N O T I O N D'A G R O S Y S T E M E

PREMIERE PARTIE

NOTION DE BASE ET NOTIONS DERIVEES

METHODE D'ETUDE

ANNEXE

REALISATION DES PRINCIPAUX TESTS STATISTIQUES
NECESSAIRES AUX ETUDES SUR LES AGROSYSTEMES

par

B. BONZON et J. DEJARDIN

Septembre 83

ANNEXE 1.

REALISATION DES PRINCIPAUX TESTS STATISTIQUES NECESSAIRES AUX ETUDES SUR LES AGROSYSTEMES

Pages.

A N N E X E 1.

REALISATION DES PRINCIPAUX TESTS STATISTIQUES NECESSAIRES A l'ETUDE DES AGROSYSTEMES.

Les fonctions statistiques sur lesquelles reposent les tests utilisés pour caractériser un agrosystème, comparer deux ou plusieurs agrosystèmes, s'assurer des effets de facteurs de variations contrôlés sur un agrosystème, sont toutes des fonctions transcendantes.

Leur application requiert donc la disposition, soit des tables établies par calcul numérique et donnant leurs valeurs en fonction de celles de leurs variables (la variable réduite, un nombre de degrés de liberté,... etc), soit de formules approchées, programmables, donnant directement ces valeurs en fonction des mêmes variables.

Dans la mesure où les moyens de calculs dont on dispose le permettent, l'utilisation des formules est évidemment préférable : une réalisation automatique des tests devient possible.

Les formules rappelées ci-après ne sont pas uniques. Elles proviennent, pour une part, du formulaire "Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables" édité par Milton ABRAMOWITZ et Irène A. SEGUN (cinquième édition, 1968) chez DOVER PUBLICATIONS, inc. New York.

1 - DETERMINATION DE LA FREQUENCE RELATIVE CUMULEE THEORIQUE D'UNE VARIABLE DISTRIBUEE NORMALEMENT.

Lorsque l'on entreprend de tester la normalité des distributions des caractéristiques observées d'un agrosystème, la première fonction dont on ait besoin est la fonction de répartition ϕ (t).

Pour mémoire, cette fonction donne la fréquence relative cumulée théorique correspondant à une valeur t de la variable réduite normale.

Si U est la variable observée, supposée distribuée normalement, $\bar{u}$ sa moyenne observée, s_u l'écart type observé de sa distribution, on peut écrire :

$$t_{obs} = (u_i - \bar{u})/s_u \qquad (1)$$

$$\phi\,(t_{obs}) = \int_{-\infty}^{t} (1/\sqrt{2\pi}).e^{-t^2/2}.dt \qquad (2)$$

1.1. Détermination de la valeur de $\Phi(t)$, correspondant à t observée à l'aide de la table de la fonction de répartition.

Φ (t) étant une fonction transcendante, des tables ont été dressées donnant ses valeurs en fonction d'un certain nombre de valeurs de t : confer, par exemple, la table 1 à la fin de l'annexe.

Ayant calculé t_{obs} à l'aide de la formule (1) ci-dessus et faisant l'hypothèse qu'elle est distribuée normalement, on détermine à l'aide de cette ou ces tables , directement ou par interpolation, la valeur correspondante approchée de Φ (t).

Par exemple pour t = 2.325, Φ (t) = 0.98997

1.2. Détermination de la valeur de Φ (t) à l'aide de la meilleure approximation de HASTINGS.

Mais on peut aussi déterminer avec une bonne précision la valeur de Φ (t) avec la "meilleure approximation de HASTINGS" (erreur inférieure à 7.5 . 10^{-8}) :

$$\Phi(t) \simeq 1 - (1/\sqrt{2\pi}).e^{-t^2/2}.(\delta_1.\lambda + \delta_2.\lambda^2 + \delta_3.\lambda^3 + \delta_4.\lambda^4 + \delta_5.\lambda^5) \quad (3)$$

avec

$$\lambda = 1 / (1 + \gamma.t) \quad (4)$$

et

$$\begin{array}{llll} \gamma & = 0,2316419 & \delta_3 & = 1,781477937 \\ \delta_1 & = 0,319381530 & \delta_4 & = -1,821255978 \\ \delta_2 & = -\ 0,356563782 & \delta_5 & = 1,330274429 \end{array} \quad (5)$$

2 - DETERMINATION DE LA PROBABILITE α ATTACHEE A L'APPARITION D'UNE VALEUR SUPERIEURE A LA VALEUR OBSERVEE D'UNE VARIABLE REDUITE.

La variable réduite

$$t = (u_i - \bar{u}) / s_u$$

utilisée au paragraphe précédent pour estimer la fréquence relative cumulée théorique de la distribution observée ne peut être, en réalité, considérée comme suivant la loi normale réduite que lorsque le nombre d'observations n est suffisamment élevé (pratiquement $n \geqslant 30$).

Plus exactement, quel que soit n, elle suit une loi de STUDENT-FISHER qui est d'autant plus proche de la loi normale réduite que n est élevé.

2.1. Situations où $n \geqslant 30$.

Lorsque $n \geqslant 30$ et que l'on peut donc considérer que t est distribuée selon la loi normale réduite, la probabilité α de retrouver, en valeur absolue, une valeur de t au moins égale à la valeur observée peut être estimée par la fonction P (t).

$$P(t) = 1 - \int_{-t}^{+t} (1/\sqrt{2\pi}).e^{-t^2/2}.dt = 2\left[1-\Phi(t)\right] \qquad (6)$$

2.1.1. Détermination de α à l'aide des tables de P (t).

Utilisant la relation $P(t) = 2\left[1-\Phi(t)\right]$, des tables des valeurs de P (t) ont été dressées à partir de celles de Φ (t).

Confer, par exemple, les tables 2 à la fin de l'annexe.

Ces tables sont utilisées en fait pour déterminer, directement ou par interpolation,

. soit la probabilité α de retrouver, en valeur absolue, une valeur égale ou supérieure à la valeur t observée d'une variable réduite normale, ou la probabilité $(1-\alpha)$ que cette valeur observée soit différente de zéro,

. soit la valeur théorique t_α qui doit atteindre t observée pour être significativement différente de zéro au seuil $(1-\alpha)$ ou avoir la possibilité α d'être dépassée.

