climatiques n'est pas sensible, ni les fluctuations microclimatiques liées à la turbulence de l'air. Ainsi l'évolution journalière des caractéristiques de l'interface, phénomène intrinsèquement transitoire, peut être décomposée en une série de courts régimes permanents juxtaposés.

Le point de vue envisagé ici est différent. On essaie de substituer à l'approche statique, classique, une approche dynamique, en intégrant les phénomènes dans leur dimension temporelle, c'est-à-dire en prenant en compte l'inertie du système végétation-atmosphère face aux fluctuations des conditions climatiques. Le problème est alors de savoir comment évoluent les profils microclimatiques et les flux correspondants au cours du temps, et de déterminer les temps de mise en régime. Aucune étude n'a été faite jusqu'à présent pour déterminer les ordres de grandeur de ces éventuelles constantes de temps, en particulier lors des passages nuageux ou des transitions nyctémérales.

Nous allons donc étudier le microclimat de l'interface dans sa dimension temporelle. L'approche envisagée est essentiellement théorique et fait appel à l'analyse mathématique. Des éléments de base que sont les équations générales des transferts convectifs et l'équation du bilan énergétique d'un couvert végétal, il est possible de déduire, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, un modèle de fonctionnement de l'interface déterministe. C'est ce modèle que nous allons décrire et discuter.

### I. — MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME GÉNÉRAL.

#### 1.1. Les éléments de base.

##### 1.1.1. Les transferts turbulents.

Les lois utilisées sont les lois analogiques de la diffusion turbulente qui s'écrivent d'une façon générale :

$$\phi_A(z) = -K_A(z) (\partial A / \partial z)_z \quad (1)$$

où  $\phi_A$  représente le flux vertical de la grandeur A au niveau z et  $K_A$  la diffusivité de la grandeur A à ce même niveau. Au-dessus d'une végétation nous serons amenés à considérer essentiellement trois types de grandeurs transférables : la quantité de mouvement ( $\rho U$ ), la chaleur sensible ( $\rho c_p T$ ) et la vapeur d'eau ( $C_v$ ).

Nous admettrons, en outre, que les diffusivités turbulentes de la chaleur sensible ( $K_s$ ) et de la vapeur d'eau ( $K_v$ ) sont égales à celle de la quantité de mouvement (hypothèse de similarité), cette dernière ayant une expression analytique donnée par la théorie de la longueur de mélange de Prandtl. Nous écrivons donc :

$$K_s(z) = K_v(z) = k u_* z \quad (2)$$

k étant la constante de Karman,  $u_*$  la vitesse de frottement et z la distance à la surface considérée.

Les transferts turbulents qui s'opèrent au sein de la masse d'air sont régis par l'équation de conservation qui s'écrit d'une façon générale :

$$\partial A / \partial t + \text{div}(\overrightarrow{A\overrightarrow{U}}) = -\text{div}(\overrightarrow{\phi_A})$$

Dans notre cas où nous supposons nulle la diffusion turbulente horizontale (pas d'effet d'advection) cette équation générale se réduit à :

$$\partial A / \partial t = -\partial / \partial z [\phi_A(z)] \quad (3)$$

### 1.1.2. Le bilan d'énergie d'un couvert végétal.

L'équation traduisant le bilan énergétique d'un couvert végétal s'écrit de la façon suivante :

$$Rn + \phi_o + \phi_s + \phi_L = dQ/dt \quad (4)$$

Tous ces termes sont équivalents à des flux énergétiques ( $W m^{-2}$ ) et sont affectés du signe + s'ils représentent un gain pour le couvert et vice versa.

Rn est le rayonnement net ou bilan radiatif du couvert végétal :

$$Rn = (1 - a) Rg + \varepsilon (Ra - \sigma T_s^{*4}) \quad (5)$$

(Rg : rayonnement global ; Ra : rayonnement atmosphérique ; a : albédo du couvert ;  $\varepsilon$  : émissivité du couvert ;  $T_s^*$  : température radiative de surface ;  $\sigma$  : constante de Stefan-Boltzman).

$\phi_o$  est le flux de chaleur transféré par conduction dans le sol. Il est lié de façon quasi-linéaire à Rn et on peut écrire en première approximation (Lhomme et Monteny, 1982) :

$$\phi_o = -b Rn \quad (6)$$

La valeur du paramètre b dépend des caractéristiques du couvert mais dépasse rarement la valeur de 0,05 pour la plupart des végétations bien couvrantes.

$\phi_s$  et  $\phi_L$  sont respectivement les flux turbulents de chaleur sensible et de chaleur latente donnés par :

$$\begin{aligned} \phi_s(z) &= -\rho c_p K_s(z) \partial / \partial z [T(z)] \\ \phi_L(z) &= -(\rho c_p / \gamma) K_v(z) \partial / \partial z [p(z)] \end{aligned}$$

où  $\rho c_p$  représente la capacité calorifique de l'air,  $\gamma$  la constante psychrométrique, T(z) la température et p(z) la pression partielle de vapeur d'eau (de l'air) au niveau z.

Quant au terme  $dQ/dt$ , il s'exprime en fonction de la température moyenne du couvert  $T_m$  et de sa capacité calorifique totale, feuilles + air,  $(mc \text{ LAI} + \rho c_p h)$  de la façon suivante :

$$dQ/dt = (mc \text{ LAI} + \rho c_p h) dT_m/dt \quad (7)$$

$h$  est la hauteur du couvert, LAI son indice foliaire et  $mc$  sa capacité calorifique par unité de surface foliaire.

## 1.2. La formulation du problème.

### 1.2.1. Les conditions générales de l'étude.

Le modèle analytique que nous allons élaborer décrit, en fonction du temps, l'évolution des profils microclimatiques au-dessus d'une végétation, sous l'effet des variations des paramètres climatiques. Les conditions d'élaboration de ce modèle sont les suivantes :

- a) La surface considérée est horizontale et recouverte d'une végétation homogène dont les caractéristiques radiatives ( $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ) et aérodynamiques ( $z_o$ ,  $D$ ) sont bien définies ;  $z_o$  est la hauteur de rugosité et  $D$  la hauteur de déplacement du plan de référence aérodynamique.
- b) Cette végétation est suffisamment vaste pour que les effets d'advection locale soient négligeables, du moins dans la tranche d'air que nous serons amenés à considérer. La vitesse, la température et l'humidité de l'air ne dépendent par conséquent que de la hauteur  $z$  et pas des coordonnées de surface ( $x$  ou  $y$ ).
- c) Le problème mécanique lié à la vitesse du vent ne sera pas abordé. Le régime est supposé dynamiquement établi. A chaque niveau  $z$  la vitesse du vent est supposée constante au cours du temps. Nous n'étudierons donc, en fonction du temps, que l'évolution des profils de température et d'humidité.
- d) Le régime initial ( $t = 0$ ) à partir duquel sera étudiée l'évolution de ces profils est

Deux conditions aux frontières sont nécessaires pour déterminer le problème : le bilan d'énergie au niveau inférieur ( $z = z_0$ ) et une condition de type climatique au niveau supérieur ( $z = H$ ).

