

# Systèmes numériques égyptiens et mésopotamiens

## Éléments de comparaison

### *Egyptian and mesopotamian numerical systems*

### *Comparative elements*

---

Gwenola Graff

IRD - UMR 208 PALOC Paris (France)  
gwenola.graff@ird.fr

*Resume* - Parmi les plus anciens signes d'écriture trouvés dans la tombe U-j à Abydos (sur les plaquettes et les inscriptions peintes des vases) se trouve des signes de notation des nombres

Le système numérique employé à Nagada IIA-B est déjà celui que l'on connaît pour les périodes historiques. Il n'évoluera pas tant que l'écriture hiéroglyphique sera en usage. Il est unique quelque soit la nature des entités chiffrées. C'est un système à base 10, qui ne connaît pas le zéro.

Si l'invention de l'écriture est bien mésopotamienne et qu'elle a ensuite été divulguée et adaptée en Égypte, selon l'hypothèse classique de transmission, cela devrait se repercuter au niveau des systèmes numériques employés. En effet, pour ces deux cultures les signes de notation des nombres apparaissent aussi anciennement que ceux de notation des mots. La Mésopotamie développe dès les origines plusieurs systèmes numériques, en fonction de ce qui est dénombré. C'est pourquoi nous allons nous pencher sur cette complexe question pour examiner ce qu'elle peut apporter à la question d'une origine autochtone ou importée de l'écriture en Égypte.

*Mots-clés* - Égypte, Mésopotamie, systèmes numériques, histoire des mathématiques, écriture

*Abstract* - Among the oldest writings signs brought to light in the Uj tomb in Abydos (on plaquettes and painted vases) several numerical signs have been discovered

The numerical writing system used in Nagada IIA-B period is already the same that the one from historical period. It won't change until the end of hieroglyphic system use. It is a base 10 number system where zero is ignored.

If we consider the invention of writing as a mesopotamian one, later spread and adapted to early Egypt, following the classical transmission hypothesis, it would have created some repercussions on numerical systems. For both cultures indeed, numerical writing signs appear as soon as word notation. From the beginning, Mesopotamia is using several numerical systems at the same time according to what is counted. It is the reason why we shall focus on this complex question in order to investigate what it could bring to the question of an autochthonous or imported origin of writing in early Egypt.

*Keywords* - Egypt, Mesopotamia, numerical systems, history of the mathematics, writing

Le IV<sup>e</sup> millénaire voit apparaître les plus anciennes écritures connues. Les premières inscriptions du monde reconnues comme telles à l'heure actuelle sont les tablettes en argile trouvées à Uruk. L'écriture qu'elles notent est le proto-cunéiforme, deux siècles plus tard, deux autres écritures font leur entrée en scène : il s'agit du proto-élamite en Iran et des hiéroglyphes égyptiens. Les plus anciennes inscriptions connues pour l'Égypte sont celles découvertes dans la tombe U-j, du roi Scorpion, dans la nécropole d'Umm el-Qaab à Abydos, vers 3250 av. J.-C., soit à Nagada IIIA1 (Dreyer 1998).

Des son apparition, l'écriture hiéroglyphique note la langue égyptienne. C'est la principale langue que ce système d'écriture prendra en charge. C'est une langue chamito-sémitique. Elle est par conséquent sans filiation avec le proto-élamite, ni avec le sumérien.

Pour la Mésopotamie, ces deux écritures peuvent être prises en compte. La plus ancienne, le proto-cunéiforme, dont les premières inscriptions ont été trouvées à Uruk, sur le secteur culturel de l'Eanna, dans les niveaux IV (Nissen, Damerow & Englund 1993 : 4 et 7, Cooper 2004 : 76). Pres de 500 tablettes ont été retrouvées par l'équipe allemande en charge de la fouille entre 1928 et 1976. Très peu de temps après, on trouve des tablettes numériques en proto-élamite à Suse, dans les niveaux 18 de l'acropole, dans une maison de particulier (Herrenschmidt 2007 : 67-69). L'écriture proto-élamite n'est toujours pas complètement déchiffrée, mais elle fait de nombreux emprunts au proto-cunéiforme. Les premières inscriptions sont constituées par des tablettes comportant uniquement des marques numériques. Les signes d'écriture proprement dits apparaissent un peu plus tard, en particulier à Djemdet Nasr (Englund 2004 : 124, Cooper 2004 : 76). Des tablettes inscrites sont retrouvées dès la phase d'Uruk III à Djemdet Nasr, comme on vient de le voir, mais aussi à Khafajah et à Tell Uqair (Glassner 2000 : 49-51), témoignant de la rapide propagation de l'usage de l'écriture. Sur les 1200 signes différents répertoriés pour la période archaïque, environ 60 correspondent à des signes numériques (Nissen, Damerow & Englund 1993 : 25).

Si l'invention de l'écriture est bien mésopotamienne et qu'elle a ensuite été divulguée et adaptée en Égypte, selon l'hypothèse classique de transmission, cela devrait se repercuter au niveau des systèmes numériques et métriques employés. En effet, pour ces deux cultures les signes de notation des nombres apparaissent au moins aussi anciennement que ceux de notation des mots.

Le proto-cunéiforme a une longue histoire bien documentée sur plusieurs millénaires, puisqu'il évolue en

cunéiforme proprement dit, inscrit dans l'argile molle avec la pointe d'un calame biseauté. Au cours du temps, cette écriture s'adaptera à différentes langues selon les besoins. Pour le seul III<sup>e</sup> millénaire, ce sont les Sumeriens, puis les Akkadiens qui l'utiliseront. À l'époque qui nous intéresse, à la fin du IV<sup>e</sup> millénaire, l'écriture proto-cunéiforme note la langue sumérienne. Des inscriptions proto-cunéiformes ont été retrouvées jusqu'en Syrie du Nord.