Par exemple pour $t_{obs} = 2.325$, $\alpha = 0{,}02006$.

2.1.2. Détermination de α à l'aide de la meilleure approximation de HASTINGS de la fonction Φ (t).

Mais, utilisant toujours la relation $P(t) = 2\left[1-\Phi(t)\right]$, on peut aussi déterminer P (t) à l'aide de la meilleure approximation de HASTINGS concernant Φ (t) rappelée ci-dessus au paragraphe 1.2.

2.2. Situations où $n < 30$.

Lorsque $n < 30$ - ou d'une façon générale, lorsque l'on désire plus de précision sur la probabilité α de retrouver, en valeur absolue, une valeur de t au moins égale à la valeur observée - on doit, comme indiqué au début du paragraphe, tenir compte du fait que t est distribuée selon une loi de STUDENT-FISHER. La probabilité α est alors donnée par

$$P'(t) = 2|1-\int_{-\infty}^{t} f(t).dt| = 2|1-\int_{-\infty}^{t} c.(1+t^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}.dt| \qquad (7)$$

formule dans laquelle ν est le nombre de degrés de liberté de t, c'est-à dire celui de s_u, et c une constante liée à ν par la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t).\, dt = 1 \qquad (8)$$

2.2.1. Détermination de $\alpha = P'(t)$ à l'aide de la table de la distribution de STUDENT-FISHER.

Comme pour le cas où t est distribuée normalement (cf paragraphe 2.1.1. ci-dessus), des tables ont été établies donnant, directement ou par interpolation, mais en fonction aussi cette fois du nombre ν de degrés de liberté de t observée,

. soit la probabilité α de retrouver, en valeur absolue, une valeur égale ou supérieure à la valeur t observée à ν degrés de liberté, ou la probabilité $(1-\alpha)$ que cette valeur observée soit différente de zéro,

. soit la valeur théorique $t_{(\alpha,\nu)}$ que doit atteindre t observée à ν degrés de liberté pour être significativement différente de zéro au seuil $(1-\alpha)$, ou avoir la probabilité α d'être dépassée.

Confer la table 3 à la fin de l'annexe.

2.2.2. Détermination de P'(t) à l'aide de la formule de Milton-ABRAMOWITZ et Irène A. SEGUN.

Comme pour P (t), il est possible aussi d'estimer par des formules approchées la valeur de P'(t) en fonction de t et de ν . En ce qui nous concerne, nous avons tiré l'ensemble suivant de l'ouvrage d'ABRAMOWITZ et SEGUN déjà cité:

$$P'(t) = 1 - A\,(t,\nu) \qquad (9)$$

avec, en posant

$$\Theta = \arctan\,(t/\sqrt{\nu}) \qquad (10)$$

1 - si $\nu = 1$:

$$A(t,1) = (2/\pi).\Theta \qquad (11)$$

2 - si $\nu > 1$, mais impair :

$$A(t,\nu) = (2/\pi).\Big\{ \theta + \sin\theta\Big[\cos\theta + \frac{2}{3}.\cos^3\theta + \frac{2.4}{3.5}.\cos^5\theta + \ldots \\ \ldots + \frac{2.4.\ldots.(\nu-3)}{3.5.\ldots.(\nu-2)}.\cos^{(\nu-2)}\theta\Big]\Big\} \qquad (12)$$

3 - si $\nu > 1$ mais pair :

$$A(t,\nu) = \sin\theta.\Big\{ 1 + \frac{1}{2}.\cos^2\theta + \frac{1.3}{2.4}.\cos^4\Theta + \ldots \\ \ldots + \frac{1.3.5.\ldots.(\nu-3)}{2.4.6.\ldots.(\nu-2)}.\cos^{(\nu-2)}\Theta\Big\} \qquad (13)$$

3 - DETERMINATION DE LA PROBABILITE $\propto$ ATTACHEE A L'APPARITION D'UNE VALEUR SUPERIEURE A CELLE DU RAPPORT DE DEUX VARIANCES OBSERVEES.

Lorsque l'on compare deux variances observées, par exemple s^2_{1u} et s^2_{2u} estimées respectivement avec $\nu_1 = (n_1-1)$ et $\nu_2=(n_2-1)$ degrés de liberté et telles que $s_1^2 > s_2^2$, naturellement ou théoriquement, on utilise la propriété du rapport

$$F = s^2_{1u} \;/\; s^2_{2u} \qquad (14)$$

d'être distribué selon une loi de FISHER-SNEDECOR à ν_1 et ν_2 degrés de liberté.

La probabilité $\propto$ de retrouver une valeur de ce rapport au moins égale à celle observée est alors donnée par la fonction

$$\propto(F) = 1-\int_0^F f(F).dF = 1-\int_0^F c.F^{(\nu_1/2)-1}.(\nu_1 F + \nu_2)^{-(\nu_1+\nu_2)/2}.dF \qquad (15)$$

formule dans laquelle c est une constante telle que

$$\int_0^\infty f\,(F).\,dF = 1 \qquad (16)$$

3.1. Détermination de α à l'aide des tables de FISHER-SNEDECOR

Comme les précédentes, α (F) est une fonction transcendante.

Les tables qui en ont été dressées donnent en fait, pour différents seuils de α (α = 0.05, α = 0.01, ... etc), les valeurs correspondantes de F en fonction de ν_1 et ν_2.

Confer les tables 4 à la fin de l'annexe.

Par exemple, une valeur observée de F de 4.1, avec respectivement $\nu_1 = 3$ et $\nu_2 = 16$, a une probabilité située entre α = 0.05 ($F_{(0,05,\ 3,\ 16)} = 3,24$ et 0,01 ($F_{(0,01,\ 3,\ 16)} = 5,29$) d'être retrouvée. On peut dire aussi que l'on a une probabilité (1 - α) comprise entre 0,95 et 0,98 de retrouver des valeurs de F inférieures à 4,1.

