

UNIVERSITE DE BRETAGNE OCCIDENTALE

UER DES SCIENCES DE LA MATIERE ET DE LA MER

DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES
D'OCEANOGRAPHIE PHYSIQUE

Rapport présenté par

Anne Marie TREGUIER

*Etude des variations saisonnières de l'Atlantique Tropical
à l'aide d'un modèle numérique.*

Juin 1983

Professeur M.J. LE FLOCH

REMERCIEMENTS

Je remercie Mr Jarrige et tous les membres de l'antenne O.R.S.T.O.M. du centre océanologique de Bretagne qui m'ont accueillie; en particulier Yves du Penhoat qui m'a conseillée tout au long de mon travail, Jean Jacques Le Chauve et Daniel Corre pour leur aide en informatique, et Bernard Piton qui a organisé ma participation à la campagne NICAL 3.

PLAN

A - INTRODUCTION

B - THÉORIE ET MODÈLE NUMÉRIQUE

I DÉCOMPOSITION EN MODES BAROCLINES

II STRUCTURE HORIZONTALE D'UN MODE BAROCLINE

III PROPAGATION VERTICALE DES ONDES EQUATORIALES

IV DESCRIPTION DU MODÈLE NUMÉRIQUE

C - RÉPONSE À UN VENT ANALYTIQUE SIMPLE

I HYPOTHÈSES DE LINÉARITÉ

II COURANTS ZONAUX

D - RÉPONSE AU VENT CLIMATOLOGIQUE D'HELLERMAN

I HYPOTHÈSES DE LINÉARITÉ

II DESCRIPTION GÉNÉRALE DE LA RÉPONSE

III PROFONDEUR DE LA PYCNOCLINE

IV COURANTS ZONAUX

V PRESSION EN SURFACE

VI HAUTEUR DYNAMIQUE

E - CONCLUSION

CETTE ÉTUDE A POUR OBJET LA MODÉLISATION DE CERTAINS ASPECTS
DE LA RÉPONSE DE L'ATLANTIQUE ÉQUATORIAL AU FORCING DU VENT.

L'océan atlantique équatorial présente une très grande variabilité saisonnière, surtout dans sa partie est. Nous en présentons (fig. 1) deux exemples, la température de surface et la thermocline.

Comme dans tous les océans équatoriaux il existe une thermocline permanente très marquée, qui ici est plus profonde en moyenne à l'ouest qu'à l'est (fig. 1a). Cette thermocline oscille le long de l'équateur au cours de l'année (fig. 1 b) atteignant presque la surface dans le golfe de Guinée en juillet-août. Dans cette même région, on observe des variations de température de surface de l'ordre de 5° C (fig. 1) essentiellement à période annuelle et semi-annuelle (MERLE et LE FLOCH, 1978).

Quelle est l'origine de cette variabilité ? MERLE (1980) par une étude du bilan thermique de l'atlantique équatorial a montré que les variations du flux de chaleur atmosphérique ne peuvent expliquer que 10 % des variations du contenu thermique.

Selon les théories et les observations récentes, la variabilité serait essentiellement due à l'action du vent. Les vents dominants sur l'atlantique équatorial sont les alizés de Nord-Est et de Sud-Est, séparés par la zone intertropicale de convergence (fig. 2). Les vents présentent des variations importantes à l'échelle saisonnière (cycle annuel notamment) contrairement au cas du Pacifique où les variations interannuelles semblent être prépondérantes.

Un problème important est donc de comprendre la réponse de l'océan atlantique à une "année moyenne" de vent, c'est-à-dire des données de vent moyennées sur un très grand nombre d'années.

Divers travaux ont tenté d'expliquer la variabilité dans le golfe de Guinée par l'action des vents locaux (pompage d'EKMANN). Toutefois on constate que dans cette région les vents sont plus faibles qu'à l'ouest du bassin (fig.2) et leur variabilité saisonnière est également plus faible. On ne peut expliquer la réponse dans le golfe de Guinée que par un ajustement global du bassin aux variations de tension de vent sur toute son étendue (PICAUT, 1983).

.../...

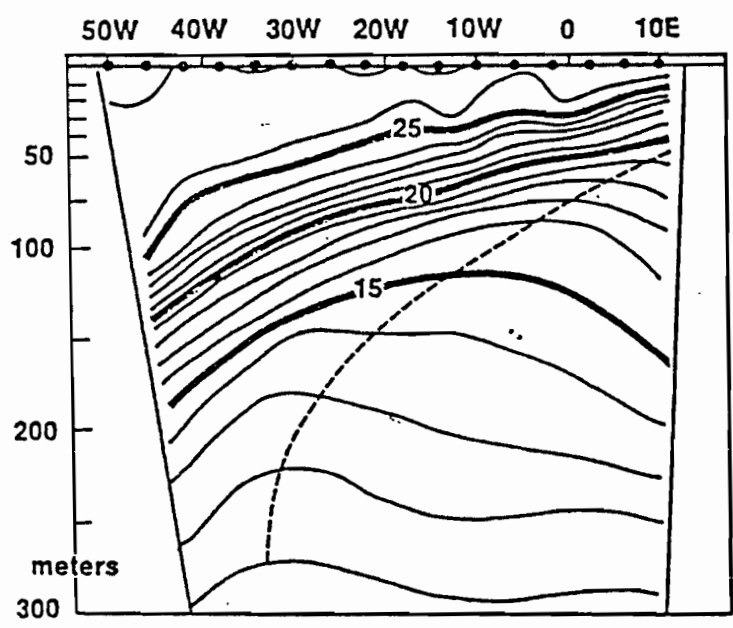


Fig 1 a
Moyenne annuelle de
la température
 le long de l'équateur
 entre les côtes du Brésil
 et d'Afrique
 (valeurs moyennées entre 0° et 25°)
 J. MERLE , 1979

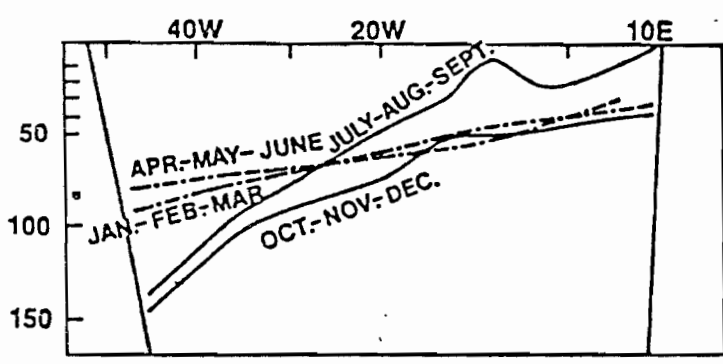
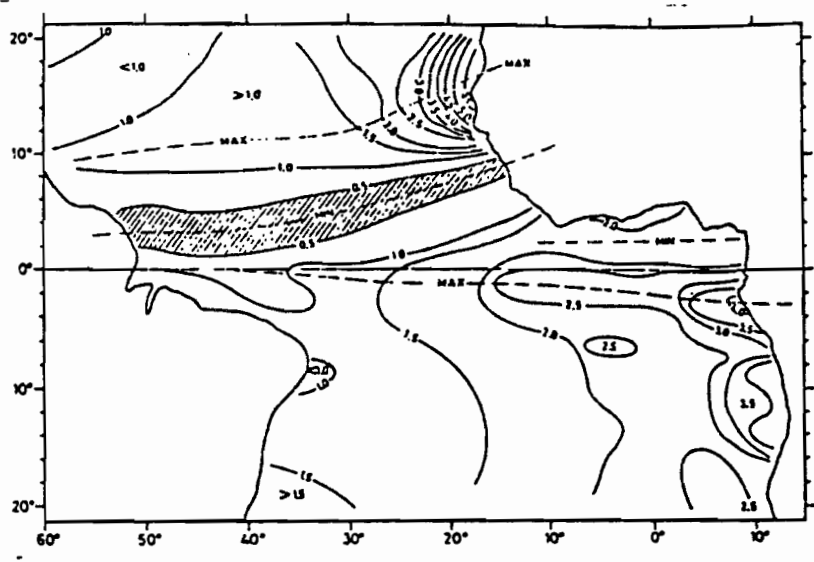


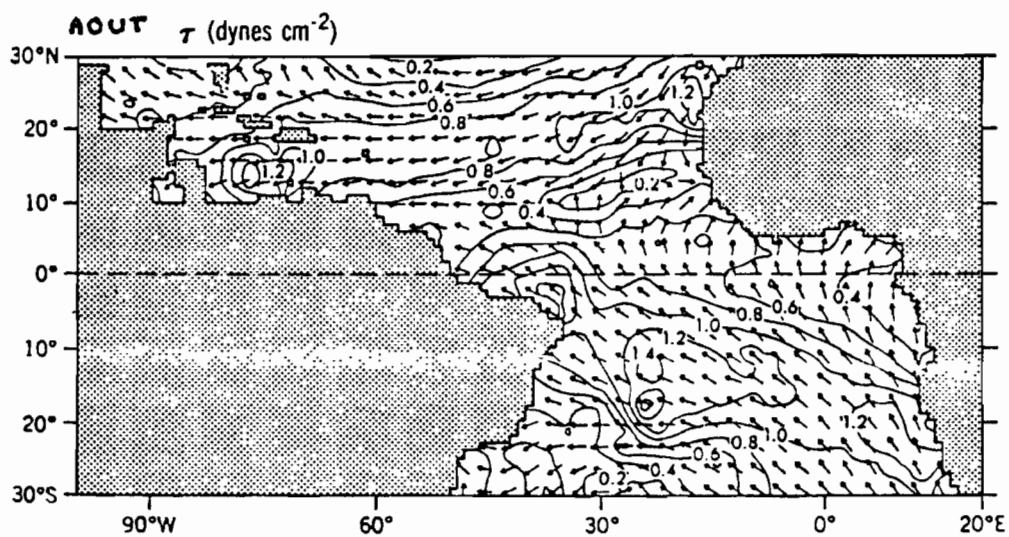
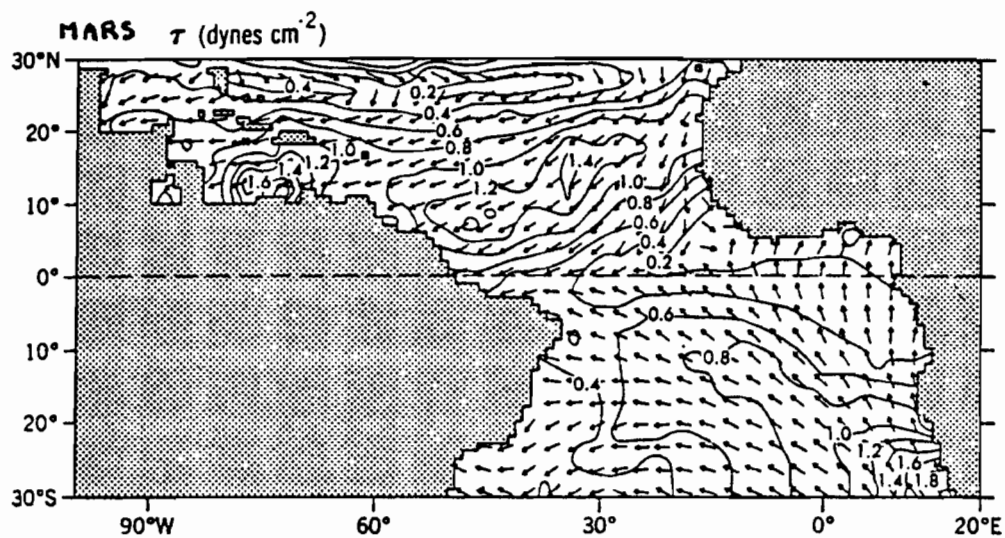
Fig 1 b
Variations de profondeur
de l'isotherme 23°
 au cours de l'année
 (même section que ci dessus)
 J. MERLE, 1979.

fig 1 c.
Variations
de la Température
près de la surface
 MERLE et J. le FLOCH
 1978.



Répartition de l'amplitude de la composante
 annuelle à 5 m en degrés Celsius.

Fig 2



TENSION DE VENT MOYENNE

SUR L'ATLANTIQUE ÉQUATORIAL

l'amplitude est donnée par les contours, la direction par les flèches

HELLERMAN (1980).

Les vents soufflant dans la partie ouest sont plus forts et donc déterminent l'essentiel de la réponse, notamment dans le Golfe de Guinée. Ce phénomène d'action du vent à distance, suggéré par MOORE et al (1978) est une conséquence de la dynamique particulière des océans équatoriaux.

De nombreux modèles ont été construits pour tenter de mieux comprendre les mécanismes mis en jeu dans la réponse de l'océan au forcing du vent.

Les premières études ont porté sur des forcings simples, impulsionnels ou périodiques. Dans une étude récente PICAUT et BUSALACCHI (1983) ont calculé la réponse de l'atlantique équatorial au vent réel d'une année type en utilisant un modèle linéaire à une couche et demie.

On a tenté ici de réaliser la même simulation avec un modèle stratifié verticalement, dans l'espoir d'obtenir des résultats plus complets. Le modèle que nous avons utilisé représente la structure verticale par une superposition de modes baroclines. Il existe un autre type de modèle, les modèles "en couches" comme celui utilisé par PHILANDER et PACANOVSKI (1981) pour étudier la réponse d'un bassin à un vent périodique.

Les modèles par superposition de modes baroclines sont beaucoup plus simples mais ont le défaut d'être nécessairement linéaires. Un modèle de ce type a déjà été appliqué au cas de l'océan atlantique par Mc CREARY, PICAUT et MOORE 1983, mais avec un vent très schématique oscillant à la période annuelle, et nul en moyenne.

Nous avons à notre disposition un modèle numérique particulièrement performant, mis au point par M. CANE, R. PATTON et Y. DUPENHOAT.

Ce modèle permet de calculer la réponse de l'océan à un vent réel pour 1 mode barocline en un temps très court (≈ 10 mn pour une simulation de 5 ans sur le DPS 7 du COB). On a donc pu reconstituer la structure verticale de la réponse en sommant plusieurs modes baroclines. La théorie est décrite dans la première partie ainsi que le modèle numérique.

Une étude préliminaire a d'abord été réalisée avec un vent analytique simple, puis l'on a étudié la réponse à un vent réel. On s'intéresse essentiellement aux résultats suivants :

- le profil de densité : notre modèle est-il capable de reproduire la pente de la pycnocline et ses variations saisonnières ?

- les courants zonaux : notre modèle reproduit-il la circulation en surface ? peut-il représenter le sous-courant équatorial de manière réaliste ?

.../...

- le champ de pression en surface : nos résultats sont-ils en accord avec ceux de BUSALACHI et PICAUT (1982) ? Notre modèle stratifié donne-t-il de meilleurs résultats qu'un modèle à 1 couche 1/2 ?

- le champ de hauteur dynamique : Est-il comparable aux observations ? le point le plus important est ici la comparaison quantitative, qui est possible parce que le modèle fournit les profils de densité.

BTHEORIE ET MODELE NUMERIQUE

La décomposition en modes verticaux permet de transformer les équations tridimensionnelles de la dynamique en un nombre fini d'équations bidimensionnelles.

Ce type de décomposition, facile à mettre en oeuvre dans un modèle, n'est possible qu'en faisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices : entre autres, on néglige l'advection non linéaire et la topographie.

Dans une première partie on présentera les équations de la dynamique et la démarche suivie pour décomposer la solution en modes baroclines.

Puis on établira les équations de la structure horizontale pour chaque mode. On décrira les solutions sous forme d'ondes libres et les solutions forcées.

Dans un troisième temps, on évoquera une approche plus naturelle du problème, la décomposition en ondes se propageant verticalement, et l'on expliquera pourquoi elle n'a pas été utilisable ici.

Enfin on décrira brièvement le modèle numérique utilisé, et on justifiera le choix des divers paramètres entrant dans le calcul.

I DECOMPOSITION EN MODES BAROCLINES

I-1 EQUATIONS

Les équations de départ sont les équations de Navier-Stokes:
Equations du moment cinétique

$$(1a) \quad u_t + uu_x + vv_y + ww_z - fv + \frac{1}{\rho_0} P_x = (\nu_v u_z)_z + \nu_H \nabla^2 u$$

$$(1b) \quad v_t + uv_x + vv_y + wv_z + fu + \frac{1}{\rho_0} P_y = (\nu_v v_z)_z + \nu_H \nabla^2 v$$

$$(1c) \quad w_t + uw_x + vw_y + ww_z + \frac{1}{\rho_0} P_z = -g + (\nu_v w_z)_z$$

Equation de continuité:

$$(1d) \quad \rho_t + (\rho u)_x + (\rho v)_y + (\rho w)_z = 0$$

Equation de la chaleur:

$$(1e) \quad \rho_t + u\rho_x + v\rho_y + w\rho_z = -(\kappa_v \rho_z)_z - \kappa_H \nabla^2 \rho$$

Les notations adoptées sont les suivantes:

- les dérivées partielles sont notées avec un indice: $\frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow u_x$
- ρ_0 est la densité moyenne
- f est le paramètre de coriolis.
on se placera par la suite dans le plan équatorial
en posant: $f = \beta y$
- ν_v est le coefficient de viscosité turbulente verticale
- ν_H est le coefficient de viscosité turbulente horizontale
- κ_v est le coefficient de diffusion verticale
- κ_H est le coefficient de diffusion horizontale
- τ_x et τ_y sont les composantes de la tension du vent.
On introduit la tension du vent par la condition
en surface (à $z=0$):

$$(\nu_v u_z)_z = \frac{\tau_x}{\rho_0}$$

$$(\nu_v v_z)_z = \frac{\tau_y}{\rho_0}$$

On cherche des solutions sous la forme:

$$\dot{U}(x, y, t) \mathcal{F}(z)$$

C'est à dire avec une structure verticale séparable.
Pour cela il est nécessaire de linéariser les équations.
On est donc conduit à faire les hypothèses suivantes:

- a) hypothèse d'incompressibilité : l'équation de continuité (1d) se réduit alors à $u_x + v_y + w_z = 0$
- b) On néglige les termes d'advection non linéaires.
- c) On linéarise l'équation de la chaleur en posant:

$$\rho = \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t)$$

$\bar{\rho}(z)$ étant le profil moyen associé à la fréquence de Väisälä $N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}$, et ρ' une perturbation petite devant $\bar{\rho}$.

Les deux hypothèses b) et c) sont critiquables mais nécessaires. On devra les vérifier à posteriori:

- b) en comparant la vitesse de phase des ondes se propageant dans le système et la vitesse des courants,

- On fait l'approximation dite du 'toit rigide', c'est à dire

$$w = 0$$

Cette approximation simplifie les calculs et ne modifie la réponse barocline (la seule qui nous intéresse ici) qu'à l'ordre 10^{-2} .