Le proto-élamite note une langue inconnue, peut-être de type agglutinante. Il n'est attesté que durant 500 ans. Ses descendants seront l'élamite cunéiforme et le linéaire élamite.

Le proto-élamite concerne non seulement Suse et la région de l'Élam, mais des inscriptions ont été retrouvées sur d'autres sites du plateau iranien en relation avec l'Élam (Englund 2004 : 103, fig. 5.2). Au début des années 2000, des objets de provenance inconnue affluent sur le marché de l'art. Les douanes iraniennes recherchent le site d'origine en cours de pillage et leur travail permet de mettre à jour un nouveau complexe culturel autour de Jiroft (Madjidzadeh & Perrot 2003). Des inscriptions proto-élamites ont été découvertes sur ce site, mais il reste à apprendre quelles sont les modalités de relation avec Suse.

## Systèmes numérique et métrique égyptiens
















Dans un premier temps, nous allons faire un rapide point sur le système numérique égyptien.

### *Notation numérique (fig. 1)*

Parmi les plus anciens signes d'écriture trouvés dans la tombe U-j (sur les plaquettes et les inscriptions peintes des vases) se trouvent des signes de notation des nombres.

Le système numérique employé à Nagada IIIA-B est déjà celui que l'on connaît pour les périodes historiques. On ne lui connaît pas d'antécédent. Il n'évoluera pas tant que l'écriture hiéroglyphique sera en usage. Les signes de notation seront seulement simplifiés dans les écritures cursives hiéroglyphiques et démotiques. Il est unique quelque soit la nature des entités chiffrées. C'est un système à base 10, qui ne connaît pas le zéro.

La valeur d'un chiffre n'est par conséquent pas liée à son rang dans la notation, comme dans notre système. Chaque chiffre égyptien a sa valeur propre, indépendamment de son rang.

Hiero	Valeur	Transliteration	Prononciation
	1	<i>wr(yw)</i>	oua (iou)
	2	<i>šnw(y)</i>	senou(y)
	3	<i>hmt(w)</i>	khemet(ou)
	4	<i>fdw</i>	fedou
	5	<i>diw</i>	diou
	6	<i>šrsw</i>	sersou
	7	<i>šfb(w)</i>	sefkh(ou)
	8	<i>hmn(w)</i>	hemen(ou)
	9	<i>psd(w)</i>	pesedj(ou)
	10	<i>md(w)</i>	medj(ou)
	100	<i>št</i>	shet
	1 000	<i>ḫs</i>	kha
	10 000	<i>ḏbr</i>	djeba
	100 000	<i>ḥfn</i>	hefen
	1 000 000	<i>ḥḥ</i>	hehe

1 Systeme numerique egyptien / Egyptian numerical system

Toutefois, on trouve des traces d'un système peu développé et simple de numération sans doute très archaïque dans les groupements (souvent familiaux) de dieux. Un vaut alors pour l'unité, deux pour le duel, trois pour le pluriel simple et neuf pour le pluriel du pluriel, autrement dit la notion « beaucoup ». On connaît ainsi des triades et des enéades divines.

Les Égyptiens connaissent et peuvent utiliser les quatre opérations de calcul, addition, soustraction, multiplication et division. Toutefois, on s'aperçoit qu'ils préfèrent généralement ramener les opérations à des procédures binaires et qu'ils utilisent l'addition comme base de toute opération, multiplication, division, racine, puissance, équation (Couchoud 1993 : 6). De même, il

leur est particulièrement typique de chercher à rapporter les calculs à la fraction  $2/3$  qu'ils utilisent avec une facilité déconcertante, faisant penser qu'il existait des tables de fractions dont on n'a malheureusement pas trace (Couchoud 1993 : 6).

### Premières attestations

Les premières attestations du système de notation numérique s'échelonnent au cours de Nagada III, ainsi les chiffres 6-7-8-9-10-12 et 100 sont marqués sur les étiquettes de la tombe U-j, mais il faut attendre Nagada IIIB1 pour trouver la mention de 1-3 et 4. À partir de Nagada IIIC, tout le système numéroglyphique est employé.

### Systèmes métriques (fig 2)

En ce qui concerne les différentes unités de mesure, l'égyptien dispose d'un système relativement simple qui s'enrichit au cours du temps, sans doute en fonction de besoins nouveaux et de contacts avec d'autres systèmes, comme pour la coudée de Nippur.

Les différents systèmes métriques égyptiens sont en base 10 eux aussi. Ils utilisent à grande échelle la division en fractions. Toutefois, il existe pour la métrologie quelques systèmes non décimaux pour les sous-unités : ce sont les systèmes qui ont pour référence le corps humain (Couchoud 1993 : 17). Ainsi il faut sept palmes (mesure de la largeur de la main) pour faire une coudée (mesure du bras de la pointe du majeur à l'articulation du coude) et quatre doigts (mesures dans leur largeur) pour faire une palme. En effet, la référence au corps humain pour les unités de longueur, de surface et de volume est courante dans les cultures anciennes. Pour toutes ces mesures, il est difficile de les rapporter précisément à notre système métrique. Elles semblent varier en fonction de l'époque, mais aussi peut-être de la région, comparables en cela à nos systèmes non unifiés de l'Ancien Régime.

#### Mesures des surfaces

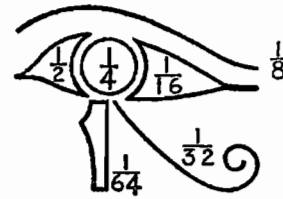
La mesure principale de longueur est la coudée, terme qui est écrit *mh* et qui est à peu près équivalent à 52,5 cm. Une coudée est subdivisée en 7 palmes (*šp*)<sup>1</sup>. Une palme vaut donc autour de 75 mm. Elle est elle-même subdivisée en 7 doigts (*db*), ce qui entraîne qu'un doigt devait être proche de 18,5 mm.