Dans l'annexe n° 1 nous montrons comment le bilan d'énergie peut se formuler avec la seule variable enthalpie  $\Delta C$  sous la forme suivante :

$$(1 - b) \Delta RI + ku_* z_0 (\partial \Delta C / \partial z)_s = A (\partial \Delta C / \partial t)_s + B (\Delta C)_s \quad (9)$$

où A et B sont des constantes caractéristiques du couvert végétal et  $\Delta RI$  la variation du rayonnement incident absorbé. Cette formulation suppose toutefois que le potentiel énergétique de la vapeur d'eau au sommet du couvert reste constant.

Comme condition à la borne supérieure nous prendrons soit une condition portant sur l'enthalpie elle-même, soit une condition portant sur son flux :

$$\Delta C(H, t) = 0 \quad \text{ou} \quad \partial / \partial z [\Delta C(H, t)] = 0 \quad (10)$$

A ce niveau, nous supposerons que l'enthalpie de l'air ou le flux correspondant sont constants. Comme condition initiale nous avons évidemment :

$$\Delta C(z, 0) = 0, \quad \forall z \quad (11)$$

On voit donc clairement maintenant que le problème va consister en la résolution d'un système composé d'une équation aux dérivées partielles en  $z$  et  $t$ , et de ses conditions aux limites. Mais la solution sera exprimée en enthalpie. Il faudra ensuite revenir aux véritables grandeurs microclimatiques que sont la température et l'humidité.

## II. — LES SOLUTIONS DU PROBLÈME.

### II.1. La méthode de résolution.

Le système général d'équations que nous venons de présenter admet des solutions analytiques. Pour obtenir la solution générale, correspondant à une variation quelconque de rayonnement incident ( $\Delta RI$ ), on commence par traiter le cas d'une variation brusque et constante (échelon de Heavyside) et on en déduit la solution générale grâce au théorème de Duhamel. Puis de la solution obtenue on tire les solutions correspondantes en température et humidité.

#### II.1.1. Résolution du système en enthalpie.

L'équation indéfinie du transfert, en passant en notation adimensionnée ( $z^* = z/z_0$ ,  $t^* = ku_* t/z_0$ ), s'écrit :

$$\partial \Delta C^* / \partial t^* = \partial \Delta C^* / \partial z^* + z^* \partial^2 \Delta C^* / \partial z^{*2}$$

La méthode de résolution utilisée fait appel à la transformation de Laplace. Si nous notons  $\overline{\Delta C}$  la transformée de la fonction  $\Delta C^*$ , l'équation précédente s'écrit, moyennant le changement de variable adéquat  $z = u^2/4p$ ,  $p$  étant le paramètre de la transformation :

$$d^2 \overline{\Delta C} / du^2 + (1/u) d\overline{\Delta C} / du - \Delta C = 0 \quad (12)$$

qui est l'équation de Bessel modifiée d'ordre 0. La solution générale est :

$$\overline{\Delta C}(u) = \lambda I_0(u) + \mu K_0(u)$$

$I_0$  et  $K_0$  étant les fonctions de Bessel,  $\lambda$  et  $\mu$  deux constantes qui se déterminent grâce aux conditions limites. Le retour à la fonction originale s'effectue par la méthode classique qui fait appel au théorème de Mellin-Fourier. On obtient de cette façon la solution du problème à cause constante ( $\Delta RI = \text{Cte}$ ).

Pour obtenir celle du problème à cause variable on utilise le théorème de Duhamel qui peut s'appliquer ici car il y a additivité des solutions correspondant à des causes constantes. Ce théorème peut se formuler de la façon suivante. Si  $\phi$  représente la solution du problème à cause constante,  $c(t)$  la cause fonction du temps et  $c_0$  sa valeur à l'instant initial, la solution  $\psi$  du problème à cause variable s'écrit d'une façon générale :

$$\psi(z, t) - \psi(z, 0) = \phi(z, t, c_0) + \int_0^t \partial / \partial c [\phi(z, t-\tau, 0)] (dc/d\tau) d\tau$$

Dans notre cas, nous avons évidemment :

$$\psi(z, 0) = 0 \quad \text{et} \quad \phi(z, t, c_0) = 0$$

Par conséquent :

$$\psi(z, t) = \int_0^t \partial / \partial \Delta RI [\Delta C(z, t-\tau, 0)] (d\Delta RI/d\tau) d\tau \quad (13)$$

$\Delta RI = r(t)$  étant une fonction continue et dérivable du temps donnant l'évolution temporelle du rayonnement incident absorbé.  $\Delta C$  est la solution correspondant à un échelon.

### II.1.2. Les solutions en température et humidité.

Nous avons jusqu'ici raisonné en concentration d'enthalpie  $\Delta C$ . Il est possible de revenir aisément à la température  $\Delta T$  et à l'humidité  $\Delta T_r$ , une fois connue la solution en enthalpie. En effet, si  $\Delta C$  est cette solution, on voit tout de suite que, avec les mêmes conditions et l'hypothèse de la constance de  $\beta$  au niveau  $z_0$ ,  $\Delta T$  vérifie le système suivant :

$$\begin{cases} \partial \Delta T / \partial t = ku_* (\partial \Delta T / \partial z + z \partial^2 \Delta T / \partial z^2) \\ z = z_0, \quad \Delta T = \Delta C_s / \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \\ z = H, \quad \Delta T = 0 \quad \text{ou} \quad \partial \Delta T / \partial z = 0 \\ t = 0, \quad \Delta T = 0 \end{cases}$$

système dont la solution est évidente puisque  $\Delta C$  vérifie déjà l'équation aux dérivées partielles. La solution est simplement :

$$\Delta T = \Delta C(z, t) / \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \quad (14)$$

Entre  $\Delta C$ ,  $\Delta T$  et  $\Delta T_r$ , existe la relation de définition suivante :

$$\Delta C = \rho c_p (\Delta T + P' \Delta T_r / \gamma)$$

La variation de température de rosée  $\Delta T_r$ , s'en déduit aisément :

$$\Delta T_r = \beta \Delta T(z, t) \quad (15)$$

Quant aux expressions analytiques des flux convectifs de chaleur sensible et de vapeur d'eau, ils se déduisent par simple dérivation des expressions des profils :

$$\Delta \phi_s(z, t) = \phi_s(z, t) - \phi_s(z, 0) = -\rho c_p ku_* z \partial / \partial z [\Delta T(z, t)]$$

$$\Delta \phi_L(z, t) = \phi_L(z, t) - \phi_L(z, 0) = -(\rho c_p / \gamma) ku_* z P' \partial / \partial z [\Delta T_r(z, t)]$$

## II.2. Examen des solutions d'un point de vue numérique.

Nous allons présenter quelques résultats numériques qui loin de constituer une vision exhaustive des applications possibles de ce modèle, vont simplement illustrer les différentes solutions obtenues.