Les conditions aux limites sont donc finalement:

$$(3) \quad w = 0, \quad p' = 0 \quad \text{pour } z = -H$$

$$(4) \quad w = 0, \quad p' = 0 \quad \text{pour } z = 0$$

I- 3 EQUATION DE LA STRUCTURE VERTICALE

Afin de simplifier la notation on introduit l'opérateur

$$(5) \quad \frac{\partial}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu \right)$$

on note donc $u_{\theta} = u_t + \nu u$

On se ramène ainsi à des équations sans frottement:

$$(6a) \quad u_{\theta} - f v + \frac{1}{\rho_0} P_x = \frac{\tau_x z}{\rho_0}$$

$$(6b) \quad v_{\theta} + f u + \frac{1}{\rho_0} P_y = \frac{\tau_y z}{\rho_0}$$

$$(6c) \quad P_z + \rho g = 0$$

$$(6d) \quad u_x + v_y + w_z = 0$$

$$(6e) \quad \rho_{\theta} - \frac{\rho_0}{g} N^2 w = 0$$

En combinant (6c) et (6e) on obtient :

$$P_{z\theta} + \rho_0 N^2 w = 0$$

On suppose u, v, p et w de la forme:

$$u = U(x, y, t) \mathcal{F}(z) \quad v = V(x, y, t) \mathcal{F}(z)$$

$$p = P(x, y, t) \mathcal{F}(z) \quad w = W(x, y, t) \mathcal{E}_z(z)$$

Ces fonctions vérifient l'équation (6d) si:

$$- \frac{U_x(x, y, t) + V_y(x, y, t)}{W(x, y, t)} = \frac{\mathcal{E}_{zz}(z)}{\mathcal{F}(z)} = \kappa_1.$$

κ_1 étant une constante.

On en déduit donc : (7) $\mathcal{E}_{zz} = \kappa_1 \mathcal{F}$

De même, de l'équation (6f) on déduit :

$$(8) \quad \mathcal{F}_{zz} = N^2 \kappa_2 \mathcal{E}_z$$

κ_2 étant une constante.

En dérivant l'équation (7) par rapport à z et en combinant avec (8) on obtient une équation pour la structure verticale :

$$(9) \quad \boxed{\mathcal{E}_{zzz} + \frac{N^2}{c^2} \mathcal{E}_z = 0}$$

On a noté c^2 la constante de proportionnalité, c ayant les dimension d'une vitesse.

La solution $\mathcal{E}_z = 0$ correspond au mode barotrope, pour lequel les courants sont constants sur la verticale.

On ne s'intéresse par la suite qu'aux solutions baroclines.

Les solutions pour lesquelles la constante c est négative correspondent à des solutions piégées en surface; ces solutions ont donc peu d'influence sur la structure verticale. c sera donc pris positif.

- c) en vérifiant que ρ' est petit devant $\bar{\rho}$ et que le profil de densité reste stable.
- d) On néglige la diffusion verticale de moment cinétique et de chaleur: $\nu_v = \kappa_v = 0$
On peut s'abstenir de faire cette hypothèse (Mc Creary, 1980) mais il faut alors supposer que les coefficients ν_v et κ_v sont inversement proportionnels au carré de la fréquence de Vaisala. La décomposition en modes verticaux obtenue étant la même, on retiendra ici l'hypothèse la plus simple.
- e) On représente les termes de viscosité horizontale par un frottement linéaire:

$$\nu_H \nabla^2 u \sim \alpha u \quad \nu_H \nabla^2 v \sim \alpha v$$

$$\kappa_H \nabla^2 \rho \sim \alpha \rho$$
- f) On néglige les termes en β dans l'équation 1c pour ne conserver que l'équilibre hydrostatique. Cette hypothèse est parfaitement justifiée car on s'intéresse à des mouvements de fréquence faible devant la fréquence de Vaisala N .

Ces hypothèses faites, le système d'équations devient:

$$\begin{aligned} (2a) \quad u_t + \alpha u - \beta v + \frac{1}{\rho_0} P_x &= \frac{\tau_{xz}}{\rho_0} \\ (2b) \quad v_t + \alpha v + \beta u + \frac{1}{\rho_0} P_y &= \frac{\tau_{yz}}{\rho_0} \\ (2c) \quad \rho g + P_z &= 0 \\ (2d) \quad u_x + v_y + w_z &= 0 \\ (2e) \quad \rho_t - \rho_0 \frac{N^2}{g} w + \alpha \rho' &= 0 \end{aligned}$$

I- 2 CONDITIONS AUX LIMITES

Pour que ce système admette des solutions du type $U(x, y, t) \tilde{f}(z)$, il faut en outre faire des hypothèses sur les conditions aux limites.

Conditions au fond:

- On suppose les fluctuations de densité négligeables $\rho' = 0$
- On suppose un fond plat: la profondeur de l'océan est constante égale à H .
- On néglige le frottement sur le fond. On impose une condition de glissement: $w = 0$

Ces hypothèses ne sont pas trop gênantes ici car on ne s'intéresse qu'à la structure de la couche supérieure de l'océan.

Conditions en surface:

- On suppose la densité constante en surface :

$$\rho = \bar{\rho}, \quad \rho' = 0$$

cette hypothèse est assez restrictive, puisqu'elle revient à supposer la température de l'océan constante en surface. Dans le modèle, un phénomène d'upwelling se traduira donc uniquement par un déplacement d'isopycnes.

L'équation(9) assortie des conditions aux limites :

$$(10) \quad \begin{aligned} \mathcal{E}_f &= 0 & \text{à } z &= -H \\ \mathcal{E}_s &= 0 & \text{à } z &= 0 \end{aligned}$$

peut être aisément résolue de manière numérique.

On trouve que seules des valeurs discrètes de la constante c , notées c_k ($k=1,2,3\dots$) sont admissibles.

Chacune de ces valeurs correspond à un mode barocline n de l'océan.

On verra en II que pour chaque mode n , est la vitesse de phase maximale des ondes dans le système. c_k décroît quand k augmente : aux modes baroclines de n élevé correspondent des ondes de plus en plus lentes.

Les valeurs de c_k pour les premiers modes sont données dans le tableau 1 .

On remarque que les premiers modes sont très rapides à l'équateur. Les ondes baroclines aux latitudes moyennes sont au moins dix fois plus lentes. Ceci explique que dans l'océan équatorial il puisse y avoir une réponse barocline d'équilibre à l'échelle saisonnière.

Pour chaque mode barocline on peut calculer la structure verticale des courants $\mathcal{F}_k(z)$ proportionnelle à la dérivée $\frac{\partial}{\partial z}(\mathcal{E}_k(z))$

On choisit ici de normaliser les fonctions \mathcal{F}_k de sorte que $\mathcal{F}_k(0) = 1$

la fonction \mathcal{F}_k s'annule k fois. Pour le mode barocline k on aura donc k inversions de courant.

La figure 4 reproduit le profil des 6 premiers modes, calculé pour le Golfe de Guinée entre 0 et 800 mètres, à partir d'un profil de densité moyen représentatif de cette région (fig 3).

On démontre que les fonctions \mathcal{F}_k ($k=1,2,3\dots$) associées au mode barotrope (souvent noté $k=0$) forment un ensemble complet de fonctions orthogonales.

La décomposition en modes verticaux se justifie donc mathématiquement.

Quelle que soit la structure des courants $u(x,y,z,t)$, elle pourra se décomposer sous la forme:

$$u(x,y,z,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(x,y,t) \mathcal{F}_k(z).$$

MODE k	vitesse de Phase C_R ($m \cdot s^{-1}$)	hauteur Equivalente h_k (m .)	échelle de Longueur L_k (km)	échelle de Temps T_k (jours)	coefficient de couplage au Vent $\mu_k = \int_{-H}^0 F_k^2 dy$ (m .)
1	2.23	50.8	312.3	1.62	247
2	1.34	18.5	242.5	2.09	103
3	0.88	7.9	196.3	2.58	384
4	0.62	4.0	165.2	3.08	949
5	0.48	2.4	145.	3.50	577
6	0.41	1.7	133.3	3.76	465
7	0.35	1.25	123.7	4.09	618
8	0.30	0.9	115.4	4.45	993
9	0.27	0.7	108.	4.68	987
10	0.24	0.6	102.7	4.93	947
11	0.22	0.5	97.7	5.14	1381
12	0.20	0.4	93.6	5.42	1448
13	0.18	0.34	89.6	5.76	1535
14	0.17	0.30	86.7	5.9	1789
15	0.16	0.26	83.7	6.05	2408

TABLEAU 1

constantes relatives aux modes baroclines 1 à 15.

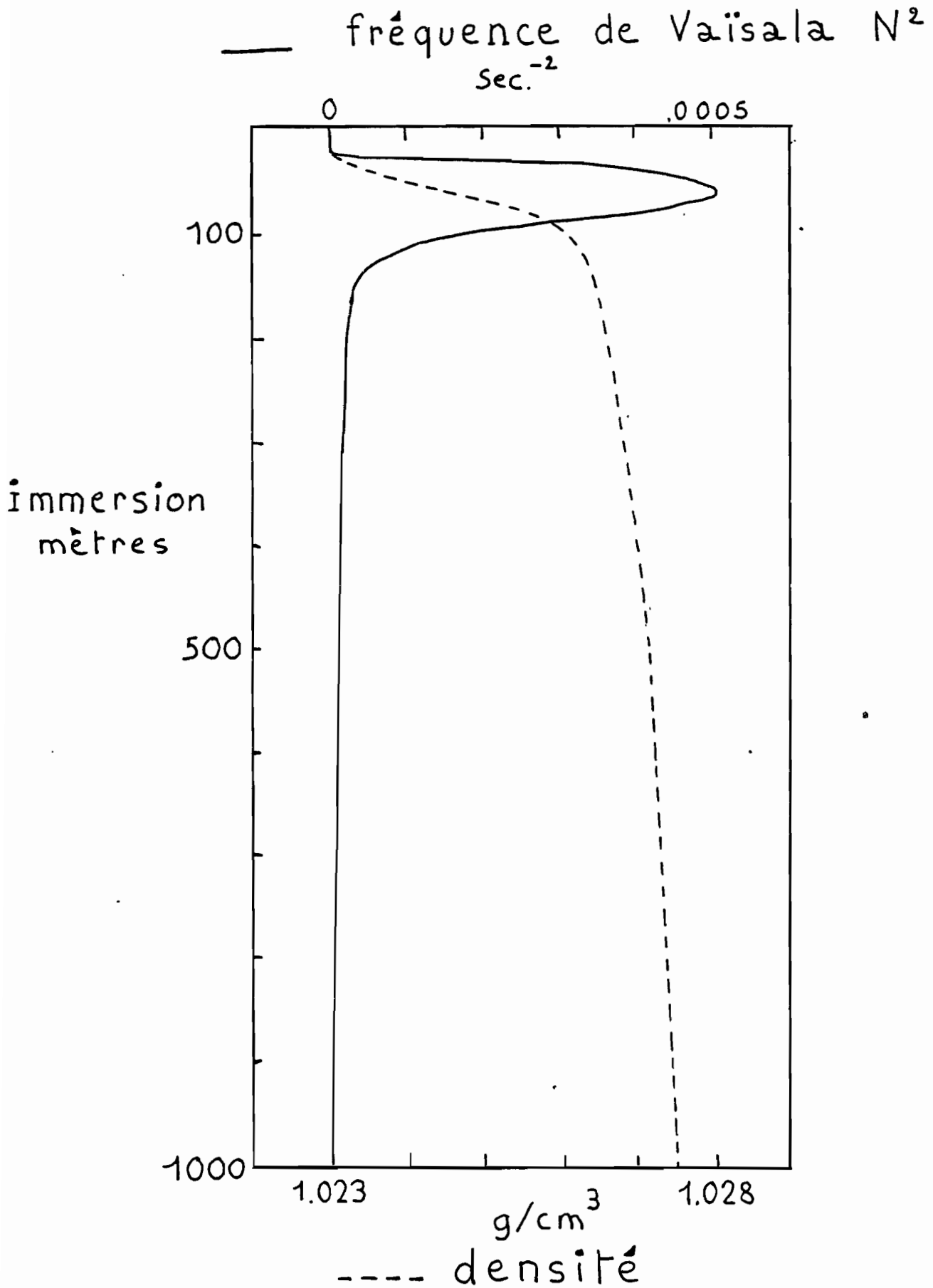


Fig 3

d'après Mc Creary, Picaut et Moore (83)

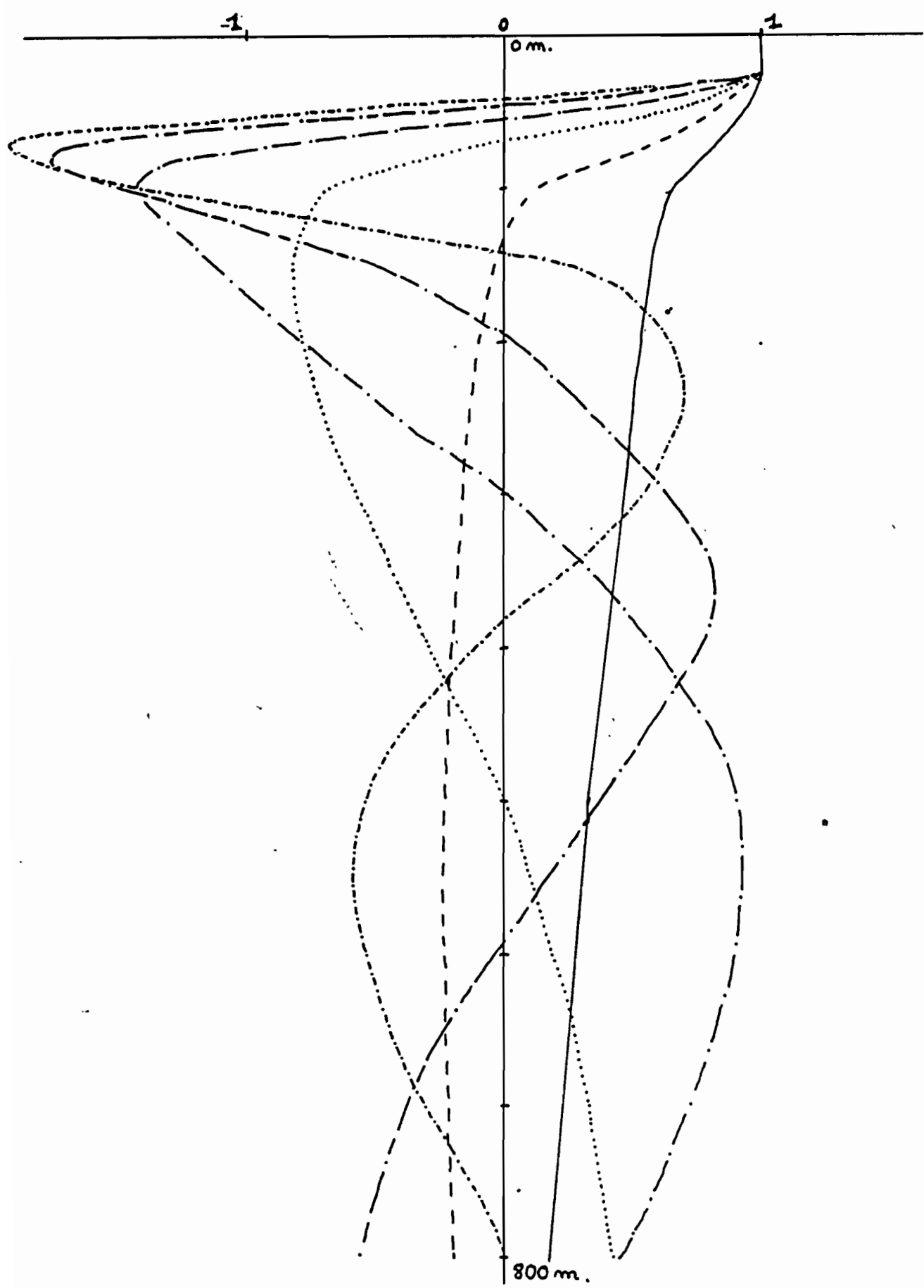


FIGURE 4

PROFIL DE $F_N(z)$ POUR LES MODES BAROCLINES
 $N = 1 \text{ à } 6$

I- 4 DISCUSSION DE LA METHODE

Il est important de noter que cette méthode est parfaitement générale. Il s'agit d'une méthode mathématique; on ne suppose pas à priori qu'il existe dans l'océan des modes verticaux stationnaires, comme sur une corde vibrante.

Bien sûr, pour des raisons pratiques évidentes, on ne peut utiliser la méthode que si la somme des modes converge rapidement. Ceci est vérifié, en général, avec un océan stratifié de manière réaliste où la fréquence de Väisälä est très faible aux grandes profondeurs, parce que l'océan est forcé en surface. Mc Creary, Picaut et Moore (1983) ont par exemple obtenu la convergence avec 15 modes baroclines.

La principale limitation de la méthode réside dans les hypothèses de départ. Ainsi, si les courants sont très rapides ou le mélange vertical important, il se peut que les interactions non linéaires jouent un grand rôle. Les effets de la thermodynamique et de la topographie peuvent également être non négligeables. En ce cas le modèle est insuffisant pour décrire la dynamique considérée.

II

STRUCTURE HORIZONTALE DES MODES BAROCLINES

II- 1 EQUATIONS

Les variables u, v, p sont décomposées sous la forme:

$$(11) \quad \begin{aligned} u &= \sum_{k=1}^{\infty} u^k(x, y, t) \mathcal{F}_k(z) \\ v &= \sum_{k=1}^{\infty} v^k(x, y, t) \mathcal{F}_k(z) \\ p &= \sum_{k=1}^{\infty} P^k(x, y, t) \mathcal{F}_k(z) - \bar{p} g z \end{aligned}$$

L'on ne s'intéresse pas ici au mode barotrope $k=0$.

Les variables w et ρ se déduisent de p par les relations:

$$(12) \quad \rho = \bar{\rho}(z) - \frac{\rho_0}{g} \sum_{k=1}^{\infty} P^k(x, y, t) (\mathcal{F}_k)_z$$

$$(13) \quad w = \sum_{k=1}^{\infty} (P^k)_\theta \frac{1}{c_k^2} \int_{-H}^z \mathcal{F}_k(x) dx.$$

A partir du système (6) on peut en combinant (6d) et (6f) obtenir trois équations en u, v, p :

$$(14a) \quad u_\theta - \beta v + \frac{1}{\rho_0} P_x = \frac{\tau_x z}{\rho_0}$$

$$(14b) \quad v_\theta + \beta u + \frac{1}{\rho_0} P_y = \frac{\tau_y z}{\rho_0}$$

$$(14c) \quad \left(\frac{P_{z\theta}}{\rho_0 N^2} \right)_z - u_x - v_y = 0$$

Pour trouver l'équation en u^k, v^k , et P^k correspondant au k -ième mode barocline, on reporte dans (14) la forme (11) de u, v , et p et l'on projette l'équation sur le k -ième mode. (la projection d'une fonction χ sur le k -ième mode est la fonction: $\int_{-H}^0 \chi \mathcal{F}_k(z) dz$).