<sup>1</sup> La première mention de cette sous-unité de mesure remonterait au moins à Djoser au début de la III<sup>e</sup> dyn (Regulski 2010 : 161 et 564).

Mesures de longueur			
Nom	Hieroglyphes	Translit	Valeur
coudee		<i>mh</i>	c 45 cm
coudee royale		<i>mh nsw</i>	c 52 cm
palme		<i>ssp</i>	c 75 mm = 1/7 coudee
doigt		<i>dbt</i>	c 18,5 mm = 1/4 palme
<i>khet</i>		<i>ht</i>	c 52 m

Mesures de surface			
Nom	Hieroglyphes	Translit	Valeur
aroure		<i>stjt</i>	c 2735m <sup>2</sup> 10 coudees au carre
remen		<i>rmm</i>	1/2 aroure
heseb		<i>hsb</i>	1/4 aroure
ta		<i>ts</i>	10 <sup>2</sup> coudees au carre
kha		<i>ts</i>	10 <sup>3</sup> coudees au carre

Mesures de volume				
Nom	Hieroglyphes	Translit	Valeur	Usage
boisseau		<i>hkt</i>	c 4 8 l	ceréales
<i>khar</i>		<i>ksr</i>	c 96 l l (48,5 l a l A E)	
"bouchee"		<i>ro</i>	1/320 de boisseau	



Fractions de 1 oeil Oudjat

Mesures des liquides				
Nom	Hieroglyphes	Translit	Valeur	Usage
<i>henou</i>		<i>hnnw</i>	c 0,48 l	Biere, vin lait, miel
<i>des</i>		<i>ds</i>	Inconnue	Biere
<i>hebenet</i>		<i>hbnt</i>	Inconnue	Vin, encens
<i>setcha</i>		<i>stj</i>	Inconnue	Tres petite mesure de biere
<i>men</i>		<i>mn</i>	Inconnue	Huile encens



= 1/2 est la seule fraction utilisee avant la XX dynastie

Mesure des poids			
Nom	Hieroglyphes	Translit	Valeur
<i>deben</i>		<i>dbn</i>	c 13 6g a l'A E
<i>kedet</i>		<i>kdt</i>	c 9 1g au N E

La coudee peut être royale pour les monuments officiels Sa valeur est alors légèrement supérieure à la coudee simple

100 coudees font un *khet* (*ht*), qui est par consequent equivalent a 52,5 m environ

Mesures des aires

L'unité de base est l'aroure Elle vaut plus ou moins 2735 m<sup>2</sup> Ce terme s'écrit *stjt* L'aroure est egale au *khet* porte au carre et de la a 10 coudees au carre




L'aroure possede elle-même des fractions

- la 1/2 aroure s'appelle *rmm*
- le 1/4 aroure s'appelle *hsb* (ou x en hieratique)
- la 1/8 aroure s'appelle *ts* (hieratique)



Selon Sethe (Sethe 1916 74 sq), ce systeme de subdivisions de la *stjt* remonterait a un temps recule de l'histoire egyptienne

En application de ce procédé de mensuration, une bande de 100 coudées de long sur une coudée de large est « une coudée de terre » Cette mesure est donc égale à 1/100 de *stjt*


### Mesures des poids


Il existe 2 étalons pour le poids le *deben* (*dbn*  / ) et son dixième le *kdt*  La mesure du poids est à la base une mesure pour le métal, l'or en particulier On sait qu'à l'Ancien Empire un *deben* d'or valait env 13,6 g et un *deben* de cuivre env 27,3 g Néanmoins, au Nouvel Empire, il ne semble rester qu'une seule mesure de *deben* qui équivalait à 91 g le plus souvent

### Mesures de volume et de capacité

La mesure de capacité la plus courante est le *hekat* (*hk3t* ) ou boisseau La plus ancienne mention de cette unité de mesure remonte au papyrus d'Aboussir, à la fin de la V<sup>e</sup> dynastie (Cenival & Posener-Krieger 1968) Le déterminatif du mot () est constitué d'une mesure à grain (probablement un seau) et de trois grains de céréales qui s'en écoulent (fig 3) Cela indique qu'à l'origine du moins cette mesure était destinée aux céréales

Les sous-division du *hekat* sont les parties recomposées de l'œil du dieu du ciel, Horus, appelé oudjat, selon un récit mythologique en relation avec la lune À partir du principe de la division de l'œil oudjat, toutes les parties du *hekat* doivent être composées à l'aide des six fractions de l'œil (voir fig 2 les unités de mesure égyptiennes) Aux époques les plus anciennes, on trouve seulement mention de la moitié Dans ce cas, on utilise de façon conjointe le système décimal et les fractions

Une mesure multiple du *hekat* est le *khar* Il correspond à 5 quadruples *hekat*, soit env 96,11 l Le terme *khar* signifie 'sac' D'après S Couchoud (Couchoud 1993 41), il s'agirait d'un objet en cuir, mais le déterminatif du mot () correspond à un objet en vannerie<sup>2</sup> Il est également mentionné à partir de la fin de la V<sup>e</sup> dynastie, dans les sources d'Aboussir (Cenival & Posener-Krieger 1968)

La plus petite mesure de capacité est le *ro* Elle s'écrit avec le signe de la bouche  Elle correspond à 1/320<sup>ème</sup> de boisseau *hekat*, soit env 0,015 l Elle correspond à la notion de 'bouchee'

<sup>2</sup> voir Gardiner 1927 524 Correspond au V19 de la Sign-List de Gardiner