### II.2.1. Cas des variations brusques de rayonnement.

C'est le cas des passages nuageux et des éclaircies ( $\Delta RI = \text{constante}$ ). La Figure 1 montre l'évolution du profil de température au-dessus d'un couvert dont les caractéristiques ont été prises voisines de celles d'un champ de maïs ( $z_0 = 0,15$  m, LAI = 4,  $a = 0,17$ ) lors d'une brusque chute de rayonnement incident ( $\Delta RI = -284$  W m<sup>-2</sup>), les caractéristiques de l'air au niveau de référence ( $H = 52$  m) restant constantes. Le temps

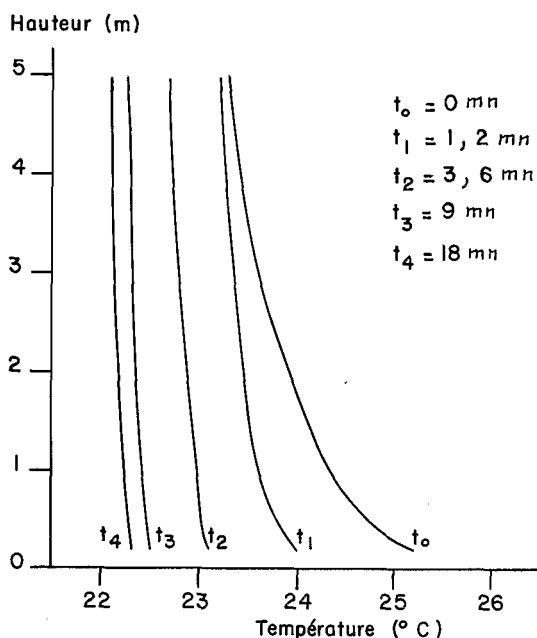


FIG. 1. — Évolution du profil de température au-dessus d'un couvert type maïs lors d'un passage nuageux ( $\Delta R_I = -284 \text{ W m}^{-2}$ ).

de mise en régime est voisin de 15 minutes. Mais suivant la valeur que l'on attribue à la hauteur de référence climatique  $H$ , le temps de mise en régime varie ainsi que les profils microclimatiques initiaux et finaux. Le temps de mise en régime et l'écart entre les deux états permanents sont d'autant plus grands que  $H$  est plus élevée.

La formulation analytique (annexe n° 2) montre que l'indice foliaire du couvert, caractéristique de son inertie thermique, n'a aucune influence sur le régime permanent final et n'intervient que dans le temps que met ce nouveau régime permanent à s'établir. Plus la surface foliaire est importante, plus le temps de mise en régime est long, toute autre condition étant égale par ailleurs : c'est ce que montre la Figure 2. On imagine aisément que l'augmentation de la vitesse du vent va impliquer une diminution du temps de mise en régime, due à l'accroissement des échanges convectifs. C'est ce que corrobore la Figure 3 où est portée l'évolution relative de la température de surface d'un couvert ( $z_o = 0,15 \text{ m}$ ) pour trois vitesses de vent au niveau de référence ( $H = 52 \text{ m}$ ), lors d'une variation brusque de rayonnement incident ( $\Delta R_I = -300 \text{ W m}^{-2}$ ). La Figure 4 montre l'évolution de la température de surface de trois couverts végétaux (gazon, maïs, forêt) lors d'un passage nuageux ( $\Delta R_I = -300 \text{ W m}^{-2}$ ) pour des caractéristiques constantes au niveau de référence ( $H = 50 \text{ m}$ ,  $U_H = 5 \text{ m s}^{-1}$ ). On voit clairement que les couverts développés jouent un rôle tampon en minimisant les écarts microclimatiques provoqués par les fluctuations des conditions climatiques. Dans le cas considéré, l'écart est de  $4^\circ\text{C}$  pour un gazon ( $z_o = 1 \text{ cm}$ ), alors qu'il n'est même pas de  $1^\circ\text{C}$  pour une forêt ( $z_o = 2,50 \text{ m}$ ). L'augmentation de la rugosité, en accroissant les échanges convectifs (par le biais de  $u_*$ ), favorise le brassage de l'air et réduit l'impact des facteurs purement énergétiques sur le bilan de surface.

### II.2.2. Cas des variations périodiques de rayonnement.

Pour simuler le rythme nyctéméral, nous allons considérer une variation sinusoïdale du rayonnement incident, du type :