Ainsi pour l'équation (14a) on obtient:

$$\int_{-H}^0 \mathcal{F}_k \left[\sum_{n=1}^{\infty} (u_\theta^n - \beta v^n + \frac{P_x^n}{\rho_0}) \mathcal{F}_n \right] dz = \int_{-H}^0 \frac{\tau_x z}{\rho_0} \mathcal{F}_k dz$$

Les fonctions \mathcal{F}_k étant orthogonales, il vient:

$$\int_{-H}^0 (\mathcal{F}_k)^2 dz \left(u_\theta^k - \beta v^k + \frac{P_x^k}{\rho_0} \right) = \frac{\tau_x}{\rho_0} \mathcal{F}_k(0)$$

On a normalisé \mathcal{F}_k de sorte que $\left(\mathcal{F}_k(0)=1 \right)$.

$$\text{d'où :} \quad u_\theta^k - \beta v^k + \frac{P_x^k}{\rho_0} = \frac{\tau_x}{\rho_0} \mu_k$$

$$\text{où} \quad (15) \quad \mu_k = \int_{-H}^0 (\mathcal{F}_k)^2 dz$$

L'équation (14b) se traite de la même façon.

Pour l'équation (14c) on a: $\left(\frac{P_{z\theta}}{N^2} \right)_z = \sum_{m=1}^{\infty} P_\theta^m \left(\frac{\mathcal{F}_z^m}{N^2}(z) \right)_z$

$$\text{or} \quad \left(\frac{\mathcal{F}_z^m}{N^2}(z) \right)_z = -\frac{\mathcal{F}^m}{c_m^2}(z)$$

d'après les équations (7), (8), et (9).
donc:

$$\left(\frac{P_{z\theta}}{N^2} \right)_z = -\sum_{m=1}^{\infty} P_\theta^m(x, y, t) \frac{\mathcal{F}^m(z)}{c_m^2}$$

d'où (14c) devient en projection sur le mode k:

$$\begin{aligned}
 - \int_{-H}^0 \mathcal{F}_k \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{P_{\theta}^m}{c m^2} \frac{\mathcal{F}_m}{c m^2} \right] dz &= \rho_0 \int_{-H}^0 \mathcal{F}_k \left[\sum_{m=1}^{\infty} (u_x^m + v_y^m) \mathcal{F}_m \right] dz \\
 \Rightarrow - \int_{-H}^0 (\mathcal{F}_k)^2 dz \left(\frac{P_{\theta}^k}{c k^2} \right) &= \rho_0 \int_{-H}^0 (\mathcal{F}_k)^2 dz (u_x^k + v_y^k) \\
 \Rightarrow P_{\theta}^k + \rho_0 c k^2 (u_x^k + v_y^k) &= 0
 \end{aligned}$$

On obtient ainsi le système:

$$\begin{aligned}
 (16) \quad u_{\theta}^k - \beta v^k + \frac{P_x^k}{\rho_0} &= \frac{\tau_x}{\rho_0 \mu_k} \\
 v_{\theta}^k + \beta u^k + \frac{P_y^k}{\rho_0} &= \frac{\tau_y}{\rho_0 \mu_k} \\
 \frac{P_{\theta}^k}{\rho_0} + c k^2 (u_x^k + v_y^k) &= 0
 \end{aligned}$$

(on rappelle que l'opérateur $\frac{\partial}{\partial z}$ vaut $\frac{\partial}{\partial z} + \alpha$)

La tension du vent apparaît dans ces équations divisée par un coefficient de couplage μ_k . D'après les valeurs de ce coefficient (Tableau 1) on constate que le vent excite surtout les premiers modes baroclines, et que le second mode est prédominant.

Pour simplifier la notation on notera par la suite:

$$P/\rho_0 = \bar{P} \quad ; \quad \tau_x/\rho_0 \mu_k = F_k \quad ; \quad \tau_y/\rho_0 \mu_k = G_k$$

Le système admet des solutions libres proportionnelles à $\exp [i(kx - \omega t) - \alpha t]$

La présence du terme de friction ne modifie pas la forme des ondes libres ; simplement leur amplitude décroît exponentiellement dans le temps. L'amplitude sera diminuée d'un facteur e au bout d'un temps caractéristique $1/\alpha$. Dans les paragraphes qui suivent, où sont décrites la forme et les propriétés des ondes libres solution du système, la friction pourra donc être négligée.

On se place en outre sur un plan équatorial, c'est à dire qu'on pose : $\beta = \beta_y$. Cette approximation est valable tant que l'échelle méridienne des mouvements ne dépasse pas l'ordre de grandeur du rayon de la Terre, ce qui est bien vérifié jusqu'à 10° de latitude.

Enfin, on remarque que si l'on adimensionnalise les équations selon les échelles

$$\begin{aligned}
 \text{vitesse :} & \quad c k \\
 \text{longueur :} & \quad L_k = \sqrt{c k / \beta} \\
 \text{temps :} & \quad T_k = 1 / \sqrt{\beta c k}
 \end{aligned}$$

les constantes disparaissent dans les équations. On notera désormais u, v, p, F, G les variables adimensionnelles, implicitement supposées, se rapporter au mode k ; on omettra les indices pour plus de clarté.

Avec ces nouvelles hypothèses le système (16) devient:

$$(17a) \quad u_t - y v + p_x = F$$

$$(17b) \quad v_t + y u + p_y = G$$

$$(17c) \quad p_t + u_x + v_y = 0$$

II- 2 ONDES LIBRES

Considérons d'abord les solutions du système (17) non forcé ($F=G=0$). On cherche des solutions de la forme :

$$u = U(y) \exp [i(kx - \omega t)]$$

$U(y)$ est une fonction qui doit tendre vers zéro quand y tend vers l'infini, car l'approximation du plan β équatorial n'est plus valable loin de l'équateur et ne permet donc d'étudier que les ondes confinées dans cette région.

A) Onde de Kelvin

On remarque tout d'abord que le système (17) admet une solution pour laquelle v est identiquement nul.

posons : $u = U(y) \exp [i(kx - \omega t)]$ $p = P(y) \exp [i(kx - \omega t)]$

En reportant dans le système (17) on obtient la relation de dispersion: (18) $\omega = k$

et l'équation de la structure méridienne:

$$(19) \quad P(y) = U(y) \quad \frac{\partial}{\partial y}(U) + U_y = 0$$

La solution bornée à l'infini est:

$$U(y) = A_0 \exp(-y^2/2)$$

L'onde de Kelvin pour le mode barocline k s'écrit donc en unités dimensionnelles:

$$(20) \quad u = \frac{p}{\rho_0 c k} = A_0 \exp [i k (x - c^k t)] \exp \left[-\frac{y^2}{2 L_k^2} \right]$$

L'onde de Kelvin se propage vers l'est à vitesse c^k . Elle n'a d'amplitude significative qu'à une distance $y < L_k$ de l'équateur. Plus le mode barocline k est élevé plus l'onde de Kelvin sera lente et piégée à l'équateur. L'onde de Kelvin équatoriale est analogue aux ondes de Kelvin côtières piégées le long d'une côte. La figure 5 représente la structure méridienne de l'onde de Kelvin pour divers modes baroclines. La vitesse de groupe est égale à la vitesse de phase; l'onde de Kelvin est non dispersive et son énergie se propage toujours vers l'Est.

B) Relation de dispersion

Considérons maintenant les ondes libres de la forme:

$$u = U(y) \exp [i(kx - \omega t)] \quad p = P(y) \exp [i(kx - \omega t)]$$

$$v = V(y) \exp [i(kx - \omega t)]$$

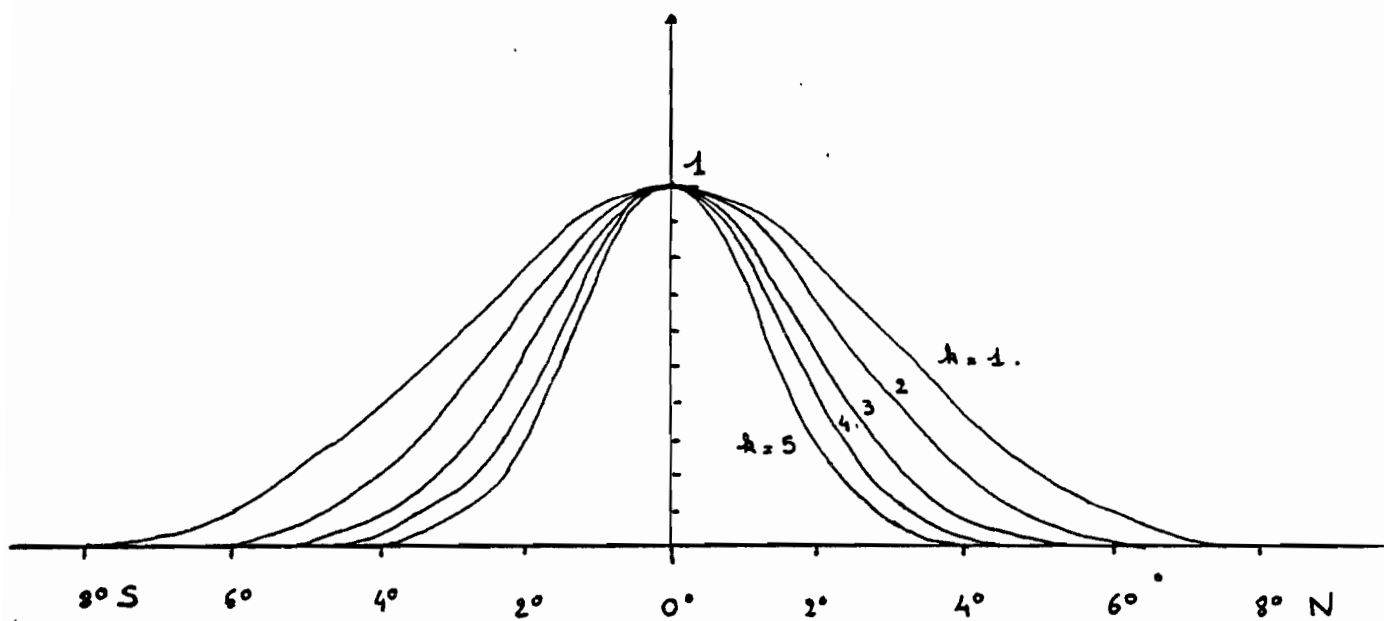
En reportant dans les équations (17) et en éliminant p et u , on obtient une équation de Weber pour v :

$$(21) \quad V_{yy} + \left(\omega^2 - k^2 - \frac{k}{\omega} - y^2 \right) V = 0$$

On montre que toutes les solutions qui tendent vers zéro à l'infini sont des combinaisons linéaires des fonctions d'Hermite:

$$(22) \quad \psi_m = \frac{\exp(-y^2/2) H_m(y)}{\sqrt{2^m m! \sqrt{\pi}}}$$

STRUCTURE LATITUDINALE
DE L'ONDE DE KELVIN



modes baroclines $k = 1, 2, 3, 4, 5.$
normalisés à 1.

Fig 5

H_m étant le polynome d'Hermite de degré m (m entier ≥ 0)
 Ces fonctions vérifient la relation :

$$(23) \quad (\Psi_m)_{yy} + (2m+1 - y^2) \Psi_m = 0$$

Chaque fonction Ψ_m constitue un mode méridien. Sa structure est oscillante au voisinage de l'équateur ($y < \sqrt{2m+1}$) et exponentiellement décroissante au delà. Chaque mode méridien m est donc confiné en deçà d'une "latitude limite" qui vaut dimensionnellement :

$$y_{Lm} = L_k \sqrt{2m+1}$$

Comme les ondes de Kelvin, les modes méridiens sont d'autant plus piégés à l'équateur que le mode barocline k est élevé (et donc L_k petit). Par contre, quand on va vers les modes méridiens m croissants, la latitude limite augmente, comme on le voit sur la figure (7). Comme les modes barocline, les modes méridiens forment une base orthogonale: théoriquement, toute structure méridienne se décompose donc en une somme de modes méridiens. Toutefois, l'approximation du plan β n'étant valable que jusqu'à une certaine latitude, les modes méridiens dont la latitude limite est située au delà ne peuvent décrire l'océan de façon adéquate. Pour avoir une solution valable loin de l'équateur il faudrait considérer les modes méridiens sur une sphère.

La condition (23) associée à l'équation (21) permet d'obtenir la relation de dispersion:

$$(24) \quad k^2 + \frac{k}{\omega} - \omega^2 + (2m+1) = 0$$

Pour un mode méridien m donné, il peut exister plusieurs couples (k, ω) de solutions, correspondant à des types d'ondes différents.

C) Ondes d'inertie gravité

Dans le cas $m \neq 0$, il n'existe de solution réelle pour k que dans les domaines de fréquence:

$$\omega \geq \omega_s = \sqrt{(m+1)/2} + \sqrt{m/2}$$

$$\omega \leq \omega_i = \sqrt{(m+1)/2} - \sqrt{m/2}$$

ceci apparaît sur le diagramme de dispersion figure 6. Dimensionnellement, les fréquences de coupure ω_i et ω_s dépendent du mode barocline k comme du mode méridien m . Le tableau ci après donne les périodes T_i et T_s correspondantes pour les premiers modes.

mode méridien mode barocline	m = 1		m = 2	
	T _i	T _s	T _i	T _s
k = 1	34,7 jours	6 jours	45,3 jours	4,6 jours
k = 2	44,8 jours	7,7 jours	58,4 jours	5,9 jours

Les ondes de période inférieure à T_s (quelques jours) sont les ondes d'inertie gravité. ω étant grand devant 1 la relation de dispersion est au premier ordre:

$$(25) \quad \omega^2 - k^2 = 2m + 1$$

La courbe de dispersion est proche d'une parabole (figure 6) La vitesse de phase, comme la vitesse de groupe, peut être dirigée vers l'Est ou vers l'Ouest. Ces ondes sont dispersives.

D) Ondes de Rossby

Les ondes de période supérieure à T_i sont les ondes de Rossby (périodes de l'ordre du mois et plus). ω étant petit devant 1 la relation de dispersion est au premier ordre:

$$(26) \quad k^2 + \frac{k}{\omega} + 2m + 1 = 0$$

pour ω donné deux nombres d'onde, donc deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 sont possibles. Toutes deux correspondent à une vitesse de phase vers l'Ouest (diagramme de dispersion figure 6).

- Pour la longueur d'onde la plus courte l'énergie se propage vers l'Est relativement lentement. Les ondes correspondantes sont dites ondes de Rossby courtes. Elles sont très dispersives. Leur énergie cinétique est surtout méridienne (composante v du courant).
- Pour la longueur d'onde la plus grande, l'énergie se propage vers l'Ouest. Dans la limite ($k \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow 0$) la vitesse de groupe et la vitesse de phase tendent vers

$$(27) \quad c_L = \frac{\omega}{k} = c_k / (2m + 1) \quad (\text{dimensionnellement})$$

Les ondes de Rossby longues sont peu dispersives et propagent l'énergie rapidement. Leur vitesse de groupe reste cependant inférieure à la vitesse de groupe de l'onde de Kelvin, c_k . D'après la relation (21), pour l'onde de Rossby de mode m la vitesse méridienne a une structure méridienne en $\Psi_m(y)$ (fonction d'Hermite définie en (22)).

Connaissant v on peut en déduire p et u par les relations (17). On constate alors que p et u sont combinaison linéaire des fonctions d'Hermite Ψ_{m-1} et Ψ_{m+1} . Compte tenu de la parité des fonctions d'Hermite, pour m impair l'onde de Rossby longue a sa vitesse méridienne antisymétrique par rapport à l'équateur, mais la vitesse zonale et la pression sont symétriques; pour m pair c'est l'inverse. Ceci apparaît sur la figure 7 qui représente la structure latitudinale de u , v , P pour les ondes de Rossby longues de mode 1, 2, 3 et 6. Il apparaît de plus que l'énergie est surtout présente dans les composantes u et p .

Dans la limite ($\omega \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$) les ondes de Rossby longues n'engendrent que des courants zonaux ($v \rightarrow 0$).

E) Ondes de Yanai ou ondes mixtes de Rossby-gravité

Dans le cas $m=0$, la relation de dispersion devient:

$$(28) \quad k^2 + \frac{k}{\omega} - \omega^2 + 1 = 0$$

FIG. 6

DIAGRAMME
DE DISPERSION

$h_e = 40 \text{ cm.}$

ondes d'inertie gravité

$m = 1$

$m = 2$

$\sigma \text{ (d}^{-1}\text{)}$

5 jours

onde de Yanai

onde de Kelvin

10 jours

20 jours

50 jours

100 jours

ondes de Rossby.