<sup>3</sup> WB II 493, 2 14

<sup>4</sup> P<sub>VI</sub> Spruch 280 = Pyr 422a-422d






### Mesures des liquides





Les mesures de liquides sont des multiples du *henou* Elles utilisent majoritairement les fractions Le *henou* représente un dixième du *hekat*, soit env 0,48 l Ce mot est d'origine sémitique<sup>3</sup> La première mention connue figure dans les Textes des Pyramides, à la fin de la V<sup>e</sup> dynastie<sup>4</sup>

D'autres systèmes de mesure des liquides existent, en fonction du type de denrée et de la quantité mesurée On connaît ainsi le *des*, pour la bière, le *hebenet*, pour le vin et l'encens, le *men*, pour l'huile et l'encens et le *setcha* pour de très petites mesures de bière Malheureusement, les valeurs exactes de ces mesures n'ont pas pu être reconstituées

### Des récipients à l'origine des unités de mesure ?

Contrairement au système mésopotamien dans lequel la nature de l'objet décompté détermine l'unité métrique (voir plus bas), il semble, en Égypte, que le type du contenant influe sur le choix de la mesure de capacité D'après S Couchoud (Couchoud 1993 41), ce sont les récipients de conservation ou de transport qui deviennent des mesures de capacité On pourrait alors distinguer trois types d'unité

1  le type 'seau' ou 'tonnelet' dont s'échappent quelques grains Cet objet rigide, représenté par exemple dans la tombe de Nakht (TT52) (voir fig 3 les objets étalons), contient par excellence des céréales ou des graines Il est utilisé comme déterminatif pour certains noms de céréales  *bdt* blé, ou  *ssr* grains, céréales en général Ce signe (U9 dans la Sign-List de Gardiner) est attesté dès la II<sup>e</sup> dynastie, sous le règne de Ninetjer (Kahl 1994 746, Regulski 2010 195 et 655) Une variante ancienne du signe, attestée dans les Textes des Pyramides et auparavant sous le règne de Den (I<sup>re</sup> dynastie, Kahl 1994, p 746) comprend trois grains au dessus du boisseau  (var  *it*) et sert à écrire orge, céréales C'est le déterminatif du boisseau *hekat*

2  'grand contenant' C'est le signe V19 de Gardiner Il pourrait s'agir principalement d'un sac (en cuir pour S Couchoud) Mais le déterminatif renvoie à un objet en vannerie, peut-être parfois un panier en osier Le sac en lin, dont le déterminatif est , variante de l'Ancien Empire , peut être écarté, bien que l'on trouve le mot 'grains' écrit *ssr* (sécher)  sur l'obélisque de la reine Hatshepsout à Karnak Dans certains

<sup>5</sup> Attesté dès le règne de Djéti (au début de la I<sup>re</sup> dynastie) cf Regulski 2010 203 et 688

ÉGYPTE



Tombe de Nakht (TT52),  
XVIIIème dyn.  
Boisseau pour la  
mesure du grain



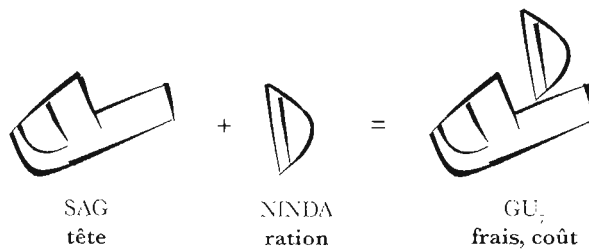
Deben en jaspe opalin  
Ouserkaf, Vème dyn.  
(3,8 x 2,5 x 2,5 cm)  
Valeur du deben : 13,64 g



3. Les objets étalons / *The standard objects*


MÉSOPOTAMIE



Les vases rations



cas, il semble que le grand contenant soit une jarre C'est le determinatif du *khar*, decuple du boisseau 3  un pot<sup>6</sup> C'est un vase destine a recevoir des liquides Le liquide par excellence est ici la biere Ce signe est d'ailleurs utilise comme determinatif pour un mot general designant la biere, *hnkt* (*heneket*), 

Les autres denrees fluides conservees dans ce type d'objet sont le lait, le vin, le miel, l'huile et l'encens Pour ce dernier, il faut preciser que la resine etait reduite en poudre avant d'être brûlée, ce qui explique sa classification parmi les fluides D'ailleurs, le hieroglyphes utilise comme determinatif pour *sntr* (*senetcher*) l'encens est  qui represente trois petits grains et est generalement employe pour ce qui coule (sable, poudre metallique, khol, etc ) Differentes unites utilisent ce determinatif *henou*, *des*, *hebenet*, *setcha* et *men*

La priorite du type de contenant sur le contenu est peut-être une explication possible pour comprendre le recours si frequent aux fractions Le contenant peut se trouver être plein a moitie, ou au quart,

### Vocabulaire des nombres et des opérations mathématiques

Alan Anselin a etudie le vocabulaire des nombres et des opérations mathematiques egyptiennes, pour en degager des isoglosses dans les langues couchitiques, tchadiques, omotiques ou berberes du cote africain, et semitiques, du cote oriental (Anselin 2008) Concernant les 10 premiers numeraux, il en arrive a la conclusion que 3 - 4 - 5 - 9 et 10 ont des isoglosses africains (Anselin 2008 868-870) et 2 - 6 - 7 - 8 ont des *comparanda* a chercher du cote semitique (Anselin 2008 870-872) Mais la question des mots de la langue est differente de celle de l'écriture proprement dite qui nous interesse ici En effet, si personne a l'heure actuelle ne pense que les Egyptiens de l'epoque thinite aient pu parler une autre langue que celle qui est notee a l'Ancien Empire, on ignore par essence quand elle s'est formee et distinguee de celles des peuples voisins (peut-être entre le V<sup>e</sup> et le X<sup>e</sup> millenaire, sans assurance aucune) Le fait qu'elle emprunte une partie de son vocabulaire a ses voisins africains et une autre à ses voisins orientaux ne reflète que sa position geographique et est en soi une tautologie Ces emprunts n'augurent en rien des mecanismes de construction du systeme ecrit qui survient plusieurs millenaires plus tard