$$R_I(t) = \overline{R_I} + (A/2) \sin(\omega t + \phi)$$

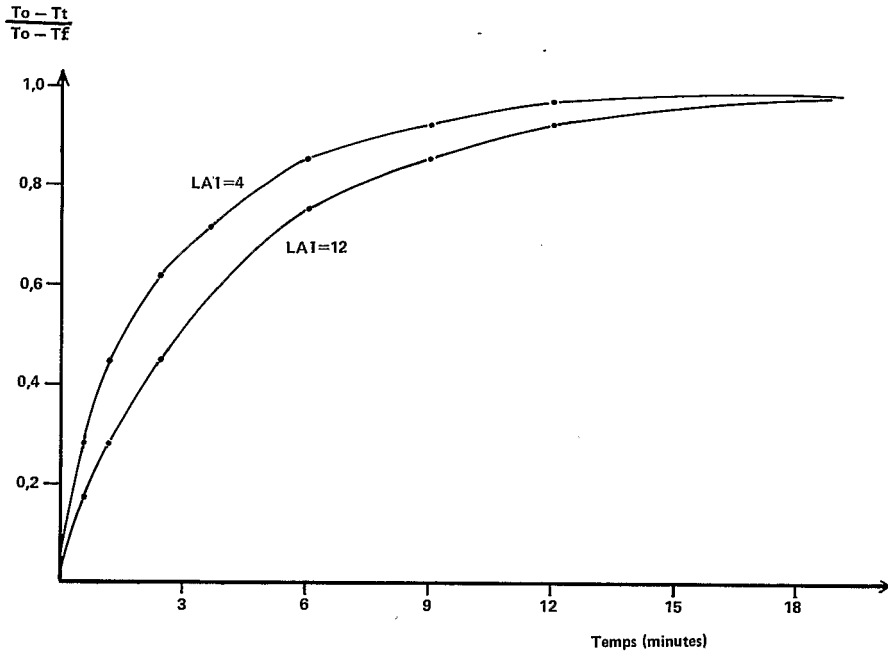


FIG. 2. — Évolution de la température de surface mise sous forme adimensionnée ( $T_o$  : température initiale,  $T_f$  : température finale) pour deux valeurs de l'indice foliaire, toutes autres conditions restant égales par ailleurs ( $z_o = 0,15$  m).

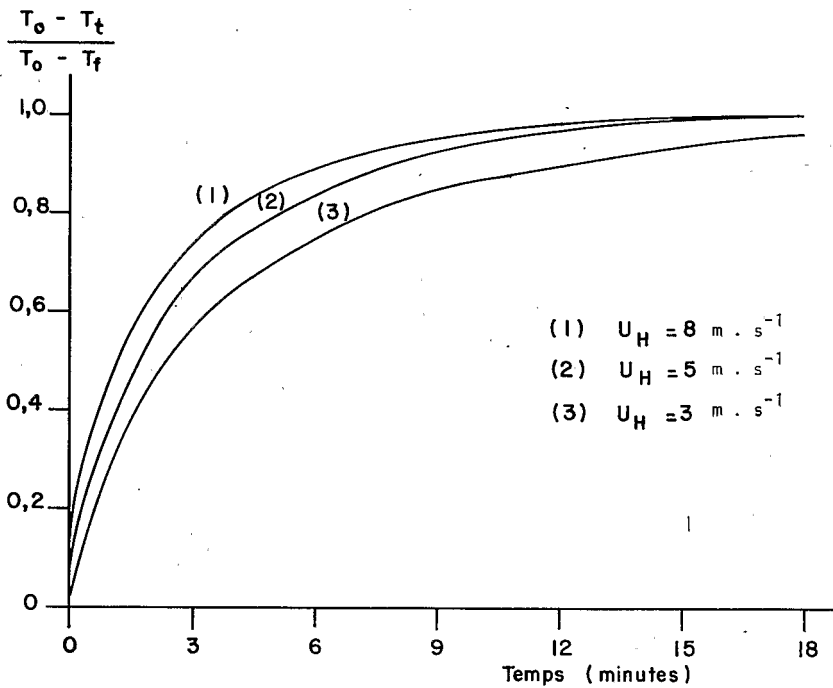


FIG. 3. — Évolution de la température de surface, mise sous forme adimensionnée, d'une culture type maïs, pour trois vitesses de vent au niveau de référence ( $H = 52$  m) lors d'un passage nuageux ( $\Delta R I = -300 \text{ W m}^{-2}$ ).



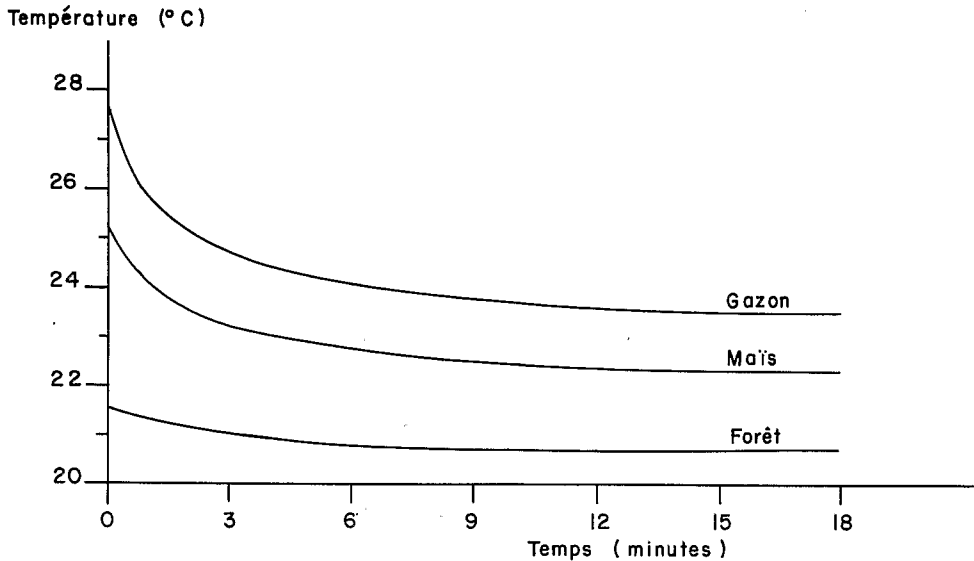


FIG. 4. — Évolution de la température de surface d'un gazon, d'un maïs et d'une forêt lors d'une brusque chute du rayonnement incident ( $\Delta R I = -300 \text{ W m}^{-2}$ ) :  $H = D + 50 \text{ m}$ ,  $U_H = 5 \text{ m s}^{-1}$ .

avec  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T$  étant la période d'oscillation, ici 24 heures. La Figure 5 précise, dans le cas d'un couvert type maïs, l'évolution des températures à différents niveaux lorsque les caractéristiques de l'air sont supposées constantes au niveau de référence (ici 50 m). On peut remarquer l'absence de déphasage entre l'évolution du rayonnement et celle de la température, et l'amortissement de l'amplitude avec la hauteur.

Dans les conditions naturelles on observe souvent un déphasage d'environ deux heures entre le maximum de rayonnement et le maximum de température de l'air au niveau du sol. En raisonnant avec un niveau de référence à caractéristiques constantes nous avons vu qu'un tel déphasage n'est pas mis en évidence. Par contre, en prenant un niveau de référence à flux constants ( $H = 300 \text{ m}$ , dans le cas de la Figure 6), ce déphasage apparaît très distinctement et va de pair avec un amortissement moindre de l'amplitude avec la hauteur. Pour une même hauteur de référence  $H$ , l'amplitude de l'oscillation de température est d'autant plus grande que la hauteur de référence est plus élevée.

$c(t)$  étant une fonction continue et dérivable de la variable  $t$ , qui représente la variation d'enthalpie au niveau de référence climatique. Les autres équations du problème sont inchangées.