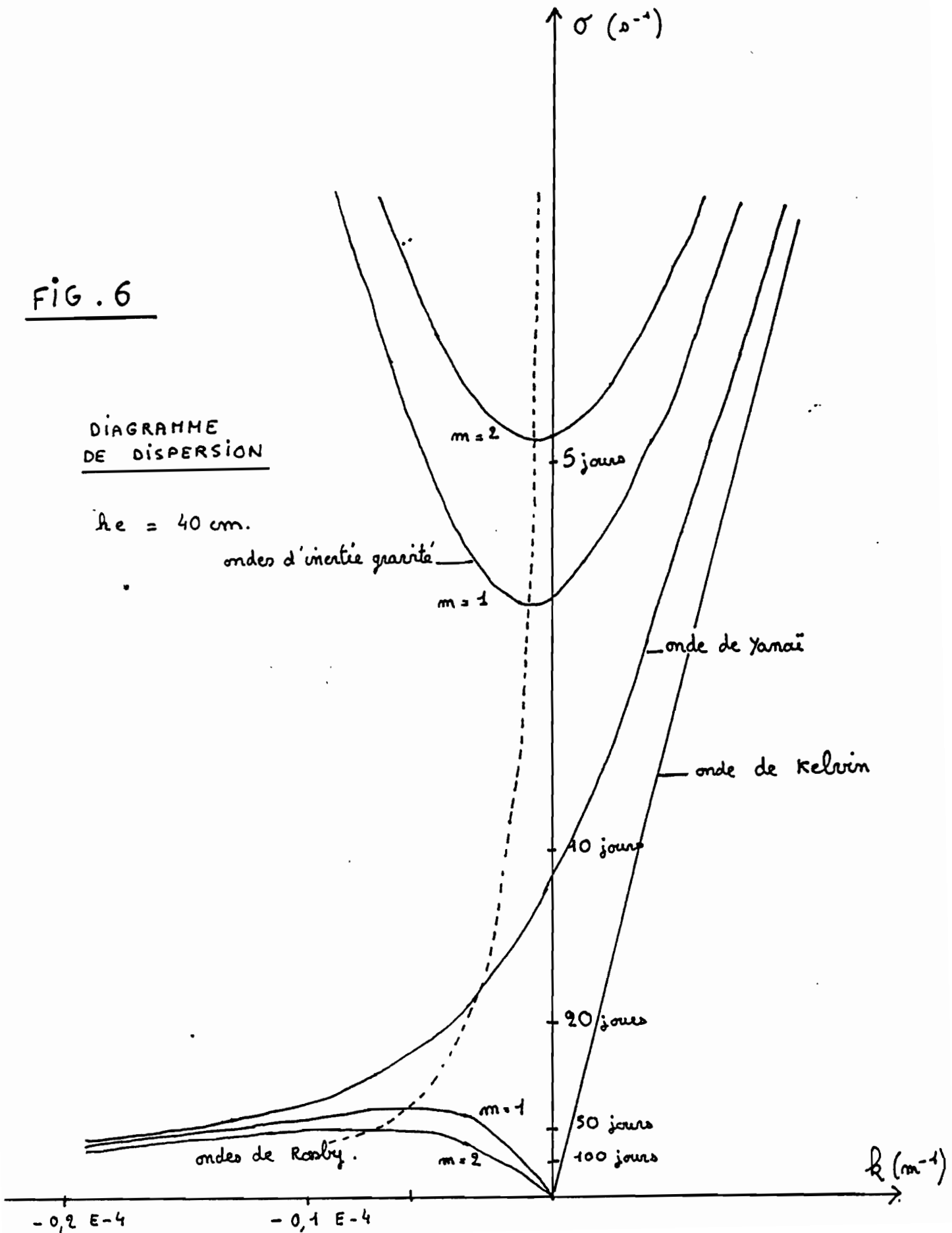
$m = 1$

$m = 2$

$k \text{ (m}^{-1}\text{)}$

$-0,2 \text{ E-4}$

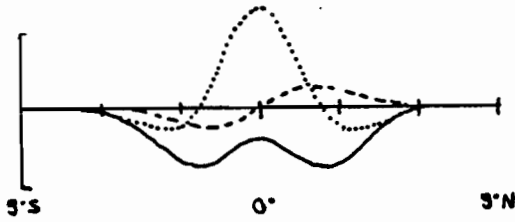
$-0,1 \text{ E-4}$



ONDES DE ROSSBY LONGUES

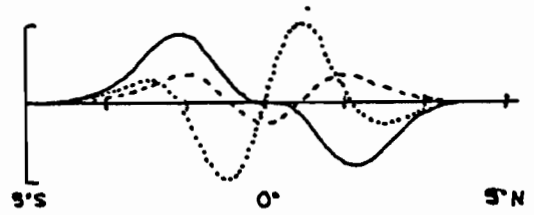
——— U : vitesse zonale
 - - - - V : vitesse meridienne
 P : pression

} Normalisées
1 unité d'énergie par
unité de distance zonale



mode méridien $m = 1$

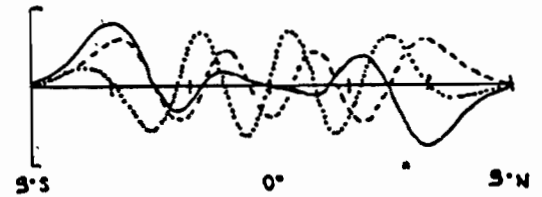
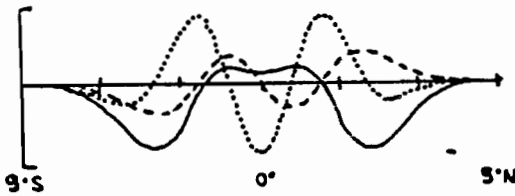
mode barocline $k = 2$.



mode méridien $m = 2$

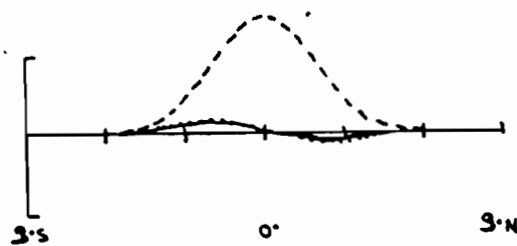
mode méridien $m = 3$

mode barocline $k = 2$.



mode méridien $m = 6$

ONDE DE YANAÏ



mode méridien $m = 0$

mode barocline $k = 2$.

D'après C. ERIKSEN (1981)

Quelle que soit la fréquence ω , il y a deux racines possibles:

$$(29) \quad k = -\omega \quad \text{et} \quad k = \omega - 1/\omega$$

On démontre que la première solution est inacceptable sur un plan équatorial car u et p tendent vers l'infini avec la latitude. La seconde solution correspond à l'onde de Yanai. Cette onde est aussi nommée onde mixte de Rossby-gravité car, comme cela apparaît sur le diagramme de dispersion figure 6, elle se comporte aux basses fréquences comme une onde de Rossby courte et aux hautes fréquences comme une onde de gravité.

La vitesse de phase peut être dirigée vers l'Est (hautes fréquences) ou vers l'Ouest (basses fréquences); mais l'énergie se propage toujours vers l'Est. La vitesse de groupe est dimensionnellement:

$$C_g = \frac{d\omega}{dk} = c_k \left(\frac{k + \sqrt{k^2 + 4}}{2\sqrt{k^2 + 4}} \right)$$

Elle est plus faible que la vitesse de groupe de l'onde de Kelvin. On a représenté (figure 7) la structure méridienne de u , v , et p pour cette onde. La plupart de l'énergie se trouve dans la vitesse méridienne, qui est symétrique par rapport à l'équateur; u et p sont anti-symétriques.

II- 3 ONDES FORCÉES

Les ondes décrites précédemment peuvent être générées par un forcing (vent zonal ou méridien). L'un ou l'autre type d'ondes sera excité préférentiellement en fonction des caractéristiques du forcing : fréquences, nombres d'onde, et symétrie par rapport à l'équateur.

Le problème de la réponse barocline de l'océan équatorial à un forcing donné a été traité de manière exhaustive dans une série d'articles de Cane et Sarachik. (1976, 1977, 1979, 1981). On se bornera ici à une description qualitative de deux cas :

- Ajustement de l'océan à un forcing déclenché brutalement au temps $t=0$ et constant ensuite
- réponse à un forcing périodique.

On justifiera, toujours qualitativement, l'approximation des ondes longues qui sera faite dans la suite du modèle.

A) Ajustement barocline de l'océan équatorial

Ce problème est traité dans le cadre de la théorie linéaire par Cane et Sarachik (1976, 1977).

Soit un océan équatorial infini en y , et borné en $x=0$ (à l'Ouest) et en $x=X_E$ (à l'Est).

Au temps $t=0$, l'océan étant au repos, on établit un forcing (F ou G) constant dans le temps et l'espace ($\omega = 0$, $k=0$). On observe alors :

- Des ondes d'inertie gravité, de nombre d'onde $k=0$, sont excitées au temps $t=0$; elles se propagent au travers du bassin et sont réfléchies aux frontières en perdant à chaque fois une partie de leur énergie qui reste piégée à la côte. Ces ondes ne jouent aucun rôle dans l'établissement de l'équilibre; elles sont excitées du fait des conditions initiales (océan au repos) et se dispersent rapidement.

- Des ondes de Rossby longues sont générées à la frontière Est et se propagent vers l'Ouest. Derrière elles s'établit un gradient de pression qui équilibre la tension du vent, et provoque l'arrêt de l'accélération des courants. L'ajustement se fait d'abord pour les premiers modes baroclines, car ils sont les plus rapides.
- Des ondes de Rossby courtes sont générées sur la frontière Ouest par le forcing et par la réflexion des ondes de Rossby longues. Elles ne peuvent propager efficacement l'énergie vers l'Est, aussi observe-t-on des courants méridiens très énergétiques de plus en plus piégés le long de la frontière ouest. Notons que les termes de friction sont nécessaires pour représenter de façon réaliste les courants de bord Ouest. En dehors de cette région limitée, les ondes de Rossby courtes ne jouent aucun rôle dans l'ajustement. Il en est de même des ondes de Yanai qui à basse fréquence se comportent comme des ondes de Rossby courtes.
- Les ondes de Kelvin ne sont générées que si le forcing a une certaine symétrie: F (vent zonal) symétrique par rapport à l'équateur ou G (vent méridien) antisymétrique. Dans le cas où des ondes de Kelvin sont excitées, elles contribuent comme les ondes de Rossby longues à l'établissement d'un gradient de pression équilibrant la tension du vent. Toutefois, du fait que les ondes de Kelvin et de Rossby longues ont des vitesses différentes, elles ne vont pas pouvoir établir un équilibre permanent. L'océan va osciller continuellement autour de son état d'équilibre, jusqu'à ce que les ondes de Kelvin et de Rossby longues s'atténuent par réflexions successives. Dans le cas où les ondes de Kelvin ne sont pas générées, l'équilibre barocline pour le mode k est atteint lorsque les ondes de Rossby de mode k ont traversé le bassin. Les ondes de Rossby sont de plus en plus lentes au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'équateur. Le tableau 3 donne les temps de traversée de l'océan Atlantique, pour divers modes baroclines et à diverses latitudes.

C) Réponse linéaire à un forcing périodique

On se limite à l'étude des forcings de période supérieure à 1 mois. Dans ce cas, si l'on suppose le forcing établi depuis longtemps, il n'y a plus d'ondes d'inertie gravité dans le système. On a vu précédemment que les ondes de Rossby courtes ne jouent un rôle notable que près de la frontière Ouest. Pour décrire la réponse linéaire de l'océan équatorial à un forcing basse fréquence, on pourra donc se limiter à étudier les ondes de Kelvin et de Rossby longues. On va pour cela faire dans les équations (17) l'hypothèse des ondes longues :

$$\frac{\partial}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial x} \approx \epsilon \ll 1$$

TYPE D'ONDE				
MODE barocline	KELVIN	ROSSBY LONGUE (période annuelle)		
		0°	latitude 5°	10°
1	1 mois	2.9 mois	2.9 mois	1.2 ans
2	1.6 mois	4.7 mois	7.7 mois	2 ans
3	2.4 mois	7.3 mois	1.8 ans	7.4 ans
4	3.4 mois	10.3 mois	3.9 ans	16 ans
5	4.4 mois	13.4 mois	6 ans	41 ans
7	6 mois	1.5 an	12 ans	pas d'onde à cette période
10	9 mois	2.2 an	34 ans	pas d'onde à cette période
15	1 an	3.4 ans	pas d'onde à cette période	pas d'onde à cette période

TABLEAU 3

TEMPS DE TRAVERSÉE D'UN BASSIN OCÉANIQUE
POUR DIFFÉRENTS TYPES D'ONDES.

Largeur du bassin : 5500 km.

On trouve alors que p et u sont du même ordre de grandeur mais que v est plus petit d'un facteur ϵ . On pourra donc négliger le terme v_t dans (17b) à un facteur ϵ^2 près.
D'où le système:

$$(30) \quad \begin{aligned} u_t - \gamma v + p_x &= F \\ \gamma u + p_y &= G \\ p_t + u_x + v_y &= 0 \end{aligned}$$

Ce système n'admet plus comme solution ni les ondes d'inertie gravité, ni les ondes de Rossby courtes. Les ondes de Rossby longues sont maintenant rigoureusement non dispersives. Les équations (30), étant simplifiées, ne permettent pas de satisfaire la condition $u=0$ sur la frontière Ouest. Cane et Sarachik (1981) montrent que la condition aux limites appropriée est:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u \, dy = 0 \quad (\text{à } x=0)$$

Cane et Sarachik (1981) ont résolu ces équations pour différentes symétries du forcing et pour diverses valeurs des paramètres suivants:

- L , largeur du bassin
- ω , fréquence du forcing
- λ , extension latitudinale du forcing

La fonction F étant prise de la forme :

$$F = A \exp[-(y/\lambda)^2] \exp[i\omega t] y^m \quad (m=0 \text{ ou } 1)$$

Pour un bassin de la taille de l'océan Atlantique, on constate que:

- Aux très longues périodes (supérieures à un an), pour un vent zonal, le champ de hauteur dynamique oscille le long de l'équateur. Le "point pivot" autour duquel s'effectue cette oscillation se trouve au centre du bassin. En l'absence d'ondes de Kelvin (vent antisymétrique) cette oscillation est partout en phase avec le forcing. Si des ondes de Kelvin sont générées, il peut y avoir un déphasage entre le champ de hauteurs et le forcing. La réponse de l'océan peut se représenter comme un état d'équilibre évoluant lentement. Il n'y a pas de phénomène de propagation évident.
- Aux périodes inférieures à 1 an, la réponse est plus complexe. On observe des zones de minima et de maxima d'amplitude, ou 'points focaux' autour desquels la phase varie rapidement. Dans le cas où des ondes de Kelvin sont excitées, on observe une propagation de phase vers l'est le long de l'équateur. Cependant cette vitesse de phase est trop faible pour être due uniquement à des ondes de Kelvin; elle résulte de l'interaction de l'ensemble des ondes constituant la réponse de l'océan.

Pour conclure, mentionnons que Philander et Pacanovski (1980, 1981) ont étudié ces deux cas (réponse à un forcing soudain et à un forcing périodique) dans le cadre plus général d'un modèle non linéaire et stratifié. Ils ont montré que les non linéarités affectent très sensiblement les courants générés ainsi que les vitesses de phase observées.

III PROPAGATION VERTICALE DES ONDES

Dans la première partie on a défini mathématiquement les modes baroclines. Il convient de s'interroger sur leur signification physique. Par exemple, comment une réponse présentant les caractéristiques d'un mode barocline donné pourrait elle s'établir dans l'océan? Supposons un océan initialement au repos, et imposons à partir du temps $t=0$ un forcing en surface. Dans le cadre de la théorie linéaire, des ondes sont générées en surface et l'énergie se propage vers le fond de l'océan. Ces ondes se réfléchissent sur le fond, et c'est l'interférence des ondes incidentes et réfléchies qui finalement engendre un mode stationnaire. Si le forcing est tel que les ondes excitées correspondent à un seul mode barocline, on observera une structure verticale stable, et aucun phénomène de propagation verticale ne sera apparent.

Il importe donc d'étudier la propagation verticale des ondes, pour avoir une idée du temps nécessaire à l'établissement des modes stationnaires. On pourra alors en déduire si de tels modes peuvent exister dans l'océan réel.

III- 1 PROPAGATION VERTICALE

Partant du système d'équations tridimensionnelles (6), on a supposé les variables de la forme :

$$u = U(y) F(z) \exp [i(kx - \omega t)]$$

On a ainsi pu séparer deux systèmes:

-une équation de la structure verticale

$$(9) \quad \mathcal{E}_{zz} + \frac{N^2}{c^2} \mathcal{E} = 0 \quad \text{ou encore} \quad (31) \quad \left(\frac{F_z}{N^2} \right)_z + \frac{F}{c^2} = 0.$$

où c est une constante;

-une équation de la structure horizontale (21) qui s'écrit, dimensionnellement et sans forcing:

$$(32) \quad V_{yy} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} - \left(\frac{\beta y}{c} \right)^2 \right) V = 0$$

Pour résoudre (31) et (32) deux approches sont possibles. La première, décrite précédemment, consiste à résoudre (31) puis, les valeurs propres possibles c_k étant obtenues, résoudre la version forcée de l'équation (32) pour chaque valeur de c_k .

La seconde approche consiste à résoudre (32) d'abord. Dans le cas d'une symétrie sphérique, on obtiendra un certain type de fonctions propres; dans le cas du plan β équatorial avec pour conditions aux limites $y \rightarrow 0$ à l'infini, on retrouve les fonctions d'Hermite vues en (II).

On peut projeter la fonction forcing sur ces modes méridiens; pour chaque mode méridien la relation de dispersion permet d'obtenir les valeurs de la constante c correspondant aux fréquences ω et aux nombres d'onde k présents dans le forcing. Connaissant ces valeurs possibles pour c , on résout alors la version forcée de l'équation (31). L'équation (31) n'a pas de solution analytique simple dans le cas où la fréquence de Vaisala N dépend de z . On va ici se borner à décrire le cas de l'océan uniformément stratifié ($N = \text{constante}$) et on en déduira le cas général de façon qualitative.

On ne s'intéresse qu'à la propagation des ondes, et pas à la manière dont elles sont générées : on part donc de l'équation (31) non forcée, tout en sachant que la constante c est ici imposée par un forcing. Avec N constante (31) devient :

$$(33) \quad f_{zz} + \frac{N^2}{c^2} f = 0$$

Les solutions sont des ondes de la forme :

$$f = A_0 \exp[\pm i \nu z]$$

ν étant le nombre d'onde vertical, $\nu = N/c$

On peut exprimer la relation de dispersion (24) en fonction du nombre d'onde vertical ν . On obtient alors, sous sa forme dimensionnelle, l'équation :

$$(34) \quad \frac{\omega^2 \nu}{\beta N} - \frac{k^2 N}{\beta \nu} - \frac{N k}{\nu \omega} - (2m+1) = 0$$

De cette relation on peut déduire la vitesse de phase,

$$C_{qv} = \omega / \nu$$

et la vitesse de groupe verticale, $C_{gv} = \frac{d\omega}{d\nu}$

Pour les divers types d'ondes.

A) Onde de Kelvin

Pour cette onde, $\omega/k = \text{constante} = C_K$ (vitesse de phase horizontale).

Donc la vitesse de phase verticale est :

$$C_{qv} = \omega / \nu = C_K \omega / N$$

C_{qv} est positive, donc la phase se propage vers le haut. La vitesse de groupe verticale par contre est négative :

$$C_{gv} = \frac{d\omega}{d\nu} = - \frac{C_K \omega}{N}$$

L'énergie se propage vers le bas. L'énergie de l'onde de Kelvin pénètre dans l'océan en faisant un angle θ avec la verticale :

$$\tan \theta = \frac{|C_{gh}|}{|C_{gv}|} = \frac{|C_K|}{|C_{gv}|} = \frac{N}{\omega}$$

Cet angle est d'autant plus faible que la période est grande. A titre d'exemple, prenons une fréquence de Väisälä de 0.01 (valeur moyenne entre 0 et 150 mètres). Une onde de Kelvin de période six mois, traversant un bassin de 5000 km de large, parcourt 200m verticalement; pour une onde de période annuelle, l'énergie ne pénètre que jusqu'à 100 m.

B) Onde de Rossby longue

Dans la limite $\omega \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$, la relation (34) se réduit à :

$$\omega = \frac{-Nk}{(2m+1)\nu} \quad m \text{ étant le mode méridien.}$$

La vitesse de phase verticale, ω / ν , est toujours positive car le nombre d'onde k est toujours négatif. La vitesse de groupe verticale est :

$$C_{gv} = \frac{Nk}{(2m+1)\nu^2} = - \frac{C_K \omega}{N}$$

L'énergie se propage vers le bas à la même vitesse que pour l'onde de Kelvin.

L'angle par rapport à la verticale est :

$$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{N}{\omega(2m+1)} \right)$$

Les ondes de Rossby ont donc une pente de pénétration plus forte que les ondes de Kelvin, et ce d'autant plus que le mode méridien est élevé.

C) Ondes d'inertie gravité

Pour ces ondes l'énergie se propage également vers le bas. Pour les plus basses fréquences, la vitesse de groupe horizontale étant faible, l'énergie se propage presque verticalement. Le calcul montre que la propagation verticale est rapide : même dans le pire des cas, l'énergie atteint le fond en quelques jours (Weisberg, 1981).