<sup>6</sup> W22 dans la Sign-I 1st de Gardiner Voir Reguluski 2010, p 206 Atteste depuis Narmet (Kahl 1994 801)

Ceci est d'autant plus pregnant que si le lien entre le signe et le son auquel il correspond dans la langue est atteste des l'origine de l'écriture tant en Egypte qu'en Mésopotamie, la numeration en est l'exception type Le lien signe-son n'est pas necessaire En effet, la lecture des nombres est d'abord conceptuelle et peut se faire sans reference à la valeur phonétique du nombre Cela contribue à la valeur de langage universel des mathematiques C'est aussi une des raisons pour lesquelles les signes numeriques peuvent être decodes (des lors qu'ils sont identifiés) même dans une écriture pas encore déchiffrée, ce qui est le cas avec le proto-élamite

## Les systèmes numériques mésopotamiens

### Système numérique proto-élamite (fig 4)

La numerologie proto-élamite a ete empruntee au proto-cuneiforme (Englund 2004 106-108 et 122-124) Elle se distingue toutefois par un emploi beaucoup plus large du systeme en base 10 Les systemes sexagesimaux et bisexagesimaux sont reserves a certains emplois que l'on detaillera plus bas dans la suite de notre developpement

### Système numérique proto-cunéiforme

La numéologie proto-cunéiforme repose principalement sur des systemes sexagesimaux et bisexagesimaux Le systeme decimal peut être employe ponctuellement, en particulier pour de petites unites de grandeur L'avantage du systeme sexagesimal, davantage deconnecte du corps humain que le systeme en base 10 dont les doigts sont la reference, est qu'il a la propriete d'être divisible par un grand nombre de chiffres

Il semble qu'un premier systeme de denombrement cardinal elementaire des elements ait existé avant Uruk IV Il consistait en l'enregistrement des unites de même grandeur les unes a la suite des autres, en ne faisant intervenir que le principe de correspondance unite par unite, sans proceder a des reductions, donc, sans recourir a la memoire Ce procede est atteste dans toute l'aire qui sera touchee par la culture urukéenne, soit en Syrie du nord, en Susiane et en Mesopotamie meridionale (Glassner 2000 63)

La notation numerale urukeenne attribue des signes différents aux divers ordres d'unites existantes, tout en partant du principe de la juxtaposition des nombres par addition, autrement dit, a chaque fois que la somme des

SYSTEME SEXAGESIMAL	Proto-élamite				
	Cuneiforme				
	Sumerien archaïque				
SYSTEME DECIMAL	Proto-élamite				

4 Systemes numeriques mesopotamiens / Mesopotamian numerical system

unités atteint la valeur de l'unité supérieure, on inscrit la marque de cette unité supérieure après avoir procédé aux réductions nécessaires. Cette méthode paraît une innovation du temps d'Uruk IVa ou b (Glassner 2000 62). Elle nécessite une mémorisation des données avant leur réduction, il est à ce propos intéressant de noter que le même mot, en langue sumérienne, prononcé « shid » veut dire compter et réciter. L'écriture, quant à elle, se dit « sar » (Glassner 2000 144).

La notation graphique est très simple et repose à la base sur la combinaison de deux signes : l'encoche et le cercle ●, en fonction de la position donnée au stylet.

Les signes numériques se distinguent à l'origine des signes-mots parce qu'ils ne sont pas inscrits avec une

pointe triangulaire mais imprimés dans l'argile. Ces impressions se faisaient avec un stylet circulaire appliqué perpendiculairement ou avec un angle oblique sur la surface à écrire. Les tablettes d'Uruk comportent ainsi les deux types de signes, imprimés en creux pour les chiffres ou incisés avec le calame pour les mots. À partir de la période d'Ur III, les signes numériques seront eux aussi écrits avec le calame, de la même manière que les mots (Nissen, Damerow & Englund 1993 140).

**Systèmes métriques (fig 5)**

Les systèmes métriques du proto-cunéiforme sont très complexes à l'origine. À l'époque d'Uruk, on en connaît treize différents, en fonction des spécificités des produits dénombrés. Ils tendent progressivement vers




	Base 60	Base 120	Base 10
Proto -Cuneiforme	- « Objets Discrets » animaux domestiques et sauvages + Humains + Produits animaux + Poisson seche + Outils + Produits en laine et en bois + Textiles + - Ceramiques - Rations de cereales, en particulier d'orge	Animaux morts + Rations de cereales + Fromages + Poissons frais	Rares attestations
Proto -Elamite	Objets de statut eleve		Êtres vivants (animaux et humain de statut inferieur)

Tabl 1 L utilisation des differentes bases de calcul / *The use of various bases*

une simplification et une uniformisation croissante. A l'époque des Dynasties Archaïques, il n'en restera quasiment plus qu'un, le système SE. Les différents types métriques mesurent se reconnaîtront alors par un système positionnel.

En ce qui concerne les céréales, dont la gestion a une grande importance pour les systèmes comptables des sociétés anciennes, comme la Mésopotamie ou l'Égypte, l'unité de base est le BAN. Elle équivaut à 6 litres de grains. Il existe une mesure multiple de celle-ci, le BARIGA, qui est six fois supérieure (Schmandt-Besserat 1992 : 150). Le GUR vaut 60 BAN ou 10 BARIGA.