3.2. Détermination approchée de α (F) à l'aide des formules d'ABRAMOWITZ et SEGUN.

D'après ABRAMOWITZ et SEGUN on peut estimer α (F) à l'aide des formules suivantes :

1°/ - si l'un des deux nombres, ν_1 ou ν_2, ou si les deux sont pairs, en posant

$$x = \nu_2 \ / \ (\nu_2 + \nu_1 . F) \qquad (17)$$

a - si ν_1 est pair et ν_2 impair, ou ν_2 pair mais supérieur à ν_1

$$\alpha = x^{\nu_2/2} \cdot \left[1 + \frac{\nu_2}{2} \cdot (1-x) + \frac{\nu_2 . (\nu_2+2)}{2.4} . (1-x)^2 + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{\nu_2 . (\nu_2+2) \ldots . (\nu_2+\nu_1-4)}{2.4 \ldots\ldots\ldots (\nu_1-2)} . (1-x)^{(\nu_1-2)/2} \right] \qquad (18)$$

b - si ν_2 est pair et ν_1 impair, ou ν_1 pair mais supérieur à ν_2

$$\alpha = 1 - (1-x)^{\nu_1/2} \left[1 + \frac{\nu_1}{2} \cdot x + \frac{\nu_1(\nu_1+2)}{2.4} \cdot x^2 + \cdots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{\nu_1(\nu_1+2) \ \ldots \ (\nu_1+\nu_2-4)}{2.4 \ \ldots\ldots\ldots \ (\nu_2-2)} \cdot x^{(\nu_2-2)/2} \right] \qquad (19)$$

2°/ - si les deux nombres ν_1 et ν_2 sont impairs, en posant

$$\Theta = \arctan \sqrt{(\nu_1/\nu_2)}.F \qquad (20)$$

$$\alpha = 1-A(t,\nu_2) + \beta(\nu_1,\nu_2) \qquad (21)$$

avec

$$A(t_{\nu},\nu_2) = (2/\Pi)\ \{\Theta+\sin\Theta \left[\cos\Theta + \frac{2}{3}\cos^3\Theta + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + \frac{2.4.\dots(\nu_2-3)}{3.5.\dots(\nu_2-2)} \cdot \cos^{(\nu_2-2)}\Theta \right] \} \qquad (22)$$

et

$$\beta.(\nu_1,\nu_2) = (2/\sqrt{\Pi})\ \{\left[(\nu_2-1)/2\right]! \ / \ \left[(\nu_1-1)/2\right]!\} \sin\Theta \cos^{\nu_2}\Theta\ \{1+\cdots$$

$$\cdots + \frac{(\nu_2+1)}{3} \cdot \sin^2\Theta + \cdots + \frac{(\nu_2+1)(\nu_2+3)\dots(\nu_2+\nu_1-4)}{3.5\ \dots\dots\dots(\nu_1-2)} \cdot \sin^{(\nu_1-3)}\Theta\} \qquad (23)$$

$$(A(t_{\nu},\nu_2) = \frac{2\Theta}{\Pi} \text{ si } \nu_2 = 1 \text{ et } \beta(\nu_1,\nu_2) = 0 \text{ si } \nu_1 = 1)$$

4 - DETERMINATION DE LA PROBABILITE α ATTACHEE A L'APPARITION D'UNE VALEUR DE χ^2 SUPERIEURE A CELLE OBSERVEE.

Lorsque l'on utilise la fonction χ^2 (pour tester l'homogénéité de plusieurs variances à l'aide du test de BARTLETT, par exemple), la probabilité $\alpha = P\ (\chi^2)$ de retrouver une valeur de χ^2 au moins égale à la valeur observée avec ν degrés de liberté est donnée par :

$$\nu = 1 - \int_0^{\chi^2} c.\ (\chi^2)^{(\nu-2)/2}.e^{-\chi^2/2}.\ d\chi^2 \qquad (24)$$

4.1. Détermination de α à l'aide des tables de χ^2

La fonction P (χ^2) étant encore une fois une fonction transcendante les tables qui en ont été dressées donnent en fait les valeurs critiques de χ^2 pour différentes valeurs de ν à différents seuils α (0.05, 0.01, ... etc).

Confer la table 5 à la fin de l'annexe.

Par exemple pour $\nu = 4, \chi^2_{0,05} = 9{,}49$

Ces tables ont été établies, en fait, pour des nombres de degrés de liberté compris entre 1 et 30. Pour $\nu > 30$ on peut considérer, en effet, que

$$t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu-1} \qquad (24)$$

ou

$$t = \{\sqrt[3]{\chi^2/\nu} - (1-2/9.\nu)\} / \sqrt{2/9\nu} \qquad (25)$$

suivent la loi normale réduite (la formule 24 est à utiliser de préférence pour $\nu \geqslant 100$, la formule 25 pour $100 > \nu > 30$). Dans ces conditions on peut donc tester χ^2 en calculant t et en comparant cette valeur observée à 1,96, 2.58 ou 3.29 (valeurs critiques de t_α normale aux seuils α = 0.05, 0.01 et 0.001). On peut aussi dans ces cas déterminer la probabilité P (t) attachée à t observée, à l'aide de la formule donnée au paragraphe 212.

4.2. Détermination de α quelque soit ν à l'aide de formules approchées.

Quelque soit ν, et surtout pour $\nu < 30$, on peut aussi utiliser les formules approchées suivantes :

$$\alpha = 1-(2.\chi^2/\nu).\left[(\chi^2)^{(\nu-2)/2}/2^{\nu/2}.\Gamma(\nu/2).e^{\nu/2}\right].S(\chi^2,\nu) \qquad (26)$$

avec

$$\Gamma(\nu/2) = \left[(\nu-2)/2\right]! \quad \text{si} \quad \nu \quad \text{est pair} \qquad (27)$$

$$\Gamma(\nu/2) = (\nu/2-1)(\nu/2-2)\ldots(1/2).\sqrt{\Pi} \text{ si } \nu \text{ est impair} \qquad (28)$$

$$S(\chi^2,\nu) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[(\chi^2)^k/(\nu+2)(\nu+4)\ldots(\nu+2k)\right] \qquad (29)$$

La quantité S (χ^2,ν) est en fait calculée de façon approchée : on s'arrête, par exemple, sur k = n lorsque

$$S_{n+1} - S_n < 10^{-6} \qquad (30)$$

TABLES DES VALEURS CRITIQUES
DES PRINCIPALES FONCTIONS STATISTIQUES.