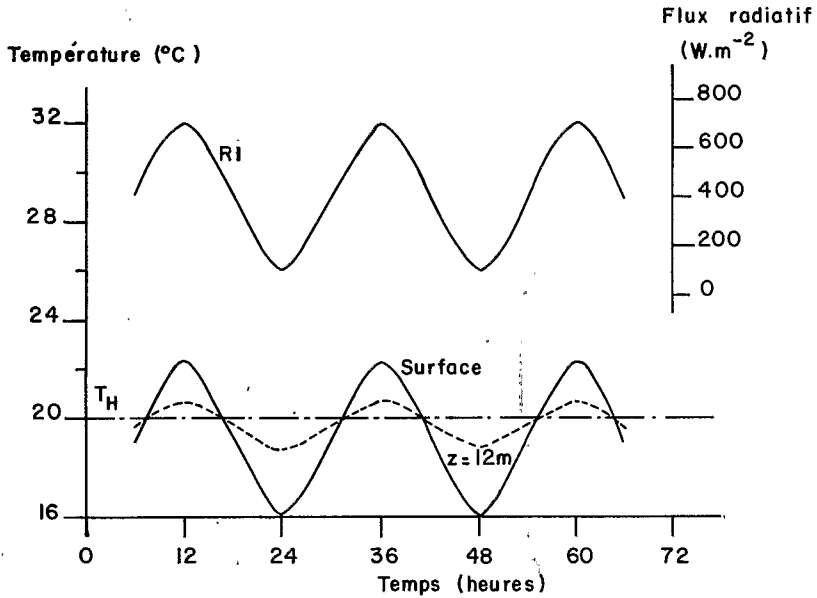


FIG. 5. — Évolution de la température de l'air à différents niveaux au-dessus d'un couvert type mais lors d'une variation sinusoïdale de rayonnement incident ( $H = 52$  m, caractéristiques de l'air constantes).

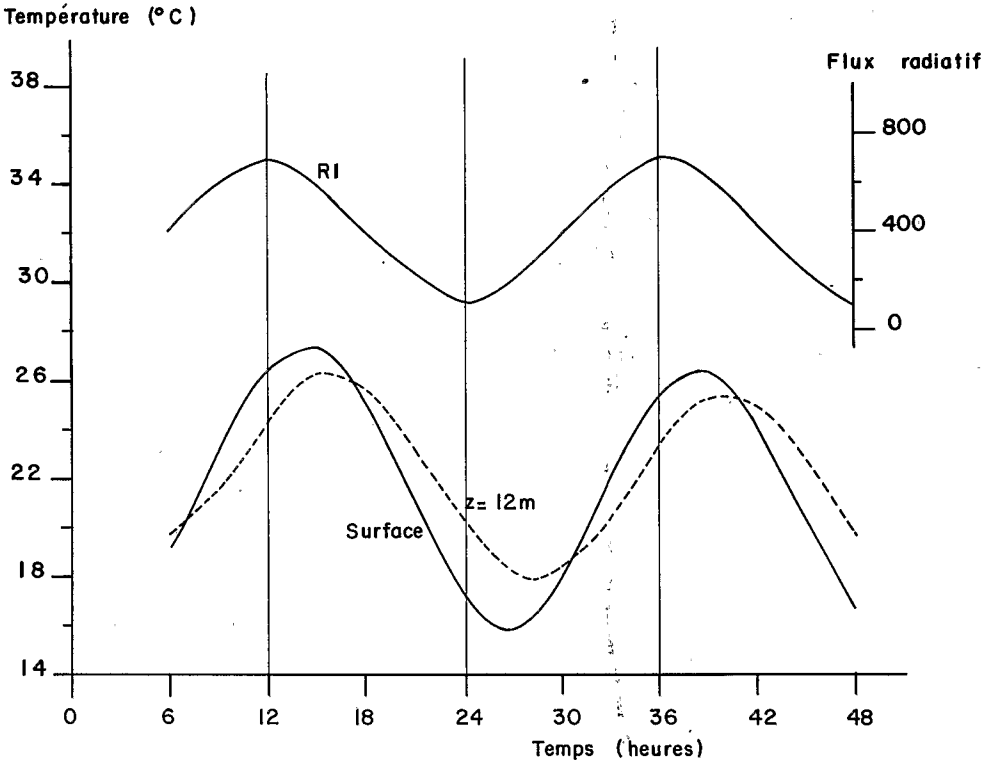


FIG. 6. — Évolution de la température de l'air à différents niveaux au-dessus d'un couvert type mais lors d'une variation sinusoïdale de rayonnement incident ( $H = 300$  m, flux constants).

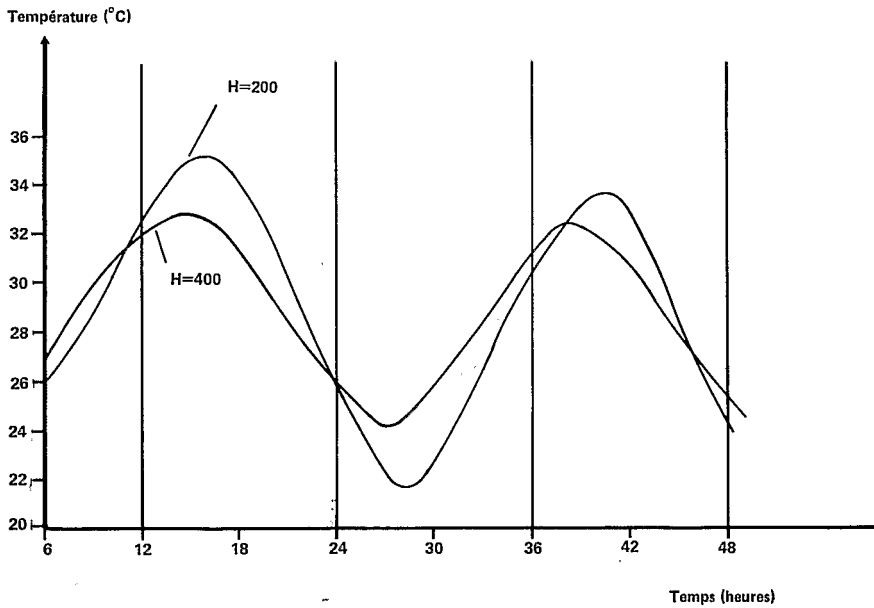


FIG. 7. — Évolution de la température de l'air à 2 m, lors d'une variation sinusoïdale de rayonnement incident, au-dessus d'un couvert type maïs, pour deux hauteurs (200 m et 400 m) du plan de référence à flux constants.