De manière plus concrète, on connaît à la fin de la période d'Uruk et à celle de Djemdet Nasr des objets qui ont pu servir d'unités de mesure : ce sont des bols à lèvre éversée et des coupes coniques retrouvés par centaines sur les sites (fig. 3). Toutefois, leur contenance n'est pas totalement standardisée. Leur contenance représente à peu près la moitié d'une ration quotidienne d'orge pour les employés domestiques (d'après les indications données par des textes plus tardifs). Le fait que leur transcription pictographique correspond à un idéogramme qui se lit « rationnement »  était cette hypothèse (fig. 3).

Les systèmes métriques archaïques opèrent des distinctions très précises qui attestent de l'importance des produits céréaliers : on trouve ainsi des systèmes métriques différents pour les gruaux, le malt utilisé dans la confection de la bière ou les céréales sous forme de grains.

Le principal liquide auquel correspond un système de mesure est le lait. On mesure également les corps gras.

Autrement dit, il n'est même pas besoin de préciser ce que l'on compte, puisque le système numérique et métrique choisi indique en lui-même quelles catégories d'objets sont considérées. Mais selon qu'ils figurent dans un système ou dans un autre, les mêmes signes graphiques n'ont pas la même valeur. Ils ont simultanément plusieurs valeurs possibles.

On connaît également des systèmes de mesure des aires. Dans ce système, la petite encoche se dit 1 IKU, le petit cercle 1 BÛR, le grand cercle 1 SAR. Un BUR vaut 18 IKU et 1 SAR vaut 1080 IKU ou 60 BÛR.

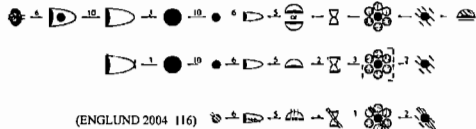
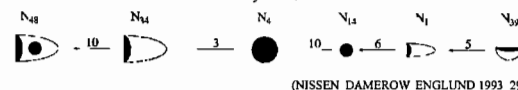
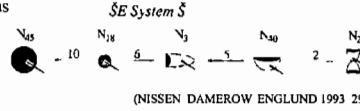
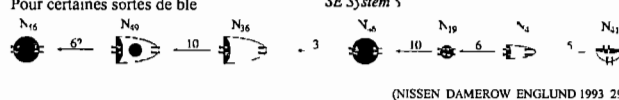
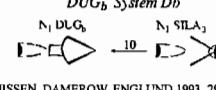
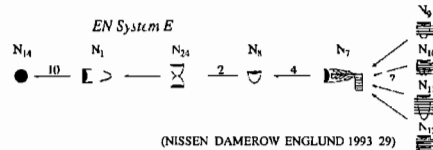
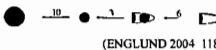
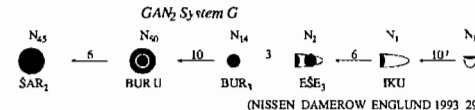
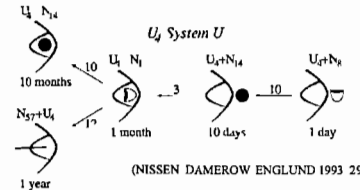
On connaît aussi un système d'évaluation des journées de travail des ouvriers.

Un dernier système, qui se maintiendra un peu plus longtemps que les autres, décompte le temps. Nous sommes héritiers de ce système de mesure du temps, pour le fait que nos minutes et nos heures soient découpées en 60 fractions égales. La mesure de la surface de la terre en un cercle de 360 degrés est également un héritage mésopotamien.

Il nous faut remarquer que la « semaine » mésopotamienne est une décade, comme en Égypte.

## Conclusion

Quelle que soit l'écriture étudiée, on doit faire la même constatation : l'écriture des mathématiques précède celle des mots. Cela est sans doute lié à la nécessité qui amène à créer ces écritures et qui est commune semble-t-il au

<p>Mesures du grain</p>	<p>Proto elamite</p>	 <p>(ENGLUND 2004 116)</p>
	<p>Proto cuneiforme</p>	<p><b>Général</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• = 5 ~ or about 24 liters</li> <li>• = 6 ~ or about 144 liters</li> <li>• = 10 • or about 1 440 liters</li> <li>𐎶 = 3 • or about 4 320 liters</li> <li>𐎶• = 10 𐎶 or about 43 200 liters</li> </ul> <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 36)</p> <p><b>§E System §</b></p> <p>Pour l'orge</p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p> <p>Pour le malt (orge germe) utilisé dans la fabrication de la biere</p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p> <p>Pour certaines sortes de ble</p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p>
<p>Mesures de volumes</p>	<p>Proto cuneiforme</p>	<p>Pour les produits laitiers et les corps gras</p> <p><b>DUG<sub>b</sub> System Db</b></p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p>
<p>Mesures de poids</p>	<p>Proto cuneiforme</p>	<p>Seulement à Uruk IV</p> <p><b>EN System E</b></p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p>
<p>Mesures des aires</p>	<p>Proto elamite</p>	 <p>(ENGLUND 2004 118)</p>
	<p>Proto cuneiforme</p>	<p><b>GAN<sub>2</sub> System G</b></p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p>
<p>Decompte du travail</p>	<p>Proto cunéiforme</p>	<p>Travailleurs masculins</p> <p>ration quotidienne</p> <p>ration hebdomadaire (6 jours) = 6 𐎶</p> <p>ration mensuelle = 5 𐎶</p> <p>ration semi annuelle = 6 𐎶</p> <p>Travailleurs féminins</p> <p>ration equivalent environ a 0 8l</p> <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 71)</p>
<p>Mesures du temps</p>	<p>Proto cunéiforme</p>	<p><b>U<sub>4</sub> System U</b></p>  <p>(NISSEN DAMEROW ENGLUND 1993 29)</p>