En fait, dans l'océan réel, N variant avec la profondeur, les trajectoires de l'énergie ne sont plus des droites mais des courbes. L'énergie se propage presque horizontalement dans la thermocline, puis la trajectoire s'incurve de plus en plus vers le bas, N augmentant avec la profondeur. Certaines ondes peuvent même être réfléchies par la thermocline et leur énergie reste piégée dans la couche supérieure de l'océan.

III- 2 INTERPRETATION PHYSIQUE

Philander (1978) décrit en détail les deux méthodes (décomposition en modes baroclines ou en une somme d'ondes se propageant verticalement) et en dégage la signification physique. On va simplement ici tenter de répondre aux trois questions suivantes :

- A) Y-a-t-il des modes baroclines dans l'océan?
- B) Y-a-t-il des modes méridiens dans l'océan?
- C) Compte tenu de ce qui précède, pourquoi a-t-on choisi la décomposition en modes baroclines pour notre modèle?

A) Y-a-t-il des modes baroclines dans l'océan ?

Les calculs de propagation verticale montrent que les ondes de longue période mettent plusieurs mois ou plusieurs années pour atteindre le fond. Elles se réfléchissent donc auparavant une ou plusieurs fois sur les bords du bassin - ou sur une barrière comme la dorsale médio Atlantique. A chaque réflexion une partie de l'énergie est dissipée; de plus, dans l'océan réel où N varie avec la profondeur un faisceau d'énergie tend à se disperser. Les ondes réfléchies et les ondes incidentes ne peuvent donc pas interférer pour engendrer des modes stationnaires. On peut donc raisonnablement affirmer qu'aux longues périodes (1 mois et plus) il n'y a pas de modes baroclines stationnaires dans l'océan, mais une propagation verticale de l'énergie.

Diverses observations le confirment :

- Dans le Golfe de Guinée des mesures ont révélé une propagation de phase vers le haut et d'énergie vers le bas (Weisberg, Horigan et Colin, 1979). La période (1 mois) du phénomène, sa symétrie, sa longueur d'onde horizontale et verticale étaient caractéristiques d'une onde de Yanai.
- Dans cette même région, Picaut (1983) a mis en évidence la propagation verticale du signal d'upwelling à période annuelle.

- Dans l'océan Indien, Luyten(1982) a également observé une propagation de phase verticale à période semi annuelle.

Par contre, pour les courtes périodes (inférieures à quelques jours) les ondes d'inertie gravité peuvent être établies des modes stationnaires dans les zones où le fond est plat. Certaines observations tendraient à le prouver (Wunsch et Gill, 1976).

B) Y-a-t-il des modes méridiens dans l'océan?

Plus le mode méridien est élevé, moins il est confiné à l'équateur. Le 23^e mode méridien par exemple correspondrait à des courants s'inversant 22 fois entre 15°N et 15°S et nuls au delà. Il semble fort improbable que le vent puisse exciter de façon préférentielle un tel mode ! Par contre, les premiers modes méridiens $m=0,1,2$ sont très confinés à l'équateur et leur structure est simple (fig 7). Le vent pourra donc effectivement exciter l'un ou l'autre de ces modes, selon qu'il soufflera parallèlement ou perpendiculairement à l'équateur.

Les observations montrent qu'aux périodes supérieures à trois jours les fluctuations de courant ont des propriétés de symétrie par rapport à l'équateur (Philander, 1978) ; on peut donc penser que des ondes piégées correspondant aux premiers modes méridiens contribuent à ces fluctuations.

C) Pourquoi a-t-on choisi la décomposition en modes baroclines?

Dans la partie A ci-dessus on a vu que, aux échelles de temps qui nous intéressent, l'énergie se propage verticalement. Il semble donc logique de décomposer le mouvement en une somme d'ondes se propageant verticalement, et pour cela de projeter d'abord le forcing sur les modes méridiens. Dans le cas de notre étude cependant, cette méthode s'est révélée impraticable. En effet, l'océan Atlantique équatorial n'est pas assimilable à un bassin rectangulaire. Or, dans le cas d'une géométrie irrégulière, les modes méridiens ne sont plus des fonctions d'Hermite ; on montre même (Cane et Sarachik, 1979) que l'indice m du mode méridien n'est plus un entier. De plus, pour résoudre la relation de dispersion (34) il faut faire une décomposition de Fourier du forcing. Le nombre d'équations nécessaire pour résoudre la structure méridienne (au moins 30 modes pour une zone s'étendant de 10°N à 10°S) est donc multiplié par le nombre de fréquences.

La décomposition en modes méridiens n'est, comme la décomposition en modes baroclines, qu'un artifice mathématique puisque seuls les premiers modes méridiens peuvent avoir une existence physique. Dans notre cas cette méthode présentait beaucoup plus d'inconvénients que d'avantages.

Par contre la décomposition en modes baroclines est très commode d'emploi. La somme de plusieurs modes stationnaires permet de décrire un phénomène physique de propagation verticale. On vérifie dans notre modèle qu'en sommant les 5 premiers modes on observe déjà une propagation de phase verticale très nette à une fréquence donnée.

IV DESCRIPTION DU MODELE NUMERIQUE

Le modèle numérique a été mis au point au M.I.T. par Mark A. Cane, Randall J. Patton et Yves du Penhoat. Il a été adapté à l'ordinateur DPS7 du centre océanologique de Bretagne par Yves du Penhoat. C'est un modèle particulièrement économique car semi-analytique. Il a été décrit en détail par Cane et Patton (1982); on se bornera donc à le présenter dans ses grandes lignes sans préciser les schémas numériques.

IV- 1 GEOMETRIE DU MODELE

L'océan Atlantique est représenté par un bassin rectangulaire fermé à 15°N et 15°S. Un test a montré que la position de ces frontières artificielles n'influe pas sur la solution entre 10°N et 10°S, zone à laquelle on se limite ici. Une marche rectangulaire simule la côte de l'Afrique; celle du Brésil n'a pas été représentée. Quelques tests ont permis de vérifier que sa présence ne modifie guère la solution dans les régions qui nous intéressent: le Golfe de Guinée et l'équateur. La limite Ouest du bassin a été placée à 45°W, ce qui correspond au bord du plateau continental Américain à l'équateur.

IV- 2 DECOMPOSITION EN MODES

Pour le calcul des modes verticaux on doit choisir un profil de densité moyen $\bar{\rho}(z)$, identique pour tout le bassin. Ceci pose un problème dans l'Atlantique équatorial où la pycnocline est plus profonde à l'Ouest qu'à l'Est (fig 1a). On a choisi ici un profil de densité calculé par Joël Picaut en moyennant les profils observés le long de l'équateur (fig 3).

L'épaisseur h de la couche homogène, 25 mètres, est plutôt représentative de l'Est du bassin. Mc Creary (1981) a étudié l'influence de ce paramètre, et montré que les courants de surface et même de subsurface sont très sensibles à la valeur de h . Avec une couche mélangée si mince, on peut s'attendre à des courants peu réalistes, car trop rapides, dans la partie Ouest de l'océan.

Le modèle de calcul des modes verticaux est celui de Mc Creary, Picaut et Moore (1983). Les constantes c_k et μ_k étant calculées pour chaque mode (tableau 1), on projette le forcing du vent sur les modes baroclines par les formules:

$$F_R = \frac{\tau_x}{\rho_0 \mu_k} \quad G_R = \frac{\tau_y}{\rho_0 \mu_k}$$

On a ainsi un système d'équations à résoudre pour chaque mode. Pour obtenir la solution totale il suffit d'ajouter les modes selon les formules (11) et (12).

IV- 3 CALCUL DE LA SOLUTION POUR UN MODE BAROCLINE

A) Equations

Les équations sont identiques au système (30) avec un frottement linéaire:

$$(35a) \quad u_t - yv + P_x = F - \alpha u$$

$$(35b) \quad yu + P_y = G - \alpha v$$

$$(35c) \quad P_t + u_x + v_y = -\alpha P$$

On remarque que le système (35) est analogue au système (30) appliqué aux variables:

$$\begin{aligned} u^* &= u \exp(\lambda t) & v^* &= v \exp[\lambda t] & p^* &= p \exp(\lambda t) \\ F^* &= F \exp(\lambda t) & G^* &= G \exp(\lambda t) \end{aligned}$$

Par ce changement de variables on se ramène au système (30) qui ne tient pas compte du frottement. C'est celui-ci que l'on considèrera par la suite.

Conditions initiales:

On suppose l'océan initialement au repos. Toutefois, comme les ondes d'inertie gravité ne sont pas solution des équations (30) on ne peut satisfaire la condition mathématique :

$$u = p = v = 0 \text{ au temps } t = 0.$$

On démontre (Cane et Sarachik, 1976 et 1977) que les conditions initiales appropriées sont :

$$\begin{aligned} (36) \quad u &= -y \tilde{L}^{-1}(G) & h &= \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{L}^{-1}(G)) \\ \tilde{L} v &= L^{-1}(yF) \end{aligned}$$

\tilde{L} étant l'opérateur $(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - y^2)$

Conditions aux limites:

Sur les frontières nord et sud, pour $y_N = 15^\circ N$ et $y_S = 15^\circ S$ on impose une vitesse méridienne nulle. Sur la frontière Est on impose $u = 0$.

Sur la frontière Ouest, on ne peut imposer $u = 0$ car on a filtré les ondes de Rossby courtes. La condition appropriée est :

$$\int_{y_S}^{y_N} u dy = 0$$

Les conditions aux limites pour les coins constituent un problème délicat. Pour leur expression détaillée on se reportera à du Penhoat, Cane et Patton (1983).

B) Résolution numérique

Comme on l'a vu précédemment, il n'est pas pratique de résoudre le système (30) analytiquement, en décomposant la solution en différents modes méridiens. On devra donc le résoudre par un schéma numérique. La démarche suivie est extrêmement astucieuse. On remarque tout d'abord que seule l'onde de Kelvin se propage vers l'Est, les autres ondes permises dans le système se propageant vers l'ouest. On va donc calculer analytiquement l'onde de Kelvin, puis utiliser un schéma décentré marchant vers l'Ouest pour calculer les ondes de Rossby. Ce schéma est inconditionnellement stable. Les variables u , v , et p sont calculées aux noeuds d'une grille décalée dans l'espace et le temps (fig 8). u et p sont calculés aux pas de temps entiers et v aux pas de temps demi-entiers.

première étape:

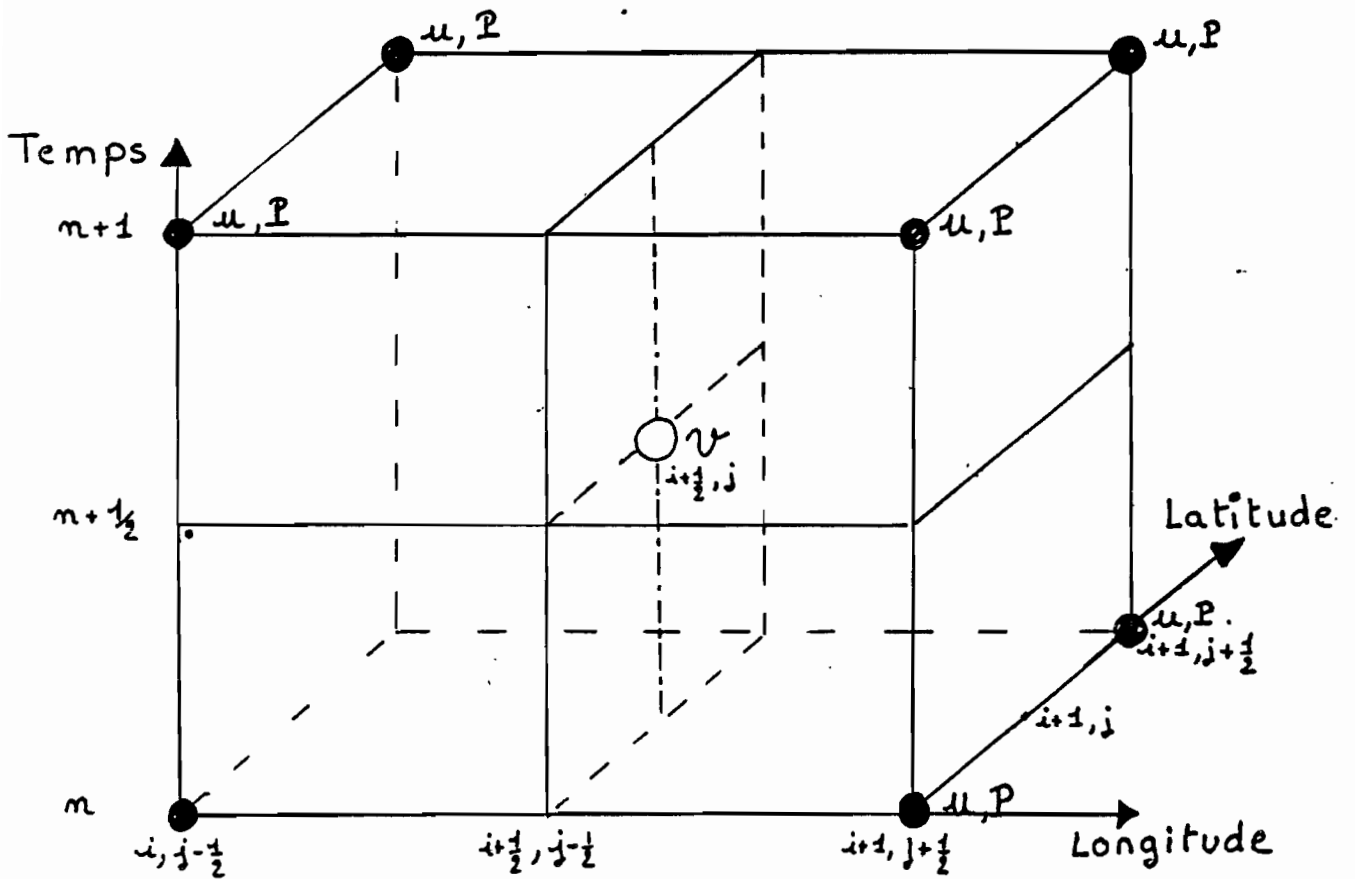
On calcule d'abord la structure méridienne de l'onde de Kelvin, $\psi_K(y)$, en intégrant l'équation

$$(19) \quad \frac{\partial \psi_K}{\partial y} + y \psi_K = 0$$

entre les limites nord et sud.

La connaissance de ψ_K permet de projeter le forcing du vent sur l'onde de Kelvin. On obtient ainsi deux

Fig. 8



GRILLE DU MODÈLE NUMÉRIQUE

u : vitesse zonale

v : vitesse méridienne

P : Pression

Pas de temps : $\Delta t = 10$ jours

Pas d'espace :

$\Delta x = 76.3$ km (longitude)

$\Delta y = 41.6$ km (latitude)

fonctions forcing, l'une pour les ondes de Kelvin:

$$F_K = \beta_K(x) \Psi_K(y) \text{ avec } \beta_K = \int_{y_S}^{y_N} F(x,y) \Psi_K(y) dy$$

$$G_K = 0 \quad \text{car pour l'onde de Kelvin } v = 0.$$

et l'autre générant uniquement des ondes de Rossby:

$$F_R = F - F_K$$

$$G_R = G$$

$$Q_R = -F_K$$

(le terme Q_R intervient comme un forcing dans l'équation 30c).

Deuxième étape :

On calcule u et p au temps $t = 0$ par les conditions initiales (formules 36).

troisième étape:

A partir des conditions aux limites à l'Est, on calcule successivement en progressant vers l'Ouest:

-la vitesse méridienne v due aux ondes de Rossby au temps $t + \Delta t/2$

-la vitesse zonale et la pression dues aux ondes de Rossby, u_R et p_R , au temps $t + \Delta t$

Pour cela on utilise une discrétisation des équations (30), forcées par les fonctions F_R , G_R et Q_R .

Lorsqu'on franchit la limite du golfe de Guinée il faut appliquer un coefficient de transmission aux ondes de Rossby, et utiliser les conditions aux limites sur les côtes.

Quatrième étape:

Connaissant u_R sur la frontière Ouest au temps $t + \Delta t$ on calcule u_K la vitesse zonale due à l'onde de Kelvin par la condition aux limites:

$$\int_{y_S}^{y_N} (u_R + u_K) dy = 0$$

Puis on avance vers l'Est. On calcule l'amplitude de l'onde de Kelvin au temps $t + \Delta t$ en chaque point, en résolvant par la méthode des caractéristiques l'équation suivante dérivée de (30a):

$$(37) \quad \frac{\partial u_K}{\partial t} + \frac{\partial u_K}{\partial x} = F_K.$$

...Arrivé à la frontière Est, on recommence la troisième étape pour le pas de temps suivant, etc.

IV- 4 PARAMETRES DU MODELE

Du fait de la séparation dans le calcul des deux types d'ondes, le schéma est stable quel que soit le pas de temps. Comme on ne s'intéresse qu'aux fréquences de 1^{er} ordre du mois ou plus, un pas de temps de 10 jours est suffisant. Ceci explique que le modèle soit remarquablement performant (Picaut et Busalacchi (1982), dans un modèle analogue mais moins sophistiqué, ont dû utiliser un pas de temps de 2 heures).

Il est nécessaire de faire tourner le modèle quelques années pour obtenir la réponse d'équilibre indépendante des conditions initiales. Le tableau 3 semble indiquer qu'un temps très long est nécessaire pour les modes baroclines d'ordre élevé. Toutefois la friction agit de façon préférentielle sur les ondes les plus lentes; ces ondes auront donc pratiquement disparu au bout de quelques périodes. On a vérifié pour chaque mode la durée nécessaire pour établir l'équilibre; elle ne dépasse pas

3 ans.

L'estimation du coefficient de friction, r , est un problème important. On a constaté que si l'amplitude du champ de pression est peu sensible au choix de r , il n'en est pas de même pour les courants. De plus, outre la valeur du coefficient r , il faut déterminer la façon dont il dépend du mode barocline. Il semble en effet raisonnable de supposer que la friction atténue davantage les modes les plus élevés. Gent, Neill et Cane (1983) considèrent que le terme de friction linéaire (ru) est une approximation du frottement laplacien ($\nu \nabla^2 u$). Par analyse dimensionnelle ils déduisent que r doit être proportionnel à $(1/c_k)$, c_k étant la vitesse de phase du mode k . Mc Creary, Picaut et Moore (1983) considèrent que la friction linéaire provient des termes de diffusion verticale; en ce cas r est proportionnel à $(1/c_k)^2$. C'est cette dernière dépendance que l'on a adoptée ici, car elle permet une convergence plus rapide de la somme des modes. On a donc pris : $r_k = \frac{A}{c_k^2}$

Si l'on utilise la valeur de A choisie par Mc Creary, Picaut et Moore, on obtient des courants trop rapides dans le cas des vents réels; on a donc pris une valeur proche de celle de Gent, Neill et Cane (1983). Le coefficient de frottement élevé a permis d'obtenir la convergence de la somme des modes baroclines avec 7 modes pour un vent analytique (Mc Creary, Picaut et Moore (1983) avaient dû aller jusqu'au 15^e mode) et avec 10 modes pour le vent réel.