1. TABLE DE LA FONCTION DE REPARTITION DE LA VARIABLE NORMALE REDUITE.

$$\Phi\ (t) = \int_{\infty}^{t} (1/\sqrt{2\Pi}).e^{-t^2/2}.dt$$

(pour t compris entre 0 et 3,99 et croissant par pas de 0,01)

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997

Exemple : $\Phi(t)$ = 0,98997 pour t = 2,325.

2. VALEURS CRITIQUES t_α DE LA VARIABLE NORMALE REDUITE POUR DIFFERENTS SEUILS DE PROBABILITE α

$$\alpha = P(t_\alpha) = 2\left[1-\int_{\infty}^{t_\alpha} (1/\sqrt{2\Pi}).e^{-t^2/2}.dt\right]$$

1 - α *		0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
	α *	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
0,90	0,00	2,575829	2,326348	2,170090	2,053749	1,959964	1,880794	1,811911	1,750686	1,695398	1,644854
0,80	0,10	1,598193	1,554774	1,514102	1,475791	1,439521	1,405072	1,372204	1,340755	1,310579	1,281552
0,70	0,20	1,253565	1,226528	1,200359	1,174987	1,150349	1,126391	1,103063	1,080319	1,058122	1,036433
0,60	0,30	1,015222	0,994458	0,974114	0,954165	0,934589	0,915365	0,896473	0,877896	0,859617	0,841621
0,50	0,40	0,823894	0,806421	0,789192	0,772193	0,755415	0,738847	0,722479	0,706303	0,690309	0,674490
0,40	0,50	0,658838	0,643345	0,628006	0,612813	0,597760	0,582841	0,568051	0,553385	0,538836	0,524401
0,30	0,60	0,510073	0,495850	0,481727	0,467699	0,453762	0,439913	0,426148	0,412463	0,398855	0,385320
0,20	0,70	0,371856	0,358459	0,345125	0,331853	0,318639	0,305481	0,292375	0,279319	0,266311	0,253347
0,10	0,80	0,240426	0,227545	0,214702	0,201893	0,189118	0,176374	0,163658	0,150969	0,138304	0,125661
0,00	0,90	0,113039	0,100434	0,087845	0,075270	0,062707	0,050154	0,037608	0,025069	0,012533	0,000000

1 - α	0,999	0,9999	0,99999	0,999999	0,9999999	0,99999999	0,999999999
α	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	0,0000001	0,00000001	0,000000001
t	3,29053	3,89059	4,41717	4,89164	5,32672	5,73073	6,10941

* N.B. Pour une valeur donnée de t les probabilités α et (1-α) s'obtiennent en additionnant les nombres inscrits dans les marges correspondantes.

Ex. : pour t = 1.554774, α = 0.10+0.02=0.12 ; (1-α) = 0.80 + 0.08 = 0.88.

3. VALEURS CRITIQUES t_α DE LA VARIABLE REDUITE, LORSQU'ELLE EST DISTRIBUEE SELON UNE LOI DE STUDENT-FISHER, POUR DIFFERENTS SEUILS DE PROBABILITE α.

$$\alpha = P'(t_\alpha,\nu) = 2\left[1- \int_{-\infty}^{t_\alpha} c.(1+t^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}.dt\right]$$

ν \ α	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,12566	0,25335	0,38532	0,52440	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32635	2,57583

Exemple : pour ν= 16 et α = 0,05, t_α = 2.120

4.1. - VALEURS CRITIQUES F_α DE LA VARIABLE DE SNEDECOR AU SEUIL DE PROBABILITE $\alpha = 0.05$.

$$0.05 = P(F_{0.05}, \nu_1, \nu_2) = 1 - \int_0^{F_{0.05}} C.F^{(\nu_1/2)-1}.(\nu_1.F+\nu_2)^{-(\nu_1+\nu_2)/2}.dF$$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	200	500	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	246	248	250	252	253	254	254	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,62	8,58	8,55	8,54	8,53	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,75	5,70	5,66	5,65	5,64	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,50	4,44	4,41	4,39	4,37	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,81	3,75	3,71	3,69	3,68	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,38	3,32	3,27	3,25	3,24	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,08	3,02	2,97	2,95	2,94	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,86	2,80	2,76	2,73	2,72	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,70	2,64	2,59	2,56	2,55	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65	2,57	2,51	2,46	2,43	2,42	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54	2,47	2,40	2,35	2,32	2,31	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46	2,38	2,31	2,26	2,23	2,22	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39	2,31	2,24	2,19	2,16	2,14	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,25	2,18	2,12	2,10	2,08	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,35	2,28	2,19	2,12	2,07	2,04	2,02	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,31	2,23	2,15	2,08	2,02	1,99	1,97	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,27	2,19	2,11	2,04	1,98	1,95	1,93	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,23	2,16	2,07	2,00	1,94	1,91	1,89	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	2,04	1,97	1,91	1,88	1,86	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,15	2,07	1,98	1,91	1,85	1,82	1,80	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,11	2,03	1,94	1,86	1,80	1,77	1,75	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,07	1,99	1,90	1,82	1,76	1,73	1,71	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,04	1,96	1,87	1,79	1,73	1,69	1,67	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,01	1,93	1,84	1,76	1,70	1,66	1,64	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,74	1,66	1,59	1,55	1,53	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,87	1,78	1,69	1,60	1,52	1,48	1,46	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,65	1,56	1,48	1,44	1,41	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,79	1,70	1,60	1,51	1,43	1,38	1,35	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,77	1,68	1,57	1,48	1,39	1,34	1,31	1,28
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,72	1,62	1,52	1,41	1,32	1,26	1,22	1,19
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,69	1,59	1,48	1,38	1,28	1,21	1,16	1,11
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,46	1,35	1,24	1,17	1,11	1,00

Exemple : $F_{(\alpha,\nu_1\nu_2)} = F_{(0.05,\ 3,\ 16)} = 3.24$

4.2. - VALEURS CRITIQUES F_α DE LA VARIABLE DE SNEDECOR AU SEUIL DE PROBABILITE $\alpha = 0.01$.

$$0.01 = P(F_{0.01}, \nu_1, \nu_2) = 1 - \int_0^{F_{0.01}} c.F^{(\nu_1/2)-1}.(\nu_1.F + \nu_2)^{-(\nu_1+\nu_2)/2}.dF$$

Les valeurs de la première ligne ($\nu_2 = 1$) doivent être multipliées par 10.