proto-cuneiforme, au proto-élamite et aux hiéroglyphes la comptabilité de données de plus en plus nombreuses et complexes. Elle est liée à la maîtrise du flux des richesses. Celui-ci passe entre les mains des serviteurs culturels à Uruk, de riches particuliers semble-t-il à Suse, et dans celles du souverain en Égypte. Aux mêmes besoins ont pu correspondre les mêmes réponses techniques. La question serait probablement très différente si on l'abordait pour les écritures chinoises ou mayas qui ne découlent pas des mêmes nécessités. En Chine par exemple, on sait que l'écriture est née de fins divinatoires. Les premiers supports en sont des carapaces de tortue passées au feu et qui sont craquelées par la chaleur. Ces lignes et ces fentes sont alors interprétées. D'autres supports moins résistants ont dû exister très anciennement, dont on n'a pas trace. En ce qui concerne le système numérique chinois, il est de son apparition en base 10.

Mais les parallèles s'arrêtent là. Les systèmes numériques et les unités métriques diffèrent. Les Élamites et les Sumeriens ont la même idée du système numérique, avec des usages qui diffèrent d'une culture à l'autre et un dosage différent entre le système sexagésimal et le système décimal. Celui des Égyptiens n'a rien à voir. Il ignore totalement le système sexagésimal, ne s'adapte pas à la nature de ce qui est compté. Le contenant a peut-être plus d'importance. Dans leur premier état, les signes numériques sumériens ne sont pas des entités abstraites rendant l'idée de 1, 2, 3. Leur signification englobe la valeur numérique et l'unité de mesure concernée. Dans la mesure où il existe 13 systèmes numériques en vigueur et que les objets décomptés par chaque système sont fixes précisément, le signe numérique induit également à quelle catégorie ils appartiennent. Le signe numérique rend par conséquent compte de la valeur numérique, du type d'unité de mesure et de l'objet décompté. Ceci est étranger à la conception égyptienne, puisque des leur apparition les signes numériques peuvent rendre compte de n'importe quel objet (animé, inanimé, solide, liquide, abstrait) décompté. L'idée abstraite du nombre est déjà extraite des cas contingents.

Les unités de mesure n'ont rien de commun et leur processus de formation même est inverse. En Mésopotamie, on part d'un ensemble de 13 systèmes différents qui seront progressivement simplifiés et unifiés. En Égypte, on augmente le nombre d'unités métriques en créant des multiples et des sous-multiples de celles qui sont déjà existantes au fur et à mesure du temps et des besoins. C'est à la fin de leur histoire que les mesures égyptiennes sont les plus complexes. L'utilisation des fractions, si importante dans l'exercice quotidien du scribe, est une solution à laquelle les Égyptiens sont seuls à recourir.

D'après A. Anselin, on trouve plus de parallèles entre le système égyptien et ceux d'Afrique, qui utilisent exclusivement la base 10, qu'avec ceux de la Mésopotamie.

En quoi cette revue rapide des systèmes numériques et métriques des Égyptiens et des Mésopotamiens peut-elle apporter un élément à la question récurrente d'une origine autochtone de l'écriture en Égypte ou de son emprunt à la Mésopotamie ? Face à l'afflux des données que les souverains d'Abydos et de Hiérakonpolis faisaient converger vers eux, depuis des contrées fort lointaines, en particulier pour constituer leur mobilier funéraire, leurs gestionnaires ont dû développer des systèmes d'enregistrement des données. Les opérations sont devenues de plus en plus difficiles et nombreuses, défiant la mémoire de l'homme. Il a fallu pallier ces défaillances et pouvoir transmettre d'une personne à une autre ces enregistrements. C'est probablement à ce moment que l'écriture apparaît comme la solution technologique la plus adaptée. On compte et on mesure avant d'écrire des opérations mathématiques.

À ce moment de l'histoire, des objets mésopotamiens circulent en Égypte. Parmi eux, l'un des précurseurs de l'écriture, le sceau-cylindre. Il porte une iconographie complexe en provenance des rives du Tigre et de l'Euphrate. L'idée du support est adoptée par les Égyptiens, l'iconographie repensée et re-appropriée. En va-t-il de même de l'écriture, adopte-t-on une idée en la reformulant ? Aucun document, aucune tablette proto-cuneiforme n'a été retrouvée dans des niveaux prédynastiques. L'idée même de la tablette en argile n'existe pas en Égypte, ou ce matériau est également abondant, facile à se procurer et de bonne qualité.

Ni la matérialité de l'écriture, ni les univers mentaux dans lesquels l'étude des signes numériques et des systèmes de mesure nous ont plongés ne semblent indiquer de transmission. Les mathématiques sont une écriture et une vision du monde. Ceux des Mésopotamiens et des Égyptiens ne montrent que peu de points d'interface.

## Bibliographie

- Adams 1996, ADAMS B., Imports and imitations in Predynastic funerary contexts at Hierakonpolis, in *Interregional contacts in the Late Prehistory of northeastern Africa*, Krzyżaniak L., Kroeper K., Kobusiewicz M. (Dir.), Poznań, Archaeological Museum, 1996, p. 133-144 (Studies in African Archaeology, 5).