### III.1.1. Résolution du système en enthalpie.

Dans ce problème, il existe deux causes indépendantes, l'une représentée par la variation de rayonnement incident  $\Delta R_I$ , l'autre par la variation des caractéristiques de l'air (température et humidité) au niveau de référence, ayant pour conséquence une variation  $\Delta C_H$  d'enthalpie. On peut vérifier aisément que si  $E_1$  représente la solution du système soumis à la première cause, la deuxième étant absente ( $\Delta C_H = 0$ ) et  $E_2$  celle du système soumis à la deuxième cause avec  $\Delta R_I = 0$ ,  $E_1 + E_2$  sera solution du système correspon-

Soit  $T_2$  la solution correspondant à une variation des caractéristiques de l'air. Elle vérifie :

$$\begin{cases} T_2(z_o, t) = E_2(z_o, t) / \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \\ T_2(H, t) = \Delta T_H(t) \end{cases}$$

Si les deux causes sont réunies, la solution devra vérifier les conditions aux bornes suivantes :

$$\begin{cases} z = z_o, & S(z_o, t) = [E_1(z_o, t) + E_2(z_o, t)] / \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \\ z = H, & S(H, t) = \Delta T_H(t) \end{cases}$$

On voit que  $T_1 + T_2$  vérifie bien cette condition et sera donc solution du problème général. Nous connaissons déjà  $T_1$ . Il suffit par conséquent de rechercher  $T_2$ , d'abord lors d'une variation brusque et constante des caractéristiques de l'air, ensuite lors d'une variation quelconque.

Dans le premier cas les conditions aux frontières du système s'écrivent :

$$\begin{cases} z = z_o, & \Delta T = \Delta C(z_o, t) / \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \\ z = H, & \Delta T = \Delta T_H \end{cases}$$

$\Delta C(z, t)$  représentant la solution en enthalpie lors d'un échelon d'enthalpie au niveau de référence et  $\Delta T_H$  l'échelon de température correspondant. L'utilisation de la transformation de Laplace permet d'obtenir aisément la solution du système puisque l'on connaît l'expression de  $\Delta C(z_o, t)$  et de sa transformée.

L'échelon d'enthalpie au niveau de référence fait intervenir, soit une variation simultanée de température et d'humidité, soit la variation d'une seule de ces deux grandeurs. Nous avons par conséquent deux causes possibles indépendantes : la température  $\Delta T_H$  et l'humidité  $\Delta T_{rH}$ , liées à l'enthalpie par la relation de définition. Pour obtenir la solution du problème à causes variables, il faut utiliser deux fois le théorème de Duhamel et écrire :

$$\Theta(z, t) = \Theta_1(z, t) + \Theta_2(z, t)$$

avec

$$\begin{aligned} \Theta_1(z, t) &= \int_0^t \partial / \partial \Delta T_H [\Delta T(z, t-\tau, 0, \Delta T_{rH})] (d\Delta T_H / d\tau) d\tau \\ \Theta_2(z, t) &= \int_0^t \partial / \partial \Delta T_{rH} [\Delta T(z, t-\tau, \Delta T_H, 0)] (d\Delta T_{rH} / d\tau) d\tau \end{aligned}$$

### III.2. Variation du potentiel de surface $\beta$ .

Nous allons maintenant examiner les possibilités de faire varier le potentiel de surface  $\beta$ . Considérons un échelon de potentiel. A l'instant  $t < 0$  le potentiel est  $\beta_0$ , à l'instant  $t = 0$  il varie brusquement et devient  $\beta$ . L'expression de  $\Delta C_s$  est alors la suivante :

$$\begin{aligned} \Delta C_s &= \rho c_p [\Delta T_s + (\beta / \gamma) P(T_s) - (\beta_0 / \gamma) P(T_{so})] \\ \Delta C_s &= \rho c_p (1 + \beta P' / \gamma) \Delta T_s + (\rho c_p / \gamma) P(T_{so}) \Delta \beta \end{aligned}$$

L'équation du bilan d'énergie (avec  $\Delta R_I = 0$ ) se détaille alors de la façon suivante :

$$(1 - b) \Delta E_p + k u_* z_o (\partial \Delta C / \partial z)_s = A (\partial \Delta C / \partial t)_s + B (\Delta C)_s$$

avec :

$$\Delta E_p = [4 \varepsilon \sigma T_{so}^3 P(T_{so}) / (\gamma + \beta P')] \Delta \beta$$

Le terme radiatif  $\Delta R_I$  se voit remplacer par  $\Delta E_p$ . Les autres équations du problème demeurent inchangées.

Nous voyons donc qu'une variation brusque de potentiel de surface se ramène au cas d'une variation brusque de rayonnement et a, du point de vue de la cinétique, le même

impact. Mais l'analogie s'arrête là. En effet, la cause variable ne peut être traitée car le théorème de Duhamel ne s'applique plus. Il n'y a pas additivité des solutions élémentaires correspondant à des causes constantes.

L'équivalence entre  $\Delta RI$  et  $\Delta\beta$  donnée par la relation  $\Delta RI = \Delta E_p$  permet de mesurer l'impact d'une variation de  $\beta$  par rapport à une variation de rayonnement. Pour les conditions standard suivantes :  $T_{so} = 27^\circ\text{C}$ ,  $\beta = 0,8$ , la correspondance entre  $\Delta RI$  et  $\Delta\beta$  est :  $\Delta RI = 110 \Delta\beta$ . Dans la plupart des conditions naturelles, la variation de  $\beta$  est inférieure à 0,5, ce qui correspond à une variation de rayonnement incident absorbé inférieure à  $60 \text{ W m}^{-2}$ . La variation de  $\beta$  a donc un impact énergétique relativement faible. Son rôle essentiel se situe au niveau de la partition de l'énergie radiative disponible en chaleur sensible et chaleur latente.

Pour essayer de tenir compte de la variation de  $\beta$  au cours du temps on peut envisager de scinder le temps que dure une évolution en plusieurs séquences à l'intérieur desquelles  $\beta$  resterait constant, les profils finaux d'une séquence définissant les profils initiaux de la suivante.