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	200	500	∞
1	*405*	*500*	*540*	*563*	*576*	*586*	*593*	*598*	*602*	*606*	*616*	*621*	*626*	*630*	*633*	*635*	*636*	*637*
2	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	26,9	26,7	26,5	26,4	26,2	26,2	26,1	26,1
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,2	14,0	13,8	13,7	13,6	13,5	13,5	13,5
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,72	9,55	9,38	9,24	9,13	9,08	9,04	9,02
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,56	7,40	7,23	7,09	6,99	6,93	6,90	6,88
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,31	6,16	5,99	5,86	5,75	5,70	5,67	5,65
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,52	5,36	5,20	5,07	4,96	4,91	4,88	4,86
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	4,96	4,81	4,65	4,52	4,42	4,36	4,33	4,31
10	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,56	4,41	4,25	4.12	4,01	3,96	3,93	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,25	4,10	3,94	3,81	3,71	3,66	3,62	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,01	3,86	3,70	3,57	3,47	3,41	3,38	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,82	3,66	3,51	3,38	3,27	3,22	3,19	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,70	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,66	3,51	3,35	3,22	3,11	3,06	3,03	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,52	3,37	3,21	3,08	2,98	2,92	2,89	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,41	3,26	3,10	2,97	2,86	2,81	2,78	2,75
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,31	3,16	3,00	2,87	2,76	2,71	2,68	2,65
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,23	3,08	2,92	2,78	2,68	2,62	2,59	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,15	3,00	2,84	2,71	2,60	2,55	2,51	2,49
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,09	2,94	2,78	2,64	2,54	2,48	2,44	2,42
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	2,98	2,83	2,67	2,53	2,42	2,36	2,33	2,31
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	2,89	2,74	2,58	2,44	2,33	2,27	2,24	2,21
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	2,82	2,66	2,50	2,36	2,25	2,19	2,16	2,13
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,75	2,60	2,44	2,30	2,19	2,13	2,09	2,06
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,70	2,55	2,39	2,25	2,13	2,07	2,03	2,01
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,52	2,37	2,20	2,06	1,94	1,87	1,83	1,80
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,79	2,70	2,42	2,27	2,10	1,95	1,82	1,76	1,71	1,68
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,35	2,20	2,03	1,88	1,75	1,68	1,63	1,60
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,27	2,12	1,94	1,79	1,66	1,58	1,53	1,49
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,22	2,07	1,89	1,73	1,60	1,52	1,47	1,43
200	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,89	2,73	2,60	2,50	2,41	2,13	1,97	1,79	1,63	1,48	1,39	1,33	1,28
500	6,69	4,65	3,82	3,36	3,05	2,84	2,68	2,55	2,44	2,36	2,07	1,92	1,74	1,56	1,41	1,31	1,23	1,16
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,04	1,88	1,70	1,52	1,36	1,25	1,15	1,00

Exemple : $F_{(\alpha,\nu_1,\nu_2)} = F_{(0.01,\ 3,16)} = 5.29$.

4.3. - VALEURS CRITIQUES F_α DE LA VARIABLE DE SNEDECOR AU SEUIL DE PROBABILITE α = 0.001.

$$0.001 = P(F_{0.001}, \nu_1, \nu_2) = 1 - \int_0^{F_{0.001}} C.F.^{(\nu_1/2)-1}.(\nu_1.F+\nu_2)^{-(\nu_1+\nu_2)/2}.dF.$$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	200	500	[illegible]
	Les valeurs de la première ligne (ν_2 = 1) doivent être multipliées par 1.000.																	
1	*405*	*500*	*540*	*562*	*576*	*586*	*593*	*598*	*602*	*606*	*616*	*621*	*626*	*630*	*633*	*635*	*636*	*637*
2	998	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
3	168	148	141	137	135	133	132	131	130	129	127	126	125	125	124	124	124	124
4	74,1	61,2	56,2	53,4	51,7	50,5	49,7	49,0	48,5	48,0	46,8	46,1	45,4	44,9	44,5	44,3	44,1	44,0
5	47,0	36,6	33,2	31,1	29,8	28,8	28,2	27,6	27,2	26,9	25,9	25,4	24,9	24,4	24,1	23,9	23,8	23,8
6	35,5	27,0	23,7	21,9	20,8	20,0	19,5	19,0	18,7	18,4	17,6	17,1	16,7	16,3	16,0	15,9	15,8	15,8
7	29,2	21,7	18,8	17,2	16,2	15,5	15,0	14,6	14,3	14,1	13,3	12,9	12,5	12,2	11,9	11,8	11,7	11,7
8	25,4	18,5	15,8	14,4	13,5	12,9	12,4	12,0	11,8	11,5	10,8	10,5	10,1	9,80	9,57	9,46	9,39	9,34
9	22,9	16,4	13,9	12,6	11,7	11,1	10,7	10,4	10,1	9,89	9,24	8,90	8,55	8,26	8,04	7,93	7,86	7,81
10	21,0	14,9	12,6	11,3	10,5	9,92	9,52	9,20	8,96	8,75	8,13	7,80	7,47	7,19	6,98	6,87	6,81	6,76
11	19,7	13,8	11,6	10,4	9,58	9,05	8,66	8,35	8,12	7,92	7,32	7,01	6,68	6,41	6,21	6,10	6,04	6,00
12	18,6	13,0	10,8	9,63	8,89	8,38	8,00	7,71	7,48	7,29	6,71	6,40	6,09	5,83	5,63	5,52	5,46	5,42
13	17,8	12,3	10,2	9,07	8,35	7,86	7,49	7,21	6,98	6,80	6,23	5,93	5,62	5,37	5,17	5,07	5,01	4,97
14	17,1	11,8	9,73	8,62	7,92	7,43	7,08	6,80	6,58	6,40	5,85	5,56	5,25	5,00	4,80	4,70	4,64	4,60
15	16,6	11,3	9,34	8,25	7,57	7,09	6,74	6,47	6,26	6,08	5,53	5,25	4,95	4,70	4,51	4,41	4,35	4,31
16	16,1	11,0	9,00	7,94	7,27	6,81	6,46	6,19	5,98	5,81	5,27	4,99	4,70	4,45	4,26	4,16	4,10	4,06
17	15,7	10,7	8,73	7,68	7,02	6,56	6,22	5,96	5,75	5,58	5,05	4,78	4,48	4,24	4,05	3,95	3,89	3,85
18	15,4	10,4	8,49	7,46	6,81	6,35	6,02	5,76	5,56	5,39	4,87	4,59	4,30	4,06	3,87	3,77	3,71	3,67
19	15,1	10,2	8,28	7,26	6,61	6,18	5,84	5,59	5,39	5,22	4,70	4,43	4,14	3,90	3,71	3,61	3,55	3,51
20	14,8	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,69	5,44	5,24	5,08	4,56	4,29	4,01	3,77	3,58	3,48	3,42	3,38
22	14,4	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,44	5,19	4,99	4,83	4,32	4,06	3,77	3,53	3,34	3,25	3,19	3,15
24	14,0	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	5,23	4,99	4,80	4,64	4,14	3,87	3,59	3,35	3,16	3,07	3,01	2,97
26	13,7	9,12	7,36	6,41	5,80	5,38	5,07	4,83	4,64	4,48	3,99	3,72	3,45	3,20	3,01	2,92	2,86	2,82
28	13,5	8,93	7,19	6,25	5,66	5,24	4,93	4,69	4,50	4,35	3,86	3,60	3,32	3,08	2,89	2,79	2,73	2,70
30	13,3	8,77	7,05	6,12	5,53	5,12	4,82	4,58	4,39	4,24	3,75	3,49	3,22	2,98	2,79	2,69	2,63	2,59
40	12,6	8,25	6,60	5,70	5,13	4,73	4,43	4,21	4,02	3,87	3,40	3,15	2,87	2,64	2,44	2,34	2,28	2,23
50	12,2	7,95	6,34	5,46	4,90	4,51	4,22	4,00	3,82	3,67	3,20	2,95	2,68	2,44	2,24	2,14	2,07	2,03
60	12,0	7,76	6,17	5,31	4,76	4,37	4,09	3,87	3,69	3,54	3,08	2,83	2,56	2,31	2,11	2,01	1,93	1,89
80	11,7	7,54	5,97	5,13	4,58	4,21	3,92	3,70	3,53	3,39	2,93	2,68	2,40	2,16	1,95	1,84	1,77	1,72
100	11,5	7,41	5,85	5,01	4,48	4,11	3,83	3,61	3,44	3,30	2,84	2,59	2,32	2,07	1,87	1,75	1,68	1,62
200	11,2	7,15	5,64	4,81	4,29	3,92	3,65	3,43	3,26	3,12	2,67	2,42	2,15	1,90	1,68	1,55	1,46	1,39
500	11,0	7,01	5,51	4,69	4,18	3,82	3,54	3,33	3,16	3,02	2,58	2,33	2,05	1,80	1,57	1,43	1,32	1,23
∞	10,8	6,91	5,42	4,62	4,10	3,74	3,47	3,27	3,10	2,96	2,51	2,27	1,99	1,73	1,49	1,34	1,21	1,00