Augmenter la friction pour faire converger rapidement la solution peut paraître quelque peu artificiel. En fait, cela nous a semblé plus satisfaisant d'un point de vue physique. En effet notre modèle néglige les interactions non linéaires ondes-courants. Si la somme des premiers modes baroclines représente à peu près le champ de courant de l'Atlantique équatorial, il y aura un sous-courant rapide à l'équateur avec un fort gradient méridien; il est irréaliste de vouloir ajouter à cette solution des modes baroclines élevés se propageant 10 ou 20 fois moins vite que le courant. En effet ces modes ne pourraient exister en tant que tels mais seraient complètement déformés si on tenait compte des non linéarités (Philander, 1979 b).



REPONSE A UN VENT ANALYTIQUE SIMPLE

On a étudié la réponse à un vent zonal oscillant à période annuelle et confiné à l'ouest de 20° W :

$$\tau_x = \tau_0 X(x) Y(y) \exp(-i\omega t)$$

La forme des fonctions $X(x)$ et $Y(y)$ est celle adoptée par Mc Creary, Picaut et Moore (1983). On a pu ainsi vérifier la bonne marche du modèle en comparant nos résultats avec les leurs. Cette étude ne présentant aucun caractère nouveau on se bornera à discuter les hypothèses de linéarité et à présenter quelques aspects des courants obtenus.

I HYPOTHESES DE LINEARITE

Comme on l'a vu, la validité des hypothèses doit être vérifiée à posteriori.

I- 1 Linéarisation des équations du moment cinétique.

Une mesure de la non linéarité est $\varepsilon = \mu/c$, c vitesse de phase des ondes et μ vitesse du courant. Les courants générés sont faibles et pour les premiers modes à l'équateur ε est petit devant 1. Par contre, pour les modes barocliniques $k \gg 3$ ou pour les zones éloignées de l'équateur où les ondes de Rossby lentes dominent, ε est d'ordre 1. La solution totale étant beaucoup influencée par les premiers modes, surtout en ce qui concerne la pression, on peut néanmoins considérer l'hypothèse de linéarité comme acceptable.

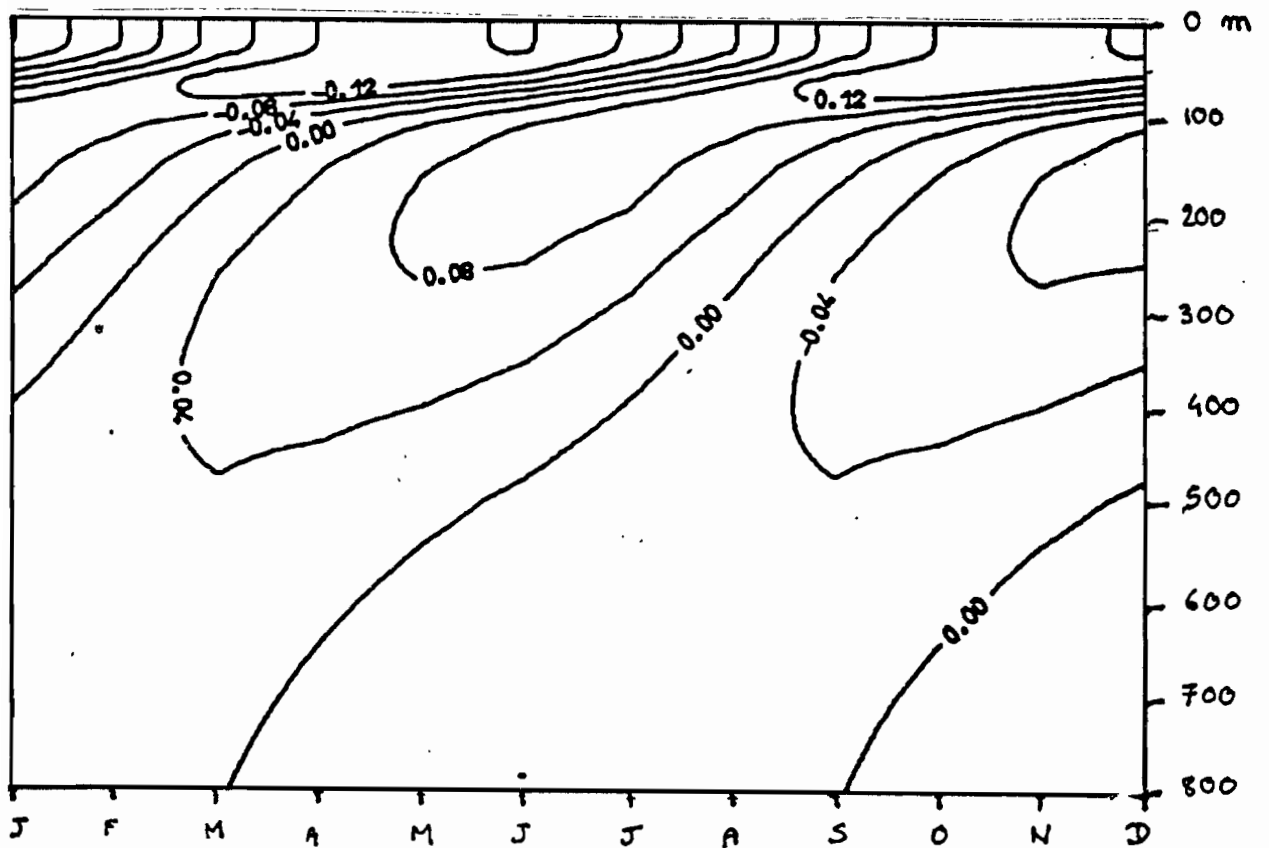
I- 2 Linéarisation de l'équation de la chaleur

Comme Mc Creary, Picaut et Moore (1983) on observe un déplacement d'isopycnes assez important à certaines périodes de l'année; toutefois le profil de densité reste toujours stable. Même si elle n'est pas totalement justifiée l'hypothèse de linéarité permet donc d'obtenir des résultats satisfaisants.

II COURANTS ZONAUX

Les courants zonaux obtenus sont environ deux fois plus faibles que ceux de Mc Creary, Picaut et Moore (1983) car dans notre modèle la friction est plus forte; par contre la structure est la même.

On aurait pu penser que nos structures de courant seraient moins piégées à l'équateur, notre solution comprenant 7 modes baroclines au lieu de 15 pour Mc Creary, Picaut et Moore (1983). En fait on a constaté que le frottement agit surtout sur les modes méridiens élevés (les plus lents). Il atténue donc davantage la solution loin de l'équateur. Ainsi en augmentant le frottement on obtient, à moindres frais, les mêmes échelles méridiennes qu'en ajoutant un grand nombre de modes; comme on l'a vu précédemment ces deux méthodes sont de toute façon aussi critiquables l'une que l'autre.

Fig. 9.

PROFIL DE VITESSE ZONALE A 4°W

SERIE TEMPORELLE.

La figure 9 est une série temporelle de la vitesse zonale à l'équateur à 4°W . La réponse sur la verticale ne présente pas les caractères d'un mode stationnaire; au contraire la propagation de phase verticale est très nette. Les courants sont périodiques comme la tension du vent. Il est nécessaire d'utiliser des vents plus réalistes pour obtenir des structures de courant permanentes , comme le sous courant équatorial.

D

REPONSE AU VENT CLIMATOLOGIQUE D'HELLERMAN

Le fichier de vents d'Hellerman couvre tout le globe, y compris les continents; il a donc été facile de l'adapter à la géométrie et à la grille du modèle.

Parmi les résultats, les plus satisfaisants concernent le champ de pression et la hauteur dynamique. Il sera possible de les comparer avec les observations.

Pour les courants et les profils de densité on verra que du fait des hypothèses de linéarité les résultats sont plus difficiles à interpréter.

I HYPOTHESES DE LINEARITE

En ce qui concerne la densité l'hypothèse de linéarité n'est pas vérifiée. On obtient en effet parfois des profils instables. Un exemple en est donné figure 10.

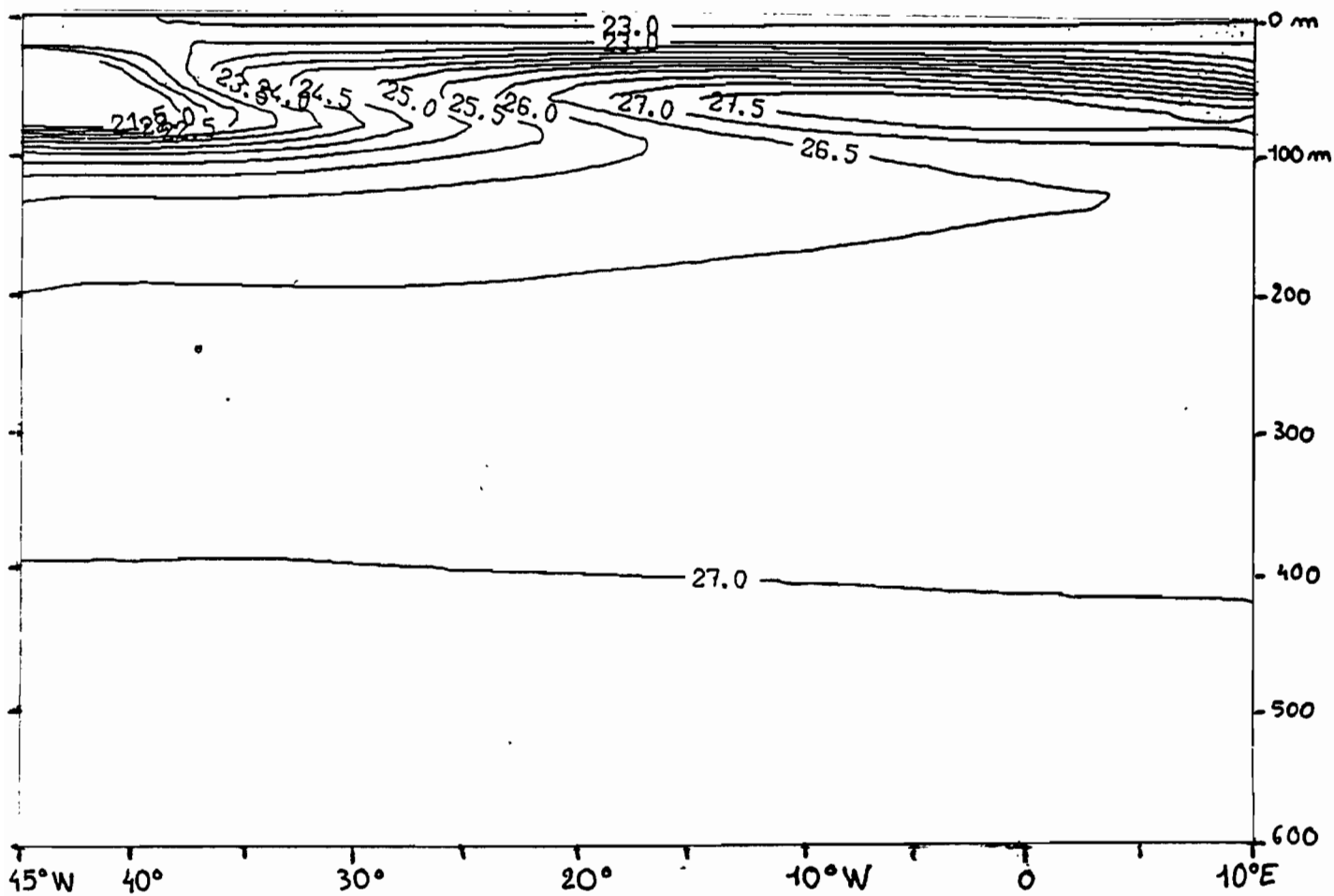
De même, en ce qui concerne les courants: le rapport $\epsilon = u/c$ est d'ordre 1 pour le premier mode barocline à l'équateur, et augmente pour les modes suivants; de plus les gradients méridiens de courant au voisinage de l'équateur sont très forts. Il n'est donc vraisemblablement pas justifié de négliger les termes d'advection dans le calcul des vitesses.

II DESCRIPTION GENERALE DE LA REPONSE

La réponse du modèle est essentiellement une réponse d'équilibre, comme cela semble être le cas pour l'océan réel à l'échelle saisonnière (Philander, 1979 a). Bien que les ondes linéaires constituent la totalité de la réponse, on n'observe pratiquement pas de phénomène de propagation. A l'équateur en particulier aucune propagation n'apparaît, ni dans le champ de pression ni dans le champ de courants. La figure 11 est un exemple frappant de cet équilibre. Elle représente les courants de surface générés par les ondes de Kelvin. Toutes les ondes de Kelvin se propagent vers l'Est; mais la somme d'ondes de Kelvin de fréquences différentes engendre une réponse stationnaire.

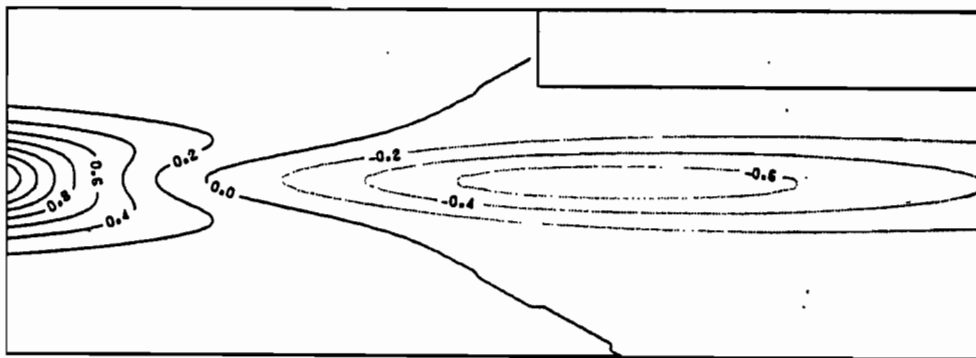
III PROFONDEUR DE LA PYCNOCLINE

Comme le montre la figure 10, le modèle n'est pas capable de générer une pente réaliste de la pycnocline. La couche homogène est modélisée de telle façon qu'un phénomène de downwelling à sa base provoque, s'il est intense, une inversion de densité (Mc Creary, 1981). C'est le cas à l'Ouest du bassin. A l'Est une autre inversion se produit juste sous la thermocline. C'est un résultat auquel on pouvait s'attendre car on observe dans cette partie de l'océan une couche bien mélangée ("thermostad"). La diffusion verticale turbulente, négligée dans le modèle, y joue donc un grand rôle. Certes, la profondeur moyenne de la pycnocline à l'Ouest (100 m) et à l'Est (50 m) se rapproche des valeurs observées; mais les variations annuelles ("balancement" le long

Figure 10

PROFIL DE DENSITÉ A L'ÉQUATEUR

JUILLET



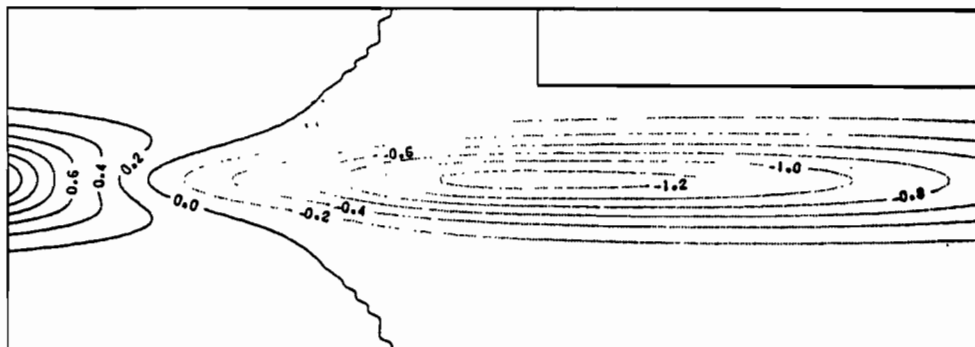
ONDE DE KELVIN EN SURFACE

JANVIER



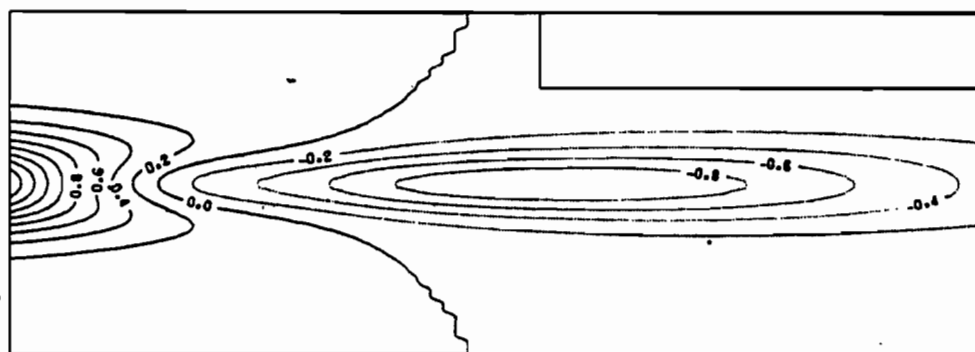
ONDE DE KELVIN EN SURFACE

AVRIL



ONDE DE KELVIN EN SURFACE

JUILLET



ONDE DE KELVIN EN SURFACE

OCTOBRE

Fig. 11 COURANTS GÉNÉRÉS PAR LES ONDES DE KELVIN

de l'équateur ,fig 1b) sont faibles dans le modèle. On peut donc conclure qu'il est nécessaire de prendre en compte les phénomènes de mélange et de diffusion verticale pour représenter la variabilité de la pycnocline le long de l'équateur.