- Anselin 2004**, ANSELIN A , Histoires de Pluriels - archeologie du nombre en egyptien ancien, *Cahiers caribeens d'egyptologie*, Fort-de-France, 6, 2004, p 145-182
- Anselin 2008**, ANSELIN A , Signes et mots des nombres en egyptien ancien Quelques elements d'analyse et de reflexion, in *Egypt at its origins 2 proceedings of the international conference « Origin of the State, Predynastic and Early Dynastic Egypt », Toulouse (France), 5th-8th September 2005*, Midant-Reynes B , Tristant Y (Dir), Leuven, Peeters, 2008, p 851-885 (Orientalia Lovaniensia Analecta, 172)
- Cooper 2004**, COOPER J S , Babylonian beginnings the origin of the cuneiform writing system in comparative perspective, in *The first writing script invention as history and process*, Houston S D (Dir), Cambridge, Cambridge University Press, 2004, p 71-99
- Couchoud 1993**, COUCHOUD S , *Mathematiques egyptiennes recherches sur les connaissances mathematiques de l'Egypte pharaonique*, Paris, Le Leopard d'or, 1993, 208 p
- Davoust 2012**, DAVOUST M , Ecriture et societe maya du II<sup>e</sup> au X<sup>e</sup> siecle, Reedition de 2001, in *Histoire de l'écriture de l'ideogramme au multimedia*, Christin A -M (Dir), Paris, Flammarion, 2012, p 176-186
- Dreyer 1998**, DREYER G , *Umm el-Qaab I das pradynastische Konigsgrab U-J und seine fruhen Schriftzeugnisse*, Mainz, Zabern, 1998, 195 p (Archaologische Veroffentlichungen (Deutsches Archaologisches Institut Abteilung Kairo), 86)
- Eisenlohr 1877**, EISENLOHR A , *Ein mathematisches Handbuch der alten Agypter (Papyrus Rhind des British Museum)*, Leipzig, Hinrichs, 1877, 278 p
- Englund 2004**, ENGLUND R K , The state of decipherment of proto-Elamite, in *The first writing script invention as history and process*, Houston S D (Dir), Cambridge, Cambridge University Press, 2004, p 100-149
- Gardiner 1927**, GARDINER A H , *Egyptian grammar being an introduction to the study of hieroglyphs*, Oxford, Clarendon Press, 1927, 595 p
- Glassner 2000**, GLASSNER J -J , *Ecrire a Sumer l'invention du cuneiforme*, Paris, Le Seuil, 2000, 300 p (Univers historique)
- Hannig 2003**, HANNIG R , *Agyptisches Worterbuch I Altes Reich und Erste Zwischenzeit*, Mainz, Zabern, 2003, 1681 p (Kulturgeschichte der antiken Welt, 98 / Hannig-Lexica, 4)
- Herrenschmidt 2007**, HERRENSCHMIDT C , *Les trois ecritures langue, nombre, code*, Paris, Gallimard, 2007, 510 p (Bibliotheque des sciences humaines)
- Kahl 1994**, KAHL J , *Das System der agyptischen Hieroglyphenschrift in der 0-3 Dynastie*, Wiesbaden, Harrassowitz, 1994, 1051 p (Gottinger Orientforschungen IV Reihe Agypten, 29)
- Madjudzadeh & Perrot 2003**, MADJIDZADEH Y , PERROT J , Decouvertes recentes a Jiroft (Sud du plateau iranien), *Comptes-rendus des seances de l'Academie des inscriptions et belles-lettres*, Paris, 173, 3, 2003, p 1087-1102
- Nissen et al 1993**, NISSEN H J , DAMEROW P, ENGLUND R K , *Archaic bookkeeping early writing and techniques of economic administration in the ancient Near East*, Chicago, University of Chicago Press, 1993, 169 p
- Pommerening 2005**, POMMERENING T , *Die altagyptischen Hohlmasse*, Hamburg, Buske, 2005, 503 p (Studien zur altagyptischen Kultur, 10)
- Posener-Krieger & de Cenival 1968**, POSENER-KRIEGER P , CENIVAL J -L de, *The Abu Sir papyri*, London, Trustees of the British Museum, 1968, xx + 52 p , 113 pl h -t (Hieratic papyri in the British Museum, 5)
- Regulski 2010**, REGULSKI I , *A Palaeographic study of Early Writing in Egypt*, Leuven, Peeters, 2010, 827 p (Orientalia Lovaniensia Analecta, 195)
- Schmandt-Besserat 1992**, SCHMANDT-BESSERAT D , *Before Writing from Counting to Cuneiform*, Austin, University of Texas Press, 1992, 269 p
- Sethe 1916**, SETHE K , *Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Agyptern und was fur andere Volker und Sprachen daraus zu lernen ist ein Beitrag zur Geschichte von Rechenkunst und Sprache*, Strasbourg, Trubner, 1916, 147 p
- Vandermeersch 2012**, VANDERMEERSCH L , De la pyroscapulomanie a l'écriture, Reedition de 2001, in *Histoire de l'écriture de l'ideogramme au multimedia*, Christin A -M (Dir), Paris, Flammarion, 2012, p 92-94
- Wengrow 2008**, WENGROW D , Limits of Decipherment Objects biographies and the Invention of Writing, in *Egypt at its origins 2 proceedings of the international conference « Origin of the State, Predynastic and Early Dynastic Egypt », Toulouse (France), 5th-8th September 2005*, Midant-Reynes B , Tristant Y (Dir), Leuven, Peeters, 2008, p 1019-1030 (Orientalia Lovaniensia Analecta, 172)

Graff Gwenola (2016)

Systèmes numériques égyptiens et mésopotamiens :  
éléments de comparaison = Egyptian and  
mesopotamian numerical systems : comparative  
elements

In : Graff Gwenola (ed.), Jimenez Serrano A. (ed.).  
*Préhistoires de l'écriture : iconographie, pratiques  
graphiques et émergence de l'écrit dans l'Égypte  
prédynastique = Prehistories of writing : iconography,  
graphic practices and emergence of writing in  
predynastic Egypt*

Aix-en-Provence : PUP, p. 125-136. (Préhistoires de la  
Méditerranée)

Colloque International Préhistoires de l'écriture =  
Prehistories of Writing, Aix-en-Provence (FRA),  
2010/12/15-17

ISBN 979-10-320004-0-3