Exemple : $F_{(\alpha,\nu_1,\nu_2)} = F_{(0.001,3,\ 16)} = 9.00$

5 - VALEURS CRITIQUES $\chi^2\alpha$ DE LA VARIABLE χ^2 DE PEARSON POUR DIFFERENTS SEUILS DE PROBABILITE α

$$\alpha = P(\chi^2_\alpha, \nu) = 1-\int_0^{\chi^2_\alpha} c.(\chi^2)^{(\nu-2)/2}.\ e^{-\chi^2/2}.d\chi^2$$

ν \ α	0,990	0,975	0,950	0,900	0,500	0,100	0,050	0,025	0,010
1	—	—	—	0,02	0,46	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,05	0,10	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,12	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,30	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,55	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,20	5,35	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,47
8	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	2,70	3,33	4,17	8,34	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,25	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	3,82	4,57	5,58	10,34	17,27	19,67	21,92	24,72
12	3,57	4,40	5,23	6,30	11,34	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	12,34	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	5,63	6,57	7,79	13,34	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	14,34	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	6,91	7,96	9,31	15,34	23,54	26,30	28,84	32,00
17	6,41	7,56	8,67	10,08	16,34	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	8,23	9,39	10,86	17,34	25,99	28,87	31,53	34,80
19	7,63	8,91	10,12	11,65	18,34	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	9,59	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	34,17	37,57
21	8,90	10,28	11,59	13,24	20,34	29,61	32,67	35,48	38,93
22	9,54	10,98	12,34	14,04	21,34	30,81	33,92	36,78	40,29
23	10,20	11,69	13,09	14,85	22,34	32,01	35,17	38,08	41,64
24	10,86	12,40	13,85	15,66	23,34	33,20	36,41	39,37	42,98
25	11,52	13,12	14,61	16,47	24,34	34,38	37,65	40,65	44,31
26	12,20	13,84	15,38	17,29	25,34	35,56	38,88	41,92	45,64
27	12,88	14,57	16,15	18,11	26,34	36,74	40,11	43,19	46,96
28	13,57	15,31	16,93	18,94	27,34	37,92	41,34	44,46	48,28
29	14,26	16,05	17,71	19,77	28,34	39,09	42,56	45,72	49,59
30	14,95	16,79	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	46,98	50,89

. Pour $100 > \nu > 30$, on testera χ^2 par l'intermédiaire de la variable

$$t = \{\sqrt[3]{\chi^2/\nu} - (1-2/9.\nu)\}/\sqrt{2/9.\nu}$$

. Pour $\nu > 100$ on pourra tester χ^2 par l'intermédiaire de la variable.

$$t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu-1}$$

Exemple : pour $\nu = 4$, $\chi^2_{0.05} = 9.49$

6.1. VALEURS CRITIQUES $q_{1-\alpha}$ DU TEST DE NEWMAN ET KEULS DE COMPARAISONS DE K_L MOYENNES CLASSÉES

$1-\alpha = 0{,}95$

c et c' étant les rangs de deux des k_L moyennes classées (c' < c), s_X^2 étant la variance de X commune aux k_L populations observées avec $\nu = (N-k_L)$ degrés de liberté*, n_c et $n_{c'}$ étant les effectifs des deux moyennes $\bar{x}_c$ et $\bar{x}_{c'}$ à comparer, celles-ci seront significativement différentes au seuil $(1-\alpha)$ si

$$\bar{x}_c - \bar{x}_{c'} \geqslant q_{1-\alpha}.\sqrt{s_X^2.(n_c+n_{c'})/2.n_c.n_{c'}}$$

la quantité $q_{1-\alpha}$ étant celle correspondant à $\nu = N-k_L$ et $p = (c - c' + 1)$