## CONCLUSION.

Les développements analytiques qui constituent le corps de cet article représentent une approche essentiellement théorique du problème des régimes transitoires dans la sous-couche limite de surface. Il paraît difficile d'aller plus loin dans le développement analytique des équations de base, et les hypothèses de départ sont assez strictes. Le modèle présenté ne prétend pas, à lui seul, expliquer et décrire l'évolution des phénomènes au niveau de la sous-couche de surface. Il représente plutôt un modèle à insérer dans un modèle plus général de fonctionnement de l'atmosphère. Il n'est descriptif que dans la mesure où les conditions aux frontières ont été introduites avec précision : le paramètre  $\beta$  au niveau de la surface et les conditions « climatiques » au niveau H. Ces conditions aux frontières déterminent entièrement les caractéristiques de l'air (concentration et flux). Le modèle présenté ne fait que donner les relations analytiques générales de dépendance entre les différentes grandeurs concernées.

Il fournit un ensemble de formules mathématiques donnant l'évolution temporelle des profils de température et d'humidité et des flux correspondants (annexe n° 2). Dans ces formules, les paramètres climatiques (le rayonnement incident, la température au niveau de référence et l'humidité au même niveau) interviennent sous forme de fonctions générales du temps et l'état hydrique de la surface sous forme du paramètre  $\beta$ . L'exploitation numérique de ces solutions montre qu'elles représentent assez bien les phénomènes observables et qu'il est toujours possible d'adapter les conditions aux frontières de façon à rendre compte des phénomènes observés.

Il existe, dans ce modèle, une approximation dont on n'a pas parlé et qui concerne le régime de convection. En effet, les équations de transfert utilisées ne sont valables, en toute rigueur, qu'en convection forcée pure et ne prennent pas en compte la convection naturelle liée à l'existence de gradients thermiques. Mais si on introduit les fonctions de correction thermique, un développement analytique simple devient impossible. Sur ce point, disons que les solutions obtenues représentent d'autant mieux la réalité que les conditions sont proches de la convection forcée pure (vitesse du vent élevée et gradients thermiques faibles).

---

## ANNEXE n° 1

FORMULATION DU BILAN D'ÉNERGIE  
AVEC UNE SEULE INCONNUE : L'ENTHALPIE

A un instant  $t$  donné, l'équation traduisant le bilan énergétique de la végétation se détaille de la façon suivante :

$$(1 - b) Rn(t) + ku_* z_o [\partial C(t) / \partial z]_{z_o} = (mc LAI + \rho c_p h) \partial T_m(t) / \partial t$$

où  $\partial C / \partial z$  est le gradient vertical d'enthalpie :

$$\partial C(t) / \partial z = \rho c_p \partial T(t) / \partial z + L \partial C_v(t) / \partial z$$

En raisonnant par différence avec les conditions initiales nous aurons :

$$(1 - b) \Delta Rl + ku_* z_o (\partial \Delta C / \partial z)_{z_o} = (mc LAI + \rho c_p h) \partial \Delta T_m / \partial t + 4(1 - b) \varepsilon \sigma T_{so}^{*3} \Delta T_s^*$$

avec :

$$\Delta Rl = (1 - a) \Delta Rg + \varepsilon \Delta Ra$$

$T_{so}^*$  = température radiative de surface à l'instant initial.

Introduisons le rapport  $\beta$  défini par la relation :

$$\beta = P(T_{rs}) / P(T_s)$$

$T_s$  : température de l'air à la surface du couvert végétal ( $z = z_o$ ),

$T_{rs}$  : température de rosée de l'air au même niveau,

$\beta$  est une représentation du potentiel énergétique de la vapeur d'eau au sommet du couvert. L'enthalpie de l'air à ce même niveau s'écrit en fonction de  $\beta$  :

$$C_s = \rho c_p [T_s + (\beta/\gamma) P(T_s)]$$

Si nous supposons que *le rapport  $\beta$  reste constant*, il est alors possible d'établir une relation simple de proportionnalité entre la variation de température  $\Delta T_s$  et la variation d'enthalpie  $\Delta C_s$  au niveau de la surface. En effet :

$$\Delta C_s = \rho c_p (1 + \beta P'/\gamma) \Delta T_s$$

où  $P'$  représente la pente de la courbe  $P(T)$  pour la température de surface à l'instant initial :

$$P' = dP(T_{so}) / dT$$

En première approximation nous assimilerons  $T_s^*$  et  $T_m$  à  $T_s$ . Ce qui nous permettra, compte tenu de la relation précédente, de ne conserver qu'une inconnue, l'enthalpie, dans l'équation du bilan d'énergie :

$$\Delta T_m = \Delta T_s^* = \Delta C_s / \rho c_p (1 + \beta P'/\gamma)$$

Nous conserverons cette hypothèse de la constance de  $\beta$ , qui revient à admettre que le potentiel énergétique de la vapeur d'eau ne varie pas au cours du temps au niveau de la surface.

En fin de compte l'équation du bilan d'énergie peut s'écrire en fonction de la seule inconnue  $\Delta C$  de la façon suivante :

$$(1 - b) \Delta Rl + ku_* z_o (\partial \Delta C / \partial z)_s = A (\partial \Delta C / \partial t)_s + B (\Delta C)_s$$

où les constantes A et B ont pour expressions :

$$A = (mc LAI + \rho c_p h) / \rho c_p (1 + \beta P'/\gamma)$$

$$B = 4(1 - b) \varepsilon \sigma T_{so}^{*3} / \rho c_p (1 + \beta P'/\gamma)$$

**ANNEXE N° 2**

**EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES DIFFÉRENTES SOLUTIONS**

Dans l'expression des solutions analytiques interviennent un certain nombre de fonctions climatiques que nous noterons de la façon suivante :

$r(t) = \Delta RI(t)$  : fonction du temps donnant l'évolution du rayonnement incident absorbé.

$e(t) = \Delta C_H(t)$  : fonction donnant l'évolution au cours du temps de l'enthalpie au niveau de référence H.

$\theta(t) = \Delta T_H(t)$  : fonction donnant la variation de température au niveau H.