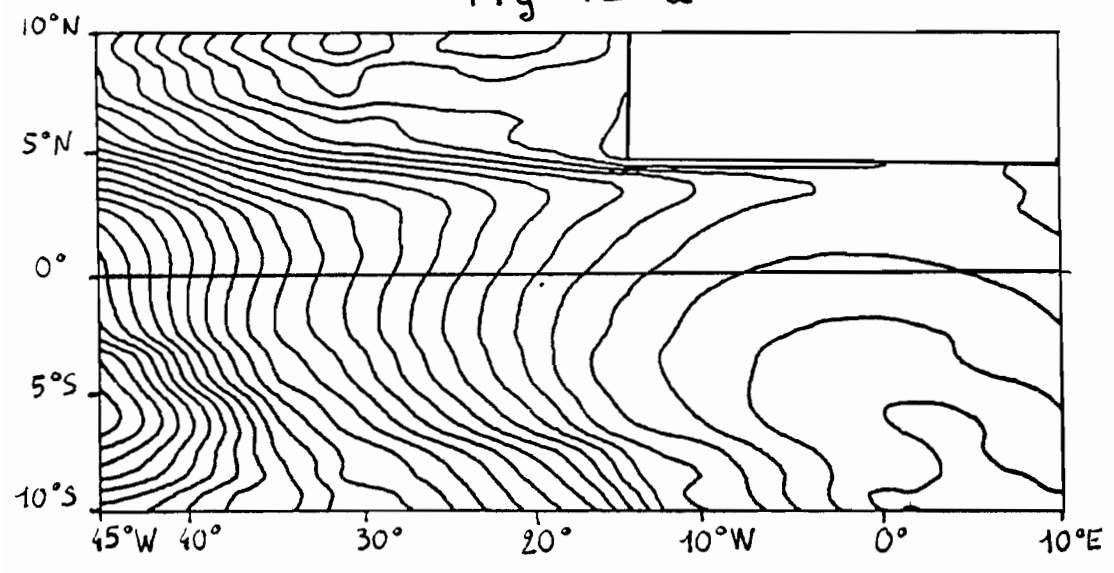
IV COURANTS ZONAUX

Les courants de surface sont assez réalistes: le contre courant nord équatorial en particulier a dans le modèle une position et une variabilité conformes aux observations. Le courant est faible et proche de l'équateur entre février et mai ;il remonte au nord et s'intensifie entre Juin et Octobre.On retrouve également le courant de Guinée,dont les variations saisonnières sont bien décrites par le modèle. Par contre,au sud du courant de Guinée et nettement détaché de celui-ci,on trouve dans le modèle un courant vers l'Est qui ne semble jamais avoir été observé.Il disparaît en juillet et atteint un maximum de 20 cm/s en octobre.Ce courant est peut-être généré dans le modèle par les vents méridiens locaux.On peut supposer que dans un modèle non linéaire ce courant n'existerait pas;en effet l'advection non linéaire engendrée par les vents de Sud fait remonter plus au nord le courant sud-équatorial (Philander,1979c). En général,l'amplitude des courants de surface dans le modèle est trop forte,du fait de la faible épaisseur de la couche mélangée dans le profil moyen (25 m).Par exemple, le courant sud-équatorial atteint 2m/s en juillet.A l'équateur, il est probable que pour simuler des courants de surface réalistes on devrait en outre prendre en compte les interactions non linéaires avec le sous courant.

Notre modèle génère un sous courant équatorial vers l'Est mais qui ne correspond pas très bien aux observations du fait des hypothèses de linéarité.Dans le modèle le sous courant se trouve entre 50m et 100m de profondeur tout le long de l'équateur,c'est à dire juste dans l'inversion de densité à l'Ouest du bassin (fig 10).Pour que le sous courant du modèle aie une position correcte (dans la thermocline) il faudrait prendre en compte les termes de mélange vertical.Peut-être aurait-on obtenu un meilleur résultat en prenant une couche mélangée plus profonde (Mc Creary,1981).D'autre part dans le modèle la vitesse du sous courant diminue d'un facteur 4 entre l'Ouest et l'Est (c'est au moins deux fois plus que l'atténuation observée, d'après Philander (1973));de plus le sous courant est trop large (4° de latitude).Les termes d'advection non linéaires sont nécessaires pour corriger ces deux défauts (Philander et Pacanovski,1980 ; Cane,1979).

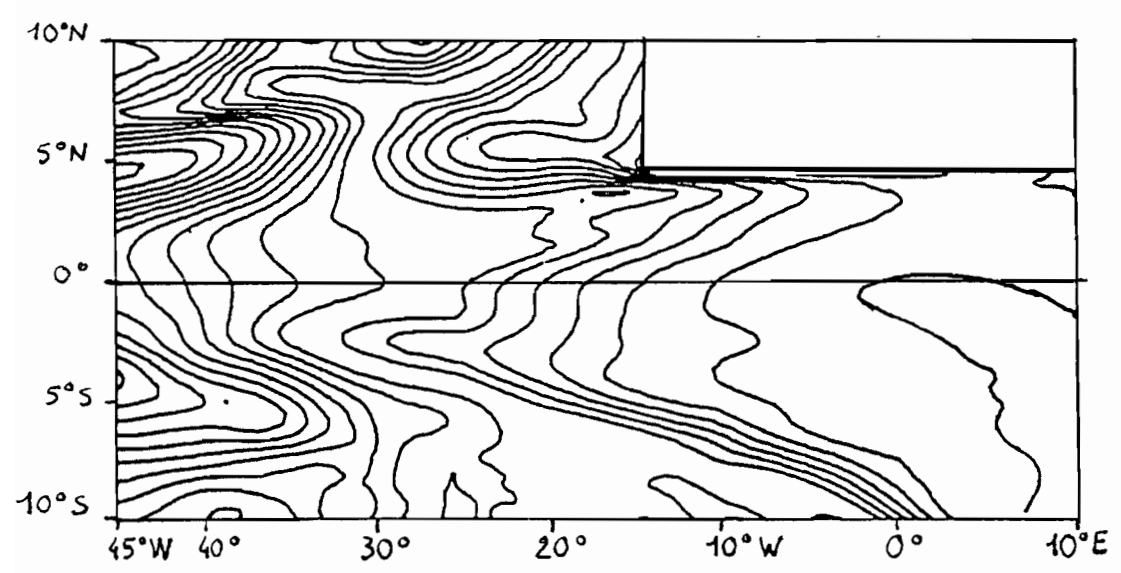
En ce qui concerne l'aspect général de la structure verticale des courants,les phénomènes de propagation verticale sont beaucoup moins nets que dans le cas des vents analytiques,surtout au dessus de 150m .Ceci s'explique par le fait que la réponse est une somme d'ondes de fréquences différentes.

Fig 12 a



MOYENNE ANNUELLE DU CHAMP DE PRESSION
POUR LE DEUXIEME MODE BAROCLINE

Fig 12 b



AMPLITUDE ANNUELLE DU CHAMP DE PRESSION
POUR LE DEUXIEME MODE BAROCLINE

V CHAMP DE PRESSION EN SURFACE

Compte tenu des hypothèses, le champ de pression en surface est proportionnel aux variations du niveau de la mer (Mc Creary, Picaut et Moore, 1983). Cela explique la ressemblance que l'on trouve dans le modèle entre le champ de pression en surface et la hauteur dynamique. On peut donc comparer directement le champ de pression pour le 2° mode barocline (fig 12 a et b) et le champ de hauteur dynamique résultant de la somme des 10 modes (fig 13b et 14b). On constate que la moyenne et l'amplitude annuelles se ressemblent beaucoup dans les deux cas. Ceci provient bien sûr du fait que le 2° mode barocline a l'amplitude la plus forte, mais aussi et surtout du fait que les trois premiers modes, prépondérants, ont une réponse assez semblable en ce qui concerne la pression en surface. On peut donc conclure qu'une simulation correcte du niveau de la mer est possible avec un seul mode barocline.

Les résultats du 2° mode barocline peuvent s'interpréter dans le cadre d'un modèle à une couche et demie et donc être comparés à ceux de Busalacchi et Picaut (1983). Pour effectuer une comparaison quantitative nous avons recalculé la réponse de notre modèle en termes de variations de profondeur de la pycnocline, en utilisant les mêmes constantes. En ce cas la réponse moyenne (fig 12a) varie de -40m (à l'Est) à +100m (à l'Ouest) ce qui correspond exactement aux valeurs de Busalacchi et Picaut (1983) dans cette même zone. Par contre, qualitativement on observe quelques différences, dues probablement à la géométrie des côtes très simplifiée dans notre modèle.

Il est cependant surprenant que le maximum de hauteur marquant la limite du contre-courant nord équatorial soit bien placé à 2°N dans notre modèle, alors qu'il se trouvait trop au Sud dans le modèle de Busalacchi et Picaut (1983). Il n'a pas été trouvé d'explication à ce résultat.

VI HAUTEUR DYNAMIQUE

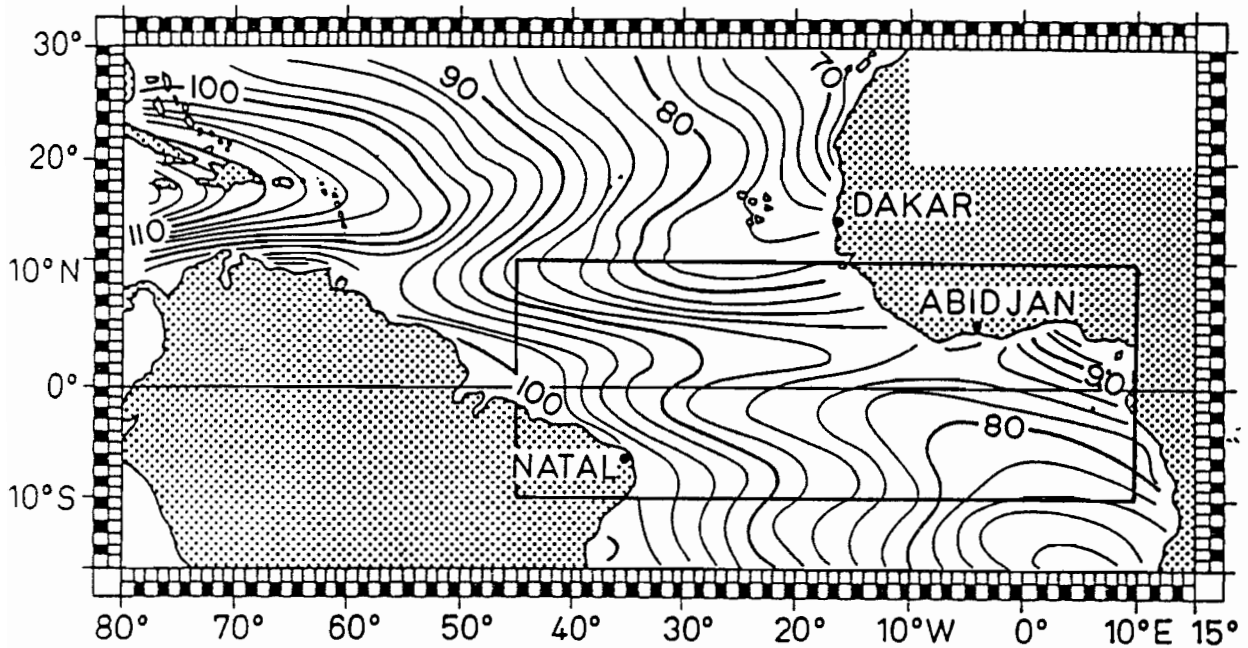
Afin de comparer quantitativement les résultats du modèle avec les observations, nous avons calculé la hauteur dynamique par rapport au niveau 500db. Un problème se posait dans l'estimation de l'anomalie de hauteur dynamique, qui est la différence des deux termes :

$$\delta = \int_{500}^0 \frac{dP}{\rho(S, T, P)} - \int_{500}^0 \frac{dP}{\rho(35, 0, P)}$$

Quand on calcule δ à partir de données de température et de salinité, on choisit naturellement la même équation d'état pour ρ dans les deux termes ; ici, $\rho(S, T, P)$ étant fourni directement par le modèle, le choix de l'équation d'état pour le second terme est arbitraire. Or deux équations d'état peuvent donner des résultats très différents (Sabine Arnault, communication personnelle). On a choisi ici $\rho(35, 0, P)$ de façon à obtenir des valeurs en accord avec les observations ; mais l'anomalie de hauteur dynamique donnée par le modèle n'est en toute rigueur définie qu'à une constante près.

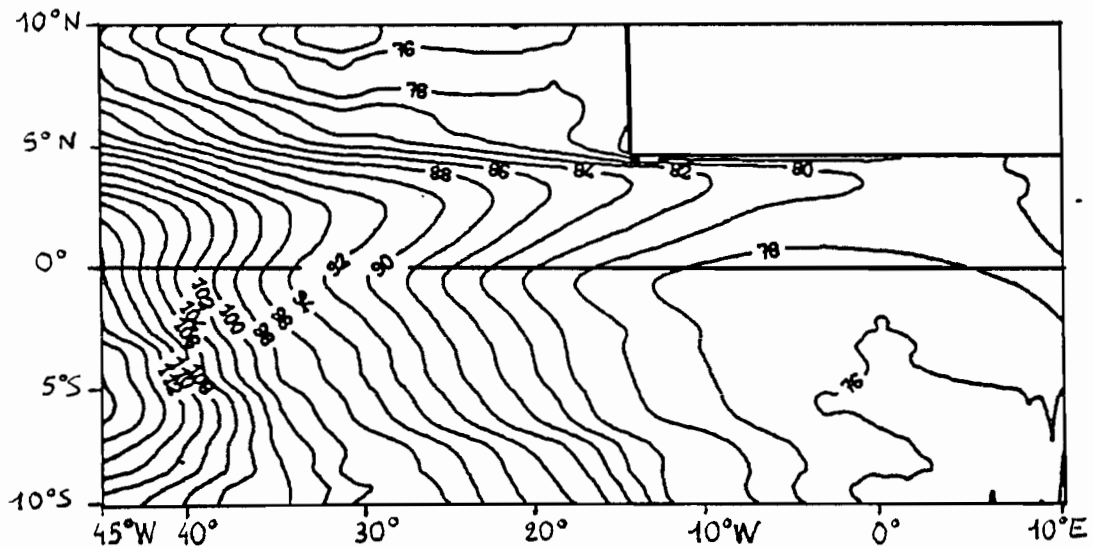
La figure 13 permet de comparer la moyenne annuelle observée reconstituée à partir de données historiques (Sabine Arnault, communication personnelle) avec les résultats du modèle.

fig 13 a



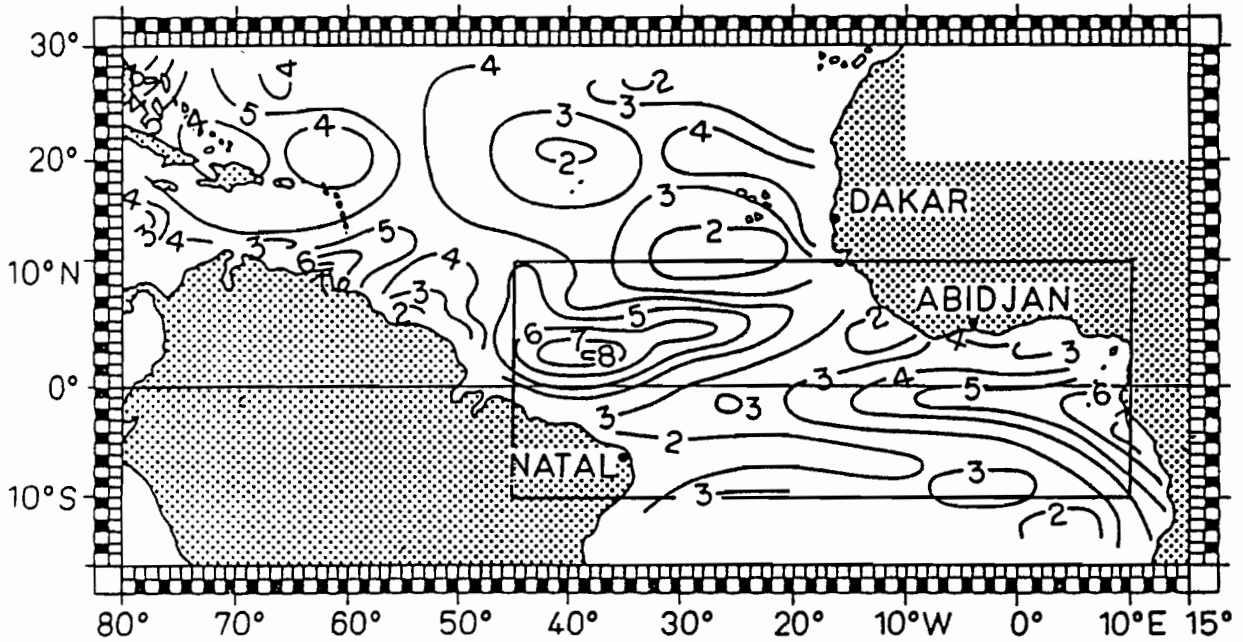
MOYENNE ANNUELLE DE HAUTEUR DYNAMIQUE OBSERVEE
 en cm. dyn. (Sabine Arnault, communication personnelle)

fig 13 b



MOYENNE ANNUELLE DE HAUTEUR DYNAMIQUE DU MODELE
 (en cm. dyn.)

Fig 14 a

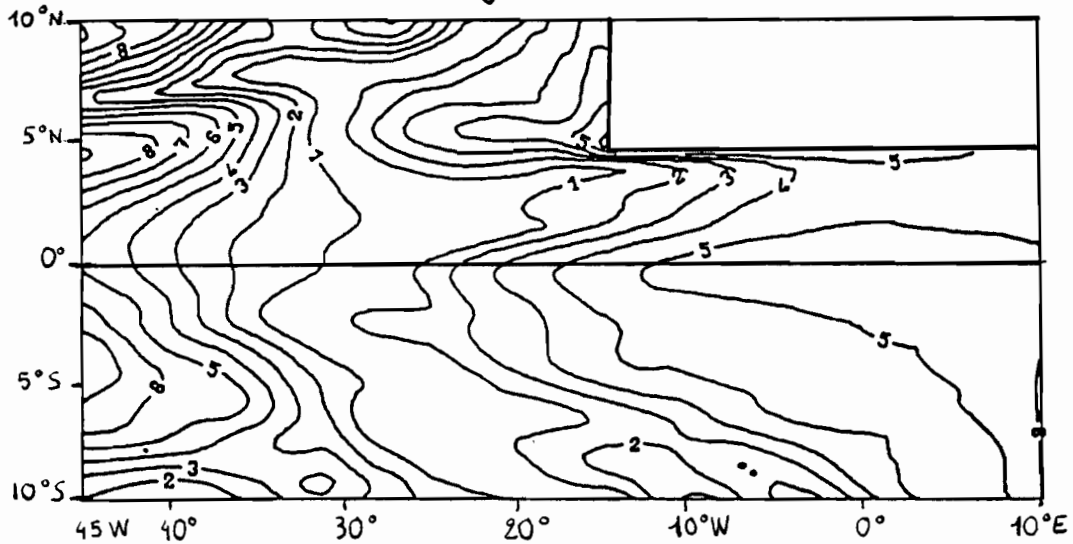


AMPLITUDE ANNUELLE DE HAUTEUR DYNAMIQUE OBSERVÉE

(en cm. dyn.)

(Sabine Arnault, communication personnelle)

Fig 14 b



AMPLITUDE ANNUELLE DE HAUTEUR DYNAMIQUE DU MODELE

(en cm. dyn.)

La similitude est grande, sauf en ce qui concerne l'inversion de pente au fond du Golfe de Guinée. Cette inversion serait due à l'advection non linéaire (Lukas, 1981).

Le modèle reproduit également bien l'oscillation du champ de hauteur dynamique le long de l'équateur. La zone de changement de phase ("point pivot") est située vers 25°W comme dans les observations. Le gradient le long de l'équateur est établi dans le modèle par les ondes de Kelvin et les ondes de Rossby longues; les deux types d'ondes y contribuent en moyenne de manière égale.