ν \ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	6,08	8,33	9,80	10,88	11,74	12,44	13,03	13,54	13,99	14,39	14,75	15,08	15,38	15,65	15.91	16.14	16,37	16,57	16,77
3	4,50	5,91	6,82	7,50	8,04	8,48	8,85	9,18	9,46	9,72	9,95	10,15	10,35	10,52	10.69	10,84	10,98	11,11	11,24
4	3,93	5,04	5,76	6,29	6,71	7,05	7,35	7,60	7,83	8,03	8,21	8,37	8,52	8,66	8,79	8,91	9,03	9,13	9,23
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32	7,47	7,60	7,72	7,83	7,93	8,03	8,12	8,21
6	3,46	4,34	4,90	5,30	5,63	5,90	6,12	6,32	6,49	6,65	6,79	6,92	7,03	7,14	7,24	7,34	7,43	7,51	7,59
7	3,34	4,16	4,68	5,06	5,36	5,61	5.82	6,00	6,16	6,30	6,43	6,55	6,66	6,76	6,85	6,94	7,02	7,10	7,17
8	3,26	4,04	4,53	4,89	5,17	5,40	5,60	5,77	5,92	6,05	6,18	6,29	6,39	6,48	6,57	6,65	6,73	6,80	6,87
9	3,20	3,95	4,41	4,76	5,02	5,24	5,43	5,59	5,74	5,87	5,98	6,09	6,19	6,28	6,36	6,44	6,51	6,58	6,64
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83	5,93	6,03	6,11	6.19	6,27	6,34	6,40	6,47
11	3,11	3,82	4,26	4,57	4,82	5,03	5,20	5,35	5,49	5,61	5,71	5,81	5,90	5,98	6,06	6,13	6,20	6,27	6,33
12	3,08	3,77	4,20	4,51	4,75	4,95	5,12	5,27	5,39	5,51	5,61	5,71	5,80	5,88	5,95	6,02	6,09	6,15	6,21
13	3,06	3,73	4,15	4,45	4,69	4,88	5,05	5,19	5,32	5,43	5,53	5,63	5,71	5,79	5,86	5,93	5,99	6,05	6,11
14	3,03	3,70	4,11	4,41	4,64	4,83	4,99	5,13	5,25	5,36	5,46	5,55	5,64	5,71	5,79	5,85	5,91	5,97	6,03
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,59	4,78	4,94	5,08	5,20	5.31	5,40	5,49	5,57	5,65	5,72	5,78	5,85	5,90	5,96
16	3,00	3,65	4,05	4,33	4,56	4,74	4,90	5,03	5,15	5,26	5,35	5,44	5,52	5,59	5,66	5,73	5,79	5,84	5,90
17	2,98	3,63	4,02	4,30	4,52	4,70	4,86	4,99	5,11	5,21	5,31	5,39	5,47	5,54	5,61	5,67	5,73	5,79	5,84
18	2,97	3,61	4,00	4,28	4,49	4,67	4,82	4,96	5,07	5,17	5,27	5,35	5,43	5,50	5,57	5,63	5,69	5,74	5,79
19	2,96	3,59	3,98	4,25	4,47	4,65	4,79	4,92	5,04	5,14	5,23	5,31	5,39	5,46	5,53	5,59	5,65	5,70	5,75
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01	5,11	5,20	5,28	5,36	5,43	5,49	5,55	5,61	5,66	5,71
24	2,92	3,53	3,90	4,17	4,37	4,54	4,68	4,81	4,92	5,01	5,10	5,18	5,25	5,32	5,38	5,44	5,49	5,55	5,59
30	2,89	3,49	3,85	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,82	4,92	5,00	5,08	5,15	5,21	5,27	5,33	5,38	5,43	5,47
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,73	4,82	4,90	4,98	5,04	5,11	5,16	5,22	5,27	5,31	5,36
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65	4,73	4,81	4,88	4,94	5,00	5,06	5,11	5,15	5,20	5,24
120	2,80	3,36	3,68	3,92	4,10	4,24	4,36	4,47	4,56	4,64	4,71	4,78	4,84	4,90	4,95	5,00	5,04	5,09	5,13
∞	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47	4,55	4,62	4,68	4,74	4,80	4,85	4,89	4,93	4,97	5,01

* $N = \sum_{c=1}^{k_L} n_c$

6.2. - VALEURS CRITIQUES $q_{1-\alpha}$ DU TEST DE NEWMAN ET KEULS DE COMPARAISONS DE k_L MOYENNES CLASSEES

$1-\alpha = 0.99$

c et c' étant les rangs de deux des k_L moyennes classées ($c' < c$), s_X^2 étant la variance de X commune aux k_L populations observées avec $\nu = (N-k_L)$ degrés de liberté*, n_c et $n_{c'}$ étant les effectifs des deux moyennes $\bar{x}_c$ et $\bar{x}_{c'}$ à comparer, celles-ci seront significativement différentes au seuil $(1-\alpha)$

si

$$\bar{x}_c - \bar{x}_{c'} \geqslant q_{1-\alpha} \cdot \sqrt{s_X^2 \cdot (n_c + n_{c'})/2 \cdot n_c \cdot n_{c'}}$$

la quantité $q_{1-\alpha}$ étant celle correspondant à $\nu = N-k_L$ et $p = (c-c'+1)$