A partir de chacune de ces fonctions (notée de façon générique f) nous définirons la fonction IF :

$$IF(x, t) = f(t) - (x^2/t_r) \exp(-x^2t/t_r) \int_0^t f(\tau) \exp(x^2\tau/t_r) d\tau$$

IR correspondra à la fonction r

IE correspondra à la fonction e

I\theta correspondra à la fonction \theta

Nous utiliserons également les fonctions suivantes, combinaisons des fonctions Y et J de Bessel ( $H' = H / z_0$ ) :

$$F(x) = Y_0(2x) J_0(2x\sqrt{H'}) - J_0(2x) Y_0(2x\sqrt{H'})$$

$$G(x) = J_1(2x) Y_0(2x\sqrt{H'}) - Y_1(2x) J_0(2x\sqrt{H'})$$

$$H(x) = J_0(2x) Y_1(2x\sqrt{H'}) - Y_0(2x) J_1(2x\sqrt{H'})$$

$$L(x) = Y_1(2x) J_1(2x\sqrt{H'}) - J_1(2x) Y_1(2x\sqrt{H'})$$

$$M(x) = J_0(2x) Y_1(2x) - Y_0(2x) J_1(2x)$$

Et nous poserons :

$$B' = B/ku_*, \quad A' = A/z_0, \quad z' = z/z_0$$

**1. Paramètres climatiques constants au niveau de référence.**

La solution en enthalpie s'écrit :

$$\Delta C(z, t) = [(1 - b) / ku_*] \left\{ [\ln(H'/z')] / (1 + B' \ln H') \right\} r(t) + \sum_{n=1}^{\infty} N_1(\alpha_n, z') IR(\alpha_n, t) / \alpha_n D_1(\alpha_n)$$

avec :

$$N_1(\alpha_n, z') = Y_0(2\alpha_n\sqrt{H'}) J_0(2\alpha_n\sqrt{z'}) - J_0(2\alpha_n\sqrt{H'}) Y_0(2\alpha_n\sqrt{z'})$$

$$D_1(\alpha_n) = (A' \alpha_n^2 - B') [G(\alpha_n) + \sqrt{H'} H(\alpha_n)] + \alpha_n [(A' - 1) F(\alpha_n) + \sqrt{H'} L(\alpha_n)]$$

Les  $\alpha_n$  sont les racines réelles de l'équation implicite :

$$F_1(x) = (A'x^2 - B') F(x) + x G(x) = 0$$

**2. Flux constants au niveau de référence.**

La solution en enthalpie est :

Les  $\varepsilon_n$  sont les racines réelles de l'équation implicite :

$$F_2(x) = (A'x^2 - B')H(x) + xL(x) = 0$$

### 3. Conditions climatiques variables au niveau de référence.

La solution générale en enthalpie est la somme des deux solutions particulières correspondant à chacune des causes prise séparément. Celle correspondant à une variation des caractéristiques de l'air au niveau de référence est la suivante :

$$\Delta C(z, t) = \left[ \frac{1 + B' \ln z'}{1 + B' \ln H'} \right] e(t) + \sum_{n=1}^{\infty} N_3(\alpha_n, z') IE(\alpha_n, t) / \alpha_n D_3(\alpha_n)$$

$$N_3(\alpha_n, z') = \left[ \alpha_n J_1(2\alpha_n) + (B' - A' \alpha_n^2) J_0(2\alpha_n) \right] Y_0(2\alpha_n \sqrt{z'}) -$$

$$\left[ \alpha_n Y_1(2\alpha_n) + (B' - A' \alpha_n^2) Y_0(2\alpha_n) \right] J_0(2\alpha_n \sqrt{z'})$$

$$D_3(\alpha_n) = D_1(\alpha_n)$$

Les  $\alpha_n$  sont les racines réelles de l'équation  $F_1(x) = 0$ .

La solution générale en température est également la somme des deux solutions particulières correspondant l'une à une variation de rayonnement, l'autre à une variation des caractéristiques de l'air. Les expressions analytiques correspondantes, relativement compliquées, figurent dans la référence (Lhomme, 1981).

### LISTE DE SYMBOLES

a	Albédo
A	Coefficient (figurant dans la relation 9)
b	Coefficient de proportionnalité entre $R_n$ et $\phi_0$
B	Coefficient (figurant dans la relation 9)
C	Enthalpie spécifique de l'air
$c_p$	Chaleur massique de l'air à pression constante ( $J \text{ kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
D	Hauteur de déplacement du plan de référence aérodynamique (m)
H	Hauteur de référence climatique (m)
h	Hauteur du couvert végétal (m)
K(z)	Diffusivité turbulente au niveau z ( $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ )
k	Constante de Karman (0,40)
L	Chaleur latente de vaporisation de l'eau ( $J \text{ kg}^{-1}$ )
LAf	Leaf Area Index, indice de surface foliaire totale
mc	Capacité calorifique du couvert par unité de surface foliaire
p(z)	Pression partielle de vapeur d'eau de l'air au niveau z (Pa)
P(T)	Pression de vapeur saturante à la température T (Pa)
P'	Pente de la courbe de pression de vapeur saturante en fonction de la température
Q	Quantité de chaleur emmagasinée par le couvert végétal ( $J \text{ m}^{-2}$ )
Ra	Rayonnement atmosphérique ( $W \text{ m}^{-2}$ )
Rg	Rayonnement global ( $W \text{ m}^{-2}$ )
R <sub>i</sub>	Rayonnement incident global ( $W \text{ m}^{-2}$ )



t	Temps (s)
$t_r$	Temps de référence = $z_o/k u_*$ (s)
$u_*$	Vitesse de frottement ( $m s^{-1}$ )
$z_o$	Hauteur de rugosité (m)
z	Hauteur (m)
$\beta$	Paramètre définissant le potentiel hydrique de l'air à la surface du couvert végétal
$\gamma$	Constante psychrométrique
$\varepsilon$	Émissivité du couvert végétal
$\rho$	Masse volumique de l'air ( $kg m^{-3}$ )
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzman
$\Delta$	Symbole se rapportant à une grandeur A et désignant la différence : $\Delta A = A(t) - A(0)$
$\phi_o$	Flux conductif de chaleur à la surface du sol ( $W m^{-2}$ )
$\phi_s$	Flux convectif de chaleur sensible ( $W m^{-2}$ )
$\phi_L$	Flux convectif de chaleur latente (évapotranspiration, $W m^{-2}$ )

---

## RÉFÉRENCES

- PHILIP, J.R., 1964 : Sources and transfer processes in the air layers occupied by vegetation. *J. Appl. Meteor.*, 3, pp. 390-395.
- PERRIER, A., 1976 : Étude et essai de modélisation des échanges de masse et d'énergie au niveau des couverts végétaux. Thèse de Doctorat d'État, Université de Paris VI, 236 p.
- LHOMME, J.P., 1981 : Le fonctionnement de l'atmosphère au niveau de son interface avec une végétation. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Paris VI, 66 p. + annexes.
- LHOMME, J.P., et B. MONTENY, 1982 : Présentation d'une formule pratique d'estimation de l'évaporation potentielle conforme aux nouvelles recommandations internationales. *Arch. Meteor. Géophys. Bioklim.*, Ser. B., 30, pp. 253-260 (p. 257).

★

(Reçu le 10 mars 1983  
et, après révision, le 21 juin 1983)