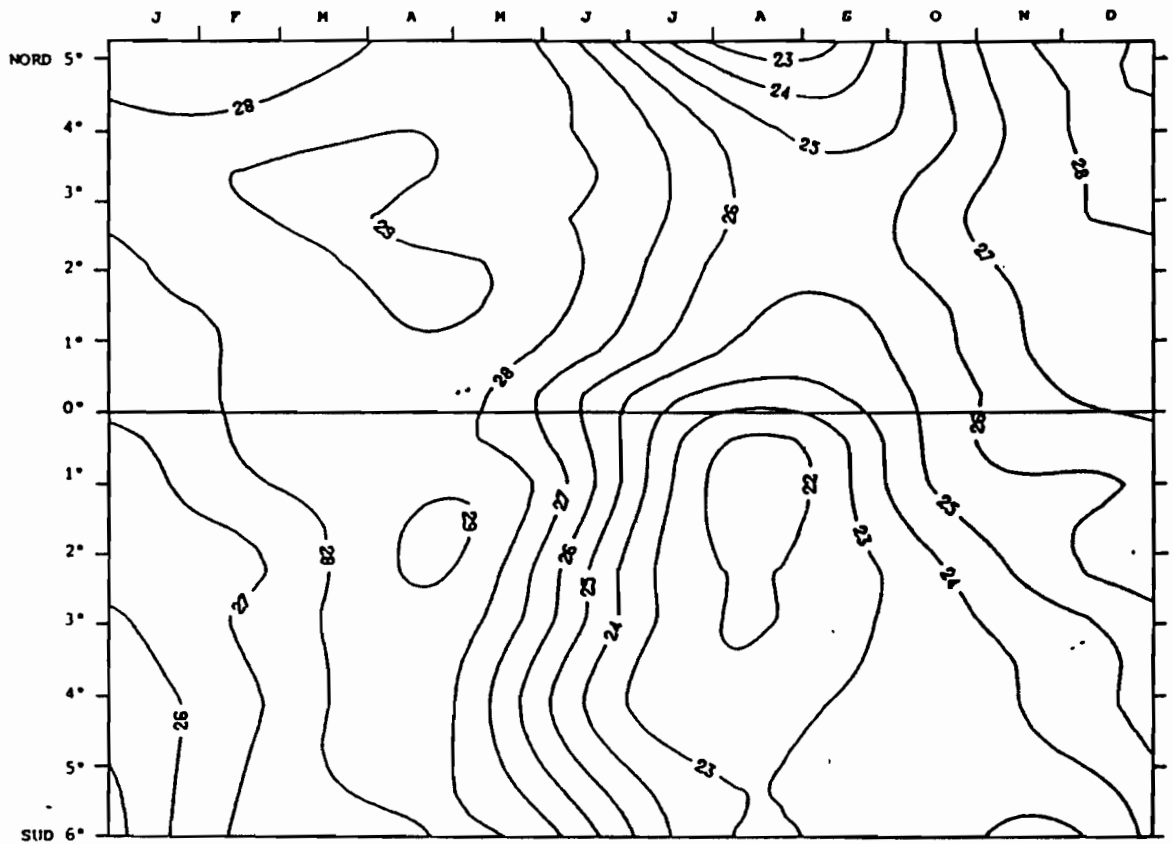
Les amplitudes annuelles, représentées fig 14, sont également très semblables dans le modèle et dans la réalité. Puisqu'il s'agit de variations, la comparaison qualitative est possible; elle est très satisfaisante. On remarque que la prise en compte de plusieurs modes baroclines améliore très sensiblement les résultats dans le golfe de Guinée (Comparer les figures 14b et 12b); malgré son importance, le deuxième mode barocline ne constitue qu'une partie de la solution.

D'après ces résultats, on peut donc conclure que même si la structure verticale n'est pas convenablement décrite (voir fig 10!) notre modèle linéaire est suffisant pour représenter des quantités intégrées comme la hauteur dynamique ou le contenu thermique. Les variations de hauteur dynamique semblent donc être principalement dues à l'action du vent; des calculs supplémentaires seraient nécessaires pour déterminer quelle est la part du vent méridien et du vent zonal, du vent local ou de l'action à distance.

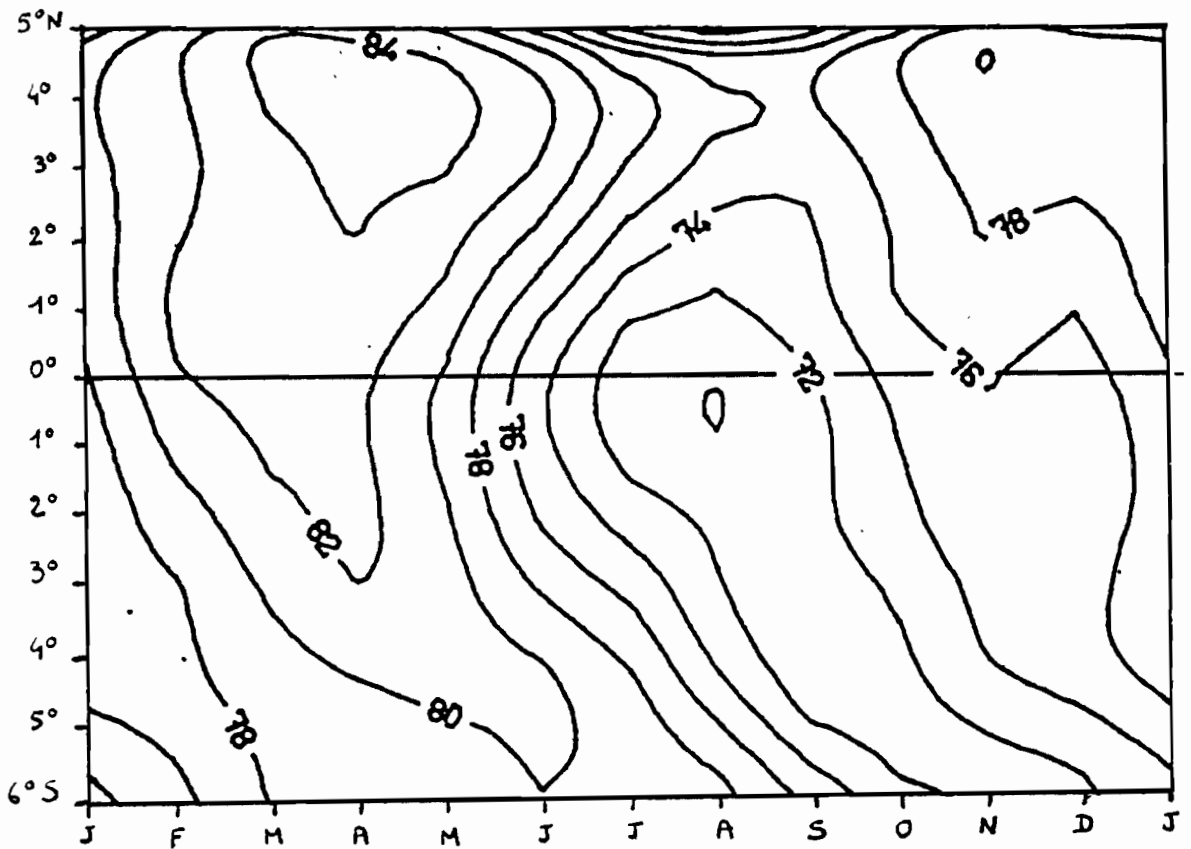
La figure 15 permet de comparer les variations de température de surface observées dans le Golfe de Guinée (Gouriou, 1983) avec les variations de hauteur dynamique calculées par le modèle. La similitude de ces deux figures confirme que les variations de température de surface sont essentiellement d'origine dynamique. A l'équateur, le maximum de hauteur dynamique en Mars coïncide avec le maximum de température (Grande saison chaude); de même pour les minima (grande saison froide). On retrouve également la position des zones de refroidissement maximum, à la côte à 5°N et légèrement au Sud de l'équateur. Par contre, un second maximum de hauteur apparaît dans les résultats du modèle à l'équateur en Novembre (petite saison chaude) alors qu'il n'apparaît pas dans le signal de température.

On a vu que la hauteur dynamique et la pression en surface sont qualitativement analogues. On peut donc comparer le champ de pression généré par les ondes de Kelvin (fig 16) avec la hauteur dynamique (fig 15). A l'équateur la variabilité de l'onde de Kelvin présente les mêmes caractères que le signal total, avec la succession des quatre saisons océaniques. Les ondes de Kelvin sont responsables de 75% environ du signal de pression à l'équateur à 4°W .

Il aurait été intéressant de comparer les résultats du modèle avec les observations en ce qui concerne le déplacement des isopycnes. Toutefois, du fait de la présence dans le modèle d'inversions de densité, il n'a pas été possible de le calculer.

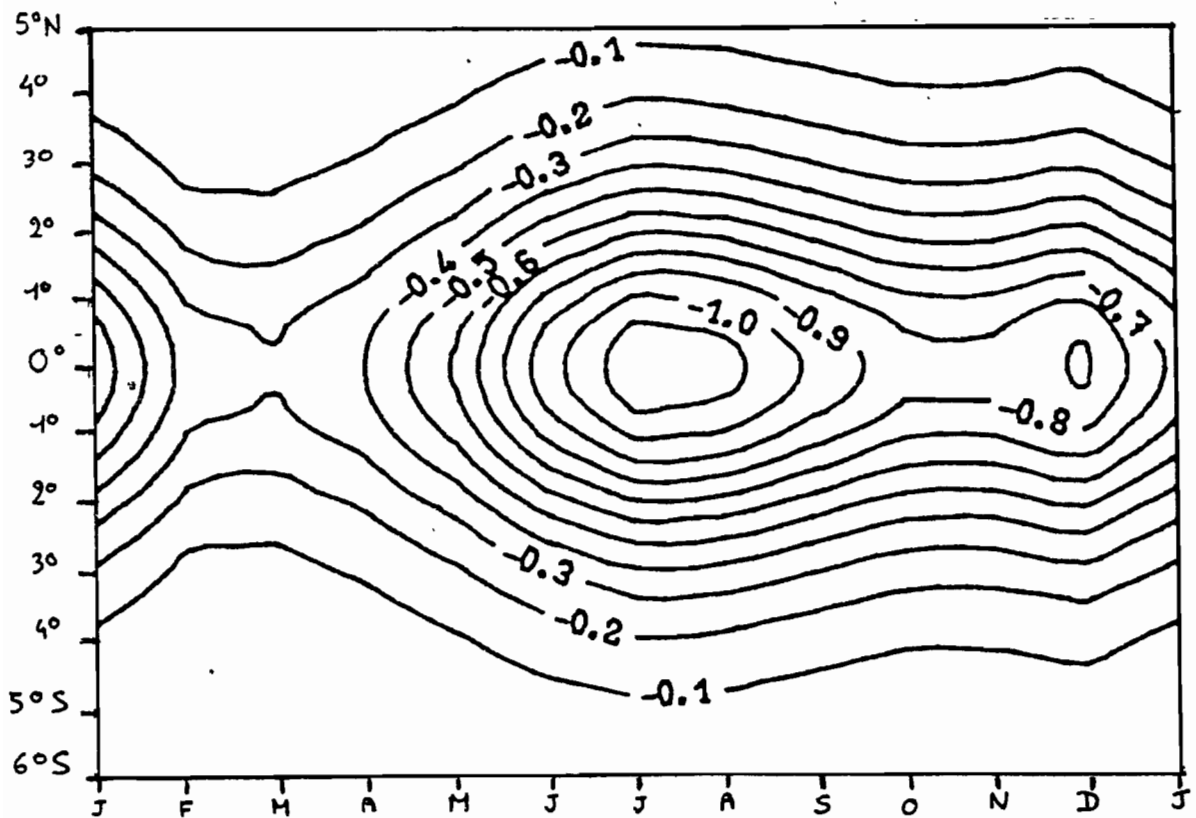


TEMPERATURE DE SURFACE OBSERVEE A 4°W (°C)
(Y. GOURIOU , 1983)



HAUTEUR DYNAMIQUE DU MODELE A 4°W (cm. dyn.)

fig 16



PERTURBATION DE PRESSION EN SURFACE

ENGENDREE PAR L'ONDE DE KELVIN

A 4°W.

(décibars)

E

CONCLUSION

Le but de cette étude était d'étudier la structure verticale de la réponse de l'Atlantique équatorial aux vents moyens d'une année type. Le modèle utilisé est linéaire et particulièrement adapté à l'étude des variations saisonnières. Il décrit la réponse uniquement en termes d'ondes de Kelvin et d'ondes de Rossby longues. La structure verticale est calculée en effectuant une décomposition en modes baroclines.

Nous avons constaté que du fait des hypothèses de linéarité le modèle ne pouvait reproduire de manière satisfaisante la structure verticale de densité et de courant. Ce résultat met en évidence l'importance de la diffusion turbulente verticale et de l'advection non linéaire dans des phénomènes tels que la variabilité de la pycnocline ou le sous-courant équatorial. Nous n'avons pas disposé du temps nécessaire pour approfondir suffisamment le rôle des paramètres du modèle (profil moyen, épaisseur de la couche homogène, friction) dans ces résultats.

Le modèle linéaire se révèle par contre adéquat pour représenter des quantités intégrées comme la hauteur dynamique ou le contenu thermique. Dans ce domaine la réponse du modèle est essentiellement une réponse d'équilibre, comme c'était le cas dans le modèle à une couche et demie de Busalacchi et Picaut (1983). Nos résultats montrent qu'un modèle à une couche et demie donne une assez bonne approximation de la réponse en ce qui concerne le champ de pression.

L'avantage essentiel de notre modèle est qu'il permet le calcul exact de la hauteur dynamique. Pour la première fois, une comparaison quantitative avec les observations a donc été possible. On a pu ainsi montrer que les variations de hauteur dynamique sont essentiellement une réponse linéaire à la tension du vent. Dans le Golfe de Guinée, les variations de hauteur dynamique du modèle sont en accord avec les variations de température de surface observées, montrant que dans cette région la température de surface est en grande partie déterminée par des mécanismes dynamiques.

Il n'a pas été possible, faute de temps, d'analyser davantage les résultats. Le modèle permettrait par exemple d'étudier séparément l'influence des diverses composantes de la tension du vent, et de faire la part des différents mécanismes mis en jeu dans la réponse.

BIBLIOGRAPHIE

- Busalacchi, A.J. et J. Picaut (1983) - "Seasonal variability from a model of the tropical Atlantic Ocean", *J. Phys. oceanogr.*, à paraître.
- Cane, M.A. (1979) - "The response of an equatorial ocean to simple wind stress patterns: II Numerical results", *J. Mar. Res.*, 34, 295-432
- Cane, M.A. et E.S. Sarachik (1976) - "Forced baroclinic ocean motions: I The linear equatorial unbounded case", *J. Mar. Res.*, 34, 395-432
- Cane, M.A. et E.S. Sarachik (1977) - "Forced baroclinic ocean motions: II The linear equatorial bounded case", *J. Mar. Res.*, 35, 395-432
- Cane, M.A. et E.S. Sarachik (1979) - "Forced baroclinic ocean motions: III The linear equatorial basin case", *J. Mar. Res.*, 37, 366-398
- Cane, M.A. et E.S. Sarachik (1981) "The response of a linear baroclinic equatorial ocean to periodic forcing", *J. Mar. Res.*, 39, 652-693
- Eriksen, C.C (1981) - "Deep currents and their interpretation as equatorial waves in the eastern Pacific Ocean", *J. Phys. Oceanogr.*, 11, 48-70
- Gent, P.R., K.G. Neill, M.A. Cane (1983): "A model of the semi annual oscillation in the equatorial Indian Ocean", submitted.
- Gouriou Y (1983) dans rapport CNEOX-UBO, "sur le mécanisme des variations saisonnières et interannuelles de la structure thermique dans le Golfe de Guinée", Picaut et al.
- Hellerman, S. (1980) - "Charts of the variability of the wind stress over the tropical Atlantic", in *Equatorial and A-scale Oceanography*, suppl II to *Deep sea Res.* 26a, ed. W. Duing, Pergamon Press, 63-75
- Lukas, R. (1981) - "The termination of the equatorial undercurrent in the Eastern Pacific", Ph.D. thesis, University of Hawaii 127pp
- Luyten J.R. et D.H. Roemmich (1982) - "Equatorial currents at semi annual period in the Indian Ocean", *J. Phys. Oceanogr.*, 12, 406-413
- Mc Creary, J.P. (1980) "Modeling wind driven ocean circulation", report JIMAR 800029, Hawaii institute of Geophysics.
- Mc Creary, J.P. (1981) - "A linear stratified ocean model of the equatorial undercurrent", *Phil. trans. of the Roy. Soc. of London*, 603-635
- Mc Creary, J.P., J. Picaut et D. Moore (1983) - "Effects of remote annual forcing in the Eastern tropical Atlantic Ocean", submitted to *J. Mar. Res.*

- Merle ,J. et J. le Floch, (1978) -"Cycle annuel moyen de la température dans les couches supérieures de l'océan Atlantique intertropical", *Oceanologica Acta*,1,271-276
- Merle,J. (1980) -"Seasonal heat budget in the Equatorial Atlantic Ocean", *J.Phys.Oceanogr.*,10,464-469
- Moore ,D. et.al. (1978)-"Equatorial adjustment in the eastern Atlantic",*Geophys.Res.Letters*,5,637-640
- Philander S.G.H. (1973) -"Equatorial undercurrent:measurements and theories ",*Rev.Geophys.Space.Phys.*,2,513-570
- Philander S.G.H.(1978) -"Forced oceanic waves",*Rev.geophys.Space.Phys.*, 16,15-46
- Philander S.G.H. (1979 a)-"Variability of the tropical oceans", *Dyn.Oceans.Atmos.*,3,191-208
- Philander S.G.H. (1979 b) -"Equatorial waves in the presence of the equatorial undercurrent", *J.Phys.Oceanogr.*, 9,254-262
- Philander S.G.H. (1979 c) -"Upwelling in the Gulf of Guinea", *J.Mar.Res.*,37,1
- Philander S.G.H. et R.C.Pacanovski (1980) -"The generation of equatorial currents ",*J.Geophys.Res.*,85,1123-1136
- Philander S.G.H. et R.C.Pacanovski (1981) -" Response of equatorial oceans to periodic forcing ",*J.Geophys. Res.*,86,1903-1916
- Picaut,J. (1983) -"Propagation of the seasonal upwelling in the Eastern Equatorial Atlantic",*J.Phys.Oceanogr*, 13,1
- Weisberg R.H.,A.Horigan et C.Colin (1979) "Equatorially trapped rossby-gravity waves propagation in the Gulf of Guinea" ,*J.Mar.Res.*,37,1
- Wunsch,C. et A.E.Gill (1976) Observation of equatorially trapped waves in Pacific sea level variations", *Deep.sea.Res.*,23,371-390
- du Pennhoat,Y. ,M.A.Cane et R.Patton (1983) "Reflexion of low frequency equatorial waves on partial boundaries" in *Hydrodynamics of the equatorial ocean* , ed. J.C.J.Nihoul, Elsevier Science Publications.
- Cane,M.A. et R.J.Patton (1982)"A numerical model for low frequency equatorial dynamics", submitted