ν \ p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	14,04	19,02	22,29	24,72	26,63	28,20	29,53	30,68	31,69	32,59	33,40	34,13	34,81	35,43	36,00	36,53	37,03	37,50	37,95
3	8,26	10,62	12,17	13,33	14,24	15,00	15,64	16,20	16,69	17,13	17,53	17,89	18,22	18,52	18,81	19,07	19,32	19,55	19,77
4	6,51	8,12	9,17	9,96	10,58	11,10	11,55	11,93	12,27	12,57	12,84	13,09	13,32	13,53	13,73	13,91	14,08	14,24	14,40
5	5,70	6,98	7,80	8,42	8,91	9,32	9,67	9,97	10.24	10,48	10,70	10,89	11,08	11,24	11,40	11,55	11,68	11,81	11,93
6	5,24	6,33	7,03	7,56	7,97	8,32	8,61	8,87	9,10	9,30	9,48	9,65	9,81	9,95	10,08	10,21	10,32	10,43	10,54
7	4,95	5,92	6,54	7,01	7,37	7,68	7,94	8,17	8,37	8,55	8,71	8,86	9,00	9,12	9,24	9,35	9,46	9,55	9,65
8	4,75	5,64	6,20	6,62	6,96	7,24	7,47	7,68	7.86	8,03	8,18	8,31	8,44	8,55	8,66	8,76	8,85	8,94	9,03
9	4,60	5,43	5,96	6,35	6,66	6,91	7,13	7,33	7,49	7,65	7,78	7,91	8,03	8,13	8,23	8,33	8,41	8,49	8,57
10	4,48	5,27	5,77	6,14	6,43	6,67	6,87	7,05	7,21	7,36	7,49	7,60	7,71	7,81	7,91	7,99	8,08	8,15	8,23
11	4,39	5,15	5,62	5,97	6,25	6,48	6,67	6,84	6,99	7,13	7,25	7,36	7,46	7,56	7,65	7,73	7,81	7,88	7,95
12	4,32	5,05	5,50	5.84	6,10	6,32	6,51	6,67	6,81	6,94	7,06	7,17	7,26	7,36	7.44	7,52	7,59	7,66	7,73
13	4,26	4,96	5,40	5,73	5,98	6,19	6,37	6,53	6,67	6,79	6,90	7,01	7,10	7,19	7,27	7,35	7,42	7,48	7,55
14	4,21	4,89	5,32	5,63	5,88	6,08	6,26	6,41	6,54	6,66	6,77	6,87	6,96	7,05	7,13	7,20	7,27	7,33	7,39
15	4,17	4,84	5,25	5,56	5,80	5,99	6,16	6,31	6,44	6,55	6,66	6,76	6,84	6,93	7,00	7,07	7,14	7,20	7,26
16	4,13	4,79	5.19	5,49	5,72	5,92	6,08	6,22	6,35	6,46	6,56	6,66	6,74	6,82	6,90	6,97	7,03	7,09	7,15
17	4,10	4,74	5,14	5,43	5,66	5,85	6,01	6,15	6,27	6,38	6,48	6,57	6,66	6,73	6,81	6,87	6,94	7,00	7,05
18	4,07	4,70	5,09	5,38	5,60	5,79	5,94	6,08	6,20	6,31	6,41	6,50	6,58	6,65	6,73	6,79	6,85	6,91	6,97
19	4,05	4,67	5,05	5,33	5,55	5,73	5,89	6,02	6,14	6,25	6,34	6,43	6,51	6,58	6,65	6,72	6,78	6,84	6,89
20	4,02	4,64	5,02	5,29	5,51	5,69	5,84	5,97	6,09	6,19	6,28	6,37	6,45	6,52	6,59	6,65	6,71	6,77	6,82
24	3,96	4,55	4,91	5,17	5,37	5,54	5,69	5,81	5,92	6,02	6,11	6,19	6,26	6,33	6,39	6,45	6,51	6,56	6,61
30	3,89	4,45	4,80	5,05	5,24	5,40	5,54	5,65	5,76	5,85	5,93	6,01	6,08	6,14	6,20	6,26	6,31	6,36	6,41
40	3,82	4,37	4,70	4,93	5,11	5,26	5,39	5,50	5,60	5,69	5,76	5,83	5,90	5,96	6,02	6,07	6,12	6,16	6,21
60	3,76	4,28	4,59	4,82	4,99	5,13	5,25	5,36	5,45	5,53	5,60	5,67	5,73	5,78	5,84	5,89	5,93	5,97	6,01
120	3,70	4,20	4,50	4,71	4,87	5,01	5,12	5,21	5,30	5.37	5,44	5,50	5,56	5,61	5,66	5,71	5,75	5,79	5,83
∞	3,64	4,12	4,40	4,60	4.76	4,88	4,99	5.08	5,16	5,23	5,29	5,35	5,40	5,45	5.49	5.54	5.57	5.61	5,65

* $N = \sum_{c=1}^{k_L} n_c$

7. - VALEURS CRITIQUES DU COEFFICIENT DE CORRELATION r AUX SEUILS α EGAUX A 0.05, 0.01, 0.001.

$$|r_\alpha| = |t_\alpha| \quad \sqrt{n-2+t_\alpha^2}$$

Il y a n couples (x_i, u_i) observés.
r est donc estimé avec ν = n-2 degrés de liberté.

ν \ α	0,05	0,01	0,001
1	0,99692	0,999877	0,9999988
2	0,95000	0,990000	0,99900
3	0,8783	0,95873	0,99116
4	0,8114	0,91720	0,97406
5	0,7545	0,8745	0,95074
6	0,7067	0,8343	0,92493
7	0,6664	0,7977	0,8982
8	0,6319	0,7646	0,8721
9	0,6021	0,7348	0,8471
10	0,5760	0,7079	0,8233
11	0,5529	0,6835	0,8010
12	0,5324	0,6614	0,7800
13	0,5139	0,6411	0,7603
14	0,4973	0,6226	0,7420
15	0,4821	0,6055	0,7246
16	0,4683	0,5897	0,7084
17	0,4555	0,5751	0,6932
18	0,4438	0,5614	0,6787
19	0,4329	0,5487	0,6652
20	0,4227	0,5368	0,6524
25	0,3809	0,4869	0,5974
30	0,3494	0,4487	0,5541
35	0,3246	0,4182	0,5189
40	0,3044	0,3932	0,4896
45	0,2875	0,3721	0,4648
50	0,2732	0,3541	0,4433
60	0,2500	0,3248	0,4078
70	0,2319	0,3017	0,3799
80	0,2172	0,2830	0,3568
90	0,2050	0,2673	0,3375
100	0,1946	0,2540	0,3211

Exemple : pour (n-2) = 25 degrés de liberté et α = 0.01, r_α = 0.4869.